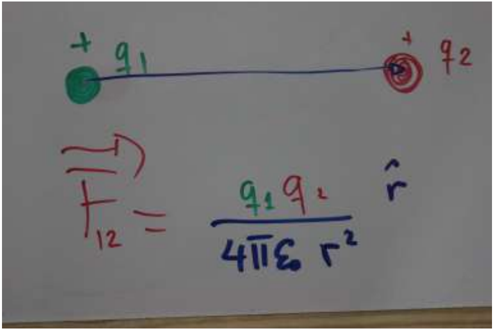
Física Geral II : AARE

21 de abril de 2021

Conteúdo

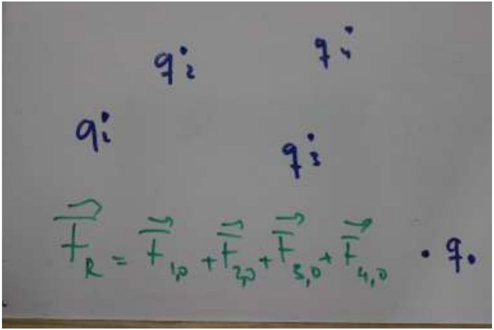
Força eletroestática e Campo elétrico

A força eletrostática é dada através da seguinte expressão:



$\epsilon_0 \rightarrow$ permissibilidade do meio.

Distribuição de cargas pontuais. Força resultante sobre a carga q_0?



Soma vetorial.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0} + \vec{F}_{3,0} + \vec{F}_{4,0}$$

$$\vec{F}_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_0}{r^2}\hat{r}_{1,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2 q_0}{r^2}\hat{r}_{2,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_3 q_0}{r^2}\hat{r}_{3,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_4 q_0}{r^2}\hat{r}_{4,0}$$

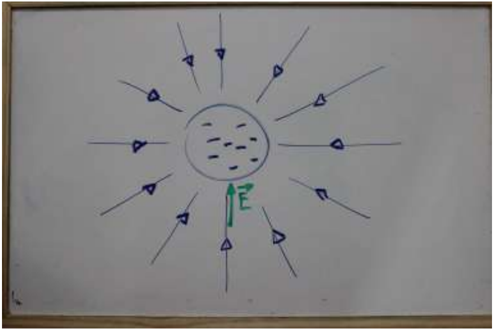
$$\vec{F}_R = q_0\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\hat{r}_{1,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r^2}\hat{r}_{2,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_3}{r^2}\hat{r}_{3,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_4}{r^2}\hat{r}_{4,0}\right)$$

$$\vec{F} = q_0\vec{E}_R$$

$$\vec{E}_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\hat{r}_{1,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r^2}\hat{r}_{2,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_3}{r^2}\hat{r}_{3,0} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_4}{r^2}\hat{r}_{4,0}$$

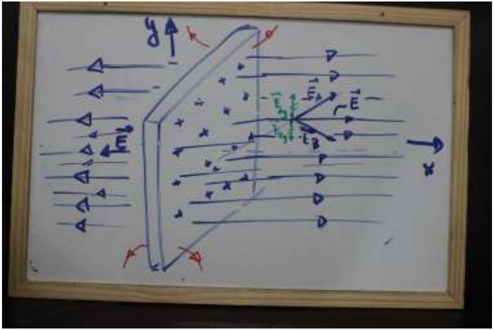
O campo elétrico resultante $\vec{E}_R$ é independente da carga prova q_0. Da mesma forma que o campo gravitacional g é independente da massa do corpo.

Radial

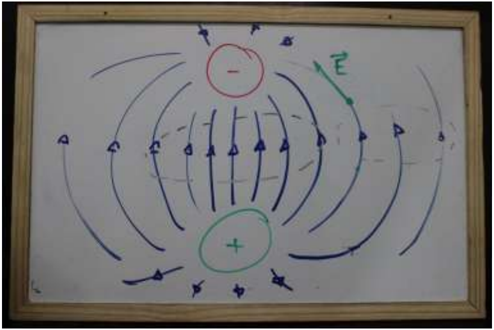


O campo elétrico tangencia a linha de campo.

