UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico
Departamento de Engenharia Elétrica

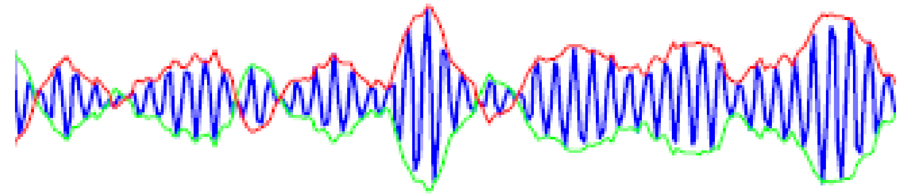
Princípios de Comunicações I

Capítulo 1

Prof.: Jair A. Lima Silva
DEL/CT/UFES

Índice

I. Sinais Elétricos



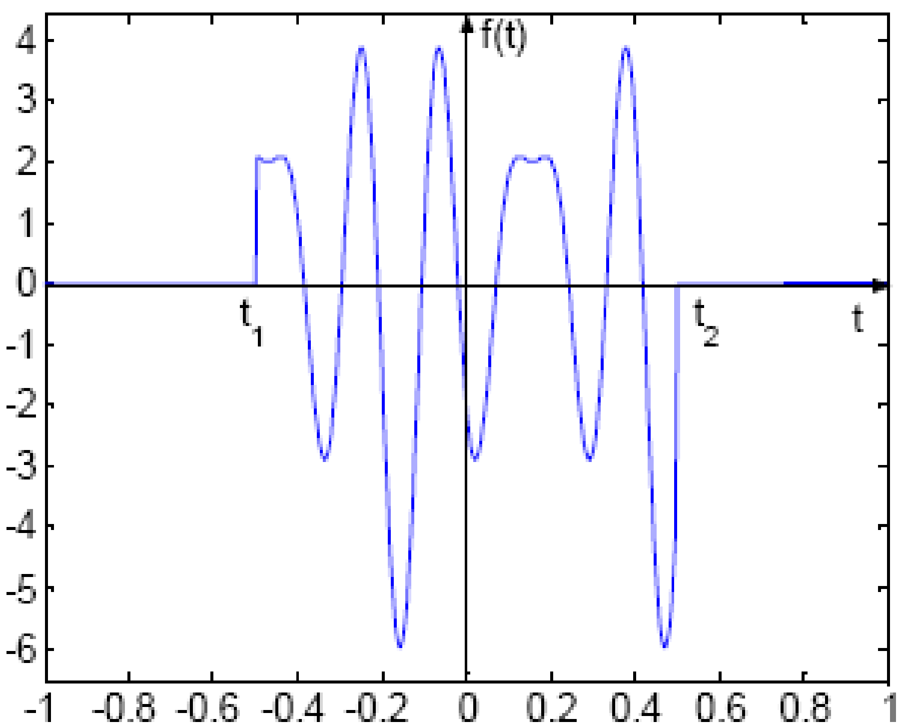
a. Definição

- Um sinal de tensão ou sinal de corrente é um sinal elétrico *x(t)* que é função da variável independente tempo *t*.
- Cada instante de tempo *t* corresponde um único valor de função *x*.
- Aqui tratamos com **sinais fisicamente realizáveis** (valor absoluto limitado), portanto, **Sinais Reais e Finitos**.

I. Sinais Elétricos

a. Definição

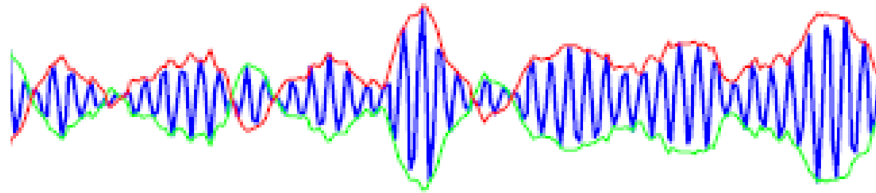
- **Sinais Fisicamente Realizáveis**



$$f(t) \neq 0, \quad t_1 < t < t_2$$

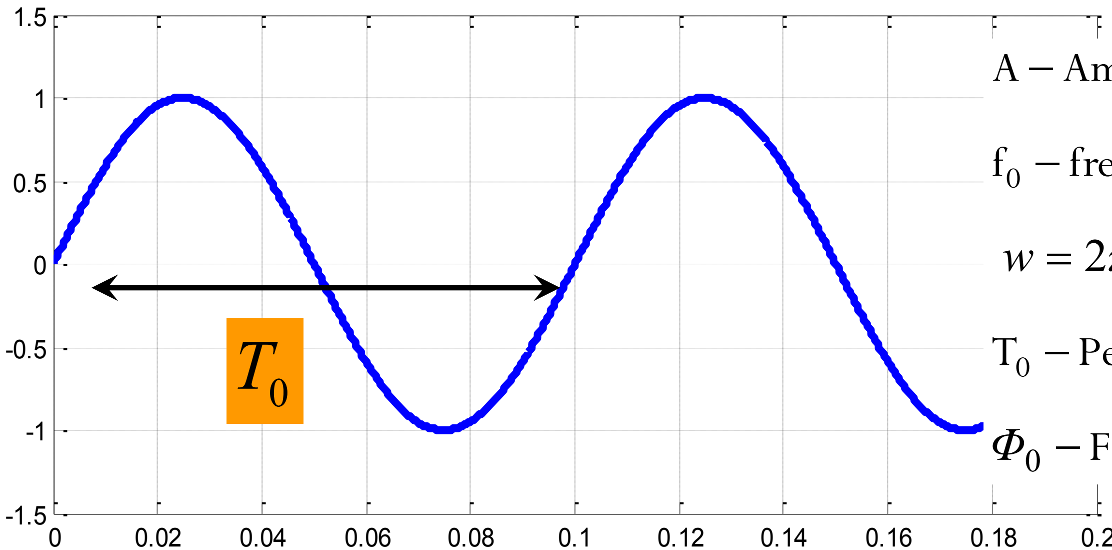
$$|f(t)| \leq M$$

I. Sinais Elétricos



a. Definição

- Exemplo de sinal



A – Amplitude em [V],[A],etc

f_0 – frequência [Hz]

$w = 2\pi f_0$ – frequencia angular [rad]

T_0 – Período de Repetição [s]

Φ_0 – Fase em [°] ou [rad]

$$s(t) = A \cdot sen(2\pi \cdot f_0 \cdot t + \phi_0)$$

Índice

b. Representação de Sinais por Funções

- **FUNÇÃO**
  - Relação que associa, a cada valor da variável livre um valor da variável dependente .

variável *dependente*

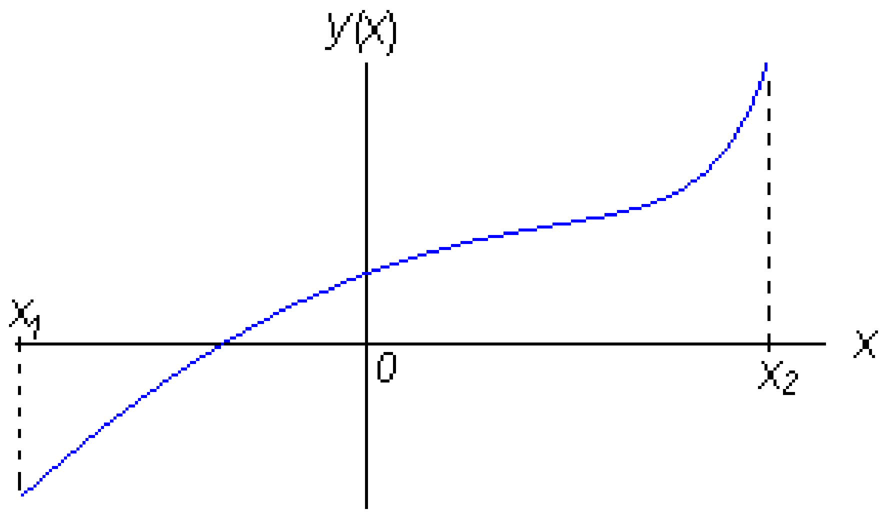
REPRESENTAÇÃO: $y(x)$

variável *independente*

DOMÍNIO da função	CONTRADOMÍNIO da função
conjunto de valores que a ***variável livre*** pode assumir.	conjunto de valores que a ***variável dependente*** pode assumir.

