



Programa QUANt

Universidad del CEMA

Estimación de la Yield Curve: Contraste de modelos paramétricos

Trabajo Final

Francisco Martín Colella

Diciembre 2020

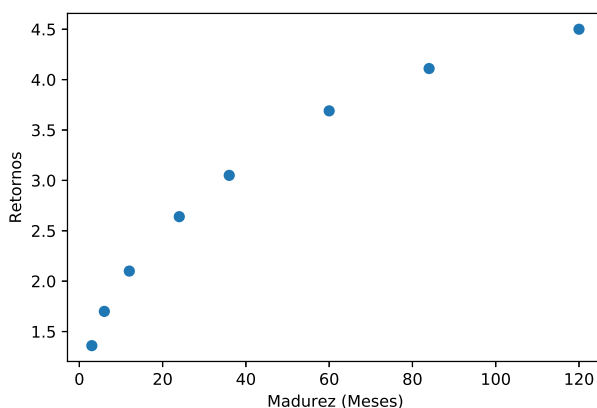
Índice

1. Introducción	1
2. Modelos	3
2.1. Marco Teórico	3
2.2. Método de estimación	5
3. Evaluación de desempeño	9
3.1. Desempeño in-sample	9
3.2. Desempeño out-of-sample	11
4. Conclusión	14

1. Introducción

La curva de rendimientos o yield curve refleja, en este caso, el rendimiento de un bono del Tesoro de Estados Unidos para distintas madureces. Por innumerables razones, su correcta estimación es de vital importancia para el ámbito de las finanzas. Disponer de una curva de rendimientos "libre de riesgo" es crucial como punto de partida para la construcción de factores de descuentos más complejos sobre flujos de fondos futuros con el objetivo de ponerle precio a cualquier activo financiero. Además, un mecanismo apropiado para predecir la naturaleza de la curva de rendimientos puede anticipar fenómenos económicos particulares como una recesión. La figura 1 ejemplifica la curva de rendimientos observada en un día cualquiera. En este caso, se muestran datos correspondientes al 01/01/2004.

Figura 1: Curva de rendimientos - 01/01/2004



Como se observa en la figura, solo los rendimientos para las madureces que ofrece el activo en el mercado son observables. Los yields para el resto de las madureces no son observables en los datos y por lo tanto deben ser estimados de alguna forma.

Extensa literatura se ha escrito con respecto a la estimación de la yield curve. Una gama de diversos modelos, ya sean de no arbitraje, de equilibrio general, paramétricos o no paramétricos, han sido propuestos para lograr estimar de la mejor forma posible la la curva de rendimientos utilizando solo los rendimientos para las madureces disponibles del activo.

El objetivo de este trabajo consiste en evaluar el desempeño del tradicional modelo paramétrico de Nelson-Siegel en la estimación de la curva de rendimientos. Se utilizan datos mensuales, tomando el primer día de cada mes, de los retornos de los bonos del Tesoro de Estados Unidos para madureces de 3,6,12,24,36,48,64,84 y 120 meses. Se toma una muestra que abarca el período 1981 a 2020. Estos datos se obtienen de FRED, la página web que contiene bases de datos provistas por la Reserva Federal de St. Louis. La tabla 1 muestra estadísticas descriptivas de los datos recopilados.

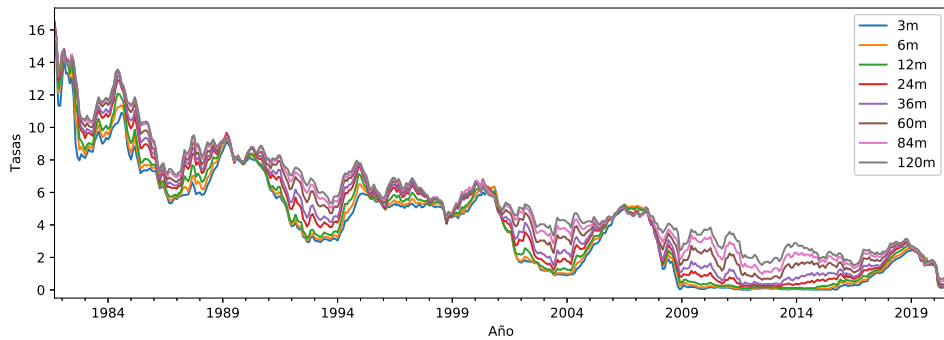
Tabla 1: Estadísticas descriptivas - Rendimientos por madurez

	Media	Std	Min	25 %	50 %	75 %	Max
3m	3.92	3.23	0.01	0.95	3.93	5.85	15.61
6m	4.11	3.35	0.04	1.04	4.11	6.11	16.36
12m	4.28	3.41	0.10	1.24	4.19	6.22	16.52
24m	4.62	3.49	0.14	1.51	4.44	6.68	16.46
36m	4.84	3.45	0.16	1.62	4.59	6.82	16.22
60m	5.19	3.33	0.27	2.32	4.84	7.06	15.93
84m	5.47	3.24	0.46	2.79	5.05	7.28	15.65
120m	5.67	3.13	0.62	3.00	5.12	7.49	15.32

Además del modelo de Nelson-Siegel, se proponen dos modelos alternativos como benchmarks para cuantificar la sensibilidad de las predicciones a la complejidad del modelo utilizado. Estos son el modelo de dos factores y el de Svensson.

El análisis propuesto en el trabajo resulta de particular relevancia en el contexto actual en donde, no solo las tasas de interés se encuentran en mínimos históricos, rozando el terreno negativo para algunas madureces, sino que también se observa un decaimiento sostenido en los rendimientos del activo en cuestión a lo largo de la muestra recopilada, como se puede apreciar en la figura 2. Ambas situaciones podrían potencialmente generar problemas en este tipo de modelos paramétricos, ampliamente utilizados en la industria por autoridades y reguladores.

