http://www.labtel.ele.ufes.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico
Departamento de Engenharia Elétrica

Princípios de Comunicações

Capítulo 2
Semestre Letivo 2020/1

Prof.: Jair A. Lima Silva

DEL/CT/UFES

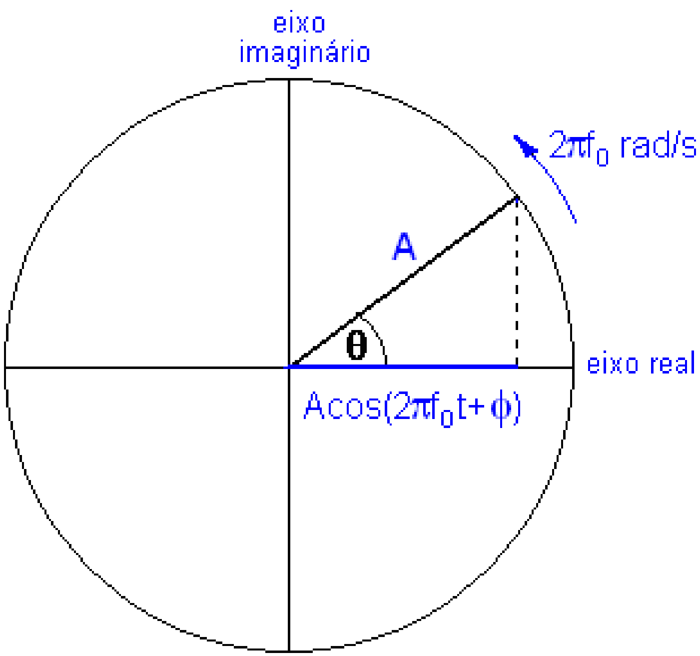
Índice

I. **Representação Fasorial**
   a. Números complexos
   b. Teorema de Euler

II. **Representações nos domínios do tempo e da Frequência**

I. Representação Fasorial

- Um sinal senoidal pode ser visualizado como um **fasor**.
  - Um **fasor** representa um vetor girante no plano complexo com frequência angular (***w***) constante e que completa um volta (**2π** rad) a cada $\boldsymbol{T_0}$ segundos.



$$f_0 = \frac{1}{T_0} \quad [\text{Hz}]$$

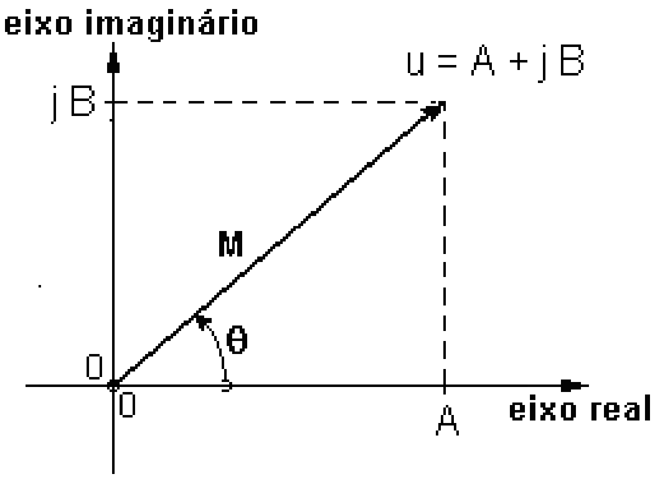
$$w = \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi \cdot f_0 \quad [\text{rad/s}]$$

$$\theta(t) = \int 2\pi f_0 dt = 2\pi f_0 + \phi$$

fase $-\pi \leq \phi \leq +\pi$ e amplitude $A \geq 0$

I. Representação Fasorial

I.a - Números Complexos



$$u = A + j \cdot B$$

$$M = \sqrt{A^2 + B^2} \geq 0$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

A : parte **REAL**,
B : parte **IMAGINÁRIA**

u **- VETOR** com origem **em (0, 0)** e extremidade **(A, B) no plano complexo (espaço *bidimensional*)**

MÓDULO : comprimento do vetor ***u***
θ em [rad] - ÂNGULO entre o vetor e o semieixo real positivo .

