UNIP LIMEIRA – UNIVERSIDADE PAULISTA

GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

CAIO YAGO VILELA	F00JED-7
MAYCON LEONARDO VAZ DE LIMA	D898IB8
RAFAEL H. DOS SANTOS LEMES	F054802
WELINGTON DOS SANTOS SALES	N401176

LÓGICA FUZZY

UM BREVE CONHECIMENTO SOBRE FUZZY

LIMEIRA – SÃO PAULO

2021

RESUMO

Nos dias de hoje, a informação é de suma importância para o desenvolvimento de qualquer área. Muitos são os sistemas que gerenciam e geram informações, e esses por sua vez têm de ser alimentados, seja por maquinas, sensores ou pessoas. Para isso é necessário encontrar soluções eficientes para certos tipos de problemas, onde os dados são imprecisos ou ambíguos, principalmente aqueles em que são subjetivas e que apresenta dificuldade em representar esse conhecimento em um sistema. A modelagem e a lógica *fuzzy* são as técnicas adequadas para se manusear informações qualitativas de maneira rigorosa, onde consideram o modo como a falta de exatidão e a incerteza são descritas, tornando suficientemente poderosa para manipular de maneira conveniente o conhecimento. E a grande vantagem é a simplicidade de implementação de um sistema de controle *fuzzy*, pois ela reduz a complexidade de um projeto a um ponto em que problemas anteriormente intratáveis passam agora a ser solúveis.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 4

1.1 Objetivo...5

1.2 Justificativa 6

2. FUNDAMENTAÇÃO TÉORICA BÁSICA 7

2.1 Sistema fuzzy 7

2.1.1 Conjunto fuzzy...10

2.1.1.1 Conjunto crisp...10

2.1.1.2 Conjuntos fuzzy 12

2.2 Lógica fuzzy..16

2.2.1.1 Variáveis linguísticas 18

2.2.1.2 Conectivos lógicos para lógica fuzzy 19

2.2.1.2.1 Operações aritméticas com lógica fuzzy 22

2.2.1.3 Função de pertinência 24

2.2.1.3.1 Função de pertinência triangular 25

2.2.1.3.2 Função de pertinência trapezoidal..26

2.2.1.3.3 Função de pertinência gaussiana...26

2.2.1.3.4 Função de pertinência de cauchy (Função de Sino)....................................27

2.2.1.3.5 Função de pertinência de conjuntos fuzzy discretos...................................28

2.2.1.4 Sistema de inferência fuzzy 29

2.2.1.4.1 Fuzzificação 30

2.2.1.4.2 Determinação das regras (inferência) 30

2.2.1.4.3 Defuzzificação..33

2.2.1.5 Modelo de inferência 33

2.2.1.5.1 Modelo de inferência de mamdani..34

2.2.1.5.2 Modelo de inferência de sugeno 35

3. CONCLUSÃO 35

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 36

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o desenvolvimento de técnicas de Inteligência Artificial (IA), ocupa cada vez mais posição de destaque em pesquisas na área de controle de processos industriais e, aos poucos, começam a ser implantadas em plantas industriais com enorme sucesso e também em outras áreas, como medicina, economia ecomputação. Dentre as técnicas mais utilizadas, além do controle *fuzzy*, podem-se destacar as redes neurais aplicadas a sistemas de controle, que estão atualmenteem tamanha evidência que os japoneses as consideram como duas das mais promissoras técnicas para o século XXI.

O conceito de conjunto *fuzzy* foi introduzido, em 1965, por Lotfi A. Zadeh (Universidade da Califórnia, Berkeley). A ele é atribuído o reconhecimento como grande colaborador do controle moderno. Em meados da década de 60, ele observou que os recursos tecnológicos disponíveis eram incapazes de automatizar as atividades relacionadas a problemas de natureza industrial, biológica ou química que compreendessem situações ambíguas, não passíveis de processamento através da lógica computacional fundamentada na lógica booleana. Procurando solucionar esses problemas, Zadeh publicou em 1965, um artigo resumindo os conceitos dos conjuntos *fuzzy* e revolucionando o assunto com a criação de sistemas com o mesmo nome. Com isso, essa teoria tem se mostrado mais adequada para tratar as imperfeições da informação geradas pelos infinitos graus de incertezas (KLIR e YUAN, 1995).

Esta técnica consiste em aproximar a decisão computacional da decisão humana, tornando as máquinas mais capacitadas a seu trabalho. Isto é feito de forma que a decisão de uma máquina não se resuma apenas a um "sim" ou um "não", mas também tenha decisões "abstratas", do tipo "um pouco mais", "talvez sim", e outras tantas variáveis que representem as decisões humanas. É um modo de interligar inerentemente processos analógicos que se deslocam através de uma faixa contínua para um computador digital que podem ver coisas com valores numéricos bem definidos (valores discretos).

O sucesso dessa técnica só se deu a partir de 1974, quando o professor Mamdani,de Queen Mary College, Universidade de Londres, após inúmeras tentativas frustradas em controlar uma máquina a vapor com tipos distintos de controladores, incluindo o PID (Proporcional-Integral-Derivativo), somente conseguiu fazê-lo através da aplicação do raciocínio *fuzzy.* Os japoneses começaram a utilizar essa técnica a partir de 1984, com amplo sucesso, pela empresa Hitachi na simulação de sistema de controle *fuzzy* para a estrada de ferro de Sendai.

Os sistemas fuzzy foram amplamente ignorados nos Estados Unidos porque foram associados com inteligência artificial, um campo que periodicamente se obscurecia, resultando numa falta de credibilidade por parte da indústria. A propósito disto, e apenas a título de ilustração, mais de 30% dos artigos até hoje publicados são de origem japonesa. No entanto, atualmente os trabalhos em sistemas fuzzy também são procedimentos nos Estados Unidos e Europa, mas não com o mesmo entusiasmo visto no Japão.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é demonstrar como o conceito de lógica *fuzzy* está ajudando com o avanço técnologico. Este conceito visa auxiliar um especialista na tomada de decisão, no que se refere a possíveis diagnósticos, pesquisas, exames, perícias em que pode se haver certas confusões ao tentar tomar uma melhor decisão a respeito, com esse conceito é possível tornar mais precisa uma possível decisão, onde se há uma certa semelhança com diagnósticos antigos. Com esse avanço da técnologia na lógica fuzzy pode aumentar as probabilidades ao tomar a decisão correta citando como exemplo, na hora de passar a descrição de uma medicação, para um determinado tipo de infermidade.

1.2 Justificativa

A lógica *fuzzy* é uma técnica de inteligência artificial e tem sido reconhecida como mais uma ferramenta para aplicações em várias áreas que estão constantemente se adequando a técnologia ou tomando como principal fator o uso delas, como em hospitais, em específicos em ala cirurgica, realização de exames de sangue para assemelhar-se a possíveis exames passados, etc. E geralmente as informações e dados que devem ser trabalhados e analisados são imprecisos, justificando a utilização dessas técnicas. Sendo assim, os sistemas especialistas tomando como base, na área de saúde devem considerar a incerteza do processo de diagnóstico. Muitas pesquisas e aplicações têm sido feita nesta área, mas ainda necessita de mais aplicações para comprovar e testar a eficiência dessas técnicas nas tomadas de decisão. E o interesse em desenvolver uma aplicação nesta área é no sentido de contribuir e adquirir conhecimentos sobre sistemas *fuzzy*. E o mercado de trabalho para os desenvolvedores mostra se promissor e tem crescido bastante.

Com base na área da saúde onde a técnologia está em constante desenvolvimento para auxiliar em tomadas de decisões, a incerteza não se restringe a variações aleatórias e podem ser agrupadas em duas classes: da variabilidade, originada na heterogeneidade da população e da ignorância parcial, que resulta de erros sistemáticos de medida (imprecisão) ou do desconhecimento de parte do processo (subjetividade). Portanto, variabilidade e ignorância devem ser analisadas por diferentes métodos. No caso da variabilidade, o mais indicado é o da teoria de probabilidades (estatística). Porém, na maioria das vezes, esse método não consegue abordar o problema da ignorância e da subjetividade. Esses últimos podem ser tratados pela análise bayesiana e pela lógica *fuzzy*.

Com a utilização da lógica fuzzy na área da saúde pode se dizer que aumenta em grandes chances os resultados de laudos médicos serem mais precisos, podendo assim receitarem medicação certa, ou simplesmente em outros locais como laboratórios, onde podem afunilar as possibilidades que são impostas em alguma examinação ou pesquisa.

2. FUNDAMENTAÇÃO TÉORICA BÁSICA

Neste capitulo, será apresentado todo o embasamento teórico que foi necessário para o desenvolvimento do trabalho. O enfoque principal da teoria é o sobre sistema *fuzzy* e será feita uma descrição detalhada do funcionamento desta tecnologia. Será feita também, uma breve descrição sobre a ferramenta Infuzzy.

2.1 Sistema fuzzy

Nesta seção, serão apresentados os conceitos fundamentais da teoria de conjuntos fuzzy, da lógica de fuzzy e de sistemas de inferência fuzzy, de modo a permitir um melhor entendimento com este campo extremamente vasto com aplicações nas mais diferentes áreas do conhecimento.