Figura 2: Rendimientos de Bonos del Tesoro para distintas madureces



El trabajo se estructura de la siguiente manera: En la sección 2 se describe el modelo de Nelson-Siegel y su reinterpretación más moderna realizada por Diebold-Li. Además, se presentan los modelos paramétricos alternativos a la vez de el método de estimación a utilizar. La sección 3 contiene el estudio del desempeño de estos modelos, tanto dentro como fuera de la muestra de entrenamiento. Finalmente, la sección 4 contiene la conclusión del trabajo.

2. Modelos

2.1. Marco Teórico

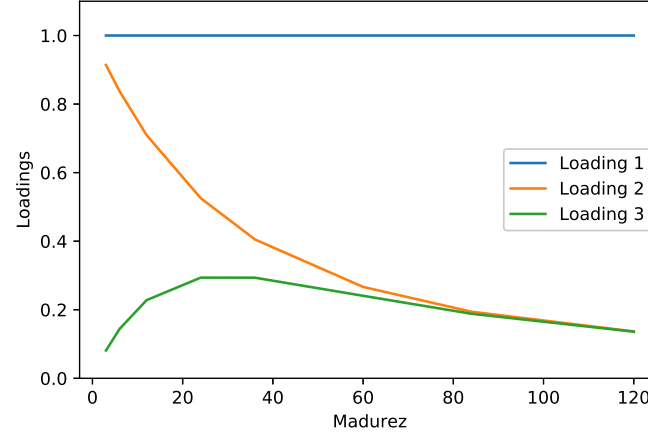
Los modelos paramétricos han cobrado particular relevancia en las décadas de los 80s y 90s como una metodología relativamente simple para lograr una estimación precisa de la curva de rendimientos. De hecho, hasta el día de hoy, muchos bancos centrales alrededor del mundo utilizan esta familia de modelos en producción. El modelo más conocido de esta especie es el propuesto por Nelson y Siegel en su famoso trabajo de 1987 [1]. En el, los autores destacan que un modelo exponencial simple compuesto por tres factores es lo suficientemente flexible para reproducir las diferentes formas que toma la curva de rendimientos bajo distintos escenarios. La forma funcional del modelo Nelson-Siegel para una dada madurez τ es la siguiente:

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \quad (1)$$

donde λ_t es un parámetro potencialmente dinámico que regula el decaimiento exponencial de los componentes del modelo. Diebold-Li (2006)[2] interpretan los parámetros $(\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t})$ como factores dinámicos latentes, ya que cambian en el tiempo y no son observables. Los términos que acompañan a estos factores son los ponderadores, definidos como factor loadings por estos autores. Para comenzar, β_{1t} está acompañado por un 1, término constante que no decae a cero en el límite. Debido a esto, puede ser interpretado como un factor de largo plazo. En cuanto a β_{2t} , la función ponderadora o factor loading es $\left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right)$, que toma valor 1 pero decae rápidamente a cero a medida que crece τ , permitiendo interpretarlo como un factor de corto plazo. Finalmente, la función que pondera a β_{3t} en la ecuación (1) comienza en cero, luego crece y vuelve a caer a cero. Diebold-Li concluyen que este último es un factor de mediano plazo.

Los autores de este célebre trabajo argumentan que los factores latentes incluidos en el modelo pueden ser fácilmente interpretados como nivel, curvatura y pendiente de la yield curve. El factor de largo plazo regula el nivel de la curva de rendimientos, ya que un cambio en este factor afecta por igual a todas las madureces. Además, se cumple que $y_t(\infty) = \beta_{1t}$. Por otro lado, algunos autores definen de manera teórica la pendiente de la curva de retornos como $y_t(\infty) - y_t(0)$ [4]. Para este modelo, esto es exactamente $-\beta_{2t}$. Por esto, se puede pensar al segundo factor latente como el negativo de la pendiente de la curva de rendimientos. Finalmente, movimientos en β_{3t} tiene efectos despreciables sobre retornos de madureces muy cortas o largas, a la vez que impactan fuertemente en madureces intermedias de la curva, afectando drásticamente la curvatura de la misma. El comportamiento de los factor loadings con respecto a las distintas madureces se ve reflejado en la figura 3. A lo largo del trabajo, se utiliza la calibración propuesta por Diebold-Li (2006), en donde fijan $\lambda = 0,0609$. Esa calibración asegura que el ponderador de medio termino se maximiza a los 30 meses de madurez.

Figura 3: Factor loadings - Modelo de Nelson Siegel



El hecho de poder interpretar a los factores latentes de esta forma nos permite obtener una aproximación de ellos utilizando los datos recopilados. Siguiendo el espíritu de Diebold-Li, se define el nivel, la pendiente y la curvatura de la curva de rendimientos de la siguiente forma:

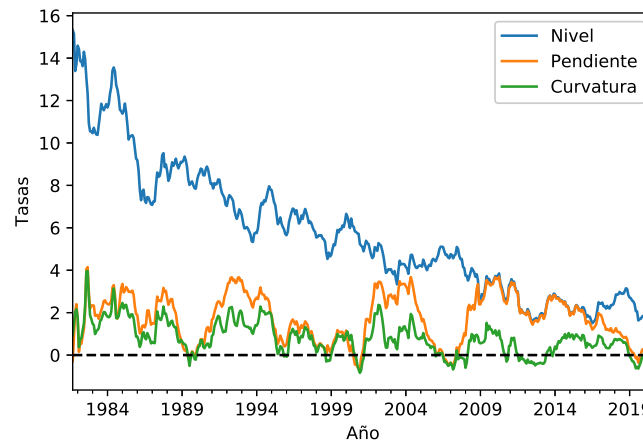
$$\text{Nivel} = y_t(120)$$

$$\text{Pendiente} = y_t(120) - y_t(3)$$

$$\text{Curvatura} = (2 * y_t(60) - y_t(120) + y_t(3))$$

Siendo 120 meses la madurez más larga disponible en la muestra, 3 meses la más corta y 60 meses una madurez intermedia. La figura 4 muestra el comportamiento de estas aproximaciones para los factores latentes para todo el período considerado.

