

# Лабораторная работа 2

## Математическое моделирование

Выполнил: Юдин Герман Станиславович 1032192868

## Задание

- Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
- Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
- Найти точку пересечения траектории катера и лодки.

## Выполнение работы

Вариант 29

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,8 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

## Аналитические рассуждения

- Принимаем за  $T_0 = 0$ ,  $X_{л0} = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $X_{к0} = 11,8$  км - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

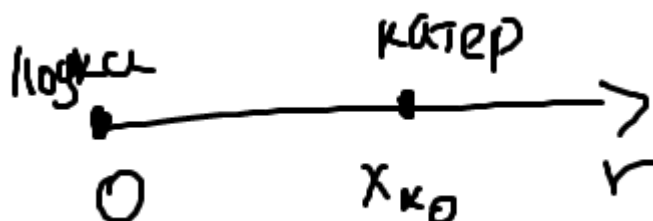
$$K = 11,8 \text{ км}$$

$$n = 4,2$$

$$t_0 = 0 \quad x_{л0} = 0$$

$$x_{к0} = 11,8 \text{ км}$$

- Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $X_{л0}$ , то есть 0, а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.



- Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, то есть от нуля, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
- Чтобы найти расстояние  $X$ , на котором начнётся движение вокруг полюса, необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $T$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $X$  от полюса. За это время лодка пройдет  $X$ , а катер  $K-X$  или  $K+X$ , если катер в противоположной стороне от направления оси.
- Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $X / V$  или  $11,8 \pm X / (4,2 * V)$ . Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $X$  можно найти из следующего уравнения:

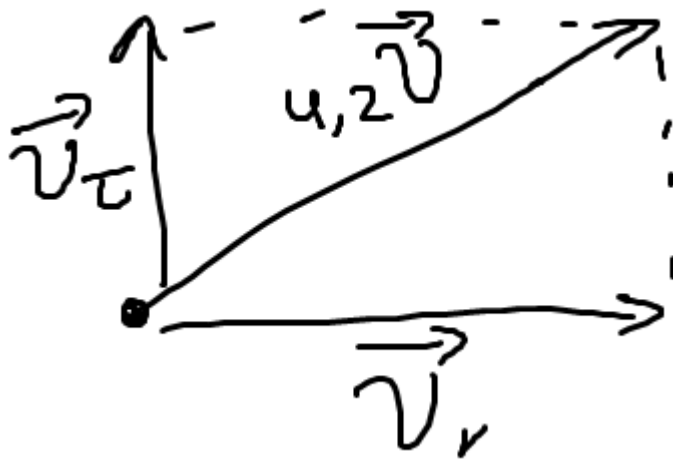
$$\frac{X}{v} = \frac{11,8 \pm X}{4,2 v}$$

- Отсюда  $X_1 = 59/26$ , а  $X_2 = 59/19$

$$\begin{aligned} 1) \quad 4,2 X &= 11,8 - X \\ 5,2 X &= 11,8 \\ X_1 &= \frac{59}{26} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 4,2 X &= 11,8 + X \\ 3,2 X &= 11,8 \\ X_2 &= \frac{59}{16} \end{aligned}$$

- После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $V$ .
- Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $V_r$  - радиальная скорость и  $V_t$  тангенциальная скорость.



- Скорости можно записать через дифференциалы.

$$v_t = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_r = v = \frac{dr}{dt}$$

При этом скорость радиальная, то есть скорость отдаления от полюса, должна быть равна скорости лодки.

- По теореме Пифагора, найдём тангенсальную скорость.

$$v_t = \sqrt{17,64 v^2 - v^2} = \sqrt{16,64} v$$

- С другой стороны тангенсальная скорость равна.

$$v_t = r \frac{d\theta}{dt}$$

- Получим систему уравнений.

$$\begin{cases} r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{16,64} \, v \\ \frac{dv}{dt} = v \end{cases}$$

И начальные данные

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{59}{26} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{59}{16} \end{cases}$$

- Если её преобразовать, то получим уравнение траектории движения катера в полярных координатах.

