

Имя, фамилия и номер группы:

.....

1. По выдаче софта выпишите уравнение ARIMA модели.

SARIMA(1,2,1)-(0,1,2)[3]

ar1 = 0.7

ma1 = 0.3

sma1 = 0.1

sma2 = 0.9

2. Рассмотрим уравнение на (y_t) , где (ε_t) — белый шум.

$$y_t - 0.6y_{t-1} - 2y_{t-2} = \varepsilon_t + 3\varepsilon_{t-1}$$

- а) Сколько стационарных и нестационарных решений имеет уравнение?
б) Являются ли стационарные решения заглядывающими в будущее относительно (ε_t) ?
3. Для ETS(AAN) модели известно, что $y_{100} = -3$, $\ell_{100} = -2$, $b_{100} = 1$, $\sigma = 4$, $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.1$.
- а) Постройте 95%-й доверительный интервал для y_{102} .
б) Выпишите функцию правдоподобия для оценки данной модели по трём наблюдениям ¹.
4. Запишите выражение без использования лага

$$\frac{L}{1 - 0.8L + 0.15L^2} y_t$$

5. Идентифицируйте параметры ARIMA модели по уравнению

$$y_t - 0.6y_{t-1} - 0.4y_{t-2} = \varepsilon_t + 0.1\varepsilon_{t-1}$$

6. Рассмотрим стационарный процесс, удовлетворяющий уравнению

$$y_t - 0.8y_{t-1} + 0.12y_{t-2} = 2 + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1}$$

- а) Найдите $E(y_t)$ и $\text{Var}(y_t)$;
б) Первые два значения автокорреляционной и частной автокорреляционной функций.
7. Рассмотрим модель $y_i = \beta x_i + u_i$, где $u_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$ и независимы. Известно, что $\sum y_i x_i = -2$, $\sum x_i^2 = 10$, $\sum y_i^2 = 20$, $n = 100$.
С помощью трёх тестов, LR , LM , W , проверьте гипотезу $H_0: \beta = 2$ и, одновременно, $\sigma = 1$.
8. По 1000 наблюдений оценена логит-модель $\hat{\mathbb{P}}(y_i = 1) = \Lambda(1.5 + 0.03i)$. Известно, что $se(\hat{\beta}_1) = 0.8$, $se(\hat{\beta}_2) = 0.9$, $\widehat{\text{Cov}}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0.001$.

Постройте 95%-й доверительный интервал для $\mathbb{P}(y_i = 1 \mid i = 10)$.

¹Конечно, безумие оценивать ETS(AAN) по трём наблюдениям, смысл этого пункта в понимании, как устроена функция правдоподобия

9. Известны результаты оценивания методом максимального правдоподобия без ограничений и с двумя версиями ограничений

Ограничение	\hat{a}	\hat{b}	$d\ell/da$	$d\ell/db$	ℓ	\hat{I}
нет	6	9	?	?	-1000	$\begin{pmatrix} 9 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$
$a = 7$?	8	-3	?	-1100	$\begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
$a + b = 10$	3	?	2	4	-1300	$\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

- а) С помощью LM теста проверьте гипотезу $H_0: a = 7$;
 б) С помощью W теста проверьте гипотезу $H_0: a + b = 10$;

10. Рассмотрим модель $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i$, где $u_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2 i^2)$. Найдите эффективную оценку $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_2$.
 11. Рассмотрим модель $y_i = \beta x_i + u_i$, где структура гетероскедастичности неизвестна. Известно, что $x' = (1, 2, 2, -3)$, $y' = (1, 3, 3, -1)$. Найдите $se(\hat{\beta})$, $se_{HCO}(\hat{\beta})$, $se_{HC3}(\hat{\beta})$.
 12. Проверьте выполнение критерия ранга и критерия порядка для каждого уравнения

$$\begin{cases} Z_t = X_t + Y_t \\ X_t = \beta_1 + \beta_2 R_t + \beta_3 W_t + \beta_4 P_t + \beta_5 S_t + u_t \\ Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 W_t + \alpha_3 Z_t + \alpha_4 Q_t + \varepsilon_t \end{cases}$$

Эндогенные переменные: X_t, Y_t, Z_t .

13. Рассмотрим результаты оценивания классификационного алгоритма:

y_i	\hat{p}_i
0	0.6
0	0.2
a	0.9
1	0.8
1	0.5

- а) Нарисуйте ROC кривую и найдите AUC в зависимости от параметра a .
 б) Найдите вероятность того, что случайно выбранное наблюдение класса 1 будет иметь \hat{p} выше, чем у случайно выбранного наблюдения класса 0.