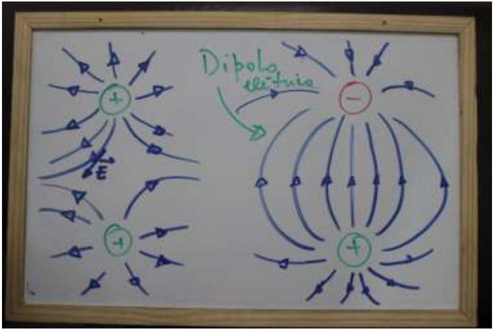
Paralela



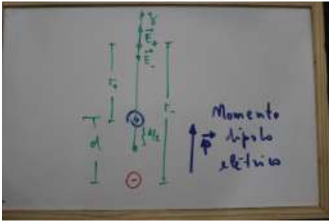
Entre cargas opostas



Dipolo elétrico



Momento dipolo elétrico



$$
\begin{aligned}
E &= E_{+} + E_{-} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_{+}^{2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_{-}^{2}} \\
&= \frac{q}{4\pi\epsilon_0\left(z - \frac{1}{2}d\right)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0\left(z + \frac{1}{2}d\right)^2}
\end{aligned}
$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\left[\frac{1}{\left(1-\frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1+\frac{d}{2z}\right)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\frac{2d/z}{\left(1-\left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3}\frac{d}{\left(1-\left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}$$

Para grandes distâncias:

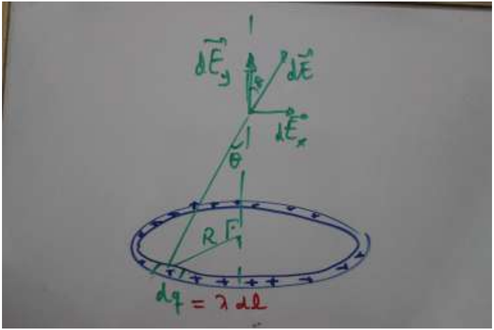
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qd}{z^3}$$

Onde qd é definido como módulo do momento dipolo elétrico, $|\vec{p}|$.

O momento dipolo elétrico é um vetor que tem a mesma direção da linha que liga as duas cargas e está no sentido da carga negativa para a carga positiva.

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{p}{z^3}$$

Distribuição linear



$$dq = \lambda dl$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda dl}{(z^2 + R^2)}$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

$$dE\cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}dl$$

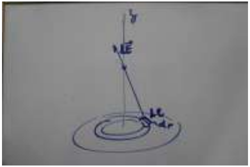
$$E = \int dE\cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl$$

$$= \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{zq}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Para grande distâncias:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{z^2}$$

Distribuição superficial



Nessa situação, a carga está distribuída sobre uma superfície. Ou seja, $dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dr)$.

Para o anel de raio r, obteve-se que o campo elétrico para um ponto no eixo z que para perpendicularmente ao centro do anel:

$$dE = \frac{z\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \frac{2rdr}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

Para se obter o campo elétrico no eixo z devido ao disco, basta somar a contribuição de vários anéis variando de $r = 0$ até r igual ao raio R do disco.

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r)\, dr$$

A solução dessa integral não é complicada!!!

Considerando $X = (z^2 + r^2)$ e $m = -\frac{3}{2}$:

$$dX = (2r)\, dr$$

e

$$\int X^m dX = \frac{X^{m+1}}{m+1}$$

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0}\left[\frac{(z^2+r^2)^{-1/2}}{-\frac{1}{2}}\right]_0^R$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)$$

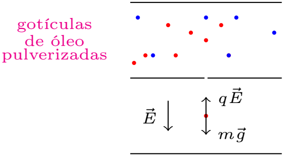
O que acontece se $R \to \infty$, mantendo z.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

O mesmo resultado é obtido se $z \to 0$

Medida da carga elementar

- $\rightarrow$ O campo elétrico de uma carga não exerce força sobre ela própria;
- $\rightarrow$ Sobre uma carga a única força elétrica que atua sobre ela está relacionado ao campo elétrico gerado pelas outras cargas, ou seja, campo externo.



$$q = ne$$

Onde n é um número inteiro.

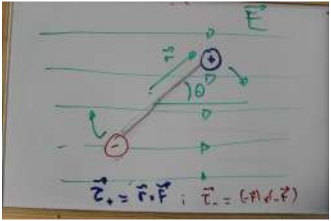
Logo existe a carga elementar e, $1{,}60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.
Este foi o experimento realizado por Millikan e, em 1923, ele ganhou o prêmio Nobel.