Figura 4: Factores latentes Modelo Nelson-Siegel



A simple vista, se puede observar que el nivel de la yield curve muestra una clara tendencia decreciente en todo el período considerado. A su vez, debido a que el rendimiento de los bonos del Tesoro con una

madurez de tres meses es prácticamente cero en los últimos años, la pendiente y el nivel son indistinguibles entre los años 2009 y 2017.

Además del modelo de Nelson Siegel, dos modelos adicionales se estudian en este trabajo. Litterman y Scheinkman (1991) [5] argumentan que es posible reproducir el comportamiento de la curva de rendimientos con unos pocos factores. Según ellos, tres factores suelen ser suficientes. Sin embargo, el tercer factor, correspondiente a la curvatura, suele ser muy poco relevante a la hora de explicar la curva de rendimientos. Es por esto que se incluye un modelo de dos factores para la estimación de la yield curve. La forma funcional del modelo viene dado por la siguiente ecuación.

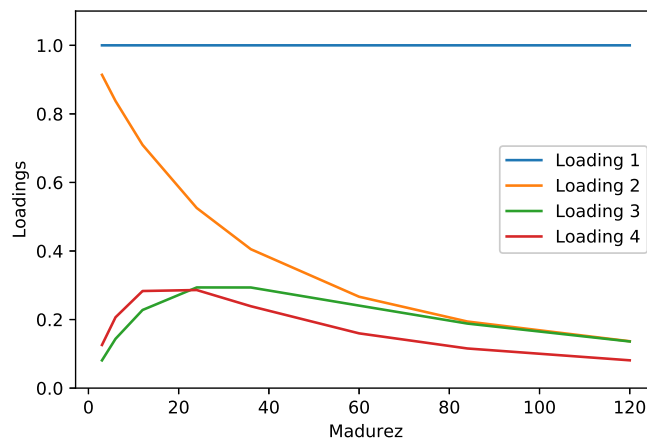
$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) \quad (2)$$

Además, se considera el modelo de cuatro factores de Svensson(1994) [6]. Este puede ser visto como una extensión al modelo de Nelson-Siegel con un factor adicional. Además, con el objetivo de aumentar la flexibilidad del modelo, se permite la inclusión de un segundo parámetro que regule la dinámica exponencial de este nuevo factor. Este modelo es ampliamente utilizado por los bancos centrales en la actualidad. En términos de ecuaciones, el modelo de Svensson viene dado por

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{1t} \tau}}{\lambda_{1t} \tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{1t} \tau}}{\lambda_{1t} \tau} - e^{-\lambda_{1t} \tau} \right) + \beta_{4t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{2t} \tau}}{\lambda_{2t} \tau} - e^{-\lambda_{2t} \tau} \right) \quad (3)$$

El cuarto factor incorporado viene acompañado por un ponderador similar al del factor relacionado con la curvatura en el modelo de Nelson Siegel, pero que le da un mayor peso a las madureces más cortas respecto a las largas. Esto se puede apreciar claramente en la figura 5. Se fijan $\lambda_1 = 0,0609$ y $\lambda_2 = 0,10277$

Figura 5: Factor loadings - Modelo de Svensson



2.2. Método de estimación

En la sección 2.1 se realizó una descripción exhaustiva de los modelos a estudiar en este trabajo. Para pasar del plano meramente teórico al práctico, es necesario poner en práctica una técnica de estimación para acercar el modelo a los datos recolectados con el objetivo de poder realizar predicciones.

En términos más generales, los modelos previamente descriptos pueden ser planteados como un modelo de tipo State-Space. Esta es una representación particular de un sistema dinámico, en la cual dos ecuaciones fundamentales caracterizan el modelo. Estas son la ecuación de estado y la ecuación de observación. La idea es que el valor que toma la variable que se intenta modelar en cada período del tiempo, en este caso los rendimientos de los bonos del Tesoro, dependen de un conjunto de variables de estado, las cuales son inobservables en cada período. En el ejemplo, las variables de estado son los previamente llamados factores latentes. Esta dinámica se encuentra en la ecuación de observación o medición (4), la cual define el proceso para la variable de interés. (1), (2) y (3) son las ecuaciones de observación particulares para cada modelo. Además, se especifica un cierto comportamiento para la variable de estado, conformando así la ecuación (5). Dado que la variable de estado no es observable, es necesaria inferirla de los datos. En términos de ecuaciones matriciales, siguiendo la formulación planteada por de Pooter [3]

$$Y_t = X_t\beta_t + \epsilon_t \quad (4)$$

$$\beta_t = \mu + \phi\beta_{t-1} + \nu_t \quad (5)$$

donde $Y_t = [y_t(3), y_t(6), \dots, y_t(120)]'$ es el vector que contiene los rendimientos para todas las madures elegidas, β_t contiene a los factores latentes y X_t la matriz que aloja los factores de carga o ponderadores. Notar que esta especificación general en términos matriciales abarca los tres modelos planteados en la sección 2.1, aunque los vectores β_t y X_t difieran para satisfacer la forma funcional particular de cada modelo. Los parámetros relacionados a la velocidad de ajuste (λ en el caso de los modelos Nelson-Siegel y dos factores, y (λ_1, λ_2) en el caso del modelo de Svensson) se asumen constantes para el resto del trabajo. Este supuesto, puesto en práctica por Diebold-Li en el trabajo previamente citado, transforma un problema de optimización complejo y no-lineal en uno lineal. Más adelante se analiza que tan relevante resulta este supuesto algunos resultados obtenidos.

