

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Внесите сюда ответы на тест:

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ										

Табличка для проверяющих работу:

Тест	1	2	3	4	5	Итого

Вопрос 1. Для модели $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ с $E(\varepsilon_i) = 0$ известно, что оценка $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$ обладает наименьшей дисперсией среди линейных несмещённых оценок.

Дисперсии $\text{Var}(\varepsilon_i)$ пропорциональны

- ☐ A $1/X_i^2$
☐ C $1/X_i$
☐ E X_i^2
☐ B X_i
☐ D $\sqrt{X_i}$
☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 2. Стьюдентизированные остатки регрессии используются

- ☐ A на первом шаге при проведении теста Годфеля-Квандта
 ☐ D в тесте Саргана
☐ B в методе главных компонент
 ☐ E для выявления выбросов
☐ C на первом шаге двухшагового МНК
 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 3. Использование скорректированных стандартных ошибок Уайта при гомоскедастичности приводит к

- ☐ A понижению эффективности МНК оценок коэффициентов
 ☐ D несостоятельности МНК оценок коэффициентов
☐ B смещённости МНК оценок коэффициентов
 ☐ E получению состоятельной оценки дисперсии случайной ошибки
☐ C повышению эффективности МНК оценок коэффициентов
 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 4. При выполненных условиях регулярности оценки метода максимального правдоподобия могут НЕ являться

- ☐ A несмещёнными
 ☐ C инвариантными
 ☐ E асимптотически нормальными
☐ B состоятельными
 ☐ D асимптотически эффективными
 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 5. Тест Саргана для проверки валидности инструментов можно использовать только в том случае, если число инструментов

- ☐ **A** больше числа эндогенных переменных
- ☐ **B** меньше числа эндогенных переменных
- ☐ **C** совпадает с числом эндогенных переменных
- ☐ **D** меньше числа экзогенных переменных
- ☐ **E** совпадает с числом экзогенных переменных
- ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 6. Уоррен Баффет проверяет гипотезу $H_0: g(\beta) = 0$ для модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$ с помощью теста множителей Лагранжа. Для теста Уоррену необходимо знать оценки параметров

- ☐ **A** регрессии на константу
- ☐ **B** модели с ограничениями, и модели без ограничений
- ☐ **C** только модели без ограничений
- ☐ **D** только модели с ограничениями
- ☐ **E** регрессии на все факторы кроме константы
- ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 7. В линейной модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ стохастический регрессор и случайный член ε_i коррелированы. Состоятельные оценки коэффициентов можно получить с помощью

- ☐ **A** обобщённого МНК
- ☐ **B** метода наименьших квадратов
- ☐ **C** взвешенного МНК
- ☐ **D** метода главных компонент
- ☐ **E** метода инструментальных переменных
- ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 8. Рассмотрим логистическую регрессию с пятью регрессорами помимо константы, оцениваемую методом максимального правдоподобия по n наблюдениям. Статистика $\hat{\beta}_3 / se(\hat{\beta}_3)$ для проверки значимости коэффициента β_3 имеет

- ☐ **A** асимптотически нормальное распределение
- ☐ **B** t -распределение с n степенями свободы
- ☐ **C** χ^2 -распределение с одной степенью свободы
- ☐ **D** t -распределение с $n - 5$ степенями свободы
- ☐ **E** t -распределение с $n - 6$ степенями свободы
- ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 9. Рассмотрим модель $Y_i = \beta_0 + \beta_z Z_i + \beta_w W_i + \varepsilon$ при гетероскедастичности. Стандартная ошибка МНК-оценки, рассчитываемая по формуле $se(\hat{\beta}_w) = \sqrt{RSS \cdot (X'X)_{33}^{-1} / (n - 3)}$, является

- ☐ A несмещённой ☐ C смещённой ☐ E состоятельной
☐ B смещённой вверх ☐ D смещённой вниз ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10. Переменная Y_i принимает значения 0 или 1. Логарифмическая функция правдоподобия, используемая для оценивания логит и пробит моделей, имеет вид

- ☐ A $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln(1 - F(X_i\beta)) + (1 - Y_i) \ln F(X_i\beta)$
☐ B $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) \cdot (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$
☐ C $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) + (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$
☐ D $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) - (1 - Y_i) \ln F(X_i\beta)$
☐ E $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) - (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$
☐ F Нет верного ответа.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

1. Сидоров Вова оценивает два неизвестных параметра: a — где стоят ракеты, b — где продают конфеты. Вова оценил параметры методом максимального правдоподобия и получил оценки $\hat{a} = 1.5$, $\hat{b} = 2.5$. Затем Вова решил проверить гипотезу $H_0: a = 1$ и $b = 2$.