$$\frac{dv}{d\theta} = \frac{v}{\sqrt{16,64}}$$

## Программная реализация

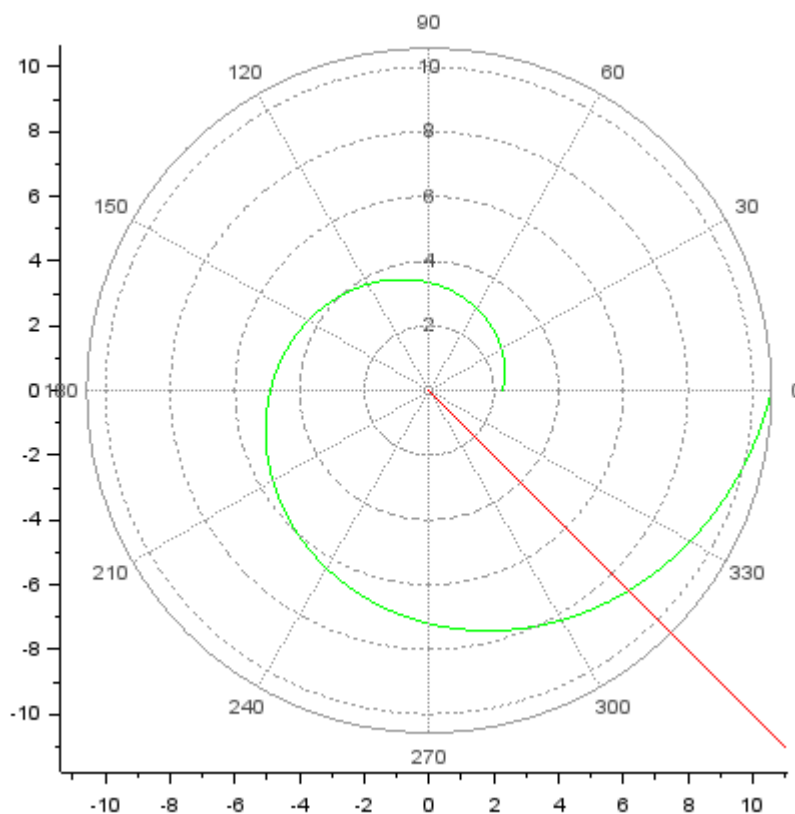
- Так как мы получили 2 варианта ситуаций, то и пишем две программные реализации  
В первом случае Тетта равно 0, а  $R_0 = 59/26$

```

*task1.sce task2.sce
1 s=11.8; // начальное расстояние от лодки до катера
2 fi=3*pi/4;
3 // функция, описывающая движение катера береговой охраны
1 function dr=f(tetha, r)
2 dr=r/sqrt(16.64);
3 endfunction;
7 // начальные условия в случае 2
8 r0=59/26;
9 tetha0=0;
10 tetha=0:0.01:2*pi;
11 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
12 // функция, описывающая движение лодки браконьеров
1 function xt=f2(t)
2 xt=tan(fi)*t;
3 endfunction
16 t=0:1:40;
17 polarplot(tetha,r,style='color('green')'); // построение траектории движения
18 // катера в полярных координатах
19 plot2d(t,f2(t),style='color('red')');

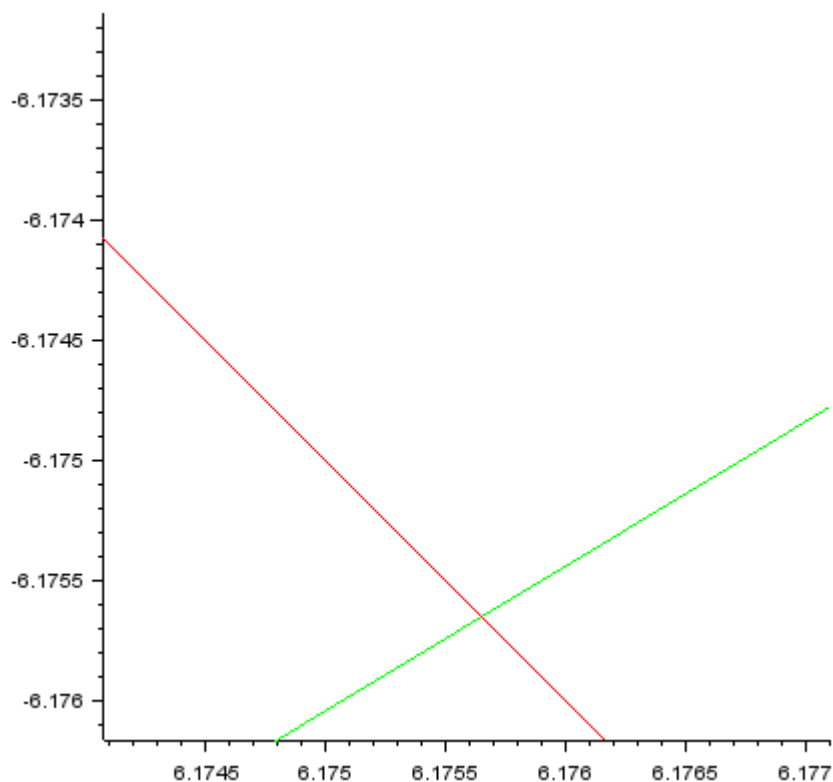
```

Здесь указывается начальное расстояние, в какую сторону движется лодка, уравнение движения катера в полярных координатах, начальные данные для первого случая, массив движения от 0 до 2 пи, функция, описывающая движения лодки, а также время.