Os sistemas fuzzy têm demonstrado sua capacidade de resolver diversos tipos de problemas em várias aplicações de engenharia, em especial nas relacionadas com controle de processos que foram as primeiras aplicações bem sucedidas.

No entanto, tem se verificado uma utilização crescente de sistemas *fuzzy* em outros campos, como na classificação, previsão de séries, mineração de dados, planejamento e otimização. O uso conjunto da lógica *fuzzy* e de outros sistemas classificados como inteligentes, como redes neurais e programação evolutiva, tem propiciado a construção de sistemas híbridos, cuja capacidade de aprendizado tem ampliado o campo de aplicações (TANSCHEIT, 2008). A tabela 1 mostra diversas aplicações de áreas distintas da lógica *fuzzy*.

Tipicamente, a implementação de um sistema *fuzzy* pode ser baseada em *hardware*,em *software* ou em ambos. As implementações em software costumam utilizar ambientes com simulação, de modo a facilitar o trabalho do projetista. Nesses casos, a análise do sistema fica imune às interferências que poderiam ser analisadas se o sistema estivesse operando diretamente em uma plataforma de hardware. As implementações em hardware podem ser com circuitos analógicos, micro-processadores ou sistemas digitais puros. Elas viabilizam sistemas de maior desempenho. Também é possível a aplicação de técnicas evolutivas para projetar os sistemas *fuzzy* (AMARAL, 2003).

Produto	Empresa	Função
Freios anti-trava	Nissan	Controlao freio em situações perigosas, baseado na velocidade e aceleração do carro.
Transmissão Automática	Honda, Nissan, Subaru	Seleciona a relação de engrenagens de transmissão, baseado na carga do motor, estilo do motorista e condições da estrada.
Secadora	Matsushita	Ajuda a estratégia e tempo de secagem, baseado no tamanho da carga e tipo de tecido.
Sistema de Gerenciamento de Saúde	Omron	Avalia e acompanha a saúde e disposição de empregados de umaempresa.
Palmtop Computer	Sony	Reconhece caracteres “Kanji” escritos à mão.

Tabela 1: Aplicações Fuzzy *(SOUZA 2010; KOHAGURA 2007)*

Os sistemas *fuzzy* possuem uma série de vantagens quando comparados a outros sistemas de controle (FABRO, 2003):

- simplificação do modelo que representa o processo;
- melhor tratamento das imprecisões inerentes aos sensores utilizados;
- facilidade na especificação das regras de controle, em linguagem próxima danatural;
- satisfação de múltiplos objetivos de controle;
- facilidade de incorporação do conhecimento de especialistas humanos.

O sistema fuzzy é baseado na arquitetura de um sistema especialista, que nada mais é do que um programa ou um conjunto de programas computacionais que usaa representação do conhecimento ou perícia humana de modo a executar certas funções semelhantemente às realizadas por um especialista humano naquele domínio específico. O sistema especialista necessita de uma vasta base de conhecimento específica ao domínio do problema e que deve ser preparada adequadamente para ser manipulada por um sistema computacional. Esse conhecimento pode ser factual, que é composto de informações e fatos aceitos pela comunidade científica publicado em livros e periódicos. Ou pode ser heurístico que é aquele apresentado sob a forma de regras que resultam da intuição e do bom senso dos especialistas, sem a necessidade de serem comprovados cientificamente. Em outras palavras o conhecimento heurístico são estratégias diferentes peculiares aos especialistas humanos e que podem contribuir para diminuir o espaço de busca de um problema, proporcionando uma solução final mais rápida.

A base de conhecimento geralmente é composta de fatos e de regras, onde seu conteúdo deve ser explorado por mecanismos de raciocínio inferencial. Isso é feito através de um conjunto de técnicas de manipulação de conhecimento denominadas de mecanismos de inferência. A máquina de inferência é responsável pelos procedimentos de busca do conhecimento representado na base de conhecimento, visando obter a solução do problema.

A figura 1 ilustra a arquitetura padrão de um sistema especialista, onde apresentatodas as etapas do processo.

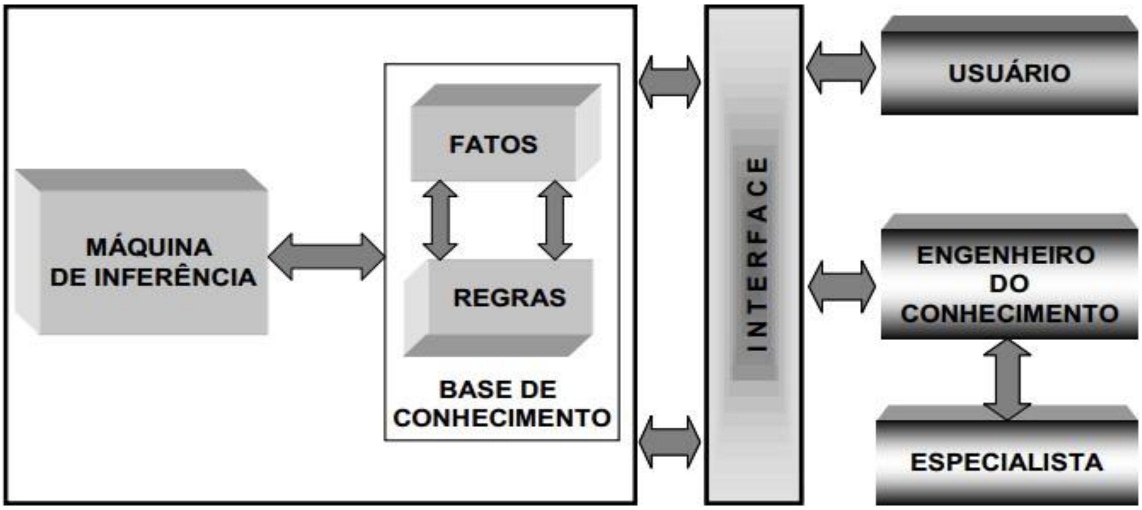

Figura 1: Sistema especialista (BIONDI NETO et al., 2006)

Desta forma, o sistema de inferência *fuzzy* é desenvolvido para automatizar o gerenciamento do processo por um especialista. Com isto, o primeiro passo na construção de um sistema *fuzzy* consiste na aquisição do conhecimento sobre o processo que se quer controlar.

2.1.1 Conjunto fuzzy

A teoria de conjuntos fuzzy foi concebida por L.A. Zadeh com o objetivo de fornecer uma ferramenta matemática para o tratamento de informações de caráter impreciso ou vago. A lógica baseada nessa teoria foi inicialmente construída a partir dosconceitos já estabelecidos de lógica clássica, sendo que operadores foram definidos à semelhança dos tradicionalmente utilizados e outros foram introduzidos ao longo do tempo, muitas vezes por necessidades de caráter eminentemente prático.

2.1.1.1 Conjunto crisp

Um conjunto crisp é definido como um subconjunto de um universo qualquer (conjunto universo *U*), onde possui elementos desse universo. Grande parte das ferramentas utilizadas hoje para modelagem formal são crisp, ou seja, determinísticas e precisas na forma de resolução (admitindo apenas duas situações), ou seja, elas aplicam a lógica binária convencional, onde os resultados gerados podem ser somente verdadeiros ou falsos.

A figura 2 apresenta as duas situações que podem ocorrer dentro de um conjunto clássico. A figura 2b representa que o elemento *p* pertence ao conjunto *A (p A)*, enquanto a figura 2a representa que o elemento *p* não pertence ao conjunto *A* (*p* *A*). O conjunto *A* pertence ao universo de discurso *U*.

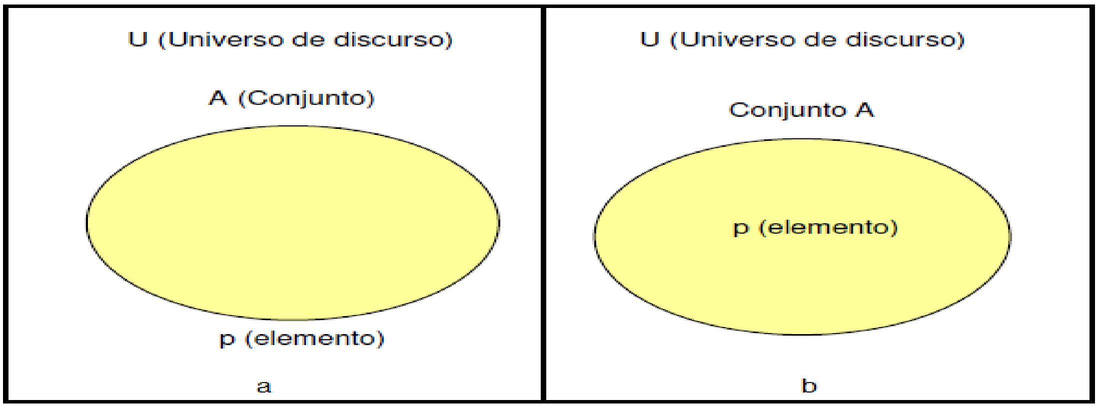

Figura 2: Representação do conjunto crisp (Adaptado de KAWAMURA, 2007)

A representação matemática desse conjunto pode ser expressa pela equação abaixo.

$$\mu A\ (p): U \rightarrow \{0,1\}$$

onde *U* é o universo de discurso e μ está associado a cada elemento *A*, um valor binário como mostra a equação a seguir.

$$\begin{cases} 1, se\ p\ \in A \\ 0, se\ p\ \notin A \end{cases}$$

A função μA (p) é conhecida como função de pertinência (ou função membro ou função característica). A função de pertinência informa se determinado elemento pertence ou não ao conjunto *A*.