Uma aplicação é a impressora de jato de tinta.

Quando o campo elétrico no ar excede um valor crítico E_C, podemos ter uma descarga elétrica no ar. Ou seja, o campo é tão intenso que consegue mover elétrons dos átomos no ar. Passamos a ter uma condução no ar. Durante a condução, elétrons colidem com outros átomos provocando emissão de luz. Observa-se fagulhas no ar.

Efeito do campo elétrico sobre um dipolo elétrico

A força elétrica faz com que o dipolo elétrico se alinhe ao campo elétrico.
Um torque é produzido sobre o dipolo.



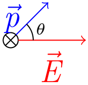
$$\vec{\tau} = \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F} + \frac{(-\vec{d})}{2} \times (-\vec{F})$$

$$\vec{\tau} = \vec{d} \times \vec{F} = \vec{d} \times q\vec{E}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Como o torque atua alinhando o dipolo elétrico com o campo elétrico, ele diminui o ângulo θ

$$\tau = -pE\text{sen}(\theta)$$



Energia potencial de um dipolo elétrico

A energia potencial será mínima quando o dipolo elétrico tem a mesma orientação do campo elétrico externo $\vec{E}$ ($\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = 0$), ou seja, tem a mesma direção e sendido. Para qualquer outra orientação a energia potencial será maior, sendo máxima quando $\vec{p}$ é antiparalelo a $\vec{E}$.

Por definição, variação da energia potencial é dada por:

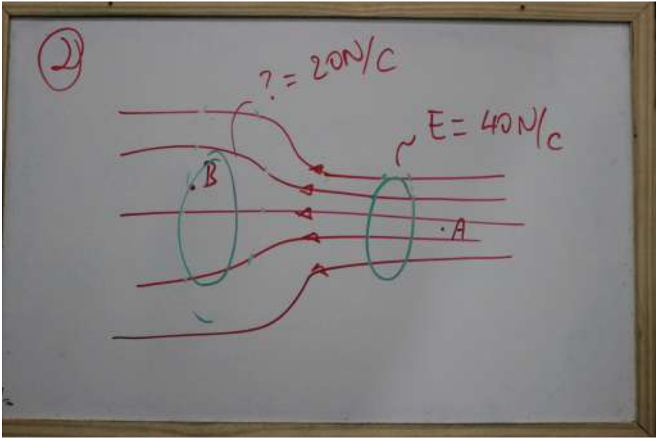
$$\Delta U = -W = -\int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau \, d\theta$$

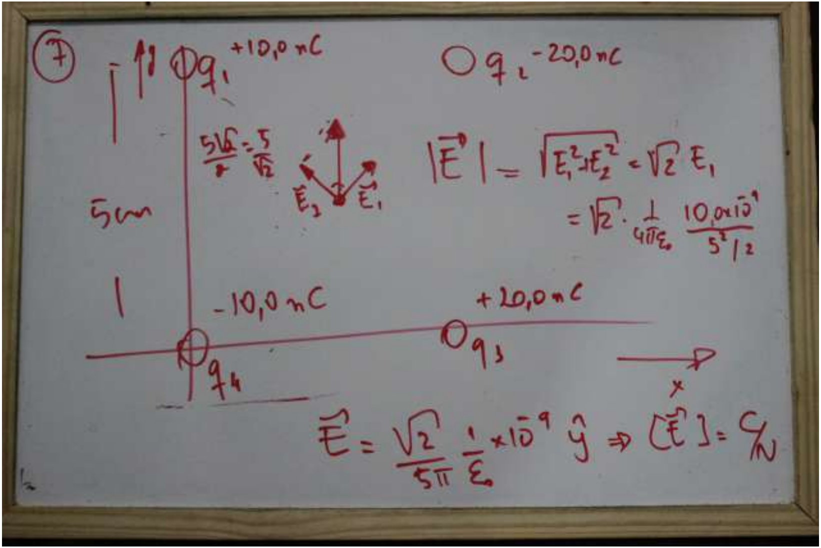
Como podemos escolher uma condição com energia potencial igual a zero, que seja $\theta = 90°$. Então, a energia potencial em relação a essa direção será dada por:

$$U = -W = -\int_{90°}^{\theta} \tau \, d\theta = \int_{90°}^{\theta} pE\,\mathrm{sen}(\theta)\, d\theta$$