b. Representação de Sinais por Funções

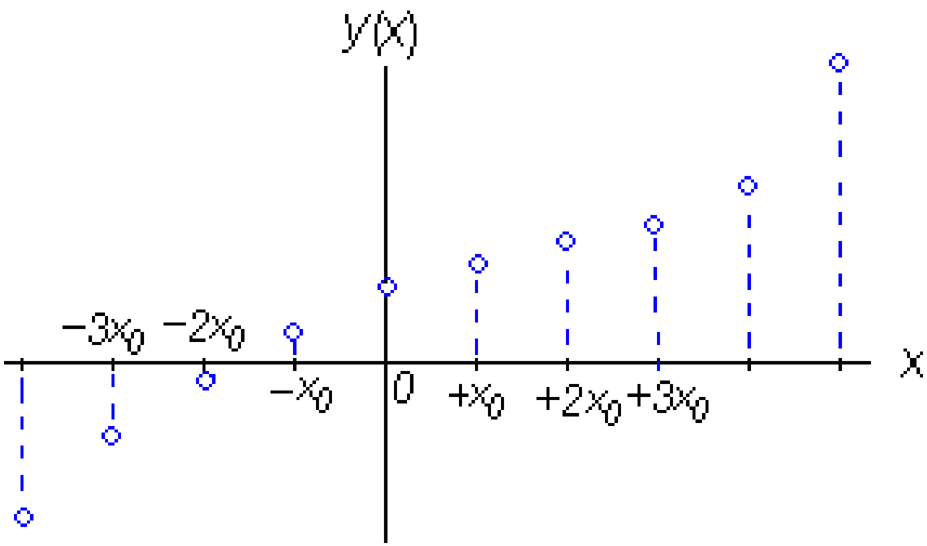
- **Função CONTÍNUA**
  - Uma função de variável contínua é aquela cujo domínio é um **intervalo** CONTÍNUO.



$$x \in [x_1, x_2]$$

b. Representação de Sinais por Funções

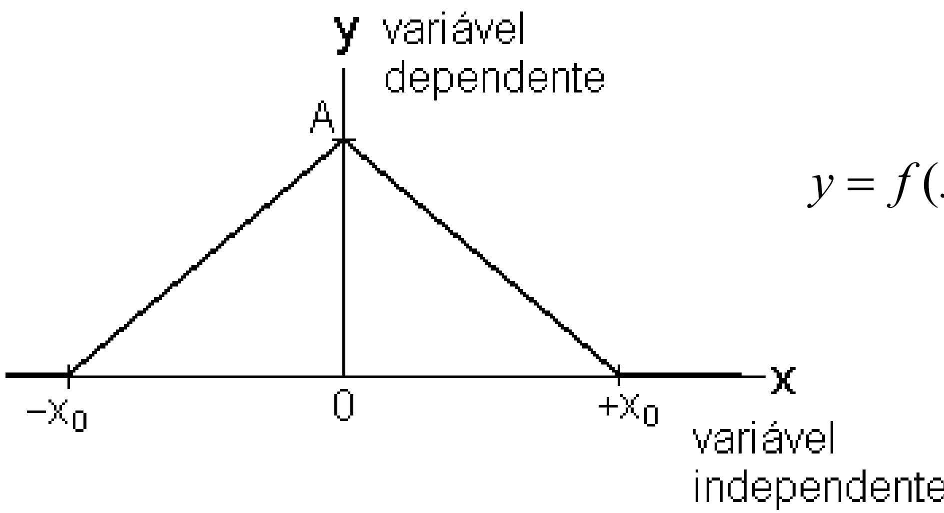
- **Função DISCRETA**
  - Uma função de variável discreta é aquela cujo domínio é um **conjunto** DISCRETO.



$$x \in \{k \cdot x_0 \mid k = \text{inteiro}\}$$

b. Representação de Sinais por Funções

- **<u>Exemplo de FUNÇÃO</u>**



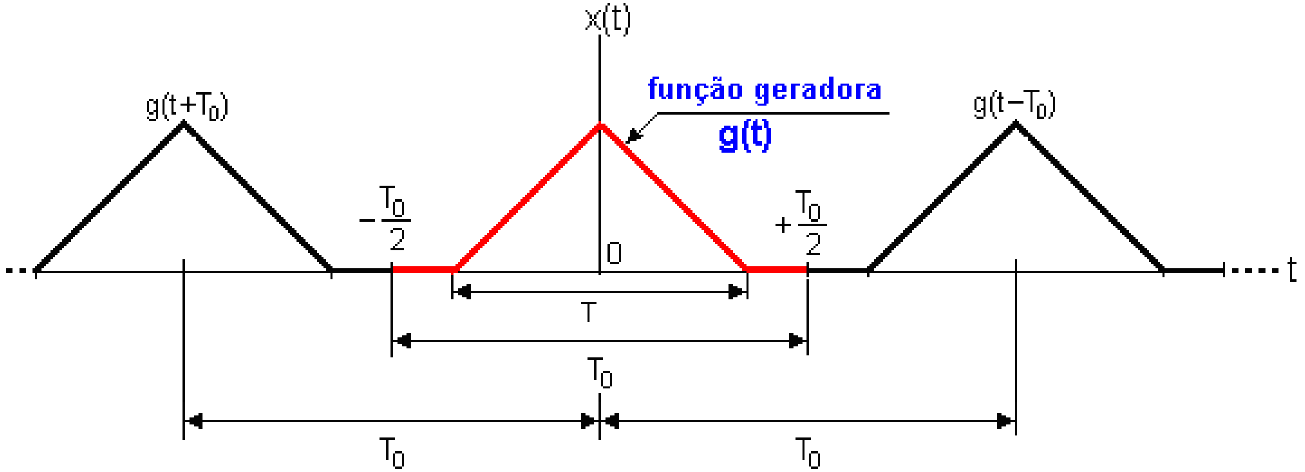
$$
y = f(x) = \begin{cases} 0 & \text{para} \quad x < -x_0 \\[2ex] A + \dfrac{2A \cdot x}{x_0} & \text{para} \quad -x_0 \le x \le 0 \\[2ex] A - \dfrac{2A \cdot x}{x_0} & \text{para} \quad 0 \le x \le x_0 \\[2ex] 0 & \text{para} \quad x > x_0 \end{cases}
$$

$$
x \in [-\infty, +\infty] \;\rightarrow\; y \in [0, A]
$$

$$
\boxed{y = f(x) = \begin{cases} A.\left(1 - \dfrac{2A \cdot |x|}{x_0}\right) & \text{para } |x| \le x_0 \\[2ex] 0 & \text{para } |x| > x_0 \end{cases}}
$$

b. Representação de Sinais por Funções

- **<u>Exemplo de FUNÇÃO</u>**

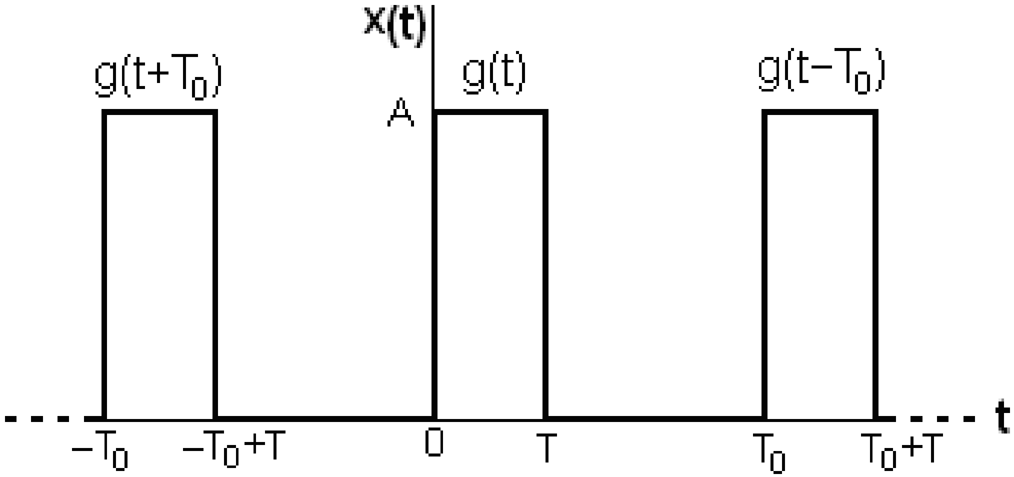


$$g(t)=\begin{cases} A\left(1-\dfrac{2A\cdot|t|}{T}\right) & \text{para } -\dfrac{T}{2}\leq t\leq +\dfrac{T}{2} \\ 0 & \text{para} |t|>\dfrac{T}{2} \end{cases}$$

$$\boxed{x(t)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} g\left(t-mT_0\right)}$$