Como bien marca de Pooter(2007) en su investigación, la ecuación (4) por si sola es suficiente para "fittear" la curva de rendimientos de la muestra con los modelos previamente mencionados. Ahora bien, si el objetivo es contruir una herramienta de predicción a futuro, ambas ecuaciones, (4) y (5), deben ser estimadas. Existen diversos métodos de estimación para este sistema de ecuaciones. En líneas generales, estos difieren en si la estimación se realiza de manera conjunta para ambas ecuaciones o si la misma se lleva a cabo en dos pasos.

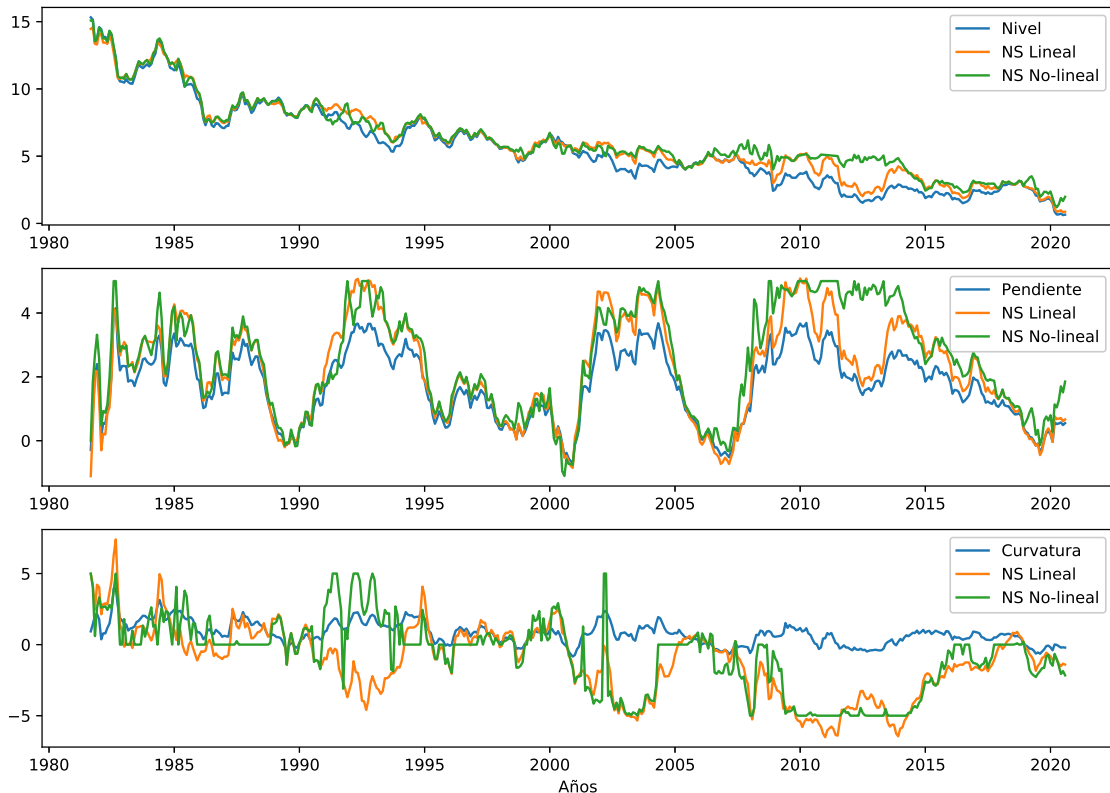
Un claro ejemplo de estimación conjunta surge con la implementación del filtro de Kalman. Este filtro es un algoritmo útil para actualizar proyecciones lineales dentro de un sistema dinámico con variables latentes. Este filtro es utilizado para estimar los parámetros relevantes del modelo con el estimador de máxima verosimilitud y a la vez inferir el valor de las variables latentes en cada período. Por otro lado, una forma alternativa es realizar la estimación por partes. En el primer paso, se estima el vector de parámetros β de la ecuación (4) corriendo regresiones de corte transversal. Una vez realizado este proce-

dimiento para todas las observaciones, se obtiene una serie de tiempo para cada uno de los parámetros estimados $\left\{\hat{\beta}\right\}_{t=0}^n$. Estos resultados se utilizan para estimar los vectores de parámetros μ y la matriz ϕ que caracterizan el proceso autoregresivo para los factores latentes.

Debido a su mayor versatilidad y facilidad a la hora de la implementación, solo se utiliza el método de estimación en dos pasos. Algoritmos que realizan la estimación de manera conjunta quedan fuera del alcance de este trabajo. Además, se asume que los factores latentes siguen un proceso autoregresivo conjunto de primer orden, es decir un VAR(1).

Previamente se mencionó el supuesto de fijar de manera relativamente arbitraria los parámetros que regulan el decaimiento exponencial de los factores de carga que acompañan a β 's. Si bien es un supuesto altamente útil en términos de facilidad computacional, puede generar un perjuicio en el desempeño del modelo. Con el objetivo de cuantificar el impacto de este supuesto, se procede a comparar los resultados obtenidos respecto a la estimación de factores latentes. La figura 6 se compone de tres gráficos. Las líneas azules corresponden al nivel, pendiente y curvatura observada en los datos de acuerdo a las definiciones adoptadas previamente. Las líneas verdes muestran las series de tiempo de los factores latentes estimados para el modelo de Nelson-Siegel, obtenidos luego de estimar la ecuación (4) para cada mes, fijando el parámetro λ en 0.0609 y utilizando el estimador de mínimos cuadrados. Por último, las líneas naranjas son el resultado de realizar este mismo procedimiento, pero dejando que el parámetro λ_t cambie en el tiempo. Para ello, se utiliza un optimizador no lineal `curve_fit` del módulo Scipy en Python.