2.1.1.2 Conjuntos fuzzy

O conjunto fuzzy é uma extensão da teoria clássica de conjuntos. No conjunto fuzzy, a transição de uma determinada situação para outra é realizada de forma gradual,ou seja, na transição existem diversos graus de pertinência. Devido a esta graduação, as fronteiras do conjunto fuzzy são consideradas vagas ou ambíguas.No entanto, para o conjunto fuzzy, a transição tem um tratamento de graus de pertinência (ou níveis de associação) intermediários, ou seja, existe uma transição gradual entre um valor membro e um valor não membro (YAGER e FILEV, 1994; ROSS, 1995). Para ilustrar essa transição, será considerado um conjunto A cujos elementos pertencem ao universo de discurso *U*. Considerando um elemento *p* deste conjunto, umas das três situações podem ocorrer, conforme a figura 3.

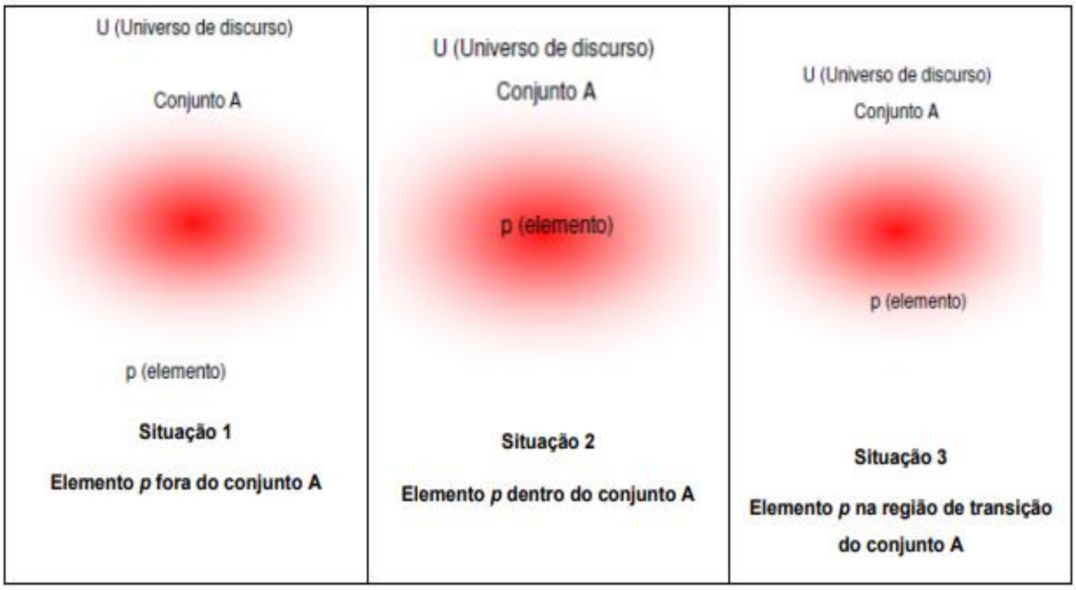

Figura 3: Conjunto fuzzy (Adaptado de KAWAMURA, 2007)

Na figura 3, a situação 3 mostra claramente a região de transição, e isso faz comque exista dúvida em relação à sua localização, ou seja, não se sabe se o elemento faz parte (pertence) ou não faz parte (não pertence) do conjunto A.

Essa dúvida gerada caracteriza o conjunto *fuzzy*, conhecido também como conjunto nebuloso ou conjunto difuso. Para se determinar qual o grau de envolvimento do elemento no conjunto é atribuído um grau de pertinência. O grau de pertinência pode ser associado aos termos linguísticos, descrevendo assim as propriedades quedefinem o conjunto (KRUSE et al., 1994).

A representação matemática do conjunto fuzzy (generalização do conjunto clássico) pode ser descrita pela equação a seguir.

$$\mu A\,(p): U \rightarrow [0,1]$$

onde *U* é o universo de discurso e *μ* está associado a cada elemento *pA*, restrito a um intervalo fechado [0, 1].

A figura 4 ilustra um conjunto *fuzzy* que classifica uma pessoa como jovem de acordo com a idade fornecida. Para esse caso, o universo do discurso é a idade, o termo linguístico é o jovem e a variável é a idade (*x*). A partir disto, é possível verificar o quanto uma pessoa é considerada jovem ou não, de acordo com a função característica adotada.

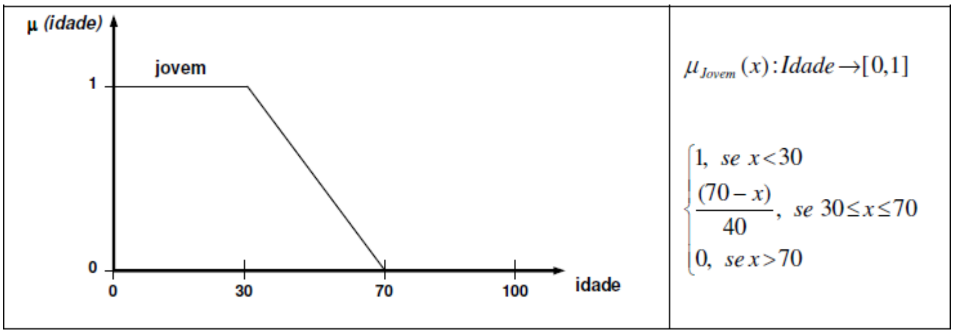

Figura 4: Representação do conjunto fuzzy com respectiva modelagem

(KAWAMURA, 2007).

O que se pode notar é a região de transição gradual entre o intervalo [30, 70]. Este trecho caracteriza a região duvidosa do conjunto. Analisando o conjunto, para valores de *x* (idade) menores que 30 anos a pessoa é considerada jovem. Para valores de *x* maiores que 70 anos a pessoa é considerada não jovem. Para o valor de *x* localizado entre 30 a 70 anos, a pessoa recebe um grau de pertinência (valor real entre 0 e 1) que indica o quanto ela está próxima de ser considerada como jovem. O valor do grau de pertinência é fornecido pela função de pertinência. Se o valor do nível de certeza estiver próximo de 1, maior é a certeza dela ser classificado como jovem.

E que a função de pertinência representa a associação do termo linguístico ao conjunto fuzzy. Isto significa que ao atribuir um valor igual a 20 anos a pessoa é considerada como jovem. Para um valor igual a 72 anos, a pessoa é considerada como não jovem. Para um valor igual a 40 anos, a pessoa tem um grau de pertinência igual a 0,75, o valor representa que a pessoa está mais próxima da região jovem. Para um valor igual á 55 anos o grau de pertinência é de 0,375 indicando que a pessoa está muito mais próxima da região não jovem. Portanto, o número encontrado pela função de pertinência quantifica os atributos físicos da realidade, ou seja, a teoria fuzzy permite definir um conjunto fuzzy próximo de um valor conhecido (grau de pertinência). Isso faz com que uma informação duvidosa se torne uma informação mais adequada para a linguagem natural, ou seja, associadoà imprecisão (KAWAMURA, 2007).

Conjuntos *fuzzy* podem ser definidos em universos contínuos ou discretos. Se o universo X for discreto e finito, o conjunto *fuzzy* A é normalmente representado:

- por um vetor contendo os graus de pertinência no conjunto A dos elementos correspondentes de X;
- por meio da seguinte notação (que não deve ser confundida com a soma algébrica), dada pela equação abaixo.

X (Discreto):

$$A = \sum_{x_i \in X} \mu_A(x_i) | x_i$$

Se o universo X for contínuo, emprega-se muitas vezes a seguinte notação (onde o símbolo de integral deve ser interpretado da mesma forma que o da soma no caso de um universo discreto)

X (Continuo): $A = \int_{x} | \mu_A(x) | x$

Os símbolos $\sum$ e $\int$ representam o conjunto dos pares ordenados $(X, \mu_{A(x)})$.

Para ilustrar esse conceito de conjunto difuso discreto e um conjunto difuso contínuo será utilizado o conjunto de jovem presente na figura 4. A figura 5 demonstra um conjunto difuso discreto.