b. Representação de Sinais por Funções

- **Exemplo de FUNÇÃO**



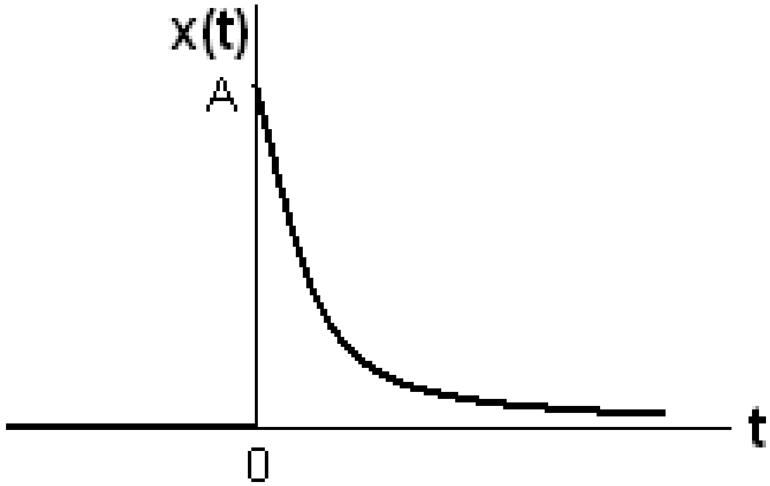
$$g(t)=\begin{cases} A & \text{para } 0\le t\le T \\ 0 & \text{para } |t|>T \end{cases}$$

$$\boxed{x(t)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} g\left(t-mT_0\right)}$$

$$-\infty\le m\le\infty \quad m\rightarrow \text{inteiro}$$

b. Representação de Sinais por Funções

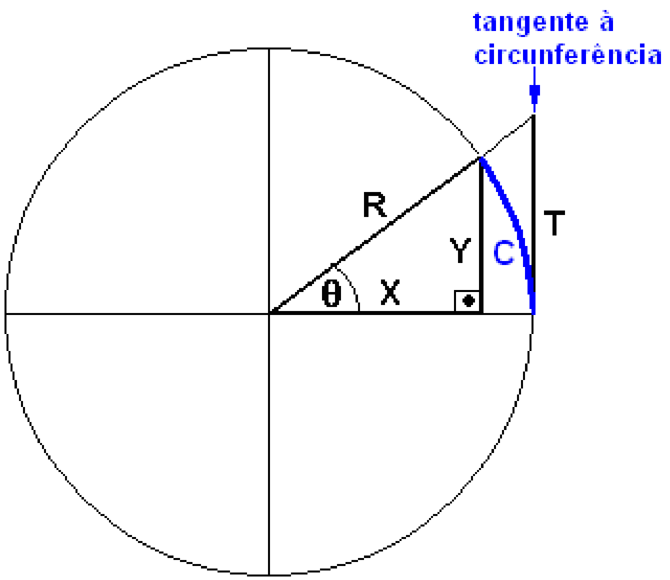
- **<u>Exemplo de FUNÇÃO</u>**



$$x(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-at} & \text{para } t \geq 0 \\ 0 & \text{para } t < 0 \end{cases}$$

b. Representação de Sinais por Funções

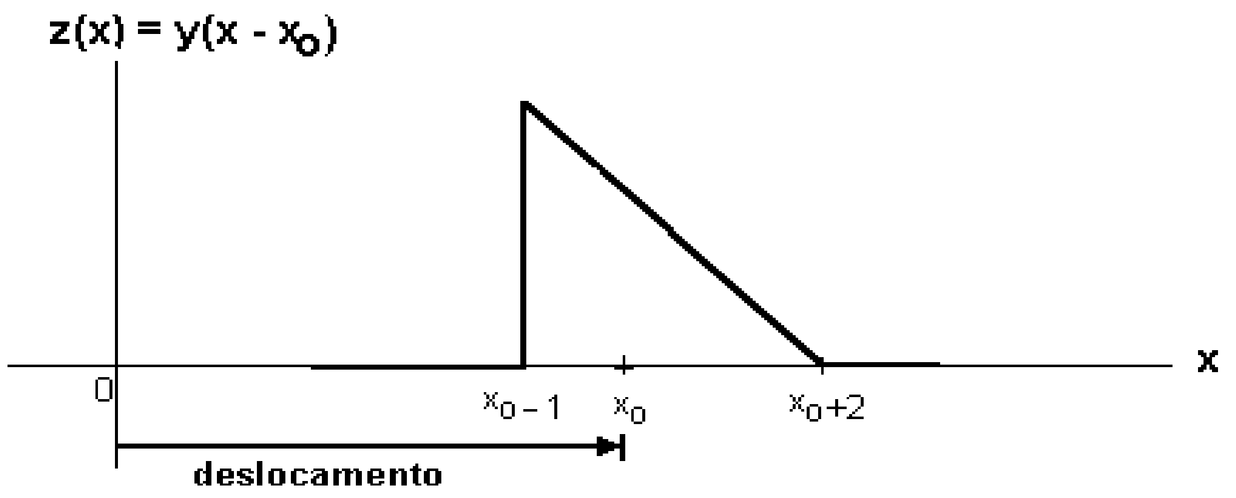
- **<u>Tarefa Extra Classe</u> -** Faça uma revisão sobre:
  - **Funções Trigonométricas**
  - **Relações Trigonométricas**
  - **Números Complexos**



I. Sinais Elétricos

c. Operações sobre Funções

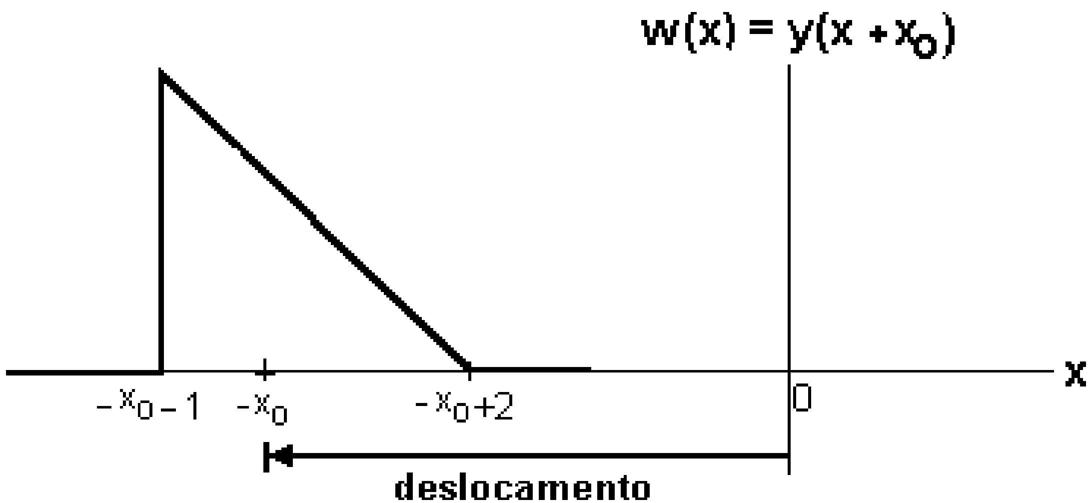
- **DESLOCAMENTO de Função**



$$y(x - x_0) \equiv \text{deslocamento no sentido positivo do eixo } x$$

c. Operações sobre Funções

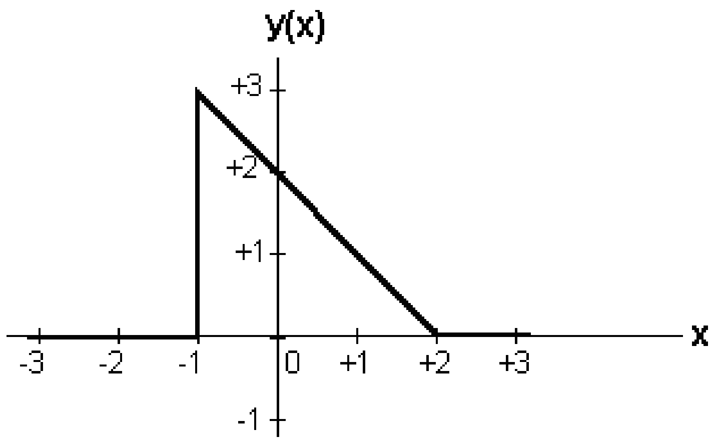
- **DESLOCAMENTO de Função**



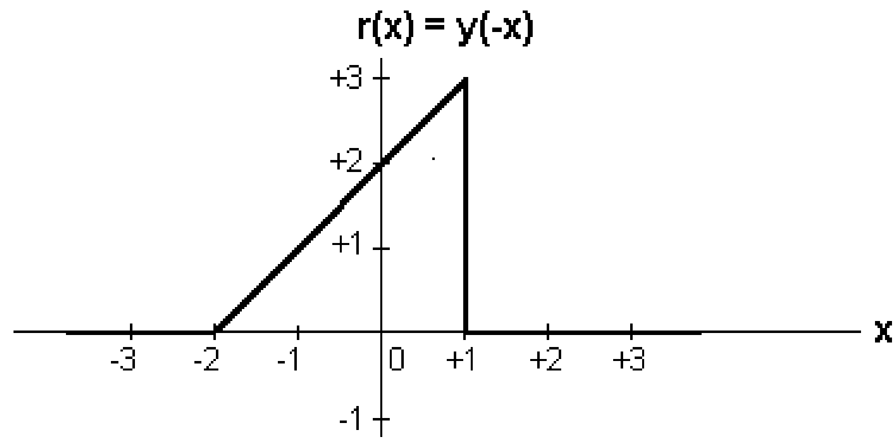
$$y(x+x_0) \equiv \text{deslocamento no sentido positivo do eixo } x$$