Значения функции правдоподобия, градиента и оценённой информации Фишера в двух точках частично приведены в таблице:

Точка	$\ell(a, b)$	(ℓ'_a, ℓ'_b)	\hat{I}_F
$a = 1.5, b = 2.5$	-200	?	$\begin{pmatrix} 16 & -1 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}$
$a = 1, b = 2$	-250	$(2, -1)$	$\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 15 \end{pmatrix}$

Помогите Сидорову Вове!

- а) Заполните пропуск в таблице;
- б) Проверьте гипотезу H_0 тремя способами: с помощью LR , LM и W статистик.
2. По 200 наблюдениям исследователь Иннокентий оценил модель логистической регрессии для вероятности сдать экзамен по метрике:

$$\hat{\mathbb{P}}(Y_i = 1) = \Lambda(1.5 + 0.3X_i - 0.4D_i),$$

где Y_i — бинарная переменная равная 1, если студент сдал экзамен; X_i — количество часов подготовки студента; D_i — бинарная переменная равная 1, если студент пробовал пиццу «четыре сыра» в новой столовой.

Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0.04 & -0.01 & 0 \\ -0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.09 \end{pmatrix}$$

- а) Проверьте гипотезу о том, что количество часов подготовки не влияет на вероятность сдать экзамен.
- б) Посчитайте предельный эффект увеличения каждого регрессора на вероятность сдать экзамен для студента не пробовавшего пиццу и готовившегося 24 часа. Кратко, одной-двумя фразами, прокомментируйте смысл полученных цифр.
- в) При каком значении D_i предельный эффект увеличения X_i на вероятность сдать экзамен максимален, если $X_i = 20$?

3. Билл Гейтс оценил регрессию $\hat{Y}_i = 4 + 0.4X_i + 0.9W_i$, $RSS = 520$, $R^2 = 2/15$.

Про матрицу регрессоров X известно, что

$$X'X = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{pmatrix}$$

- а) Сколько наблюдений было у Билла Гейтса?
- б) Найдите выборочное среднее переменных X , W и Y .
- в) Постройте 95%-й доверительный интервал для значения зависимой (индивидуальный прогноз) переменной при $X = 1$ и $W = 3$.
4. Величины X_1, \dots, X_{100} распределены независимо и равномерно на отрезке $[-3a; 5a]$. Оказалось, что $\sum_{i=1}^{100} X_i = 200$ и $\sum_{i=1}^{100} |X_i| = 500$.

- а) Оцените параметр a методом моментов, используя момент $E(X_i)$.
- б) Оцените параметр a обобщённым методом моментов, используя моменты $E(X_i)$ и $E(|X_i|)$, и взвешивающую матрицу $W = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 64 \end{pmatrix}$.

5. Контора «Рога и Копыта» определяет необходимый запас рогов, Y , в зависимости от ожидаемых годовых продаж рогов, X^e , по формуле $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^e$. Коэффициенты β_0 и β_1 держатся в строжайшей тайне!

В распоряжении холдинга «Рог изобилия» оказались данные по запасам рогов, Y , и фактическим годовым продажам рогов, X , конторы «Рога и Копыта». Фактические продажи рогов связаны с ожидаемыми уравнением $X_i = X_i^e + u_i$.

Исследователи холдинга хотят оценить секретные коэффициенты β_0 и β_1 с помощью простой регрессии $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ методом наименьших квадратов.

- а) Найдите предел по вероятности для $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_0$. Являются ли оценки состоятельными?
- б) Если оценки не являются состоятельными, то по шагам опишите алгоритм получения состоятельных оценок. Если алгоритм требует получения дополнительных переменных, то укажите, какими свойствами они должны обладать.

