

| Тест | 1 | 2 | 3 | Итого |
|------|---|---|---|-------|
| | | | | |

← для проверяющего!

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Ответы на тест:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| | | | | | | | | | |

Тест

Вопрос 1. Случайные величины X и Y независимы и имеют нормальное распределение с $\mathbb{E}(X) = 0$, $\text{Var}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = 5$, $\text{Var}(Y) = 4$. Величина $Z = 2X + Y$ имеет распределение

☐ A $\mathcal{N}(5; 5)$

☐ C χ^2_2

☐ E $F_{1,1}$

☐ B $\mathcal{N}(5; 8)$

☐ D t_2

☐ F нет верного ответа

Вопрос 2. Оценка $T_n = T(X_1, X_2, \dots, X_n)$ называется несмещённой оценкой параметра θ , если

☐ A $\mathbb{E}(T_n) = T_n$

☐ D $\mathbb{E}(T_n) = 0$

☐ B $T_n = 0$

☐ E $\mathbb{E}(T_n) = \theta$

☐ C $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(|T_n - \theta| > \varepsilon) = 0$ при $\varepsilon > 0$

☐ F нет верного ответа

Вопрос 3. Оценена регрессия $\hat{Y} = 300 + 6W$, где $R^2 = 0.85$ и $W_i = X_i/X_{i-1}$.

Если объясняющая переменная будет выражена в процентах, $\tilde{W}_i = 100(X_i - X_{i-1})/X_{i-1}$, то результаты оценки регрессии примут вид

☐ A $\hat{Y}_i = 3 + 6\tilde{W}_i, R^2 = 0.85$

☐ C $\hat{Y}_i = 306 + 0.06\tilde{W}_i, R^2 = 0.85$

☐ E $\hat{Y}_i = 300 + 6\tilde{W}_i, R^2 = 0.85$

☐ B $\hat{Y}_i = 300 + 600\tilde{W}_i, R^2 = 0.85$

☐ D $\hat{Y}_i = 300 + 6\tilde{W}_i, R^2 = 0.085$

☐ F нет верного ответа

Вопрос 4. Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ пропорциональна

☐ A $(XX^T)^{-1}$

☐ C $(X^T X)^{-1}$

☐ E $X^T Y$

☐ B $X^T X$

☐ D XX^T

☐ F нет верного ответа

Вопрос 5. Среди предпосылок теоремы Гаусса-Маркова фигурирует условие

- | | | |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> A $\mathbb{E}(Y_i) = 0$ | <input type="checkbox"/> C $\mathbb{E}(\varepsilon_i) = 1$ | <input type="checkbox"/> E $\mathbb{V}\text{ar}(\varepsilon_i) = 1$ |
| <input type="checkbox"/> B $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$ | <input type="checkbox"/> D $\mathbb{V}\text{ar}(\varepsilon_i) = \text{const}$ | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

Вопрос 6. Оценено уравнение парной регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, причём МНК-оценка коэффициента β_1 равна 5, а стандартная ошибка оценки равна 0.25.

Значение t -статистики для проверки гипотезы, что этот коэффициент равен 4, есть

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A -2 | <input type="checkbox"/> C -4 | <input type="checkbox"/> E 20 |
| <input type="checkbox"/> B 4 | <input type="checkbox"/> D 2 | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

Вопрос 7. Р-значение при проверке некоторой гипотезы H_0 оказалось равно 0.002.

Гипотеза H_0 не отвергается при уровне значимости

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A 10% | <input type="checkbox"/> C 1% | <input type="checkbox"/> E всех перечисленных |
| <input type="checkbox"/> B 0.1% | <input type="checkbox"/> D 5% | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

Вопрос 8. Известно, что выборочный коэффициент корреляции между X и Y равен 0.25. В регрессии Y на константу и X коэффициент R^2 равен

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A 25 | <input type="checkbox"/> C 0.5 | <input type="checkbox"/> E $\sqrt{0.5}$ |
| <input type="checkbox"/> B 0.25 | <input type="checkbox"/> D 0.0625 | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

Вопрос 9. Исследователь оценил регрессию $\hat{Y}_i = 90 + 3X_i$. Если увеличить переменную X на 10%, а Y — на 10 единиц, то

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> A оценка коэффициента β_0 уменьшится, а β_1 — увеличится | <input type="checkbox"/> D оценки коэффициентов β_0, β_1 уменьшатся |
| <input type="checkbox"/> B оценка коэффициента β_0 увеличится, а β_1 — уменьшится | <input type="checkbox"/> E оценки коэффициентов β_0, β_1 увеличатся |
| <input type="checkbox"/> C оценки коэффициентов β_0, β_1 не изменятся | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

Вопрос 10. Исследователь оценил регрессию $\hat{Y}_i = \underset{(0.1)}{30} + \underset{(0.5)}{6} X_i$, причём $\sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 4$. Все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова выполнены.

В скобках приведены стандартные ошибки коэффициентов. Несмещённая оценка дисперсии ошибок регрессии равна

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A 0.25 | <input type="checkbox"/> C 1 | <input type="checkbox"/> E $2\sqrt{0.5}$ |
| <input type="checkbox"/> B 2 | <input type="checkbox"/> D 0.125 | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Задачи

1. Найдите величины Q1, ..., Q10, пропущенные в таблицах:

| Indicator | Value | | | | | | |
|----------------|-------|------------|-----|------|------|-----|----------------|
| Multiple R | Q1 | ANOVA | df | SS | MS | F | Significance F |
| R^2 | Q2 | Regression | Q4 | 42.9 | 42.9 | 923 | 0 |
| Adjusted R^2 | 0.54 | Residual | 798 | 37.0 | 46 | | |
| Standart error | Q3 | Total | 799 | Q5 | | | |
| Observations | 800 | | | | | | |

| | Coef. | St. error | t-stat | P-value | Lower 95% | Upper 95% |
|-----------|--------|-----------|--------|---------|-----------|-----------|
| Intercept | -25.24 | 2.0 | Q6 | 0 | Q7 | -21.31 |
| totsan | 1.7 | Q8 | 30.4 | 0 | Q9 | Q10 |

2. Грета Тунберг оценила зависимость средней температуры на Земном шаре в градусах, Y_i , от количества своих постов в твиттере в соответствующий день, X_i , по 52 дням:

$$\hat{Y}_i = \underset{(1.24)}{-1.53} + \underset{(0.12)}{0.14}X_i, \text{ где } \sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 52.4 \text{ и } \bar{X} = 10$$

- Проверьте гипотезы о незначимости каждого коэффициента при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
 - Проверьте гипотезу о равенстве углового коэффициента 2 при альтернативной гипотезе, что коэффициент больше 2 и уровне значимости $\alpha = 0.01$.
 - Найдите оценку дисперсии ε_i в модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$.
 - Постройте 95%-ый доверительный интервал для индивидуального прогноза Y , если $X = 10$.
3. Рассмотрим парную регрессию $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$.
- Дайте определение коэффициента детерминации R^2 .
 - В каких пределах может лежать R^2 в указанной парной регрессии? Докажите сформулированное утверждение.
 - Как связан коэффициент R^2 и выборочная корреляция зависимой переменной и регрессора? Докажите сформулированное утверждение.