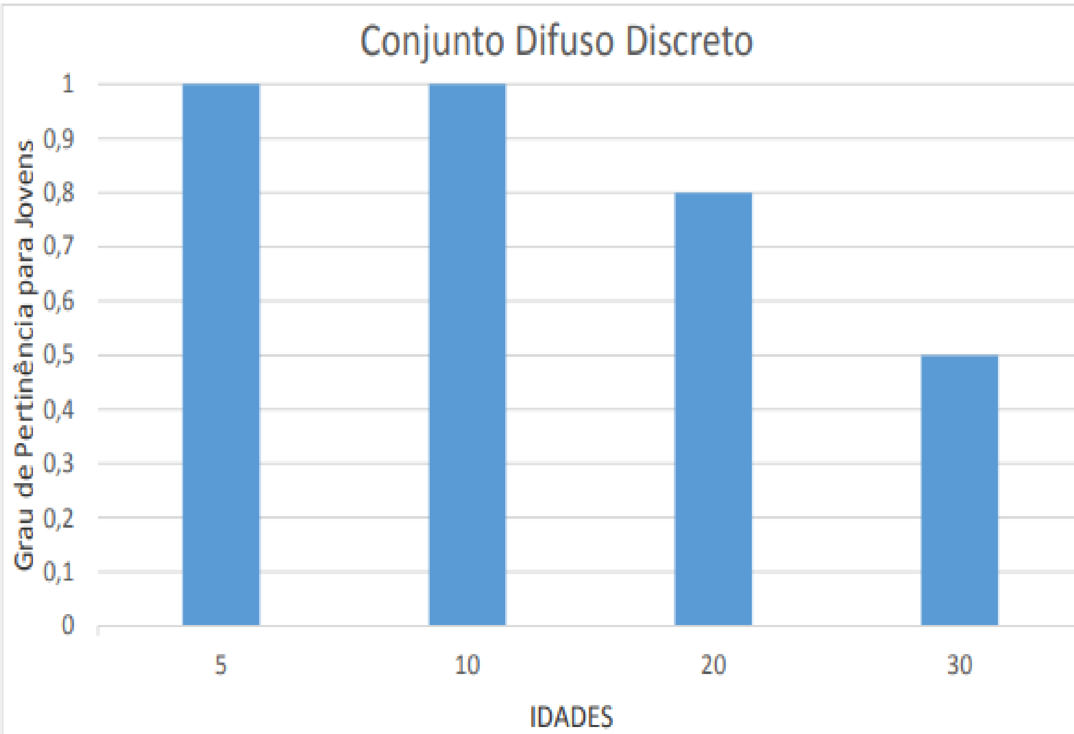

Figura 5: Conjunto difuso discreto (POSSELT, 2011)

A figura 6 mostra a representação do conjunto difuso continuo.

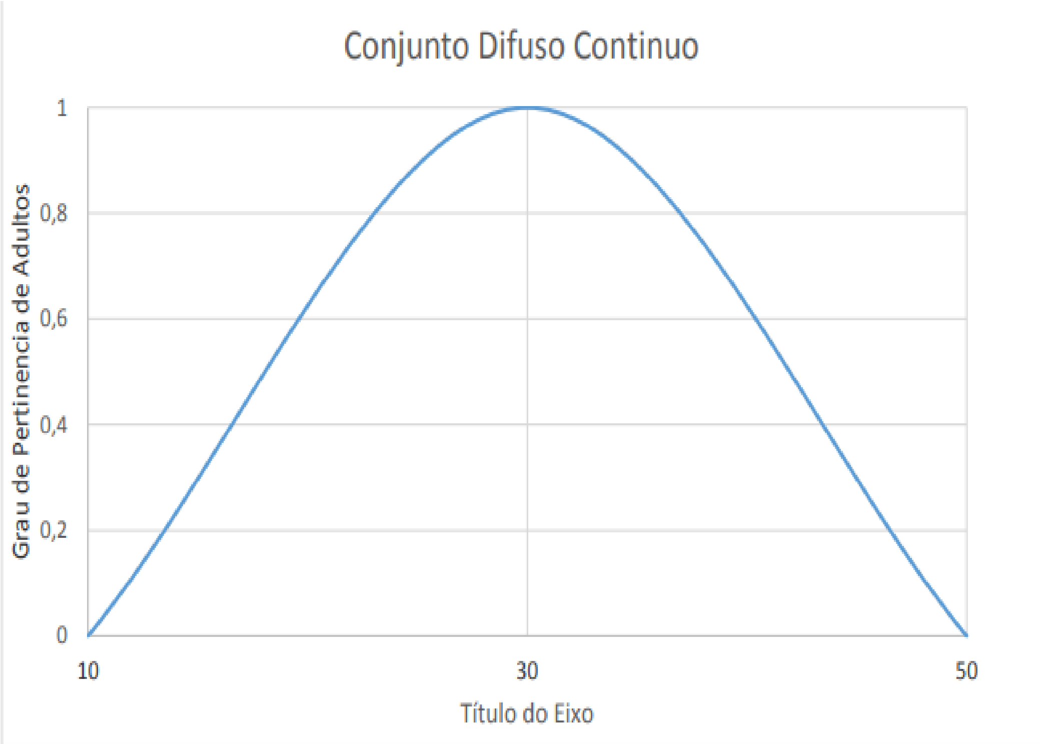

Figura 6: Conjunto difuso contínuo (POSSELT, 2011)

No conjunto contínuo há um intervalo no eixo das abscissas de 10 a 50 anos, e no eixo das ordenadas estão presentes as pertinências das idades nesse intervalo no conjunto *fuzzy* dos adultos.

2.2 Lógica fuzzy

A lógica clássica sempre trabalha com os extremos 0 e 1, ou seja, pertencem ou nãoa determinado conjunto, descartando qualquer valor intermediário. Em contra partidaa lógica *fuzzy* admite que todas as coisas tenham um grau de pertinência a um conjunto, isto é, ela possibilita trabalhar com os valores intermediários.

A figura 7 mostra a diferença entre a lógica clássica e a lógica *fuzzy*. O que se pode notar é que na lógica clássica uma pessoa jamais seria considerada com uma estatura média, porém na lógica *fuzzy* é verificado se essa pessoa está mais próxima de ser considerada alta ou baixa contanto que não tenha atingido nenhum dos extremos, então pode se dizer que sua estatura é mais pertencente à altura média.

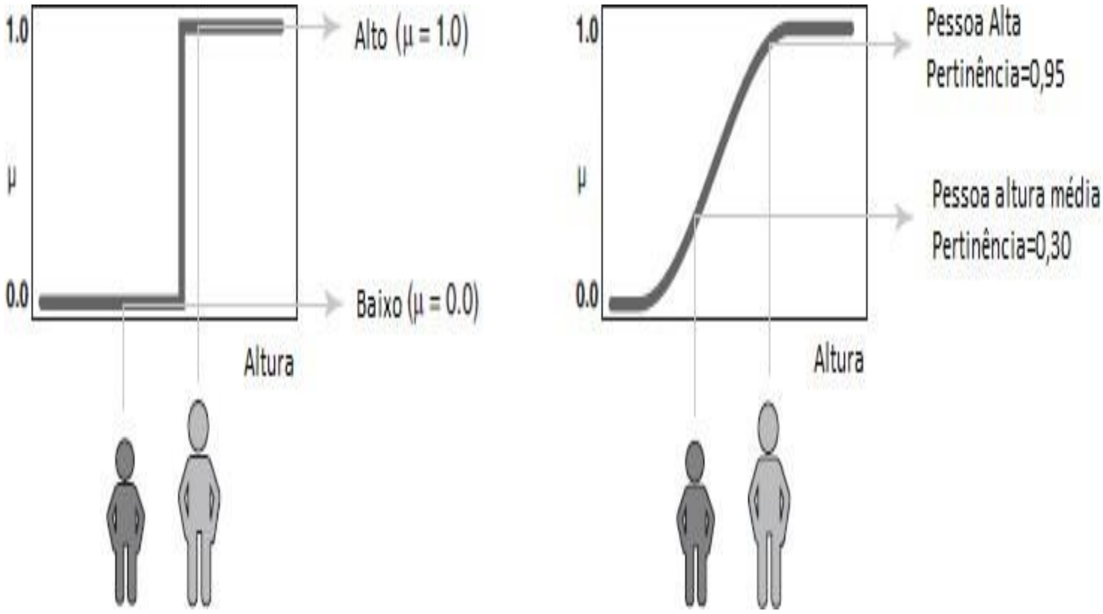

Figura 7: Diferença entre a lógica clássica e a lógica fuzzy (POSSET, 2011)

As representações matemáticas das lógicas clássica e *fuzzy* são dadas pelas equações abaixo, respectivamente. Será considerado o conjunto A e o elemento *x.*

$f(x) = \{$ 1 $\quad se,\ e\ somente \quad se, x \notin A$

$se, x \in A$

0 $\quad se,\ e\ somente$

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & se, e\ somente\ se, x \in A \\ 0 & se, e\ somente\ se, x \notin A \\ 0 \leq \mu(x) \leq 1 & se\ x\ pertence\ parcialmente\ a\ A \end{cases}$$

2.2.1.1 *Variáveis linguísticas*

Uma variável linguística é uma variável cujos valores são nomes de conjuntos *fuzzy*. Elas são usadas para representar uma variável ou um determinado problema, sendo aceitáveis somente valores linguísticos, como por exemplo, frio, muito frio, grande, muito grande (REZENDE, 2003). De maneira que variável linguística é considerada uma variável difusa ao se considerar a faixa dos possíveis valores que ela pode assumir associando-a em um universo de discurso (ARAUJO, 2009).

A principal função das variáveis linguísticas é fornecer uma maneira sistemática para uma caracterização aproximada de fenômenos complexos ou mal definidos. Em essência, a utilização do tipo de descrição linguística empregada por seres humanos, e não de variáveis quantificadas, permite o tratamento de sistemas que são muito complexos para serem analisados através de termos matemáticos convencionais.