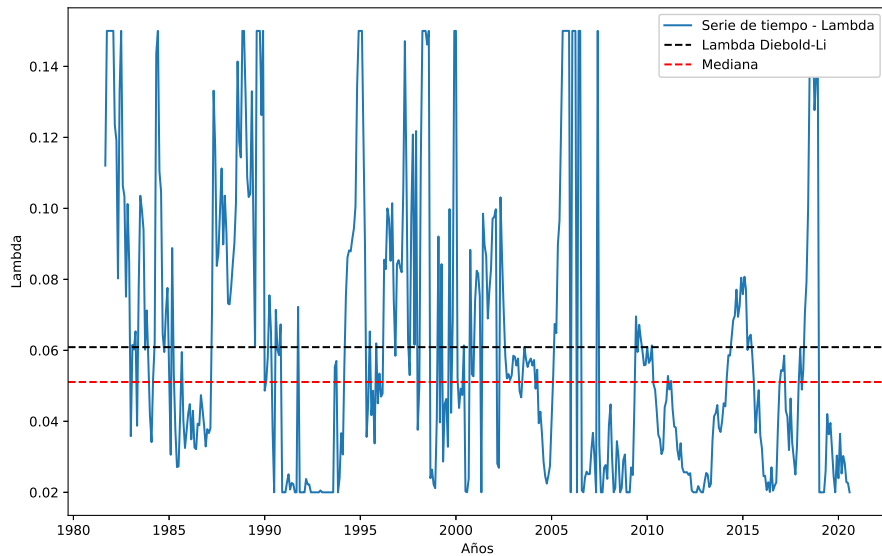
Figura 6: Factores latentes - Modelo de Nelson-Siegel



Los primeros dos panéles de la figura 6 muestran que ambos modelos logran captar de manera aceptable el nivel y la pendiente de la curva de rendimientos observada en los datos. Es posible observar que el modelo Nelson-Siegel lineal, con el parámetro λ constante e igual a 0.0609, logra reproducir algo mejor ambas variables con respecto a la versión no lineal. En particular, este último modelo sobreestima considerablemente el nivel y la pendiente para los años 2010 a 2014. Por otro lado, se observa en el panel inferior de la figura que ambos modelos muestran serias dificultades a la hora de "matchear" la curvatura. Se detectan al menos tres episodios en donde las dos especificaciones consideradas no logran captar la dinámica de esta variable. A simple vista, el modelo de Nelson-Siegel en sus dos variantes logra reproducir de manera aceptable el nivel y la curvatura de la yield curve de los bonos del Tesoro americano, pero muestra serios inconvenientes cuando se considera la curvatura de la misma. Se desprende que el modelo más simple logra un mejor desempeño en este sentido.

Además de esto, la estimación del modelo no lineal resulta en un comportamiento errático y altamente volátil para el parámetro que guía el decaimiento exponencial de los factores de carga λ_t , plasmado en la figura 7. Condiciones de borde relativamente estrictas a base de prueba y error fueron necesarias para evitar problemas de convergencia y asegurar la existencia de una solución finita. Se observa también en la figura que la mediana de la serie temporal para λ_t se encuentra relativamente próxima al valor fijado por Diebold-Li en su trabajo.

Figura 7: Evolución del parámetro λ_t - Modelo de Nelson-Siegel



Del análisis previo, se desprende que fijar el parámetro λ es un supuesto razonable, ya que no afecta el desempeño del modelo en cuanto la reproducción del nivel, pendiente y curvatura de la yield curve, a la vez que genera una estimación más estable en el tiempo.

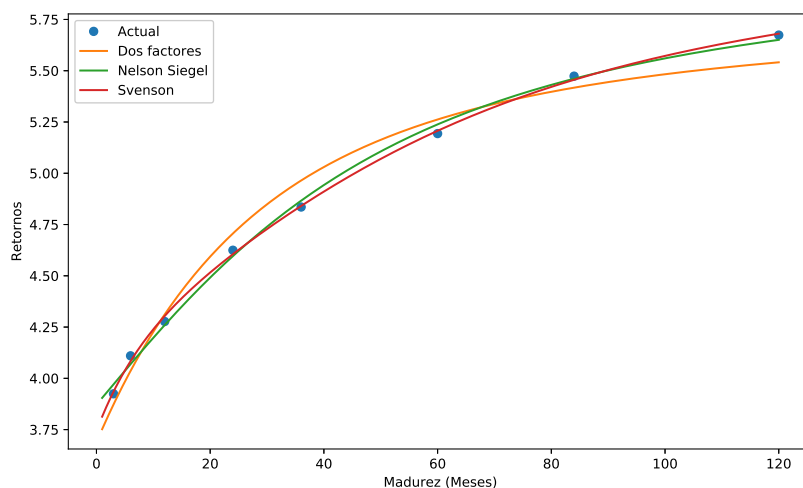
3. Evaluación de desempeño

Esta sección contiene evidencia respecto al desempeño de los modelos planteados en la sección 2.1 con el método de estimación en dos etapas descrito en la sección 2.2. En términos generales, existen dos enfoques tradicionales a la hora de evaluar la performance de un modelo. Por un lado, uno puede centrarse en que tan bien logra ajustar el modelo en cuestión a los datos de la muestra, es decir la performance in-sample. Esto resulta de especial relevancia cuando el modelo quiere ser utilizado para explicar un determinado fenómeno dentro de la muestra. Por otro lado, el desempeño out-of-sample del modelo refiere a evaluar la capacidad predictiva del mismo para nuevas observaciones fuera de la muestra de entrenamiento. Esto es de crucial importancia en el caso que el modelo fuera a ser utilizado como herramienta de predicción. Además, obviar que tan preciso es el modelo en generar nuevas predicciones puede llevar a serios problemas en la estimación, como el caso del overfitting. En pocas palabras, esto sucede cuando el modelo se sobreentrena y "memoriza" las características y relaciones particulares dentro de la muestra, volviéndose inútil a la hora de predecir sobre nuevas observaciones. Teniendo esto en mente, los resultados obtenidos se presentan en las secciones 3.1 y 3.2.