Как видим на графике, катер догонит лодку на пересечении красной и зелёной линии. Это

координаты (6.17565, -6.17565)

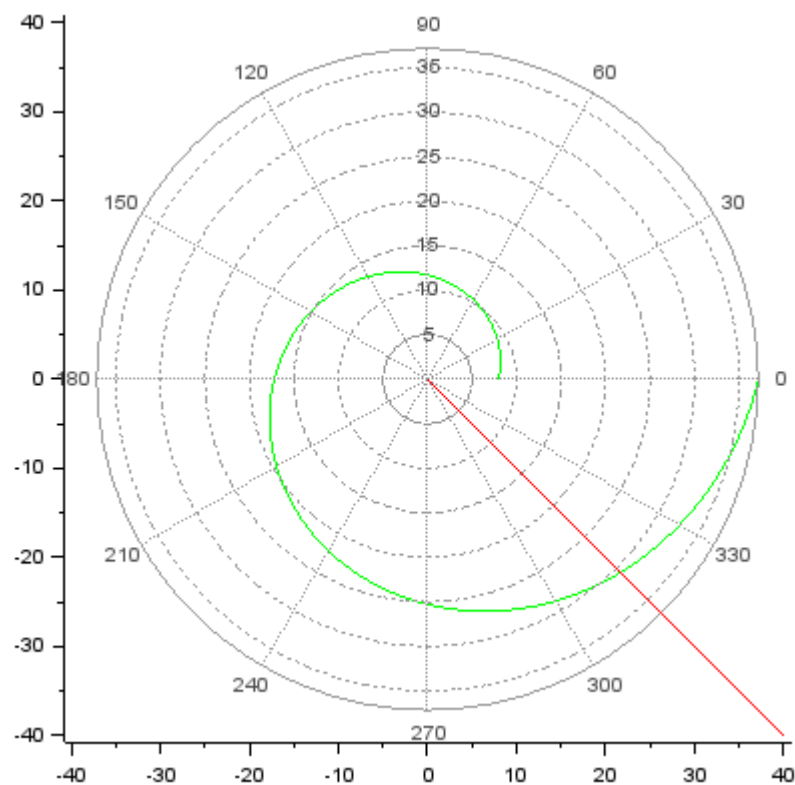


- Во втором случае Тетта равно  $-\pi$ , а  $R_0 = 59/16$

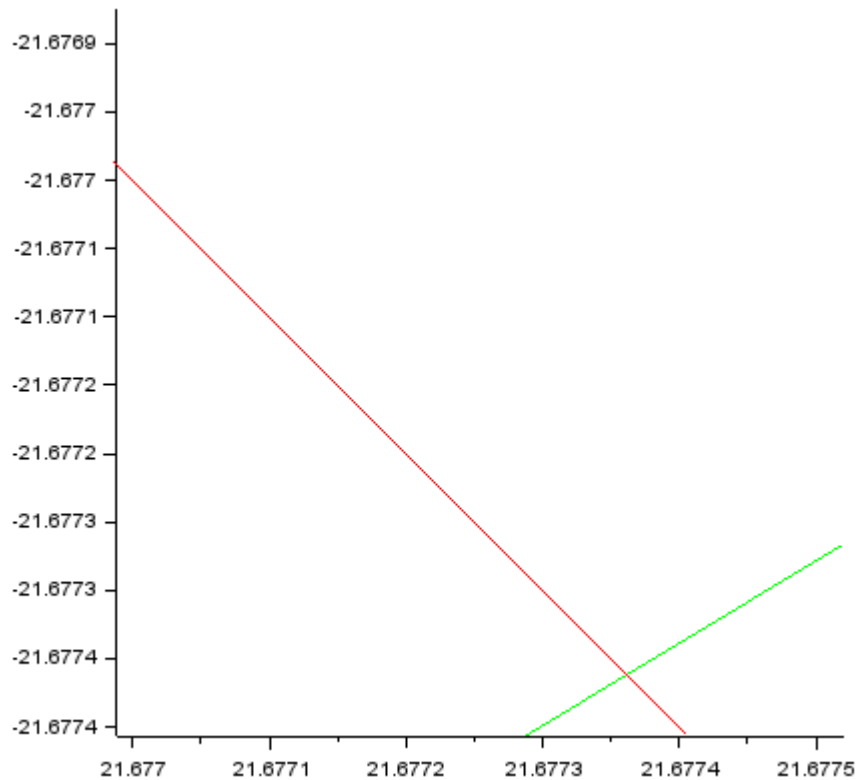
```

*task1.sce task2.sce
1 s=11.8; // начальное расстояние от лодки до катера
2 fi=3*pi/4;
3 //функция, описывающая движение катера береговой охраны
1 function dr=f(tetha, r)
2 dr=r/sqrt(16.64);
3 endfunction;
7 //начальные условия в случае 2
8 r0=59/16;
9 tetha0=-pi;
10 tetha=0:0.01:2*pi;
11 r=ode(r0, tetha0, tetha, f);
12 //функция, описывающая движение лодки браконьеров
1 function xt=f2(t)
2 xt=tan(fi)*t;
3 endfunction
16 t=0:1:40;
17 polarplot(tetha, r, style = color('green')); //построение траектории движения катера
    олярных координатах
18 plot2d(t, f2(t), style = color('red'));
  
```

Также как и в первом случае описание программы не меняется, остаются те же секции, но меняются только начальные данные.



Как видим на графике, катер догонит лодку на пересечении красной и зелёной линии. Это координаты (21.67736, -21.67736)



## Вывод

Выполнив данную лабораторную работу, я ознакомился с решением задачи о погоне, описал её решение для своих данных, и реализовал графически движение лодки и катера для моего варианта.

## Список литературы

---

Лабораторная работа №1.pdf