A representação formal de uma variável linguística pode ser feita pela definição de uma quíntupla (x, T(x), U, G, M), onde x é o nome referente à variável, *U* é o universo de discurso de x, T(x) é um conjunto de conjuntos difusos em x chamados de termos linguísticos, G é a regra semântica sintática para geração dos nomes dos valores de x, e M é a regra semântica para se associar a cada valor seu significado. (ARAUJO, 2009). A figura 8 mostra a possível identificação da variável linguística, com seus termos linguísticos e seu grau de pertinência dentro de um conjunto difuso.

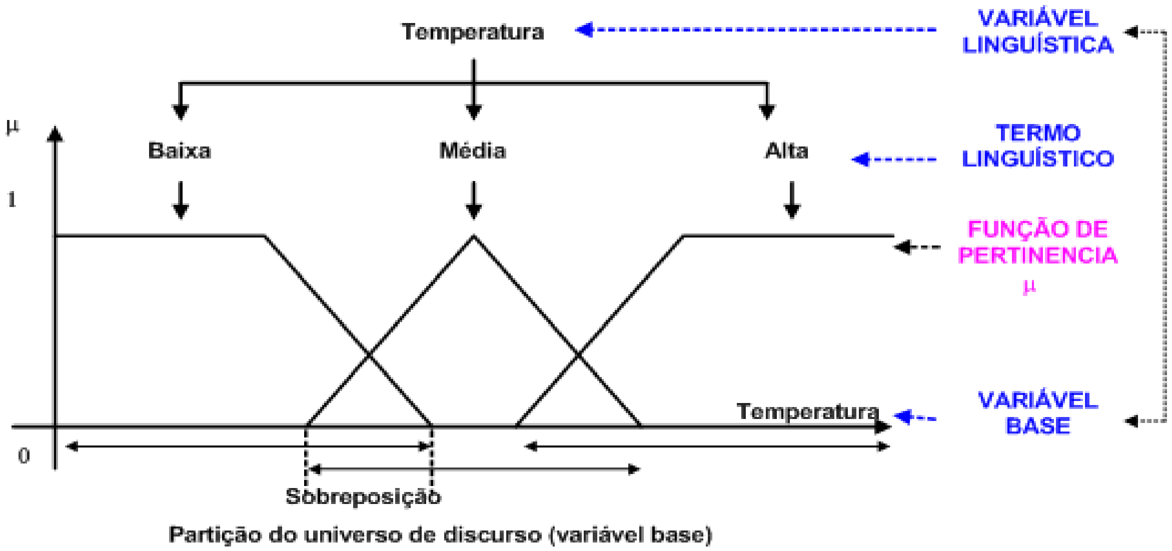

Figura 8: Funções de pertinência, termos linguísticos e variáveis linguísticas

(ARAUJO; 1994,1995,2005)

2.2.1.2 Conectivos lógicos para lógica fuzzy

Da mesma forma que às operações da lógica clássica, a manipulação dos conjuntos fuzzy é realizada pelos mesmos operadores, são eles: intersecção (∩), união (U), e complemento (⌐). Na lógica fuzzy a verdade de qualquer situação é um problema de grau, que os valores de entrada podem ser números reais entre 0 e 1 e estes serem um super conjunto da lógica booleana clássica, pode-se dizer que as operações lógicas fuzzy são mantidas e a função preserva os resultados de uma tabela verdade E ou OU com números reais (ZIMMERMAN, 1987).

- **Intersecção**: tem por objetivo a minimização, representada pelo conectivo lógico **E (AND)**. A figura 9 mostra o conectivo **E** para valores binários e multivalorados.

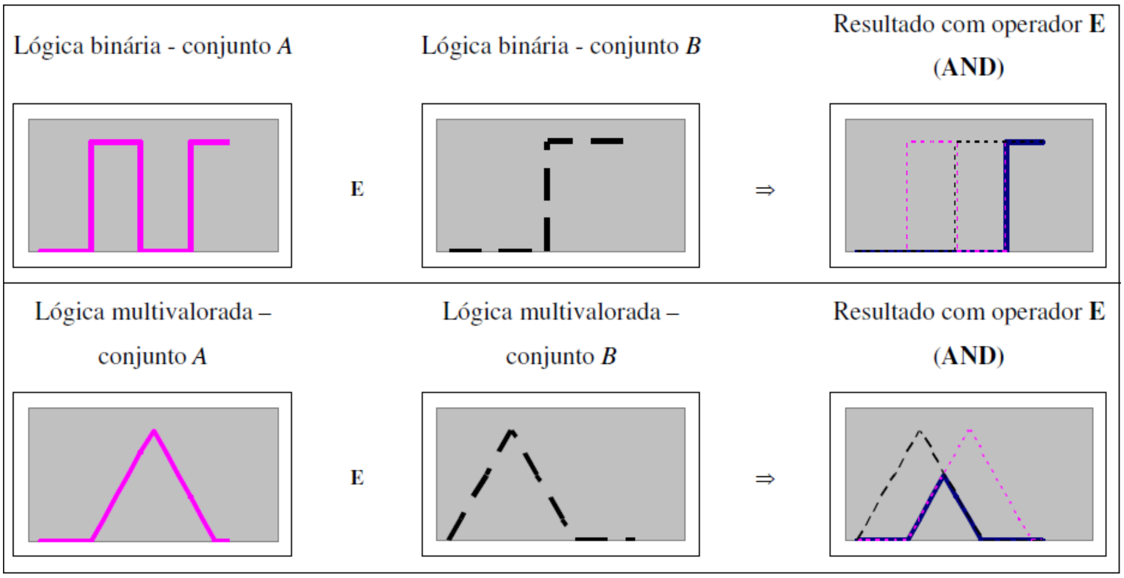

Figura 9: Conectivo E para valores binários e multivalorados (KAWAMURA,2007)

- **União**: tem por objetivo a maximização, representada pelo conectivo lógico **OU**

(**OR)**. A figura 10 mostra o conectivo **OU** para valores binários e multivalorados.

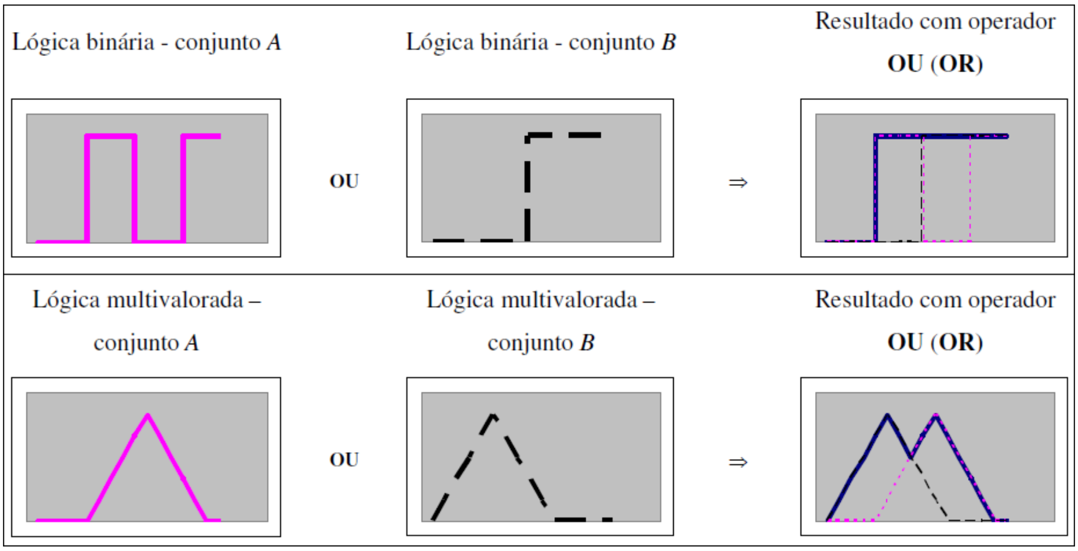

Figura 10: Conectivo OU para valores binários e multivalorados (KAWAMURA,2007)

- **Complemento**: tem por objetivo a ideia de oposição, representado pelo conectivo lógico de negação **NOT**. A figura 11 mostra o conectivo **NOT** para valores binários e multivalorados.