Векторы (X_i^e, u_i) одинаково распределены при любом i и независимы.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Внесите сюда ответы на тест:

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ										

Табличка для проверяющих работу:

Тест	1	2	3	4	5	Итого

Вопрос 1. Стьюдентизированные остатки регрессии используются

- ☐ **A** в тесте Саргана
☐ **B** на первом шаге двухшагового МНК
☐ **C** на первом шаге при проведении теста Годфеля-Квандта
☐ **D** в методе главных компонент
☐ **E** для выявления выбросов
☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 2. Тест Саргана для проверки валидности инструментов можно использовать только в том случае, если число инструментов

- ☐ **A** меньше числа эндогенных переменных
☐ **B** больше числа эндогенных переменных
☐ **C** совпадает с числом эндогенных переменных
☐ **D** совпадает с числом экзогенных переменных
☐ **E** меньше числа экзогенных переменных
☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 3. Рассмотрим логистическую регрессию с пятью регрессорами помимо константы, оцениваемую методом максимального правдоподобия по n наблюдениям. Статистика $\hat{\beta}_3 / se(\hat{\beta}_3)$ для проверки значимости коэффициента β_3 имеет

- ☐ **A** χ^2 -распределение с одной степенью свободы
☐ **B** t -распределение с n степенями свободы
☐ **C** t -распределение с $n - 6$ степенями свободы
☐ **D** t -распределение с $n - 5$ степенями свободы
☐ **E** асимптотически нормальное распределение
☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 4. Уоррен Баффет проверяет гипотезу $H_0: g(\beta) = 0$ для модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$ с помощью теста множителей Лагранжа. Для теста Уоррену необходимо знать оценки параметров

- ☐ **A** модели с ограничениями, и модели без ограничений
☐ **B** регрессии на все факторы кроме константы
☐ **C** только модели без ограничений
☐ **D** регрессии на константу
☐ **E** только модели с ограничениями
☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 5. В линейной модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ стохастический регрессор и случайный член ε_i коррелированы. Состоятельные оценки коэффициентов можно получить с помощью

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> A метода инструментальных переменных | <input type="checkbox"/> D метода главных компонент |
| <input type="checkbox"/> B метода наименьших квадратов | <input type="checkbox"/> E обобщённого МНК |
| <input type="checkbox"/> C взвешенного МНК | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 6. Использование скорректированных стандартных ошибок Уайта при гомоскедастичности приводит к

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> A понижению эффективности МНК оценок коэффициентов | <input type="checkbox"/> D получению состоятельной оценки дисперсии случайной ошибки |
| <input type="checkbox"/> B смещённости МНК оценок коэффициентов | <input type="checkbox"/> E повышению эффективности МНК оценок коэффициентов |
| <input type="checkbox"/> C несостоятельности МНК оценок коэффициентов | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 7. Для модели $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ с $E(\varepsilon_i) = 0$ известно, что оценка $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$ обладает наименьшей дисперсией среди линейных несмещённых оценок.

Дисперсии $\text{Var}(\varepsilon_i)$ пропорциональны

- | | | |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> A $\sqrt{X_i}$ | <input type="checkbox"/> C X_i^2 | <input type="checkbox"/> E X_i |
| <input type="checkbox"/> B $1/X_i$ | <input type="checkbox"/> D $1/X_i^2$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 8. При выполненных условиях регулярности оценки метода максимального правдоподобия могут **НЕ** являться

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> A состоятельными | <input type="checkbox"/> C асимптотически нормальными | <input type="checkbox"/> E несмещёнными |
| <input type="checkbox"/> B асимптотически эффективными | <input type="checkbox"/> D инвариантными | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

Вопрос 9. Рассмотрим модель $Y_i = \beta_0 + \beta_z Z_i + \beta_w W_i + \varepsilon$ при гетероскедастичности. Стандартная ошибка МНК-оценки, рассчитываемая по формуле $se(\hat{\beta}_w) = \sqrt{RSS \cdot (X'X)_{33}^{-1} / (n - 3)}$, является

- ☐ A смещённой ☐ C смещённой вниз ☐ E несмещённой
☐ B состоятельной ☐ D смещённой вверх ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10. Переменная Y_i принимает значения 0 или 1. Логарифмическая функция правдоподобия, используемая для оценивания логит и пробит моделей, имеет вид