3.1. Desempeño in-sample

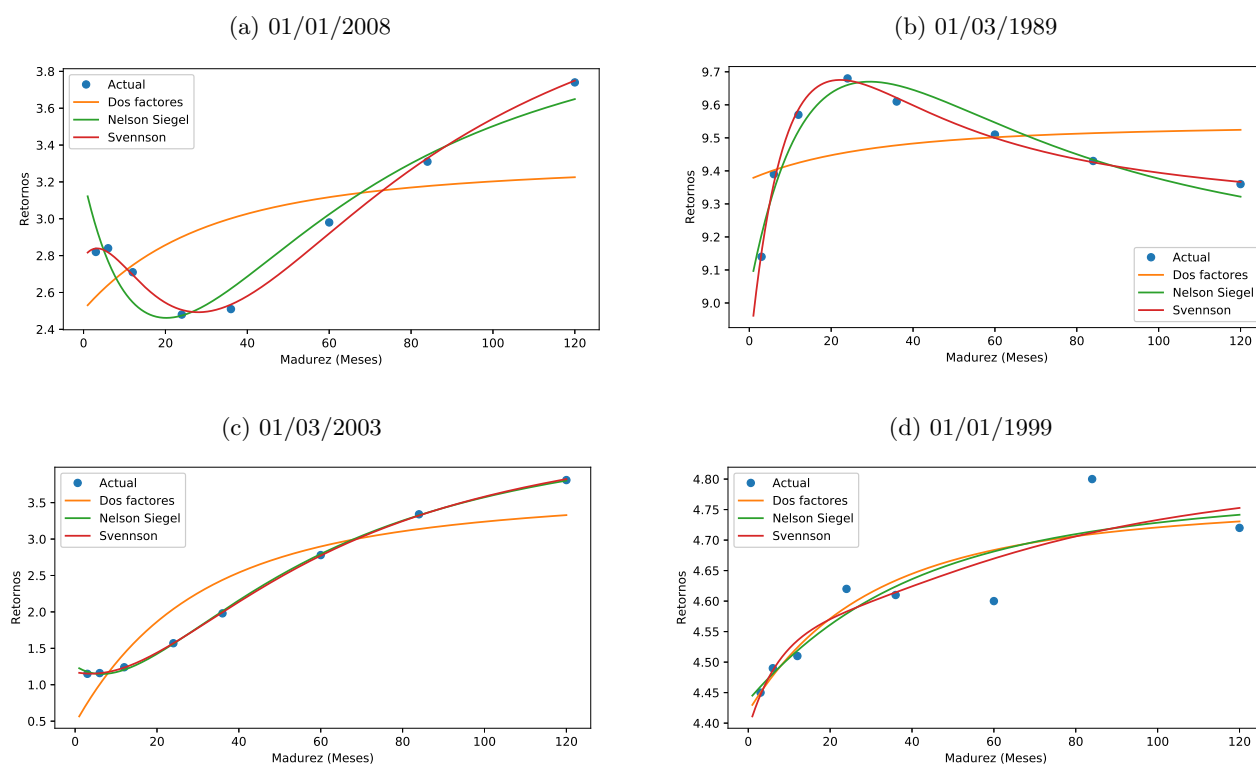
Una primera aproximación para analizar cualitativamente el desempeño de los modelos seleccionados es comparar el rendimiento promedio observado para cada madurez con las curvas predecidas por cada modelo, también promediando para cada madurez disponible. Notar que para construir los valores estimados de la yield curve solo se utiliza la ecuación (4). Como se aprecia en la figura 8, la yield curve promedio para el período considerado muestra la forma más tradicional y esperable: Una función creciente y cóncava en las madureces. Los modelos Nelson-Siegel y Svensson predicen valores que reproducen los rendimientos observados, mientras que el modelo de dos factores muestra cierta dificultad para reproducir la curva promedio.

Figura 8: Curva de rendimientos promedio



La figura 9 muestra la curva de rendimientos junto con la curva predecida por los modelos para ciertas observaciones particulares, en donde se observa un comportamiento algo distinto al mostrado previamente para la yield curve. En los casos plasmados en los paneles 9a, 9b y 9c, el modelo de Svensson refleja una mayor flexibilidad respecto al modelo de Nelson-Siegel. Además, los tres casos muestran la completa incapacidad del modelo de dos factores para reproducir una curva de rendimientos por fuera de su forma más tradicional. Por último, el panel 9d refleja rendimientos algo dispersos entre si. En este caso, ninguno de los tres modelos logra "fittear" de manera aceptable.

Figura 9: Curva de rendimientos observada y predecida para distintos meses



Si bien resulta útil visualizar las distintas formas que toma la curva de rendimientos en la muestra y los valores predichos por los modelos considerados, es imposible evaluar así el desempeño de cada uno de ellos de manera precisa y rigurosa. Para ello, se procede a computar el error cuadrático medio de los rendimientos predichos por cada modelo con respecto a los valores actuales para las madures disponibles. Los resultados se encuentran resumidos en la tabla 2. Para todas las madures, como era de esperar, los modelos de Nelson-Siegel y Svensson muestran una clara superioridad con respecto al modelo de dos factores. A su vez, el modelo de Svensson supera al tradicional modelo de tres factores, aunque por un margen relativamente pequeño. Dado que en los casi 40 años considerados para la muestra se manifiestan una enorme cantidad de escenarios distintos de yield curves, es lógico esperar que el modelo de Svensson se adapte mejor por su mayor cantidad de factores.

