

# 电子科技大学研究生试卷

(考试时间: \_\_\_\_\_至\_\_\_\_\_, 共 2 小时)

课程名称 图论及应用 教师 \_\_\_\_\_ 学时 60 学分 3

教学方式 堂上授课 考核日期 2018 年 6 月 \_\_\_\_\_ 日 成绩 \_\_\_\_\_

考核方式: \_\_\_\_\_ (学生填写)

## 一. 填空题(每空 3 分, 共 15 分)

1. 具有  $m$  条边的简单图  $G$  中所有不同生成子图(包括  $G$  和空图)的个数为 \_\_\_\_\_。

2. 已知图  $G$  是  $n$  阶完全  $l$  部图, 第  $i$  部的顶点数为  $n_i$  ( $1 \leq i \leq l$ ), 则图  $G$  的边数

$m(G) =$  \_\_\_\_\_。

3. 图 1 中最小生成树  $T$  的权值  $W(T) =$  \_\_\_\_\_。

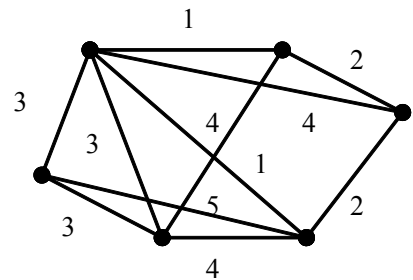


图 1

4. 图 2 中的块的个数为 \_\_\_\_\_。

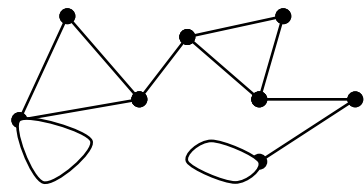


图 2

5. 图 3 中强连通分支个数为 \_\_\_\_\_。

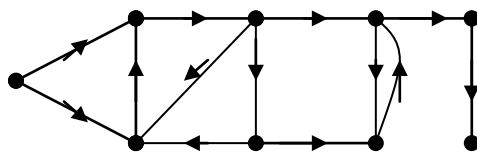


图 3

## 二. 单项选择题(每题 3 分, 共 15 分)

- 下列非负整数序列中, 不是图的度序列的是 ( )  
(A) (1,0,1,5,2,4,6); (B) (2,4,6,8,2) ; (C) (6,5,4,3,2,2,2); (D) (0,0,0,0,0,0)。
- 下列说法正确的是 ( )  
(A)  $n$  阶完全图一定没有割边;  
(B)  $n$  阶完全图一定没有割点;  
(C) 有割边的简单图一定有割点;  
(D) 有割点的图一定有割边。
- 下列说法错误的是 ( )  
(A) 图的点连通度大于等于图的边连通度;  
(B) 若图  $G=(n,m)$  的点连通度为  $k$ , 则其边数  $m \geq \left\lceil \frac{nk}{2} \right\rceil$ ;  
(C)  $n$  阶图的点连通度一定小于或等于  $n-1$ ;  
(D) 图  $G$  是  $k$  连通的, 则  $G$  的连通度至少为  $k$ 。
- 下列说法正确的是 ( )  
(A) 欧拉图一定是哈密尔顿图;  
(B) 任意一棵非平凡树一定是一个简单偶图;  
(C) 如果  $n(n \geq 3)$  阶单图  $G$  满足  $\delta(G) < n/2$ , 则图  $G$  是非哈密尔顿图;  
(D) 任意偶图一定是非哈密尔顿图。
- 下列说法错误的是 ( )  
(A) 图  $G$  的匹配  $M$  是最大匹配当且仅当  $G$  中不存在  $M$  可扩路;  
(B) 在偶图中最大匹配的边数等于最小点覆盖的顶点数;  
(C)  $k(k \geq 1)$  正则偶图一定存在完美匹配;  
(D) 有割点的三正则图一定没有完美匹配。

三. (10 分) 说明整数序列  $\pi = (6, 5, 4, 3, 2, 2, 2)$  是简单图的度序列(图序列), 并作出一个对应的简单图  $G$ 。

四. (10 分) 设  $\tau(G)$  表示图  $G$  的生成树的棵数, 求证: 对图  $G$  的任意一条边  $e$  来说, 有

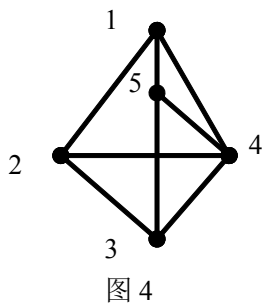
$$\tau(G) = \tau(G - e) + \tau(G \bullet e).$$

五. (10 分) 求证: 若  $G$  是  $n \geq 3$  的非哈密尔顿简单图, 则  $G$  度弱于某个  $C_{m,n}$  图。

六. (10 分) 求证: 对于  $n \geq 1$ , 完全图  $K_{4n+1}$  是 4-可因子分解的。

七. (10 分) 设  $G^*$  是具有  $k(k \geq 2)$  个连通分支的平面图  $G$  的对偶图, 已知  $G$  的边数  $m = 10$ , 面数  $\phi = 3$ , 求  $G^*$  的面数  $\phi^*$ 。

八. (10 分) 求下图 4 的色多项式  $p_k(G)$ , 并求出点色数  $\chi(G)$ 。



九. (10 分) (比赛安排问题) Alvin (A) 曾邀请 3 对夫妇到他的避暑别墅住一个星期。他们是: Bob 和 Carrie, David 和 Edith, Frank 和 Gena。由于这 6 人都喜欢网球运动, 所以他们决定进行网球比赛。6 位客人的每一位都要和其配偶之外的每位客人比赛。另外, Alvin 将分别和 David, Edith, Frank, Gena 进行一场比赛。若没有人在同一天进行 2 场比赛, 则要在最少天数完成比赛, 如何安排?。