c. Operações sobre Funções

- **ROTAÇÃO de Função**



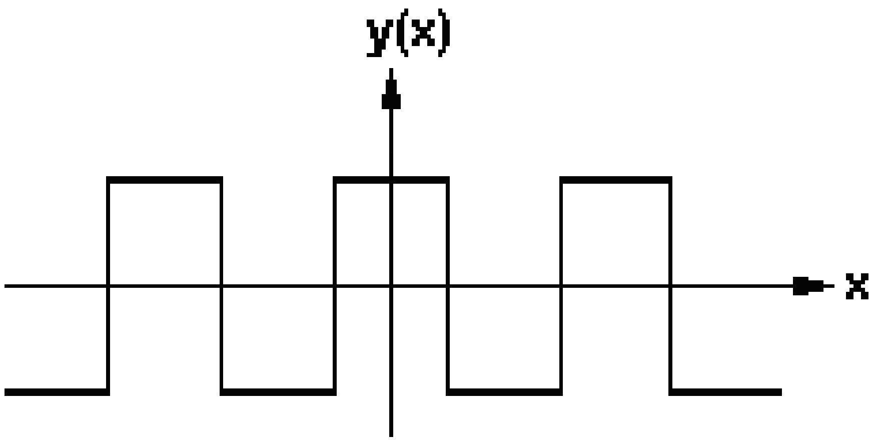
$$y(x)$$



$$r(x) = y(-x)$$

c. Operações sobre Funções

- Da Rotação de Funções



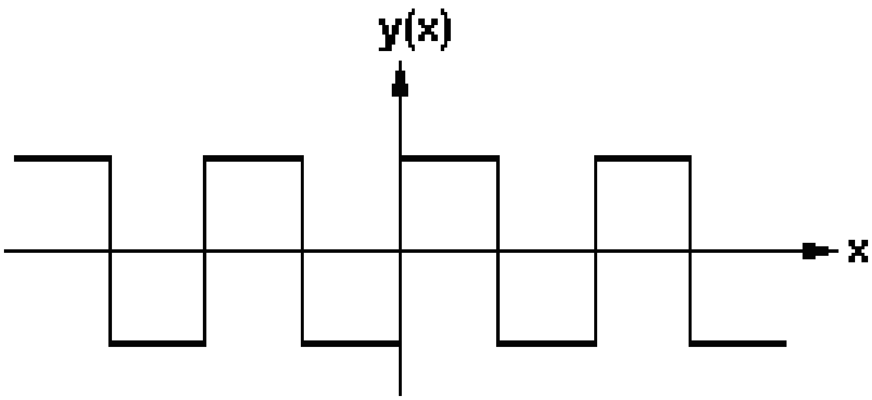
Função **PAR**

$$y(-x) = y(x)$$

$$\int_{-x_0}^{+x_0} y(x) \cdot dx = 2\int_{0}^{+x_0} y(x) \cdot dx, \ \text{para qq } x_0$$

c. Operações sobre Funções

- Da Rotação de Funções



Função **ÍMPAR**

$$y(-x) = -y(x)$$

$$\int_{-x_0}^{+x_0} y(x) \cdot dx = 0, \ \text{ para qq } x_0$$

Índice

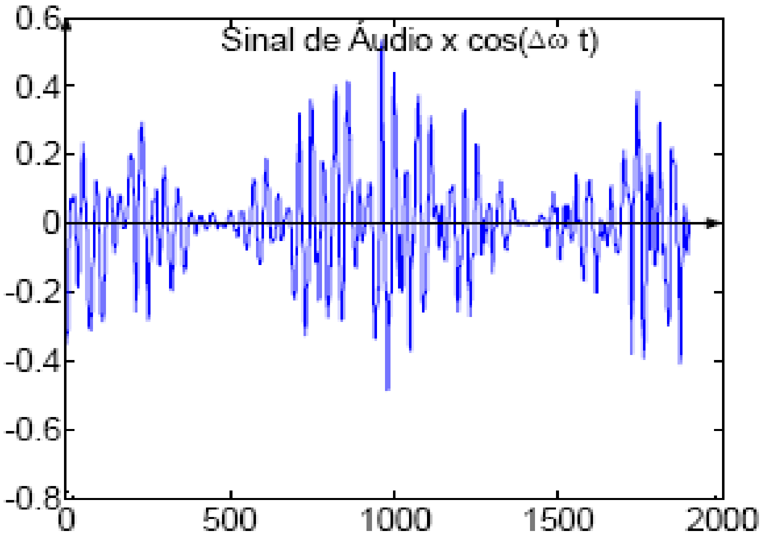
d. Classificação de Sinais Elétricos

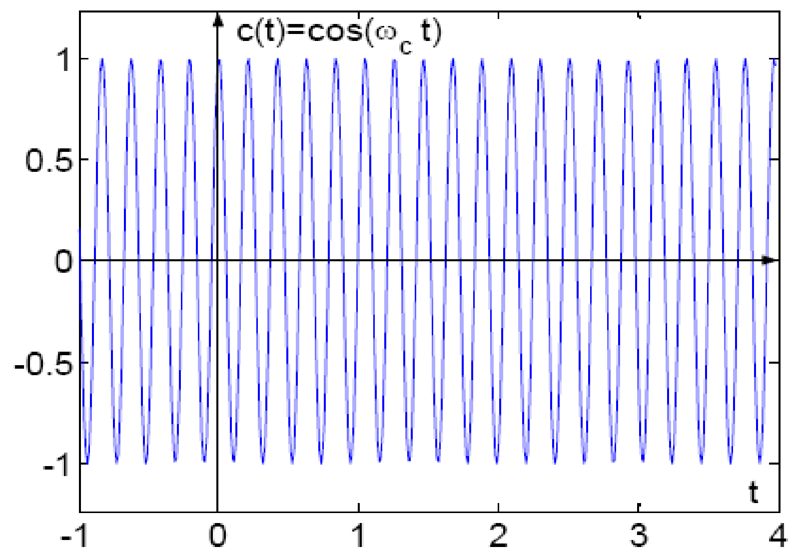
- Analógicos ou Digitais
- Determinísticos ou Aleatórios
- Periódicos ou Não-Periódicos
- Causal , Não-Causal e Anti-Causal
- **de Energia** ou **de Potência**

d. Classificação de Sinais Elétricos

Analógicos ou Digitais

- **Analógico**
  - Sinal que varia continuamente com o tempo, podendo assumir qualquer valor dentro de um intervalo contínuo.