- ☐ A $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i \beta) - (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i \beta))$
☐ B $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i \beta) + (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i \beta))$
☐ C $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i \beta) \cdot (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i \beta))$
☐ D $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln(1 - F(X_i \beta)) + (1 - Y_i) \ln F(X_i \beta)$
☐ E $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i \beta) - (1 - Y_i) \ln F(X_i \beta)$
☐ F Нет верного ответа.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

1. Сидоров Вова оценивает два неизвестных параметра: a — где стоят ракеты, b — где продают конфеты. Вова оценил параметры методом максимального правдоподобия и получил оценки $\hat{a} = 1.5$, $\hat{b} = 2.5$. Затем Вова решил проверить гипотезу $H_0: a = 1$ и $b = 2$.

Значения функции правдоподобия, градиента и оценённой информации Фишера в двух точках частично приведены в таблице:

Точка	$\ell(a, b)$	(ℓ'_a, ℓ'_b)	\hat{I}_F
$a = 1.5, b = 2.5$	-200	?	$\begin{pmatrix} 16 & -1 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}$
$a = 1, b = 2$	-250	$(2, -1)$	$\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 15 \end{pmatrix}$

Помогите Сидорову Вове!

- а) Заполните пропуск в таблице;
- б) Проверьте гипотезу H_0 тремя способами: с помощью LR , LM и W статистик.
2. По 200 наблюдениям исследователь Иннокентий оценил модель логистической регрессии для вероятности сдать экзамен по метрике:

$$\hat{\mathbb{P}}(Y_i = 1) = \Lambda(1.5 + 0.3X_i - 0.4D_i),$$

где Y_i — бинарная переменная равная 1, если студент сдал экзамен; X_i — количество часов подготовки студента; D_i — бинарная переменная равная 1, если студент пробовал пиццу «четыре сыра» в новой столовой.

Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0.04 & -0.01 & 0 \\ -0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.09 \end{pmatrix}$$

- а) Проверьте гипотезу о том, что количество часов подготовки не влияет на вероятность сдать экзамен.
- б) Посчитайте предельный эффект увеличения каждого регрессора на вероятность сдать экзамен для студента не пробовавшего пиццу и готовившегося 24 часа. Кратко, одной-двумя фразами, прокомментируйте смысл полученных цифр.
- в) При каком значении D_i предельный эффект увеличения X_i на вероятность сдать экзамен максимален, если $X_i = 20$?

3. Билл Гейтс оценил регрессию $\hat{Y}_i = 4 + 0.4X_i + 0.9W_i$, $RSS = 520$, $R^2 = 2/15$.

Про матрицу регрессоров X известно, что

$$X'X = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{pmatrix}$$

- а) Сколько наблюдений было у Билла Гейтса?
б) Найдите выборочное среднее переменных X , W и Y .
в) Постройте 95%-й доверительный интервал для значения зависимой (индивидуальный прогноз) переменной при $X = 1$ и $W = 3$.
4. Величины X_1, \dots, X_{100} распределены независимо и равномерно на отрезке $[-3a; 5a]$. Оказалось, что $\sum_{i=1}^{100} X_i = 200$ и $\sum_{i=1}^{100} |X_i| = 500$.

- а) Оцените параметр a методом моментов, используя момент $E(X_i)$.
б) Оцените параметр a обобщённым методом моментов, используя моменты $E(X_i)$ и $E(|X_i|)$, и взвешивающую матрицу $W = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 64 \end{pmatrix}$.

5. Контора «Рога и Копыта» определяет необходимый запас рогов, Y , в зависимости от ожидаемых годовых продаж рогов, X^e , по формуле $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^e$. Коэффициенты β_0 и β_1 держатся в строжайшей тайне!

В распоряжении холдинга «Рог изобилия» оказались данные по запасам рогов, Y , и фактическим годовым продажам рогов, X , конторы «Рога и Копыта». Фактические продажи рогов связаны с ожидаемыми уравнением $X_i = X_i^e + u_i$.

Исследователи холдинга хотят оценить секретные коэффициенты β_0 и β_1 с помощью простой регрессии $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ методом наименьших квадратов.

- а) Найдите предел по вероятности для $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_0$. Являются ли оценки состоятельными?
б) Если оценки не являются состоятельными, то по шагам опишите алгоритм получения состоятельных оценок. Если алгоритм требует получения дополнительных переменных, то укажите, какими свойствами они должны обладать.