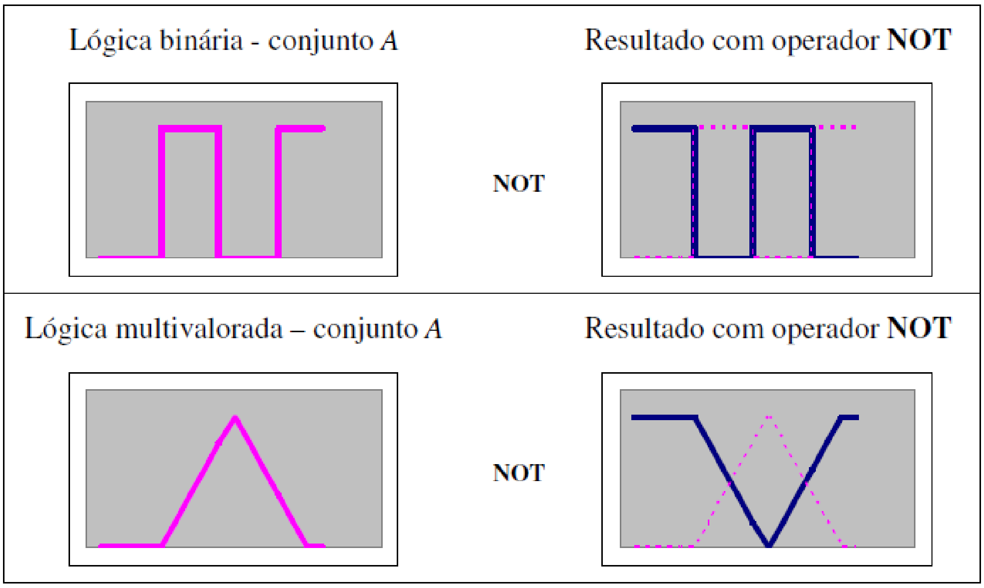

Figura 11: Conectivo NOT para valores binários e multivalorados (KAWAMURA,2007)

2.2.1.2.1 *Operações aritméticas com lógica fuzzy*

A operação com lógica fuzzy, ou operação de agregação, consiste em definir uma função de transferência que combinem conjuntos fuzzy distintos em um único conjunto, ou seja, aplicar parcialmente ou simultaneamente um mesmo atributo à função de transferência (agregação dos n conjuntos) gerando um novo conjunto. Essas operações que utilizam à lógica fuzzy são derivadas da teoria dos conjuntos crisp e são baseadas nos conceitos de pertinência, onde são constituídas de três operações básicas, demonstrada abaixo.

União (A ∪ B): $\mu_{A\cup B}(x) = max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$

Interseção(A ∩ B): $\mu_{A\cap B}(x) = min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$

Complemento: $\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$

As operações aplicadas sobre os conjuntos fuzzy são divididas em dois grupos: Norma-T (Norma Triangular ou *T-norm*) e Conorma-T (Conorma Triangular ou *T-conorm*). Essas operações são aplicadas por meio do grau de pertinência (μ) dos elementos. As operações são análogas para os conjuntos discretos e contínuos (CAKDEURA et al, 2007). Para melhor compreensão serão utilizados dois conjuntos A e B abaixo, respectivamente.

A(X) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/ 0,6 + 3/1,0}

B(X) = {0/ 1,0 + 1/1,0 + 2/0,5 + 3/0,2}

a) **Norma-T (Minimo - Tmin):** a cada par ordenado entre os dois conjuntos, A e B, serácomparado e pego o menor. Tmin (A, B) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,5 + 3/0,2}

b) **Norma-T (Produto Algébrico - Tpa):** o valor de pertinência de cada elemento será o produto da pertinência dos elementos de A por B. Tpa (A, B) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,3 + 3/0,2}

c) **Norma-T (Produto Limitado - Tpl):** a cada elemento será atribuído o valor da soma da pertinência de A e B, porém se a soma for maior que 1, o valor da pertinência será 1. Tpl (A, B) = {0/1,0 + 1/1,0 + 2/1,0 + 3/1,0}

d) **Norma-T (Produto Drástico - Tpd):** para atribuir a pertinência para cada elemento, temos que atender a uma das três regras: atribui a pertinência de A se pertinência de B = 1, atribui a pertinência de B se pertinência de A = 1, pertinência de 0 se a pertinência de A e B for menor que 1. Tpd (A, B) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,0 + 3/0,2}

e) **Conorma-T (Máximo - Smax):** p\ara cada elemento, o valor atribuído será do elemento de A e B que tiver maior pertinência. Smax (A, B) = {0/1,0 + 1/1,0 + 2/0,6 + 3/1,0}

f) **Conorma-T (Soma Algébrica - Ssa):** para atribuir um valor de pertinência para cada elemento é necessário primeiro somar a pertinência de A e B e subtrair pelo produto da pertinência de A e B. Ssa (A, B) = {0/1,0 + 1/1,0 + 2/0,8 + 3/1,0}

g) Conorma-T (Soma Limitada - Ssl): será realizado a soma de pertinência dos elementos de A e B, da mesma forma que a Norma-T do produto limitado se o valor passar de 1, será atribuído 1 a sua pertinência. Ssl (A, B) = {0/1,0 + 1/1,0 + 2/1,0 + 3/1,0}

h) Intersecção padrão: a intersecção é dada pela função de mínimo: μ = min (μA, μB): A(X) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,6}, B(X) = {0/1,0 + 1/1,0 + 2/0,5} → A AND B =
{0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,5}

i) União padrão: ao contrário da intersecção, a união é dada pela função de máximo: μ = max (μA, μB): A(X) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,6}, B(X) = {0/1,0 + 1/1,0 + 2/0,5} → A OR B = {0/1,0 + 1/1,0 + 2/0,6}

j) Complemento padrão: é expresso pela função μ = 1 - μA: A(X) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,6} → A’ (X) = {0/1,0 + 1/0,6 + 2/0,4}

k) Concentração: representada pela função μ = $(\mu A)^2$. Linguisticamente está relacionada ao termo “muito” tendo como consequência a diminuição da fuzificação. A(X) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,6} → A^2 (X) = {0/0,0 + 1/0,16 + 2/0,36}

l) Dilatação: representada pela função: μ = $\mu\sqrt{A}$. Está associada ao termo linguístico “mais ou menos”, tendo como consequência o aumento da fuzificação. A(X) = {0/0,0 + 1/0,4 + 2/0,6} → $A^{1/2}$ (X) = {0/0,0 + 1/0,63 + 2/0,77}

2.2.1.3 Função de pertinência

Uma função de pertinência deverá refletir o conhecimento que se tem em relação à intensidade com que um objeto pertence a um conjunto *fuzzy*. A função de pertinência é utilizada para medir o grau de pertinência de um objeto a um conjunto *fuzzy*. Utiliza-se o conceito de conjunto *fuzzy* normalizado, ou seja, quando o grau de pertinência estiver no intervalo entre 0 e 1. Vale salientar que as funções de pertinência podem assumir várias formas, ficando a cargo do projetista a escolha da forma mais conveniente para sua aplicação. As funções de pertinência podem ser representadas através de equações, mas para uma melhor visualização será feita a representação gráfica de cada função de pertinência mais utilizadas.

2.2.1.3.1 Função de pertinência triangular

Para a representação da função de pertinência triangular são necessários três pontos (a, b, c). Esses valores devem atender a regra a < b < c. Deve existir um ponto onde um valor possa ter pertinência 1. A equação que representa a função de pertinência triangular é definida abaixo junto da representação gráfica da respectiva função.

$$trimf(x; a, b, c) = \max\left(min\left(\frac{x - a}{b - a}, \frac{c - x}{c - b}\right), 0\right).$$

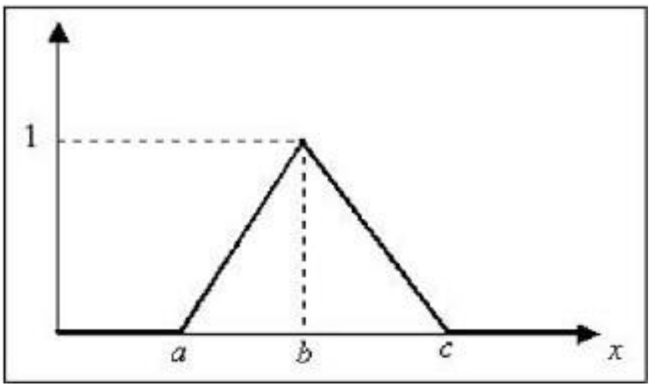

Figura 12: Função de pertinência triangular (CREMASCO et al., 2010)

2.2.1.3.2 Função de pertinência trapezoidal

Para a representação da função de pertinência trapezoidal são necessários quatro pontos, onde os mesmos obedecem a regra a < b ≤ c < d. Uma característica marcante é que essa função permite um intervalo com pertinência 100%. A função trapezoidal pode ser representada abaixo junto da representação gráfica da respectiva função.

$$trapmf(x,a,b,c,d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

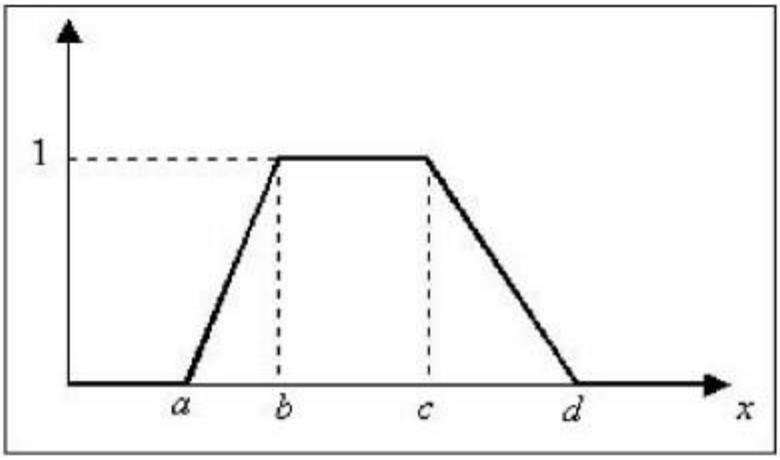

Figura 13: Função de pertinência trapezoidal (CREMASCO et al., 2010)

2.2.1.3.3 Função de pertinência gaussiana

Para a construção da função de pertinência gaussiana, utiliza-se de três parâmetros: x, média e desvio padrão. A função de pertinência gaussiana pode ser representada abaixo junto da representação gráfica da respectiva função.