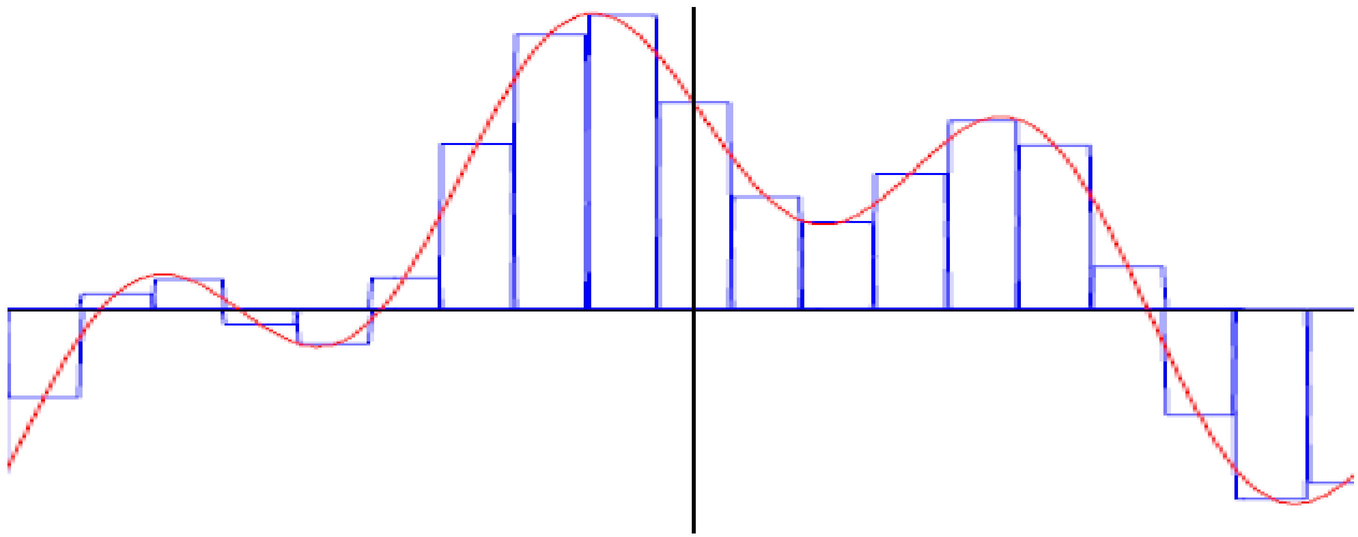




d. Classificação de Sinais Elétricos

Analógicos ou Digitais

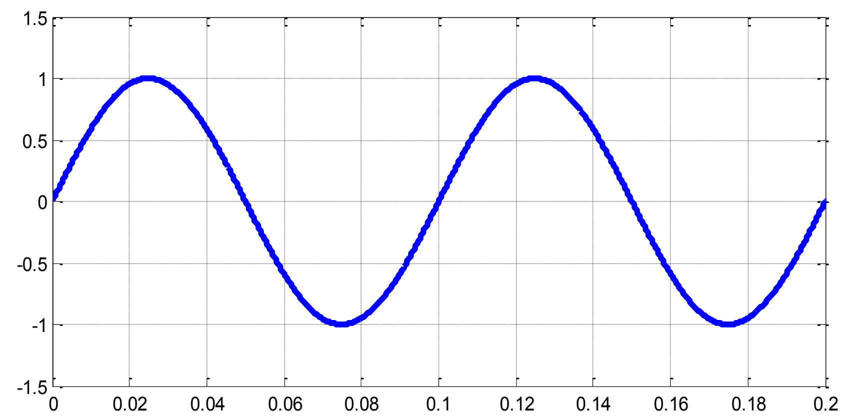
- **Digital**
  - Sinal que só assume valores dentro de um conjunto discreto de valores.



d. Classificação de Sinais Elétricos

Determinístico ou Aleatório

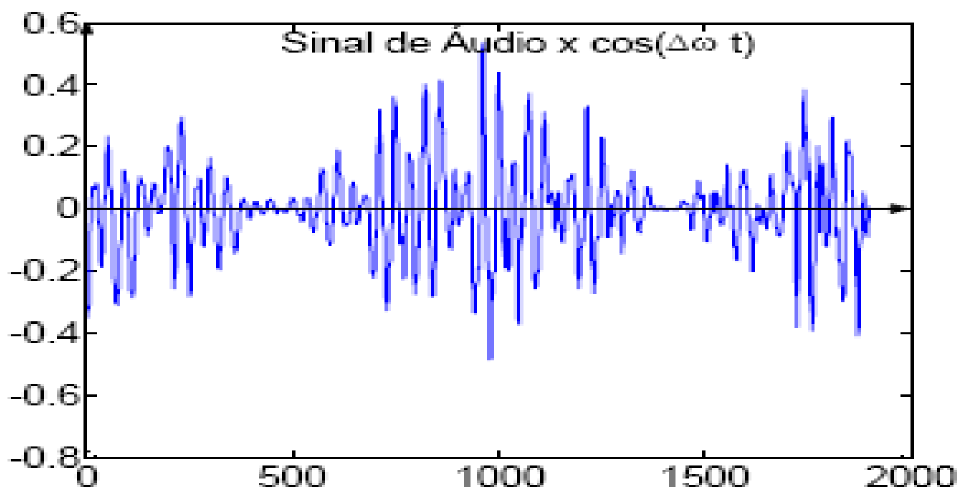
- **Determinístico**
  - O valor do sinal é perfeitamente determinado em qualquer instante de tempo.
  - A qualquer instante de tempo futuro, o seu valor é conhecido a priori.



d. Classificação de Sinais Elétricos

Determinístico ou Aleatório

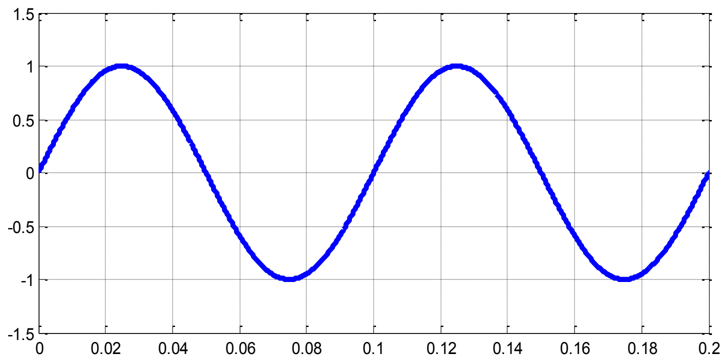
- **Aleatório**
  - Sinais em que são conhecidos apenas os valores ocorridos no passado.
  - Apenas a probabilidade de ocorrência de valores futuros são previstos.



d. Classificação de Sinais Elétricos

Periódico ou Não-Periódico

- **Periódico**
  - Sinal que repete regular e eternamente (de $-\infty$ a $+\infty$) um dado padrão (ciclo do sinal).
  - A duração T_0 de cada ciclo é chamado período de repetição do sinal.
  - $f_0 = 1 / T_0$ é a frequência fundamental do sinal.

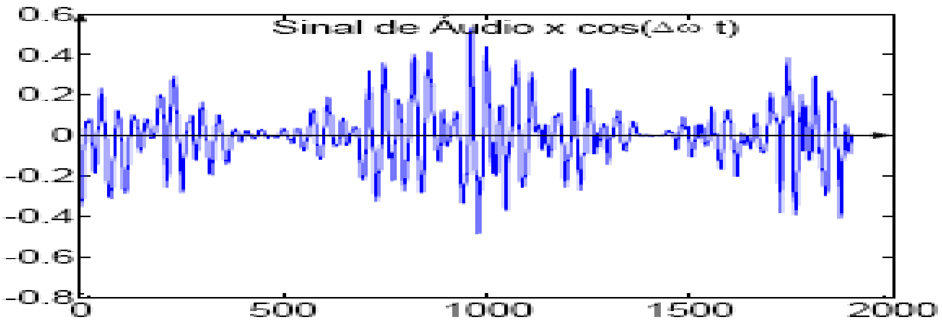


$$x(t) = x(t \pm k \cdot T_0), \quad \text{para k inteiro}$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Periódico ou Não-Periódico

- **Não - Periódico**
  - Qualquer sinal que não repete eternamente o mesmo padrão.

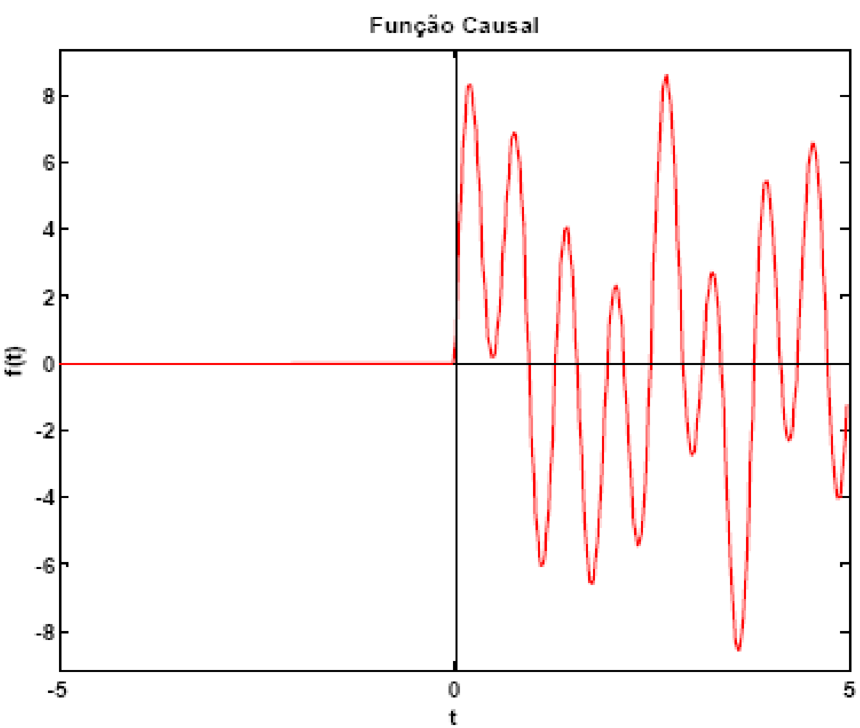


- **Sinais determinísticos podem ser periódicos ou não periódicos.**
- **Sinais aleatórios são não periódicos**