Векторы (X_i^e, u_i) одинаково распределены при любом i и независимы.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Внесите сюда ответы на тест:

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ										

Табличка для проверяющих работу:

Тест	1	2	3	4	5	Итого

Вопрос 1. Рассмотрим модель $Y_i = \beta_0 + \beta_z Z_i + \beta_w W_i + \varepsilon$ при гетероскедастичности. Стандартная ошибка МНК-оценки, рассчитываемая по формуле $se(\hat{\beta}_w) = \sqrt{RSS \cdot (X'X)^{-1}_{33} / (n - 3)}$, является

- ☐ **A** смещённой вверх
 ☐ **C** смещённой
 ☐ **E** состоятельной
☐ **B** несмещённой
 ☐ **D** смещённой вниз
 ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 2. При выполненных условиях регулярности оценки метода максимального правдоподобия могут **НЕ** являться

- ☐ **A** асимптотически эффективными
 ☐ **C** состоятельными
 ☐ **E** инвариантными
☐ **B** несмещёнными
 ☐ **D** асимптотически нормальными
 ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 3. Стьюдентизированные остатки регрессии используются

- ☐ **A** в методе главных компонент
 ☐ **D** в тесте Саргана
☐ **B** на первом шаге при проведении теста Годфеля-Квандта
 ☐ **E** на первом шаге двухшагового МНК
☐ **C** для выявления выбросов
 ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 4. Тест Саргана для проверки валидности инструментов можно использовать только в том случае, если число инструментов

- ☐ **A** совпадает с числом эндогенных переменных
 ☐ **C** меньше числа экзогенных переменных
 ☐ **E** меньше числа эндогенных переменных
☐ **B** больше числа эндогенных переменных
 ☐ **D** совпадает с числом экзогенных переменных
 ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 5. Уоррен Баффет проверяет гипотезу $H_0: g(\beta) = 0$ для модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$ с помощью теста множителей Лагранжа. Для теста Уоррену необходимо знать оценки параметров

- ☐ A регрессии на все факторы кроме константы ☐ C модели с ограничениями, и модели без ограничений ☐ E только модели без ограничений
- ☐ B только модели с ограничениями ☐ D регрессии на константу ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6. В линейной модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ стохастический регрессор и случайный член ε_i коррелированы. Состоятельные оценки коэффициентов можно получить с помощью

- ☐ A метода наименьших квадратов ☐ C взвешенного МНК ☐ E метода главных компонент
- ☐ B метода инструментальных ☐ D обобщённого МНК ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 7. Рассмотрим логистическую регрессию с пятью регрессорами помимо константы, оцениваемую методом максимального правдоподобия по n наблюдениям. Статистика $\hat{\beta}_3 / se(\hat{\beta}_3)$ для проверки значимости коэффициента β_3 имеет

- ☐ A t -распределение с n степенями свободы ☐ D χ^2 -распределение с одной степенью свободы
- ☐ B t -распределение с $n - 5$ степенями свободы ☐ E асимптотически нормальное распределение
- ☐ C t -распределение с $n - 6$ степенями свободы ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8. Для модели $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ с $E(\varepsilon_i) = 0$ известно, что оценка $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$ обладает наименьшей дисперсией среди линейных несмещённых оценок.

Дисперсии $\text{Var}(\varepsilon_i)$ пропорциональны

- ☐ A $1/X_i^2$ ☐ C $\sqrt{X_i}$ ☐ E X_i
- ☐ B $1/X_i$ ☐ D X_i^2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9. Переменная Y_i принимает значения 0 или 1. Логарифмическая функция правдоподобия, используемая для оценивания логит и пробит моделей, имеет вид

☐ A $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln(1 - F(X_i\beta)) + (1 - Y_i) \ln F(X_i\beta)$

☐ B $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) \cdot (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$

☐ C $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) - (1 - Y_i) \ln F(X_i\beta)$

☐ D $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) - (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$

☐ E $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) + (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$

☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10. Использование скорректированных стандартных ошибок Уайта при гомоскедастичности приводит к

☐ A понижению эффективности МНК оценок коэффициентов

☐ D повышению эффективности МНК оценок коэффициентов

☐ B несостоятельности МНК оценок коэффициентов

☐ E получению состоятельной оценки дисперсии случайной ошибки

☐ C смещённости МНК оценок коэффициентов

☐ F Нет верного ответа.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

1. Сидоров Вова оценивает два неизвестных параметра: a — где стоят ракеты, b — где продают конфеты. Вова оценил параметры методом максимального правдоподобия и получил оценки $\hat{a} = 1.5$, $\hat{b} = 2.5$. Затем Вова решил проверить гипотезу $H_0: a = 1$ и $b = 2$.