Tabla 2: Raíz del error cuadrático medio para modelos considerados

	Dos factores	Nelson Siegel	Svensson
3m	0.2353	0.0815	0.0290
6m	0.0990	0.0679	0.0522
12m	0.1288	0.0772	0.0378
24m	0.2438	0.0432	0.0404
36m	0.2455	0.0477	0.0246
60m	0.1009	0.0698	0.0369
84m	0.1044	0.0410	0.0394
120m	0.2788	0.0624	0.0265

3.2. Desempeño out-of-sample

Para evaluar el desempeño out-of-sample de los modelos, se considera un one-step ahead forecast, es decir que se analiza la capacidad de los modelos de predecir la curva de rendimientos a un mes hacia adelante. Para comenzar, se parte la muestra disponible para entrenamiento y testeo. Las observaciones previas a Enero de 2019 (elegida como fecha de corte) se utilizan para estimar los modelos, mientras que las restantes se reservan para evaluar el desempeño de los mismos. Notar que, en este caso, si necesitamos realizar los dos pasos de la estimación descripta en la sección 2.2. En particular, para cada modelo:

1. Se corren regresiones de corte transversal (una para cada observación) utilizando la ecuación (4).

Se obtienen series de tiempo de los coeficiente estimados $\left\{\hat{\beta}\right\}_{t=1}^n$

2. Se procede a estimar un VAR(1) con las series obtenidas en el paso anterior. Este paso refiere a la estimación utilizando la ecuación (5). Se obtienen las estimaciones de los parámetros autoregresivos,

el vector $\hat{\mu}$ y la matriz $\hat{\phi}$

Ambos pasos nos permiten utilizar a los modelos como herramientas de predicción a futuro. A modo de ejemplo, para construir la predicción de la curva de rendimientos para Junio de 2019, se genera el vector $\hat{\beta}_{Junio}$ utilizando los coeficientes del paso 2 más el vector $\hat{\beta}_{Mayo}$, esté último obtenido de una regresión cross section. Es decir que:

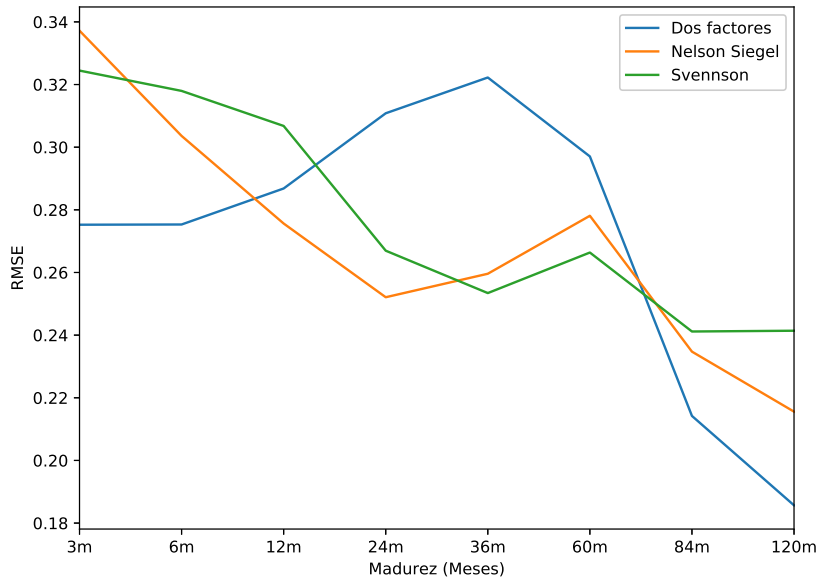
$$\hat{\beta}_{Junio} = \hat{\mu} + \hat{\phi}\hat{\beta}_{Mayo}$$

Luego, se generan los rendimientos predecidos utilizando la ecuación (4)

$$\hat{Y}_{Junio} = X_t\hat{\beta}_{Junio}$$

Notar que si bien se utiliza las observaciones del mes de Mayo para realizar la predicción, el modelo fue construido utilizando solamente datos previos a Enero de 2019. Este procedimiento se repite para cada una de las observaciones posteriores a la fecha de corte y se computa la raíz del error cuadrático medio para cada uno de los modelos. Los resultados se presentan en la figura 10. En este caso, el modelo de dos factores muestra un desempeño regular para madureces intermedias, pero sorprendentemente obtiene un error cuadrático medio menor a los otros modelos más complejos para madureces muy cortas o muy largas. Además, no se observa una clara ventaja del modelo de Svensson con respecto al de Nelson-Siegel algo evidente en los análisis in-sample. Esto indica que, a priori, los resultados son mucho más parejos que lo esperado.