d. Classificação de Sinais Elétricos

Causal, Não-Causal ou Anti-Causal

- **Causal**
  - Possui valor zero nos tempos negativos

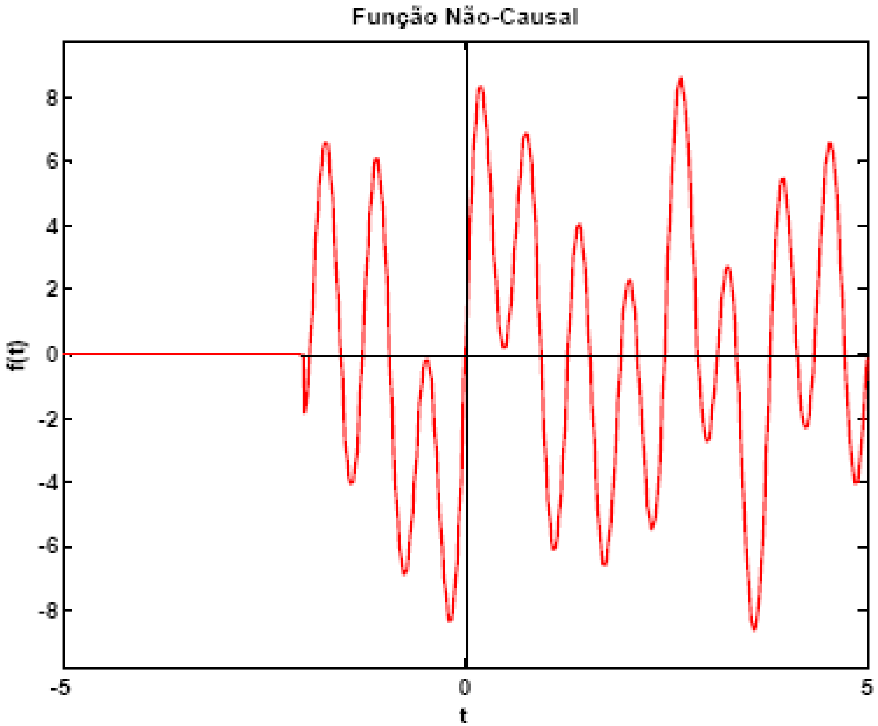


$$f(t) = 0, \quad \text{para} \;\; t < 0$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Causal, Não-Causal ou Anti-Causal

- **Não-Causal**
  - Possui valor diferente de zero em algum tempo negativo

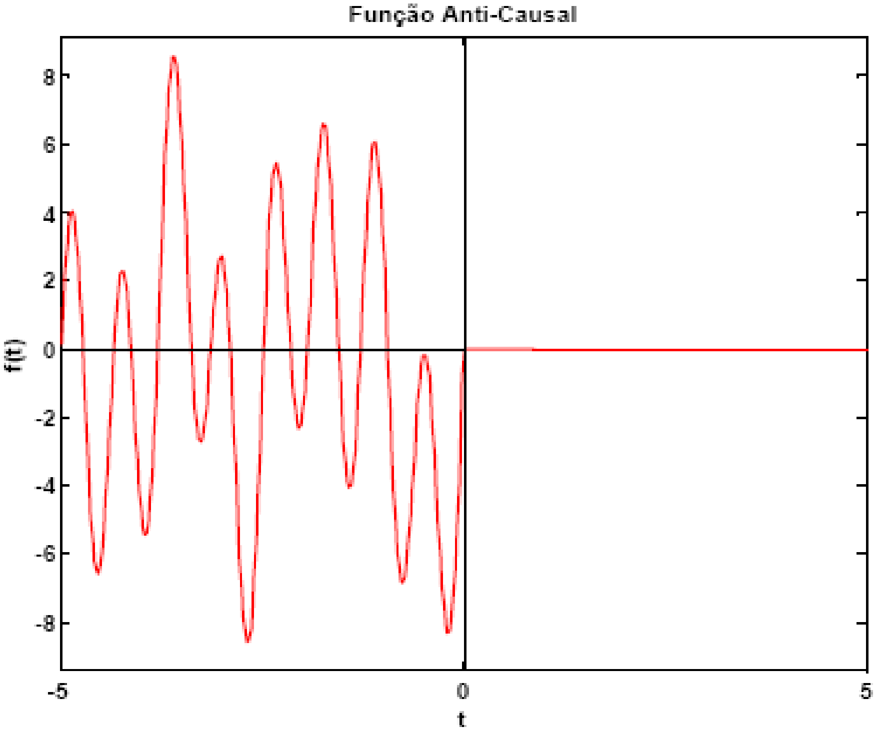


$$f(t) \neq 0, \quad \text{para } \forall\, t < 0$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Causal, Não-Causal ou Anti-Causal

- **Anti-Causal**
  - Possui valor zero em todos os tempo positivos



$$f(t) = 0, \quad \text{para} \quad t > 0$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Energia (ou Tamanho) de um Sinal**
  - O tamanho de qualquer entidade é uma grandeza que indica sua intensidade.
  - Para medir esta intensidade, vemos o sinal $x(t)$ como uma tensão através de um resistor de 1 ohm (**R = 1 Ω**).
  - A **Energia E_g deste sinal** $x(t)$ é então a energia que a tensão $x(t)$ dissipa no resistor.

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt \qquad (2.1)$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

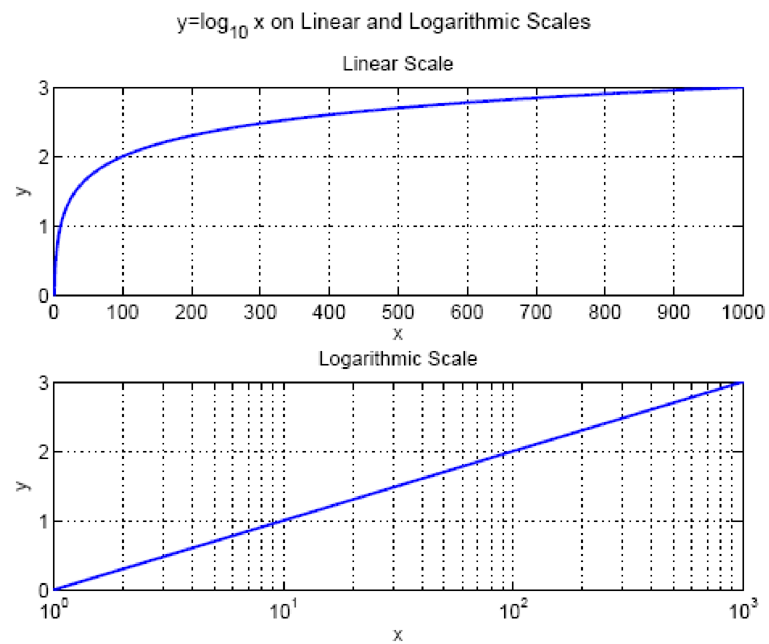
- **Potência de um Sinal**
  - Para que a medida de tamanho faça sentido, a Energia do sinal deve ser **FINITA**.
  - Uma condição necessária para que isso ocorra é que a amplitude do sinal tende a zero à medida que $|t|$ tende a infinito (para a equação (2.1) convergir).