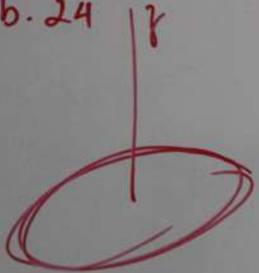
$$U = -pE\cos(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

Exercícios




7
q_1 +10,0 nC
q_2 -20,0 nC
5cm
$\vec{E}_2$ $\vec{E}_1$
$|\vec{E}| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}\,E_1$
$= \sqrt{2} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{10{,}0 \times 10^{-9}}{5^2/2}$
-10,0 nC
+20,0 nC
q_3
q_4
x
$\vec{E} = \frac{\sqrt{2}}{5\pi} \frac{1}{\varepsilon_0} \times 10^{-9}\, \hat{y} \Rightarrow [\vec{E}] = C/N$

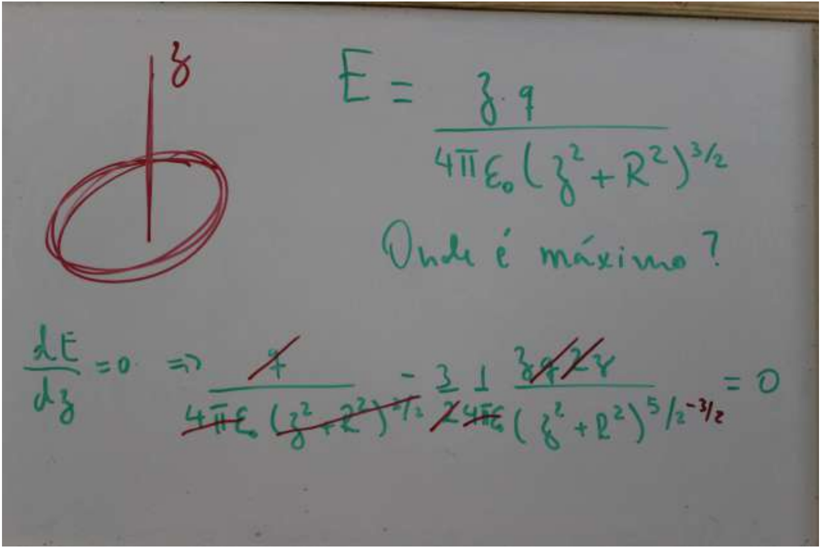
Prob. 24



a) E em $z = 0$ e ∞

$$E = \frac{zq}{4\pi\varepsilon_0 (z^2 + R^3)^{3/2}}$$

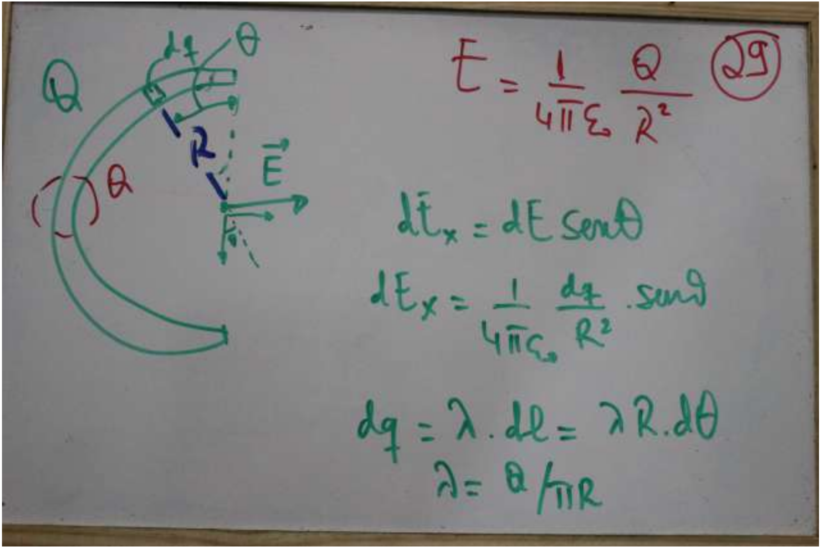
$E = 0$; para $z = 0$ ou
$z = \infty$

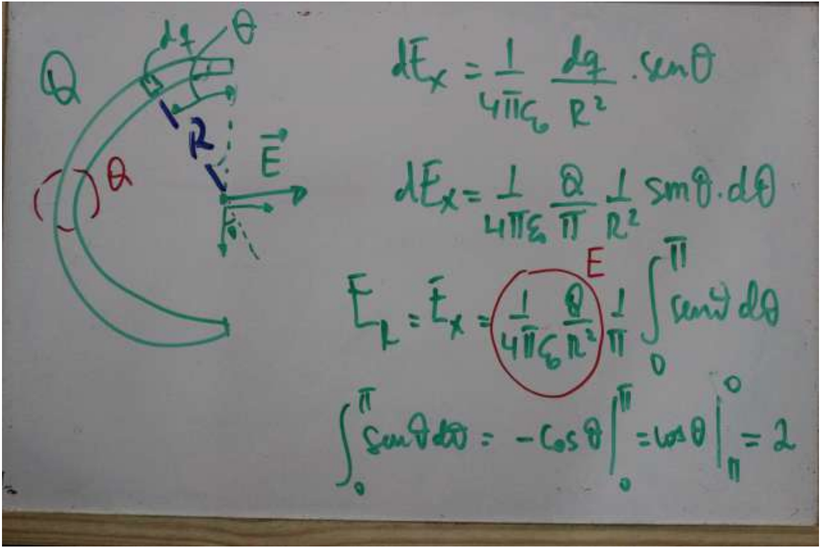

z
$E = \dfrac{z\cdot q}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}}$
Onde é máximo?
$\dfrac{dE}{dz} = 0 \Rightarrow \dfrac{\cancel{q}}{\cancel{4\pi\varepsilon_0} \cancel{(z^2+R^2)}^{3/2}} - \dfrac{3}{\cancel{2}} \dfrac{1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}} \dfrac{z\cancel{q}\cancel{2}z}{(z^2+R^2)^{5/2-3/2}} = 0$