I.a - Números Complexos

Do plano complexo, sabe-se que $u = A + jB = M\cos(\theta) + j\cdot Msen(\theta)$

Derivando u em relação ao ângulo,

$$\frac{du}{d\theta} = -Msen(\theta) + j\cdot M\cos(\theta) = j\cdot u$$

$$\Rightarrow \frac{du}{u} = jd\theta \Leftrightarrow \ln(u) = j\theta + k \Leftrightarrow u = e^{k}.e^{j\theta}$$

Para $\theta = 0$ e $u = M$, $u = e^{k}.e^{j\theta}$, então, $e^{k} = M$

I.b – Equação ou Teorema de Euler

Para $\theta = 0$ e $u = M$, $u = e^{k}.e^{j\theta}$, então, $e^{k} = M$

$$e^{\pm j\theta} = \cos(\theta) \pm j \cdot sen(\theta)$$

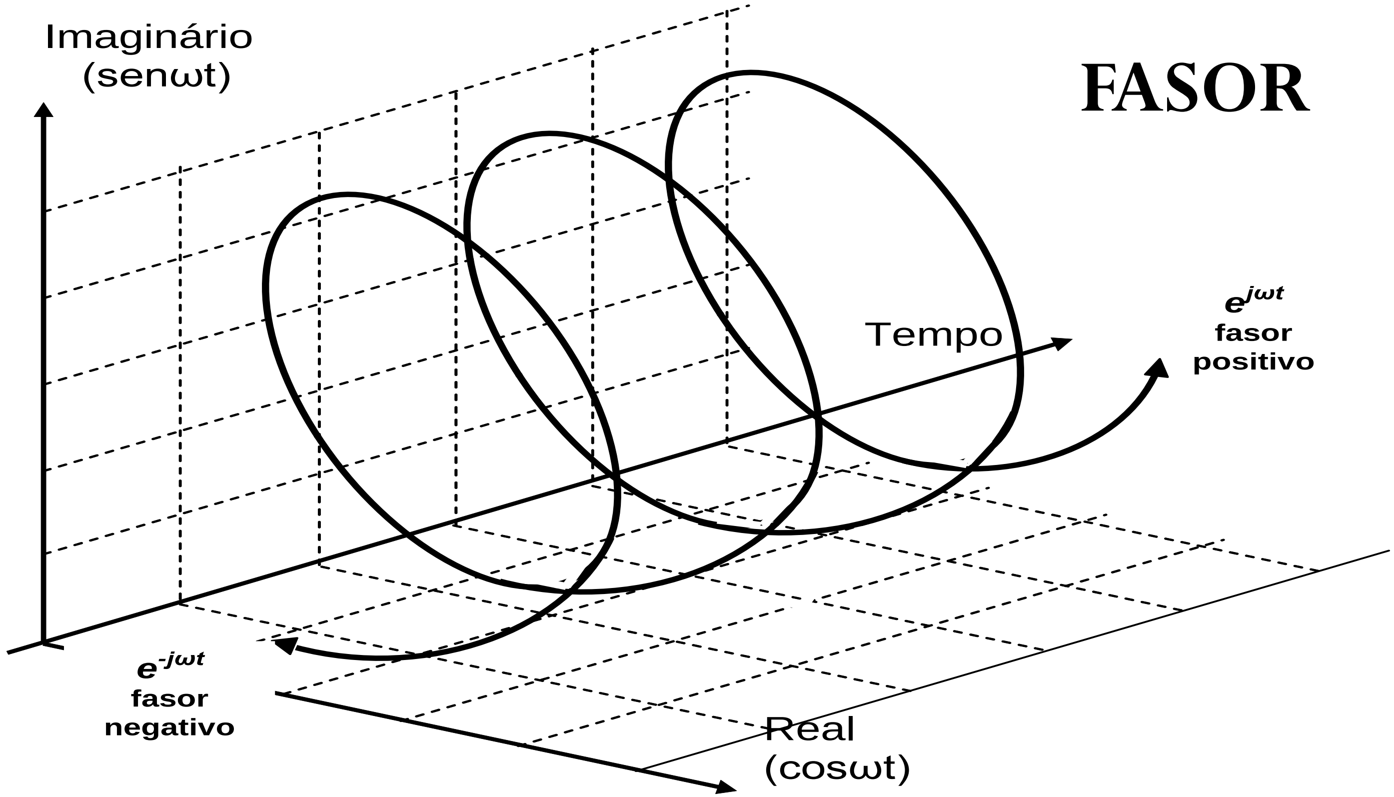
Com $\theta = 2\pi f_0 t + \phi = wt + \phi$, $\theta = wt$, para $\phi = 0$,

$$\boxed{e^{\pm wt} = \cos(wt) \pm j \cdot sen(wt)}$$

A mais incrível equação de toda a Matemática

Richard Feynman, Prémio Nobel da Física, 1965

I. Representação Fasorial



$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j sen\omega t$$

- O gráfico representa um *fasor* que gira e ao mesmo tempo se desloca ao longo do tempo (curva tipo hélice).
- Se trocarmos o sinal da exponencial ($e^{-j\omega_t}$) a hélice se propaga no sentido contrário ou negativo do tempo.