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 \, dt \qquad (2.2)$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Unidades de Energia e Potência**
  - Energia
    - ✓ Joule - [J]
  - Potência
    - ✓ Watt – [W]
    - ✓ dBw ou dBm

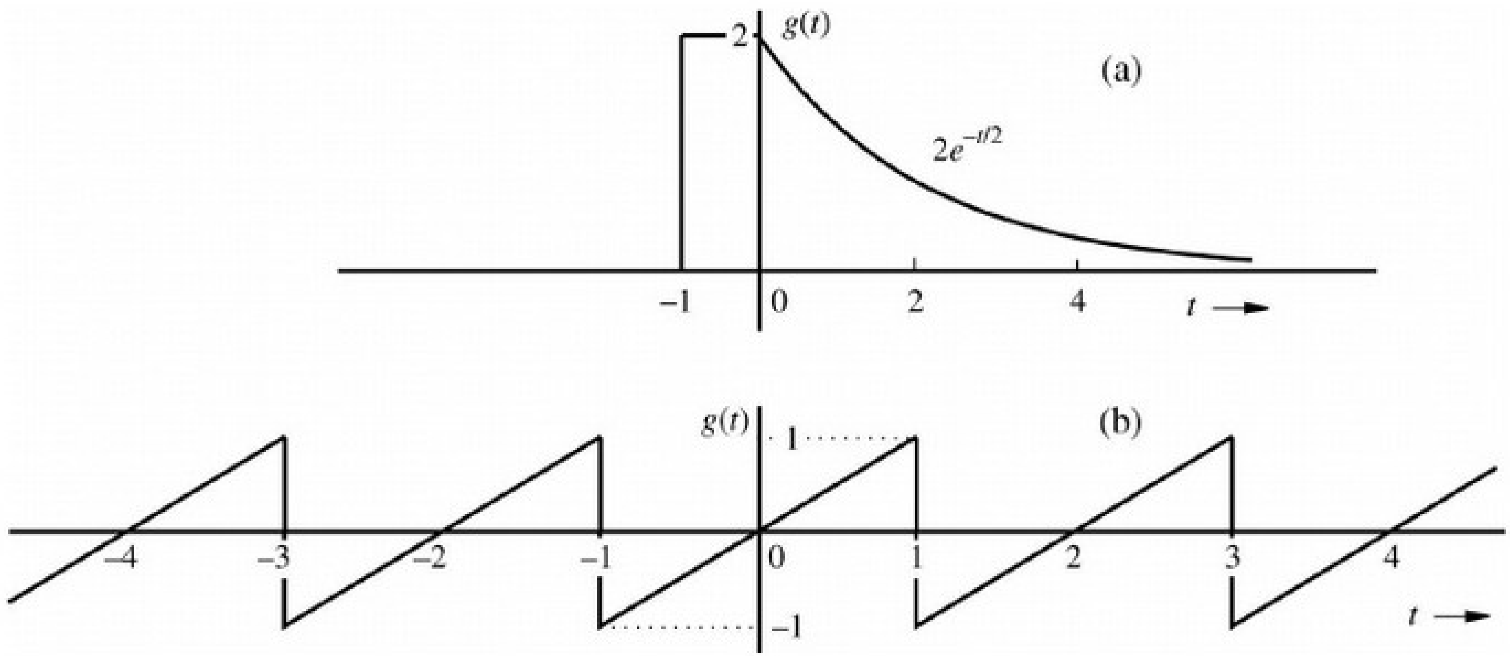


$$10 \cdot \log_{10}(P) \text{ [dBw]} \quad \text{ou} \quad 30 + 10 \cdot \log_{10}(P) \text{ [dBm]}$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

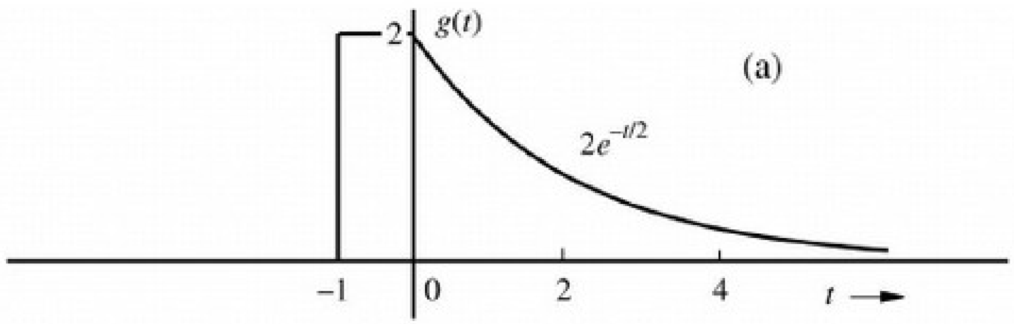
- **Exercício Exemplo:** Encontre uma medida razoável para os sinais da Figura abaixo



d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Exercício Exemplo:** A medida em (a) é Energia pois o sinal tende a 0 à medida que $|t|$ tende a infinito



$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt$$

$$E_x = \int_{-1}^{0} (2)^2 \, dt + \int_{0}^{+\infty} 4e^{-t} \, dt = 4 + 4 = 8 \text{ J}$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Exercício Exemplo:** O sinal em (b) não tende a 0 à medida que $|t|$ tende a infinito. Mas como o sinal é periódico, sua potência existe.

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 \, dt$$

$$P_x = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} t^2 \, dt = \frac{1}{3} \text{ w}$$

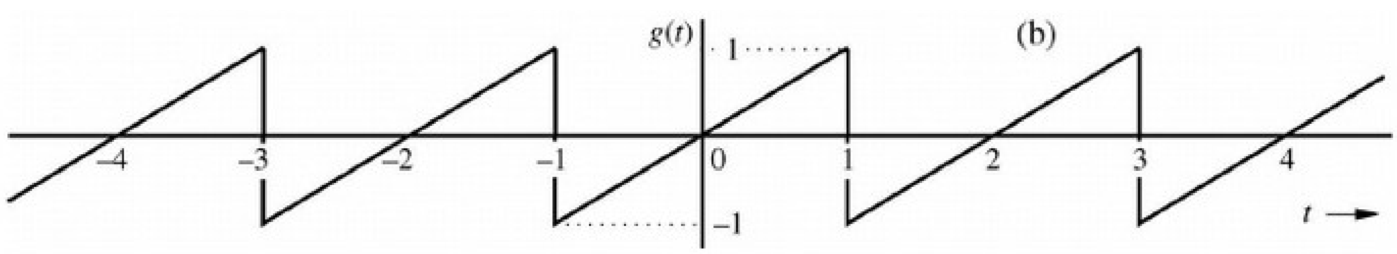


Figure 2.2 Signal for Example 2.1.

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Sinal de Energia**
  - Um sinal de Energia é aquele que tem sua energia normalizada **FINITA**.
  - Sua potência média normalizada é nula.

$$E_n < \infty$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt < \infty$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Sinal de Potência**
  - Um sinal de Potência tem potência (valor quadrático médio) **FINITA** e não nula.
  - A energia normalizada de um sinal de Potência é **INFINITA**.

$$0 < P_n < \infty$$

$$0 < \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 \, dt < \infty$$

Valor quadrático médio

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Valor quadrático médio**
  - Exemplo: Determine o valor quadrático médio e o valor eficaz de uma tensão senoidal com frequência de repetição f_0 e descrita por:

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t),$$

$$\text{para } t \text{ de } -\infty \text{ a } +\infty$$

Resposta :

$$\overline{x^2(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2\, dt = \frac{A^2}{2}$$

$$\text{RMS } \sigma = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Fator de Pico } k = A/\sigma = \sqrt{2}$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Valor quadrático médio**
  - Exemplo: Considere a tensão senoidal da rede com valor de pico $A=180\ V$ (tensão eficaz = $127\ V$) aplicada a uma resistência $R=4\Omega$ de um chuveiro elétrico. Determine:

    a) A potência média dissipada.

    b) A energia consumida num banho de 6 min.

$$\mathrm{R}: P_m = \frac{\sigma^2}{R} = 4050\ \mathrm{W},\ E = P_m \times t = 1{,}458 \times 10^6\ \mathrm{J}$$

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

- **Comentários**

  - Na **vida real**, todo sinal observado é um sinal de **Energia**.