Значения функции правдоподобия, градиента и оценённой информации Фишера в двух точках частично приведены в таблице:

Точка	$\ell(a, b)$	(ℓ'_a, ℓ'_b)	\hat{I}_F
$a = 1.5, b = 2.5$	-200	?	$\begin{pmatrix} 16 & -1 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}$
$a = 1, b = 2$	-250	$(2, -1)$	$\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 15 \end{pmatrix}$

Помогите Сидорову Вове!

- Заполните пропуск в таблице;
 - Проверьте гипотезу H_0 тремя способами: с помощью LR , LM и W статистик.
2. По 200 наблюдениям исследователь Иннокентий оценил модель логистической регрессии для вероятности сдать экзамен по метрике:

$$\hat{\mathbb{P}}(Y_i = 1) = \Lambda(1.5 + 0.3X_i - 0.4D_i),$$

где Y_i — бинарная переменная равная 1, если студент сдал экзамен; X_i — количество часов подготовки студента; D_i — бинарная переменная равная 1, если студент пробовал пиццу «четыре сыра» в новой столовой.

Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0.04 & -0.01 & 0 \\ -0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.09 \end{pmatrix}$$

- Проверьте гипотезу о том, что количество часов подготовки не влияет на вероятность сдать экзамен.
- Посчитайте предельный эффект увеличения каждого регрессора на вероятность сдать экзамен для студента не пробовавшего пиццу и готовившегося 24 часа. Кратко, одной-двумя фразами, прокомментируйте смысл полученных цифр.
- При каком значении D_i предельный эффект увеличения X_i на вероятность сдать экзамен максимален, если $X_i = 20$?

3. Билл Гейтс оценил регрессию $\hat{Y}_i = 4 + 0.4X_i + 0.9W_i$, $RSS = 520$, $R^2 = 2/15$.

Про матрицу регрессоров X известно, что

$$X'X = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{pmatrix}$$

- а) Сколько наблюдений было у Билла Гейтса?
- б) Найдите выборочное среднее переменных X , W и Y .
- в) Постройте 95%-й доверительный интервал для значения зависимой (индивидуальный прогноз) переменной при $X = 1$ и $W = 3$.
4. Величины X_1, \dots, X_{100} распределены независимо и равномерно на отрезке $[-3a; 5a]$. Оказалось, что $\sum_{i=1}^{100} X_i = 200$ и $\sum_{i=1}^{100} |X_i| = 500$.

- а) Оцените параметр a методом моментов, используя момент $E(X_i)$.
- б) Оцените параметр a обобщённым методом моментов, используя моменты $E(X_i)$ и $E(|X_i|)$, и взвешивающую матрицу $W = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 64 \end{pmatrix}$.

5. Контора «Рога и Копыта» определяет необходимый запас рогов, Y , в зависимости от ожидаемых годовых продаж рогов, X^e , по формуле $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^e$. Коэффициенты β_0 и β_1 держатся в строжайшей тайне!

В распоряжении холдинга «Рог изобилия» оказались данные по запасам рогов, Y , и фактическим годовым продажам рогов, X , конторы «Рога и Копыта». Фактические продажи рогов связаны с ожидаемыми уравнением $X_i = X_i^e + u_i$.

Исследователи холдинга хотят оценить секретные коэффициенты β_0 и β_1 с помощью простой регрессии $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ методом наименьших квадратов.

- а) Найдите предел по вероятности для $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_0$. Являются ли оценки состоятельными?
- б) Если оценки не являются состоятельными, то по шагам опишите алгоритм получения состоятельных оценок. Если алгоритм требует получения дополнительных переменных, то укажите, какими свойствами они должны обладать.