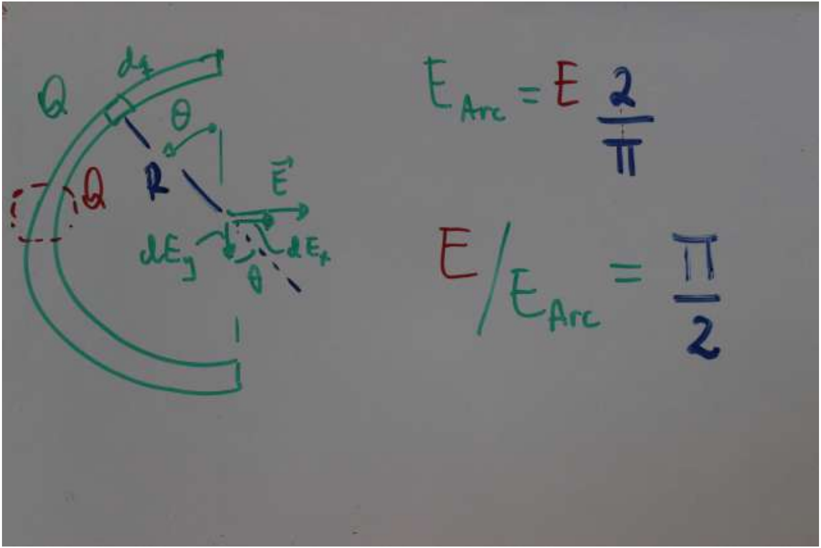
$$1 - \frac{3z^2}{z^2+R^2} = 0$$

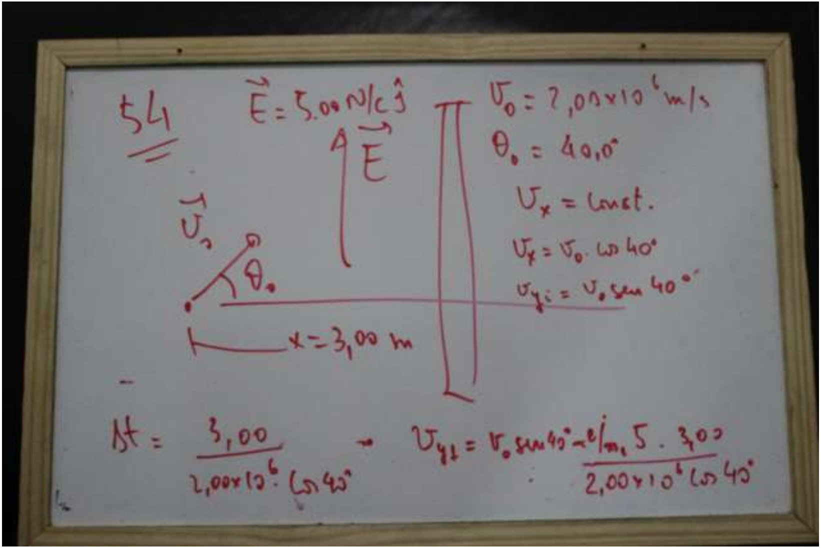
$$z^2 + R^2 - 3z^2 = 0$$

$$2z^2 = R^2 \rightarrow z = \pm \frac{R}{\sqrt{2}}$$


dq
θ
Q
R
θ
$\vec{E}$
$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^2}$
29
$dE_x = dE \, sen\theta$
$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{R^2} . sen\theta$
$dq = \lambda . dl = \lambda R . d\theta$
$\lambda = Q / \pi R$


Q
dq
θ
R
$\vec{E}$
θ
$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{R^2}\cdot \operatorname{sen}\theta$
$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\pi}\frac{1}{R^2}\operatorname{sen}\theta \cdot d\theta$