I.b - Equação ou Teorema de Euler

$$\boxed{e^{\pm wt} = \cos(wt) \pm j \cdot sen(wt)}$$

Da Equação de Euler obtém-se:

$$\cos(\theta) = \frac{e^{+j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

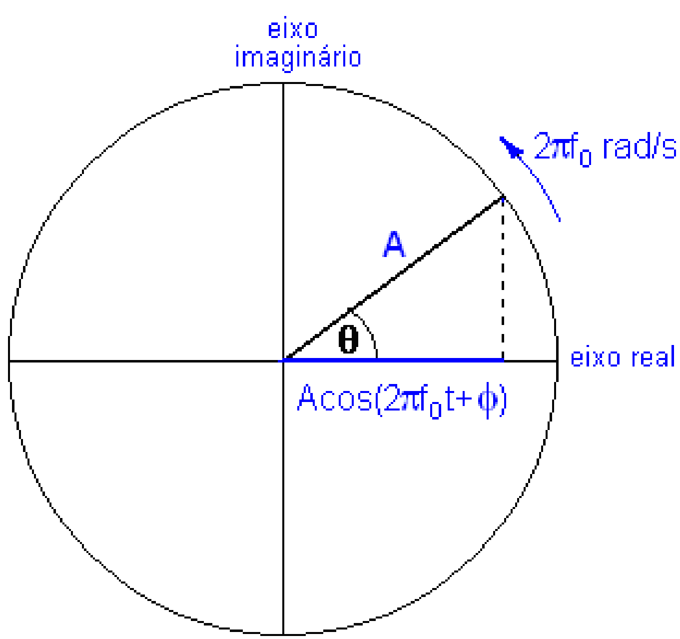
$$sen(\theta) = \frac{e^{+j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

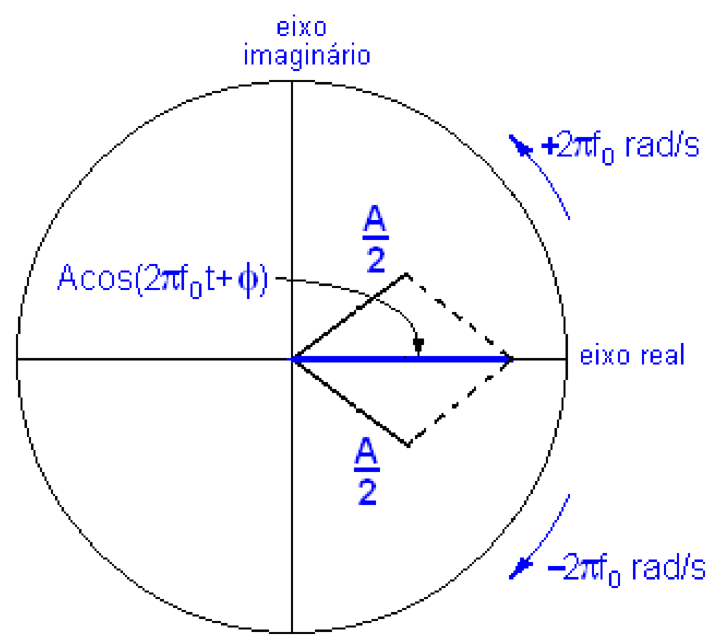
I. Representação Fasorial

Assim, o sinal real do tempo x(t) pode ser representada pelas alternativas:

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \phi) = \mathrm{Re}\left[Ae^{j(2\pi f_0 t+\phi)}\right]$$

$$x(t) = \frac{A}{2}e^{+j(2\pi f_0 t+\phi)} + \frac{A}{2}e^{-j(2\pi f_0 t+\phi)}$$





II. Domínios do Tempo e da Frequência

- **Domínio do Tempo –** (Variável Livre ***tempo***)
  - A descrição da função é denominada de **sinal**
- *Porém, como dispositivos comuns em sistemas de comunicações elétricas, tais como linhas de transmissão, amplificadores, filtros, etc, respondem diferentemente a sinais de frequências diferentes, convém,….*
- **Domínio da Frequência** – (Variável Livre ***frequência***)
  - A descrição da função é denominada de **Espectro**

Capítulo 3…