Векторы (X_i^e, u_i) одинаково распределены при любом i и независимы.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Внесите сюда ответы на тест:

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ										

Табличка для проверяющих работу:

Тест	1	2	3	4	5	Итого

Вопрос 1. При выполненных условиях регулярности оценки метода максимального правдоподобия могут **НЕ** являться

- ☐ **A** инвариантными
 ☐ **C** асимптотически эффективными
 ☐ **E** несмещёнными
☐ **B** асимптотически нормальными
 ☐ **D** состоятельными
 ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 2. Уоррен Баффет проверяет гипотезу $H_0: g(\beta) = 0$ для модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$ с помощью теста множителей Лагранжа. Для теста Уоррену необходимо знать оценки параметров

- ☐ **A** только модели без ограничений
 ☐ **C** регрессии на константу
 ☐ **E** модели с ограничениями, и модели без ограничений
☐ **B** регрессии на все факторы кроме константы
 ☐ **D** только модели с ограничениями
 ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 3. Тест Саргана для проверки валидности инструментов можно использовать только в том случае, если число инструментов

- ☐ **A** меньше числа эндогенных переменных
 ☐ **C** совпадает с числом эндогенных переменных
 ☐ **E** больше числа эндогенных переменных
☐ **B** совпадает с числом экзогенных переменных
 ☐ **D** меньше числа экзогенных переменных
 ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 4. Для модели $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ с $E(\varepsilon_i) = 0$ известно, что оценка $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$ обладает наименьшей дисперсией среди линейных несмещённых оценок.

Дисперсии $\text{Var}(\varepsilon_i)$ пропорциональны

- ☐ **A** $\sqrt{X_i}$
 ☐ **C** $1/X_i$
 ☐ **E** $1/X_i^2$
☐ **B** X_i^2
 ☐ **D** X_i
 ☐ **F** Нет верного ответа.

Вопрос 5. Стьюдентизированные остатки регрессии используются

- ☐ A в методе главных компонент
- ☐ B на первом шаге двухшагового МНК
- ☐ C в тесте Саргана
- ☐ D для выявления выбросов
- ☐ E на первом шаге при проведении теста Годфеля-Квандта
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6. В линейной модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ стохастический регрессор и случайный член ε_i коррелированы. Состоятельные оценки коэффициентов можно получить с помощью

- ☐ A метода наименьших квадратов
- ☐ B метода инструментальных переменных
- ☐ C обобщённого МНК
- ☐ D взвешенного МНК
- ☐ E метода главных компонент
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 7. Использование скорректированных стандартных ошибок Уайта при гомоскедастичности приводит к

- ☐ A смещённости МНК оценок коэффициентов
- ☐ B повышению эффективности МНК оценок коэффициентов
- ☐ C получению состоятельной оценки дисперсии случайной ошибки
- ☐ D понижению эффективности МНК оценок коэффициентов
- ☐ E несостоятельности МНК оценок коэффициентов
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 8. Переменная Y_i принимает значения 0 или 1. Логарифмическая функция правдоподобия, используемая для оценивания логит и пробит моделей, имеет вид

- ☐ A $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i \beta) - (1 - Y_i) \ln F(X_i \beta)$
- ☐ B $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i \beta) \cdot (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i \beta))$
- ☐ C $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i \beta) + (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i \beta))$
- ☐ D $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i \beta) - (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i \beta))$
- ☐ E $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln(1 - F(X_i \beta)) + (1 - Y_i) \ln F(X_i \beta)$
- ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9. Рассмотрим модель $Y_i = \beta_0 + \beta_z Z_i + \beta_w W_i + \varepsilon$ при гетероскедастичности. Стандартная ошибка МНК-оценки, рассчитываемая по формуле $se(\hat{\beta}_w) = \sqrt{RSS \cdot (X'X)_{33}^{-1} / (n - 3)}$, является

- ☐ A смещённой ☐ C состоятельной ☐ E смещённой вверх
☐ B несмещённой ☐ D смещённой вниз ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 10. Рассмотрим логистическую регрессию с пятью регрессорами помимо константы, оцениваемую методом максимального правдоподобия по n наблюдениям. Статистика $\hat{\beta}_3 / se(\hat{\beta}_3)$ для проверки значимости коэффициента β_3 имеет

- ☐ A χ^2 -распределение с одной степенью свободы ☐ D t -распределение с $n - 6$ степенями свободы
☐ B асимптотически нормальное распределение ☐ E t -распределение с $n - 5$ степенями свободы
☐ C t -распределение с n степенями свободы ☐ F Нет верного ответа.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

1. Сидоров Вова оценивает два неизвестных параметра: a — где стоят ракеты, b — где продают конфеты. Вова оценил параметры методом максимального правдоподобия и получил оценки $\hat{a} = 1.5$, $\hat{b} = 2.5$. Затем Вова решил проверить гипотезу $H_0: a = 1$ и $b = 2$.