$E_R = E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R^2}\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\operatorname{sen}\theta\, d\theta$
E
$\int_0^{\pi}\operatorname{sen}\theta\, d\theta = -\cos\theta\Big|_0^{\pi} = \cos\theta\Big|_{\pi}^{0} = 2$


dq
Q
θ
Q
R
$\vec{E}$
dE_y
dE_x
θ
$E_{Arc} = E \frac{2}{\pi}$
$E / E_{Arc} = \frac{\pi}{2}$


54
E = 5.00 N/C ĵ
E
v0 = 2,00×10^6 m/s
θ0 = 40,0°
Vx = Const.
Vx = V0 . cos 40°
vyi = v0 sen 40°
v0
θ0
x = 3,00 m
Δt = 3,00 / 2,00×10^6 . cos 40°
vyf = v0 sen 40° − e/me 5 . 3,00 / 2,00×10^6 cos 40°

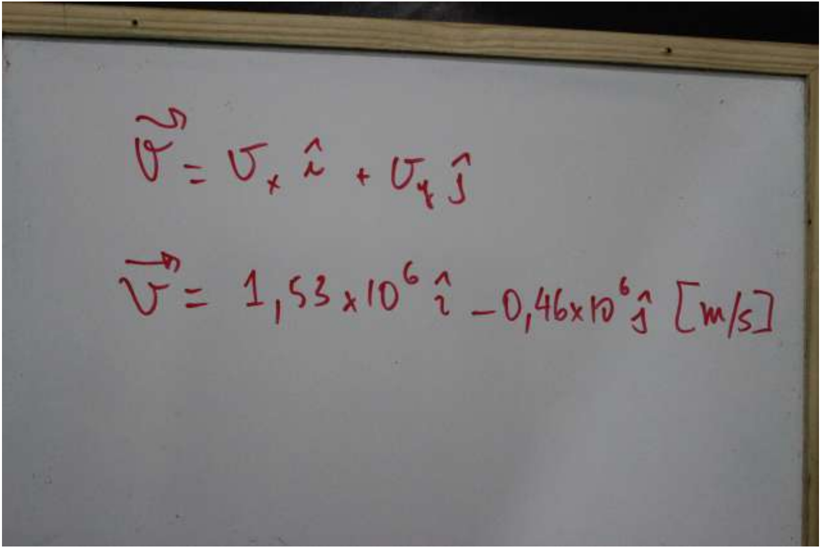
$$v_{x_1} = 2{,}00\times10^{6}\cos 40^\circ =$$