$$gaussmf(x,a,b,c) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2}$$

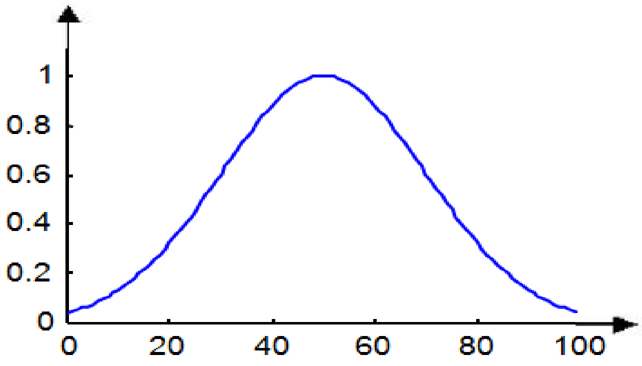

Figura 14: Função de pertinência gaussiana (SANTOS, 2008)

2.2.1.3.4 Função de pertinência de cauchy (Função de Sino)

A função de pertinência de Cauchy pode ser representada abaixo juntamente com a representação gráfica.

$$gbellmf(x,a,b,c) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{b}\right|^{2b}}$$

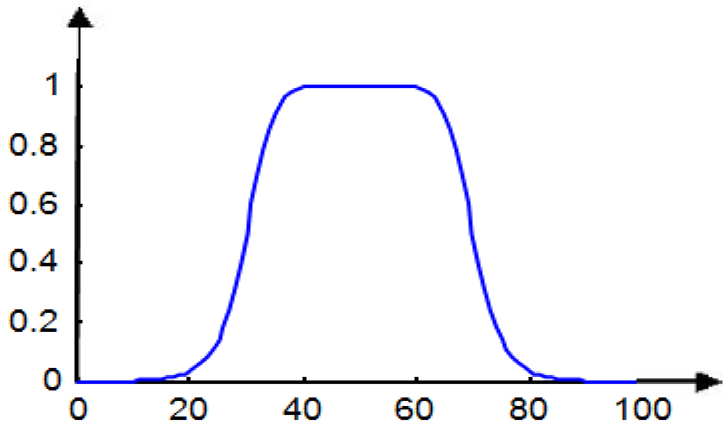

Figura 15: Função de pertinência de Cauchy (SANTOS, 2008)

2.2.1.3.5 Função de pertinência de conjuntos fuzzy discretos

Esta função de pertinência diferentemente das outras não há necessidade de fazer cálculos, pois para cada valor já existe uma pertinência definida. Esse modelo de pertinência é muito utilizado em aplicações embarcadas que possuem processadores de baixo desempenho. A figura 16 mostra a representação gráfica para esta função de pertinência.

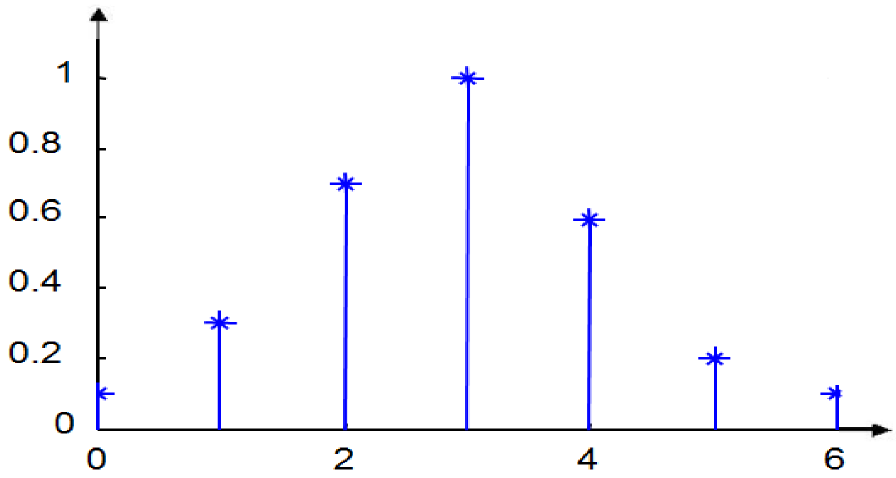

Figura 16: Função de pertinência em conjuntos fuzzy discretos (SANTOS, 2008)

2.2.1.4 *Sistema de inferência fuzzy*

Para a construção de um sistema especialista fuzzy é necessário definir o problema, as variáveis linguísticas, os conjuntos fuzzy, as regras fuzzy, além de testar e ajustar o sistema. A figura 17 mostra as principais etapas para a implementação de um sistema de inferência fuzzy.

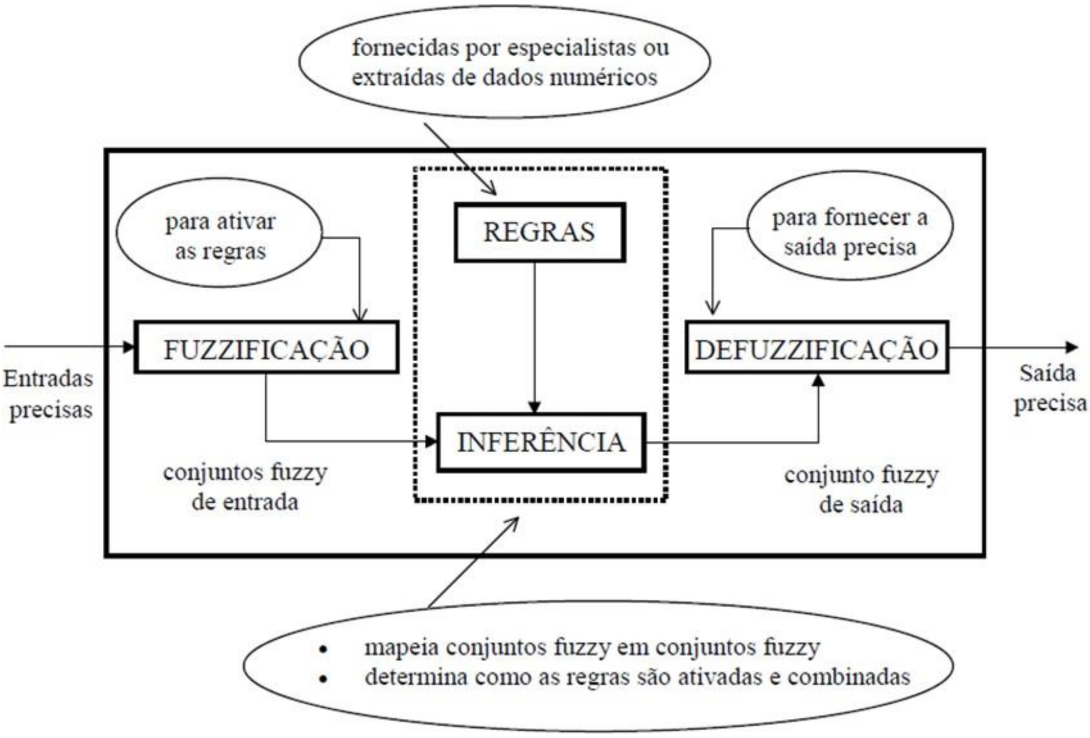

Figura 17: Sistema de inferência fuzzy (FABRO, 2003)

De acordo com (KAWAMURA, 2007), o processo para resolução utilizando sistema *fuzzy* consiste nas seguintes fases:

- Processo de fuzzificação das variáveis linguísticas com respectivos termos linguísticos e funções de pertinência;

- Obtenção dos valores numéricos de cada conjunto *fuzzy*;
- Processamento de cada valor de entrada (conjunto *fuzzy*) pela sua respectiva função de pertinência gerando um grau de pertinência;
- Processo de inferência que consiste na aplicação do operador *fuzzy* e implicação do antecedente para o consequente;
- Agregação dos graus de pertinência calculados por meio das regras de produção;
- Obtenção de um valor numérico a partir da base de conhecimento ou conjunto de instruções;
- Interpretação do resultado (de fuzzificação).

2.2.1.4.1 Fuzzificação

A fuzzificação é a etapa inicial na qual os valores numéricos são transformados em graus de pertinência para um valor linguístico. Cada valor de entrada terá um grau de pertinência em cada um dos grupos. O tipo e a quantidade de funções de pertinência usados em um sistema dependem de alguns fatores tais como: precisão, estabilidade, facilidade de implementação, etc. Ou seja, para que seja possível uma máquina fuzzificar um dado numérico, usa-se as funções de pertinência, que tem como função determinar o quão pertencente esse dado é a certo conjunto fuzzy. (KOHAGURA, 2007).

Dado um universo de discurso, as funções de pertinência são responsáveis por associar uma entrada x à um determinado conjunto neste universo, essa associação é chamada de fuzzificação. A escolha das funções de pertinência que irão compor um conjunto fuzzy dependera apenas de qual o desenvolvedor ache ser a mais adequada para a modelagem de determinado problema (CALDEIRA et al., 2007).A fuzzificação está incumbida pela ativação das regras relevantes para uma determinada situação (TANSCHEIT, 2003).

2.2.1.4.2 Determinação das regras (inferência)

Após as variáveis linguísticas serem interpretadas, através da fuzzificação, a próxima etapa será a descrição das situações nas quais existem reações através de regras de produção (IF-THEN). Cada regra na saída especifica uma ou várias conclusões.