Значения функции правдоподобия, градиента и оценённой информации Фишера в двух точках частично приведены в таблице:

Точка	$\ell(a, b)$	(ℓ'_a, ℓ'_b)	\hat{I}_F
$a = 1.5, b = 2.5$	-200	?	$\begin{pmatrix} 16 & -1 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}$
$a = 1, b = 2$	-250	$(2, -1)$	$\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 15 \end{pmatrix}$

Помогите Сидорову Вове!

- а) Заполните пропуск в таблице;
- б) Проверьте гипотезу H_0 тремя способами: с помощью LR , LM и W статистик.
2. По 200 наблюдениям исследователь Иннокентий оценил модель логистической регрессии для вероятности сдать экзамен по метрике:

$$\hat{\mathbb{P}}(Y_i = 1) = \Lambda(1.5 + 0.3X_i - 0.4D_i),$$

где Y_i — бинарная переменная равная 1, если студент сдал экзамен; X_i — количество часов подготовки студента; D_i — бинарная переменная равная 1, если студент пробовал пиццу «четыре сыра» в новой столовой.

Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0.04 & -0.01 & 0 \\ -0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.09 \end{pmatrix}$$

- а) Проверьте гипотезу о том, что количество часов подготовки не влияет на вероятность сдать экзамен.
- б) Посчитайте предельный эффект увеличения каждого регрессора на вероятность сдать экзамен для студента не пробовавшего пиццу и готовившегося 24 часа. Кратко, одной-двумя фразами, прокомментируйте смысл полученных цифр.
- в) При каком значении D_i предельный эффект увеличения X_i на вероятность сдать экзамен максимален, если $X_i = 20$?

3. Билл Гейтс оценил регрессию $\hat{Y}_i = 4 + 0.4X_i + 0.9W_i$, $RSS = 520$, $R^2 = 2/15$.

Про матрицу регрессоров X известно, что

$$X'X = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{pmatrix}$$

- а) Сколько наблюдений было у Билла Гейтса?
- б) Найдите выборочное среднее переменных X , W и Y .
- в) Постройте 95%-й доверительный интервал для значения зависимой (индивидуальный прогноз) переменной при $X = 1$ и $W = 3$.
4. Величины X_1, \dots, X_{100} распределены независимо и равномерно на отрезке $[-3a; 5a]$. Оказалось, что $\sum_{i=1}^{100} X_i = 200$ и $\sum_{i=1}^{100} |X_i| = 500$.

- а) Оцените параметр a методом моментов, используя момент $E(X_i)$.
- б) Оцените параметр a обобщённым методом моментов, используя моменты $E(X_i)$ и $E(|X_i|)$, и взвешивающую матрицу $W = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 64 \end{pmatrix}$.

5. Контора «Рога и Копыта» определяет необходимый запас рогов, Y , в зависимости от ожидаемых годовых продаж рогов, X^e , по формуле $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^e$. Коэффициенты β_0 и β_1 держатся в строжайшей тайне!

В распоряжении холдинга «Рог изобилия» оказались данные по запасам рогов, Y , и фактическим годовым продажам рогов, X , конторы «Рога и Копыта». Фактические продажи рогов связаны с ожидаемыми уравнением $X_i = X_i^e + u_i$.

Исследователи холдинга хотят оценить секретные коэффициенты β_0 и β_1 с помощью простой регрессии $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ методом наименьших квадратов.

- а) Найдите предел по вероятности для $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_0$. Являются ли оценки состоятельными?
- б) Если оценки не являются состоятельными, то по шагам опишите алгоритм получения состоятельных оценок. Если алгоритм требует получения дополнительных переменных, то укажите, какими свойствами они должны обладать.

Векторы (X_i^e, u_i) одинаково распределены при любом i и независимы.