

1. По 200 фирмам была оценена зависимость выпуска Y от труда L и капитала K с помощью двух моделей:

Модель Кобба-Дугласа: $\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln L_i + \beta_2 \ln K_i + \varepsilon_i$

Транслоговая модель: $\ln Y_i = \gamma_0 + \gamma_1 \ln L_i + \gamma_2 \ln K_i + \gamma_3(0.5 \ln^2 L_i) + \gamma_4(0.5 \ln^2 K_i) + \gamma_5 \ln K_i \ln L_i + \varepsilon_i$

Оценки коэффициентов обеих моделей (в скобках приведены стандартные ошибки):

Переменная	Модель Кобба-Дугласа	Транслоговая модель
константа	1.1706 (0.326)	0.9441 (2.911)
$\ln L$	0.6029 (0.125)	3.613 (1.548)
$\ln K$	0.375 (0.085)	-1.893 (1.016)
$0.5 \ln^2 L$		-0.964 (0.707)
$0.5 \ln^2 K$		0.0852 (0.2922)
$\ln L \ln K$		0.3123 (0.4389)
R^2	0.9	0.954

В модели Кобба-Дугласа $\widehat{\text{Cov}}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = 0.01$.

На уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверьте следующие гипотезы:

- В модели Кобба-Дугласа эластичность выпуска по капиталу равна единице.
 - В модели Кобба-Дугласа эластичности выпуска по труду и капиталу одинаковы.
 - В транслговой модели $\gamma_3 = 0$.
 - В транслговой модели $\gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = 0$.
2. Исследователь Д'Артаньян стандартизировал (центрировал и нормировал) все имеющиеся регрессоры и поместил их в столбцы матрицы \tilde{X} . Выборочная корреляционная матрица регрессоров равна:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.85 & 0 \\ -0.85 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Найдите параметр обусловленности (condition number) матрицы $\tilde{X}^T \tilde{X}$.
- Вычислите одну или две главные компоненты, объясняющие не менее 70% суммарной дисперсии стандартизированных регрессоров. Выпишите найденные компоненты как линейные комбинации столбцов матрицы \tilde{X} .

3. Для регрессии в отклонениях $y = \beta_1 x + \beta_2 z + \varepsilon$, оцененной по 100 наблюдениям, известны следующие суммы:

$$\sum y_i^2 = \frac{493}{3}, \sum x_i^2 = 30, \sum z_i^2 = 3, \sum x_i y_i = 30, \sum z_i y_i = 20, \sum x_i z_i = 0$$

Найдите оценки МНК коэффициентов β_1, β_2 и коэффициент детерминации R^2 .

4. По ежегодным данным за 25 лет была оценена зависимость расходов на жилье Y от доходов индивидуумов I и относительного индекса цен P с помощью трёх моделей:

$$\hat{Y} = -39.9 + 0.179P + 0.113I, R^2 = 0.987$$

(46.9) (0.009) (0.409)

$$\hat{Y} = -27.03 + 0.177I, R^2 = 0.987$$

(3.34) (0.004)

$$\hat{Y} = 813.3 + -7.08P, R^2 = 0.76$$

(24.2) (0.019)

Известно, что $\widehat{\text{Corr}}(P, I) = -0.88$, в скобках указаны стандартные отклонения коэффициентов.

Какую модель Вы предпочтёте и почему?

5. Выпишите целевую функцию алгоритма LASSO. Объясните, как алгоритм LASSO заменяет проверку гипотез о значимости коэффициентов в классическом МНК.