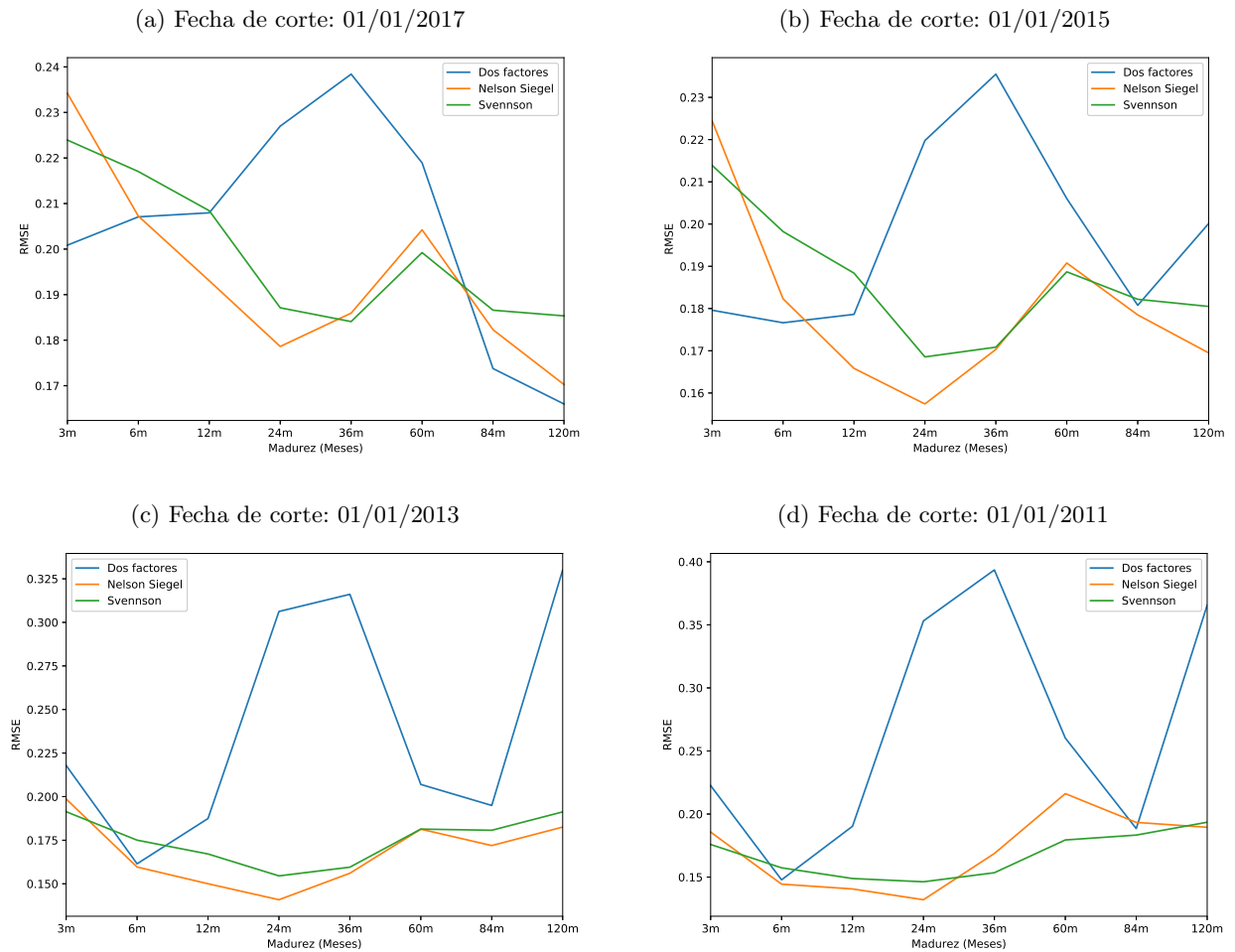
Figura 10: Raíz del error cuadrático medio por madurez



Una posible explicación para este fenómeno es que en los últimos años la curva de rendimientos tiene niveles de tasas muy bajas en niveles y, además, parecidas entre madureces formando una curva relativamente plana. Es por esto que, al menos para la parte final de la muestra, no pareciera necesario utilizar

un modelo con demasiados factores. La figura 11 muestra que, a medida que se elige una fecha de corte para la muestra de testeo más temprana, se agranda la diferencia entre el modelo de dos factores con el resto, sobretodo para madureces intermedias. Sin embargo, no parece haber evidencia suficiente para asegurar que el modelo de Svensson es superior al de Nelson-Siegel, al menos cuando se considera un forecast a un mes.

Figura 11: Sensibilidad de desempeño out-of-sample frente a cambios en la fecha de corte



4. Conclusión

Con el objetivo de estudiar y analizar el comportamiento de la curva de rendimientos correspondiente a los bonos del Tesoro de Estados Unidos en los últimos años, tres conocidos modelos paramétricos fueron planteados y posteriormente contrastados. La forma funcional de estos modelos así como sus distintas implicancias fueron discutidas en la sección 2.1. Además, métodos de estimación alternativos fueron se discutieron en la sección 2.2. Finalmente, la evaluación de desempeño de los modelos quedó plasmada en la sección 3.

En líneas generales, el modelo de Svensson, que consta de cuatro factores y es el más complejo de los tres, logra un rendimiento superior al modelo de Nelson-siegel y al de dos factores a la hora de considerar el desempeño dentro de la muestra. La superioridad en cantidad de factores provee al modelo una flexibilidad notable que le permiten matchear la enorme mayoría de escenarios observados en la curva de rendimientos desde 1981. Sin embargo, los resultados son algo distintos cuando se evalúa el desempeño out-of-sample de los modelos. En este caso, prácticamente no se observan diferencias significativas entre el modelo de Nelson-Siegel y el de Svensson, lo cual podría indicar que no es necesaria la incorporación de un cuarto factor para la predicción a futuro de la yield curve. A su vez, el modelo de dos factores muestra un resultado aceptable, aunque esto resulta altamente sensible a la fecha de corte elegida para dividir los datos en entrenamiento y testeo.

Referencias

- [1] Nelson, C.R., Siegel, A.F., (1987). Parsimonious modeling of yield curve. Journal of Business 60, 473-489.
- [2] Diebold,F.X., Li,C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. Journal of Econometrics, 130, 337-364.
- [3] de Pooter, M (2007). Examining the Nelson-Siegel Class of Term Structure Models. Tinbergen Institute Discussion Paper, 043/4.
- [4] Frankel, J.A. Lown,C.S. (1994). An Indicator of Future Inflation Extracted from the Steepness of the Interest Rate Yield Curve Along Its Entire Length. The Quarterly Journal of Economics,109, Issue 2, 517-530.
- [5] Litterman, R. Scheinkman, J. (1991). Common factors affecting bond returns. The Journal of Fixed Income,1,49-53
- [6] Svensson, L. (1994). Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden, 1992-1994. Working Paper. National Bureau of Economic Research. 4871.
- [7] Reisin, H. (2020). Notas de Clase, Quant Finance: Productos de renta Fija y tása de interés. Programa QUANt. Universidad del CEMA.