A avaliação das regras é feita quando o sistema trabalha em função de regras de produção IF-THEN que controlam o comportamento do sistema difuso. Cada antecedente (lado IF) tem um grau de pertinência indicado para ele como resultado da fuzzificação. A ação da regra (lado THEN) representa a saída difusa da regra. Durante a avaliação das regras, a intensidade de saída é calculada com base em valores dos antecedentes e estão indicadas pelas saídas difusas da regra. Esta regra de produção é dada pela estrutura condicional, na tabela 2.

IF <conjunto de condições> **THEN** <ações>
ou
IF <precedentes> **THEN** <consequentes>

Tabela 2: Estrutura condicional

A obtenção do consequente global (ou precedente global) a partir de cada consequente individual (ou precedente individual) é conhecida como agregação de regras. De acordo com (ROSS, 1995), existem duas formas de agregação de regras:

- **Sistemas de regras conjuntivas**: neste sistema as regras são conectadas pelos conectivos E**,** e a saída agregada é encontrada pela intersecção de todos os consequentes individuais de cada regra.

$$y = y^1 \text{ E } y^2 \text{ E...E } y^n \qquad \text{ou} \qquad y = y^1 \square y^2 \square ... \square y^n$$

$$\mu_y(x) = \min(\mu_y 1\ (x), \mu_y 2\ (x), \dots , \mu_y n(x))$$

- **Sistemas de regras disjuntivas**: neste sistema as regras são conectadas pelos conectivos OU, e a saída agregada é encontrada pela união das contribuições individuais de cada regra.

$$y = y^1 \text{ E } y^2 \text{ OU...OU } y^n \qquad \text{ou} \qquad y = y^1 \square y^2 \square ... \square y^n$$

$$\mu_y(x) = \max(\mu_y 1\ (x), \mu_y 2\ (x), \dots , \mu_y n(x))$$

O resultado (valor numérico) da combinação das variáveis linguísticas pode ser encontrado por meio de várias regras de associação encontradas na literatura (YAGER e FILEV, 1994; ROSS, 1995; PATYRA e MLYNEK, 1996) como:

- Clássico;
- Mínima correlação ou implicação de Mamdani;
- Implicação de Lukasiewicz;
- Implicação de Broumerian;
- Implicação R-SEQ (sequência lógica padrão);
- Implicação somas limitadas;

- Implicação correlação produto.

2.2.1.4.3 Defuzzificação

A defuzzificação é o processo utilizado para converter o conjunto difuso de saída em um valor crisp correspondente através de um dos métodos de defuzzificação. De acordo com (COX,1994), a defuzzificação é onde os valores *fuzzy* são convertidos em números reais tendo como saída um conjunto matematicamente definido.

A interpretação do resultado (quantidade escalar) pode ser realizada por meio da defuzzificação do conjunto de saída fuzzy. Os métodos mais comuns para o processo de defuzzificação podem ser encontrados inúmeras literaturas (WEBER e KLEIN, 2003; DRIANKOV et al., 1996; RICADOR, 2010; PATYRA e MLYNEK, 1996)
como os listados:

- Método do centro de gravidade;
- Método do máximo critério;
- Método da média dos máximos;
- Método do centro de massas;
- Método do centroide.

2.2.1.5 Modelo de inferência

A inferência é o mapeamento de uma dada entrada para uma saída utilizando lógica fuzzy,ou seja, tendo os métodos de fuzzificação, regras que agirão sobre os consequentes conforme o operador utilizado. Os modelos de inferência mais difundidos são os modelos de Mamdani e de Sugeno, e o que os difere é o método que obtém o valor de saída.

Esses sistemas têm sido aplicados nos campos de controle automático, classificação de dados, análise de decisão, sistemas especialistas e visão computacional. Apesar da ideia simplista, existem situações nas quais se podem aplicar o modelo *fuzzy* em fenômenos sob observação. De acordo com (PATYRA e MLYNEK, 1996) estas situações podem ser:

- Descrições linguísticas obtidas de um especialista humano, que refletem o conhecimento qualitativo de um processo e que permitam construir um conjunto de regras lógicas *fuzzy*;
- Casos onde se tem equações conhecidas que descrevem o comportamento de um processo, no entanto as variáveis envolvidas não podem ser precisamente identificadas, havendo uma região de imprecisão (interpretação de forma *fuzzy*);
- Equações conhecidas para o processo, mas demasiadamente complexas(interpretadas em um caminho *fuzzy* para construir um modelo);
- Os dados de entrada e saída são utilizados para estimar o comportamento de regras lógicas *fuzzy*. Este procedimento é conhecido como identificação *fuzzy* de sistema que pode ser dividido em identificação da estrutura do modelo e identificação das variáveis do modelo.

2.2.1.5.1 Modelo de inferência de mamdani

Este modelo de inferência foi desenvolvido em 1975, pelo professor Ebrahim Mamdani, da Universidade de Londres, sobre o contexto de sistemas *fuzzy* baseando-se em regras do conjunto *fuzzy* com o objetivo de representar experiências reais. O método de inferência *fuzzy* proposto por Mamdani é a metodologia mais utilizada (FUJIMOTO, 2005).

Neste método, para cada saída é agregado um valor e cada saída precisa ser defuzzificada, para isso é usado o centro de massa ou centro de gravidade (COG) das saídas unidas.

$$\frac{\int \mu_{B_n^k}(y).\; y\,dy}{\int \mu_{B_n^k}(y)\,dy}$$

onde $_nB^k$: representa o k-ésimo conjunto difuso consequente para a n-ésima regra.

2.2.1.5.2 Modelo de inferência de sugeno

O modelo de Sugeno ou de Takagi-Sugeno-Kan, foi introduzido em 1985, similar ao método de inferência de Mamdani, porém a grande diferença está na forma de análise da função de saída. Não sendo necessário uma variável linguística de saída, mas sim a atribuição de pesos nas regras (KAWAMURA, 2007).

Para o consequente são utilizadas equações paramétricas, assim a saída é um valor ou uma função. A saída é calculada através da soma das saídas das regras dividida pela soma dos valores de ativação. O resultado dessa operação dá um valor preciso de saída, dada pela equação:

$$saida = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i \quad z_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

onde Wi = valor de ativação, Zi = valor de saída das regras e N = limite do somatório.

3. CONCLUSÃO

A lógica fuzzy mostrou ser uma técnica muito adequada em tratar informações imprecisas, já que não se restringe a atribuir apenas dois valores para os dados, descartando qualquer possibilidade da existência de um meio termo. Porém, ainda é pouco difundida no mercado de trabalho,

Com os estudos realizados sobre lógica f*uzzy*, notou-se que ela já não faz parte apenas de sistemas complexos, estão presente em alguns equipamentos do cotidiano, como a televisão e o ar condicionado. Como essa tecnologia está cada vez mais presente no dia-a-dia das pessoas seja auxiliando ou agilizando os serviços, a lógica *fuzzy* é uma técnica muito promissora principalmente por conseguir "entender" os termos linguísticos, o que a torna mais apta em situações onde informações imprecisas são adquiridas.

Com o desenvolver do trabalho ficou claro que para modelar um sistema baseado na lógica Fuzzy demanda de mais tempo do que o usando a lógica clássica, dependendo também da complexidade do sistema. Ter uma boa ferramenta para a modelagem de um sistema *fuzzy* é de grande serventia, pois testes podem ser feitos e verificados, assim seria somente implementado quando se tivesse os resultados esperados.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAVALCANTI J.H. et al**.: Logica Fuzzy Aplicada ÀS Engenharias**, João PessoaPB, 2012.

GOMIDE, F.; GUDWIN, R.R. e TANSCHEIT, R.: **Conceitos Fundamentais da Teoria de Conjuntos Fuzzy, Lófica Fuzzy e Aplicações**.Unicamp, 1995.

KOHAGURA, T.: **LÓGICA FUZZY E SUAS APLICAÇÕES.** 49p. Trabalho de

Conclusão de Curso, UEL, Londrina, 2007.

SANDRI, S, e CORREA, C.: **Lógica Nebulosa**. Conselho Nacional de Redes

Neurais.ITA, 1999.

SOUZA, Adilson Pereira et al. **Lógica Difusa**.ICPG – Instituto Catarinense de Pós-Graduação, ano desconhecido.

ZADEH, L. A.: **Fuzzy sets. Information and control**, v.8, p. 338-353, 1965.

KLIR,G.J.;YUAN,B.. **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications**. NewJersey, Prentice Hall, 1995.

TANSCHEIT, R.: **Sistemas fuzzy**, PUC-RIO, 2008.

AMARAL, J.F.M, **Síntese de sistemas fuzzy por computação evolucionária**, Tesede Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.

R. R. Yager; D. P. Filev.: **Essentials of Fuzzy Modeling and Control**. John Wiley &Sons, 1994.

ROSS, T. J.: **Fuzzy Logic with Engineering Applications**. New York, McGraw-Hill International Edition, Inc, 1995.

ZIMMERMAN, H.J.: ***Fuzzy* set theory and its aplications**. Boston, Kluwer Academic Publishers, 1987.

M.J. Patyra; D.M. Mlynek. Fuzzy **Logic: Implementation and Applications**. Wyley Teubner, 1996.