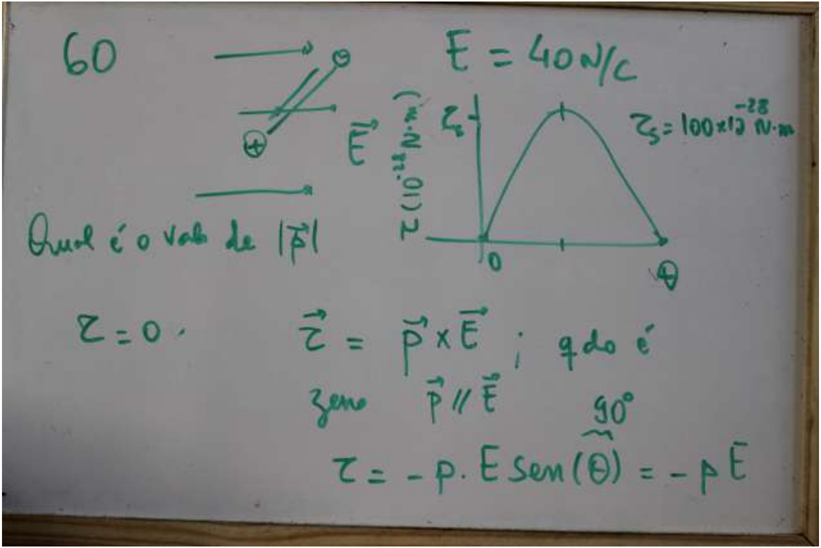
$$v_{y_1} = 2{,}00\times10^{6}\,\mathrm{sen}\,40^\circ - \frac{e}{m_e}\,\frac{5{,}00\times 3{,}00}{2{,}00\times10^{6}\cos 40^\circ}$$

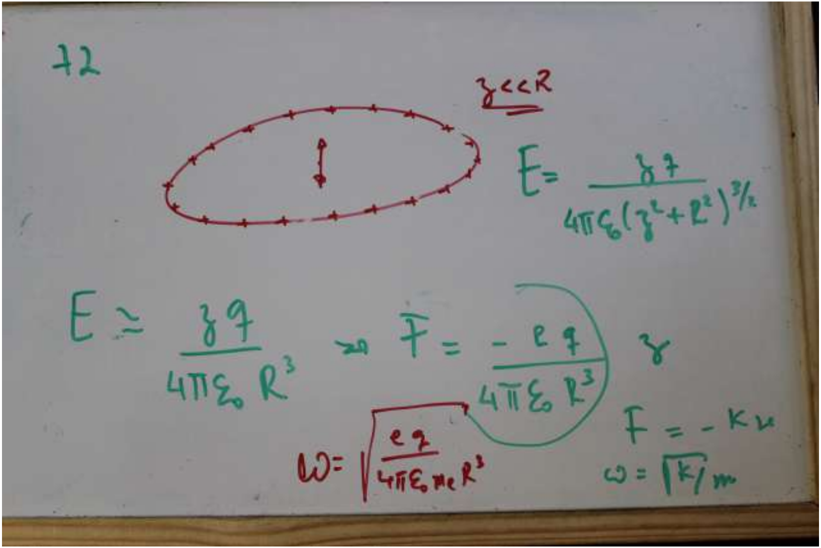
$$\left.\begin{array}{l} e = 1{,}60\times10^{-19}\ \mathrm{C} \\ m_e = 9{,}11\times10^{-31}\ \mathrm{Kg} \end{array}\right\} \frac{e}{m_e} = 1{,}76\times10^{11}\ \mathrm{C/Kg}$$

$$v_x = 1{,}53\times10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

$$v_y = 1{,}29\times10^{6} - 1{,}72\times10^{6} = -0{,}43\times10^{6}\ \mathrm{m/s}$$


$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$
$\vec{v} = 1{,}53 \times 10^6 \hat{i} - 0{,}46 \times 10^6 \hat{j}$ [m/s]


60
E = 40 N/C
$\vec{E}$
$\tau\,(10^{-28}\,N\cdot m)$
τ_s
0
θ
$\tau_s = 100\times10^{-28}\,N\cdot m$
Qual é o valor de $|\vec{p}|$
$\tau = 0$.
$\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$; qdo é zero $\vec{p}\,//\,\vec{E}$
90°
$\tau = -p.E\,sen(\theta) = -pE$


72
z<<R
$E = \frac{zq}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}}$
$E \simeq \frac{zq}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \Rightarrow F = \frac{-eq}{4\pi\varepsilon_0 R^3} z$
$F = -kx$
$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\varepsilon_0 m_e R^3}}$
$\omega = \sqrt{k/m}$