  - Na prática é impossível gerar um sinal de potência pois este deveria ter duração e Energia infinitas.

d. Classificação de Sinais Elétricos

Sinais de Energia ou Sinais de Potência

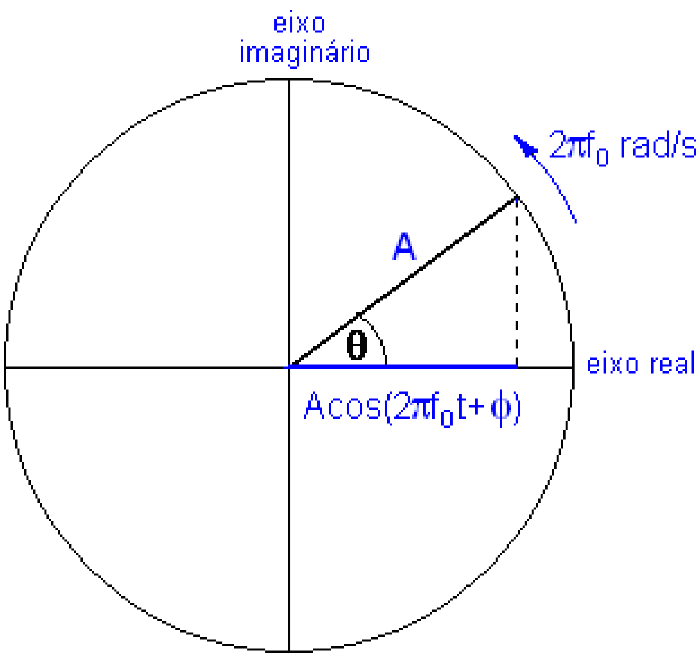
- **Comentários**
  - Devido à repetição periódica, **Sinais Periódicos** cuja área sob a curva $|x(t)|^2$ ao longo de um período é finita são **Sinais de Potência**.
  - Porém, nem todos os sinais de potência são periódicos.
  - Qualquer sinal (determinístico ou aleatório) **limitado no tempo**, isto é nulo fora de um intervalo de tempo de duração finita T, é um **Sinal de Energia** pois sua energia total é **FINITA**.

Índice

LAbTel

II. Representação Fasorial

- Um sinal senoidal pode ser visualizado como um **fasor**.
  - Um **fasor** representa <u>um vetor girante no plano complexo</u> com frequência angular (***w***) constante e que completa um volta (**2π** rad) a cada ***T*** segundos.



$$f_0 = \frac{1}{T_0} \quad [\mathrm{Hz}]$$

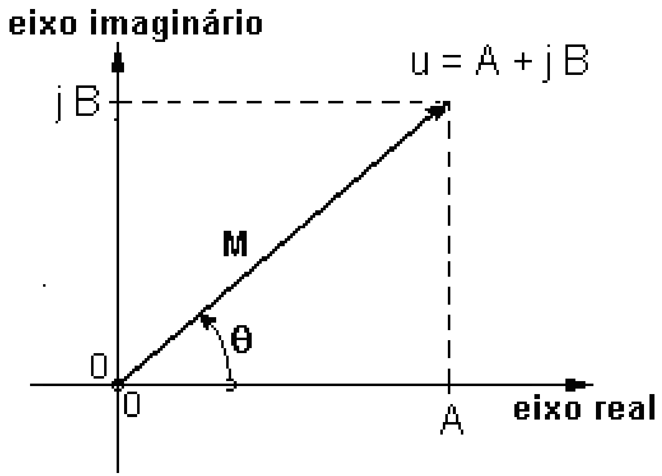
$$w = \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi \cdot f_0 \quad [\mathrm{rad/s}]$$

$$\theta(t) = \int 2\pi f_0 dt = 2\pi f_0 + \phi$$

fase $-\pi \leq \phi \leq +\pi$ e amplitude $A \geq 0$

II. Representação Fasorial

II.a - Números Complexos



$$u = A + j \cdot B$$

$$M = \sqrt{A^2 + B^2} \geq 0$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

A : parte **REAL**,
B : parte **IMAGINÁRIA**

u **- VETOR** com origem **em (0, 0)** e extremidade **(A, B) no plano complexo (espaço *bidimensional*)**

MÓDULO : comprimento do vetor ***u***
θ em [rad] - ÂNGULO entre o vetor e o semieixo real positivo .

II.a - Números Complexos

Do plano complexo, sabe-se que $u = A + jB = M\cos(\theta) + j \cdot Msen(\theta)$

Derivando u em relação ao ângulo,

$$\frac{du}{d\theta} = -Msen(\theta) + j \cdot M\cos(\theta) = j \cdot u$$

$$\Rightarrow \frac{du}{u} = jd\theta \Leftrightarrow \ln(u) = j\theta + k \Leftrightarrow u = e^{k}.e^{j\theta}$$

Para $\theta = 0$ e $u = M$, $u = e^{k}.e^{j\theta}$, então, $e^{k} = M$

II.b – Equação ou Teorema de Euler

Para $\theta = 0$ e $u = M$, $u = e^{k}.e^{j\theta}$, então, $e^{k} = M$

$$e^{\pm j\theta} = \cos(\theta) \pm j \cdot sen(\theta)$$

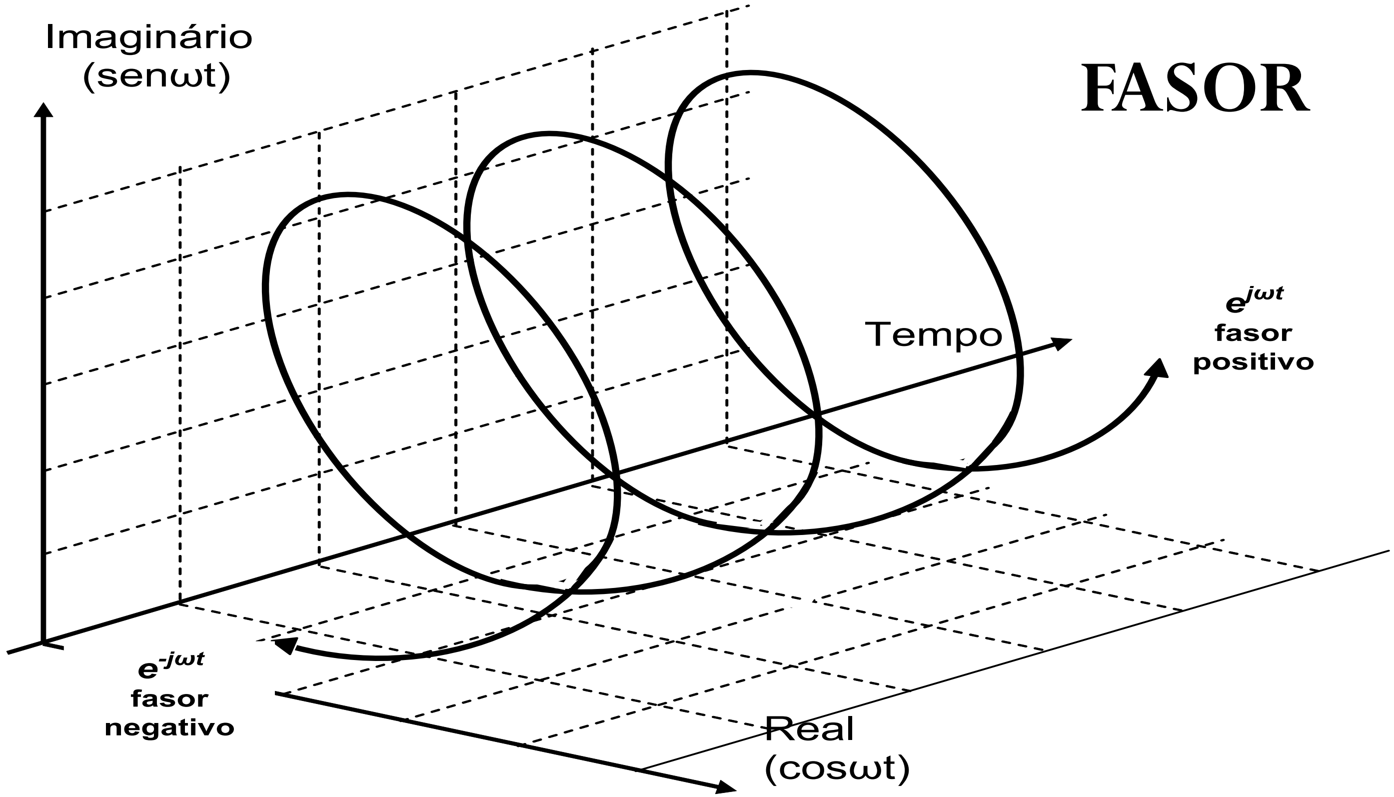
Com $\theta = 2\pi f_0 t + \phi = wt + \phi$, $\theta = wt$, para $\phi = 0$,

$$\boxed{e^{\pm wt} = \cos(wt) \pm j \cdot sen(wt)}$$

A mais incrível equação de toda a Matemática

Richard Feynman, Prémio Nobel da Física, 1965

II. Representação Fasorial



$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j sen\omega t$$

- O gráfico representa um *fasor* que gira e ao mesmo tempo se desloca ao longo do tempo (curva tipo hélice).
- Se trocarmos o sinal da exponencial ($e^{-j\omega t}$) a hélice se propaga no sentido contrário ou negativo do tempo.

II.b - Equação ou Teorema de Euler

$$\boxed{e^{\pm wt} = \cos(wt) \pm j \cdot sen(wt)}$$

Da Equação de Euler obtém-se:

$$\cos(\theta) = \frac{e^{+j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

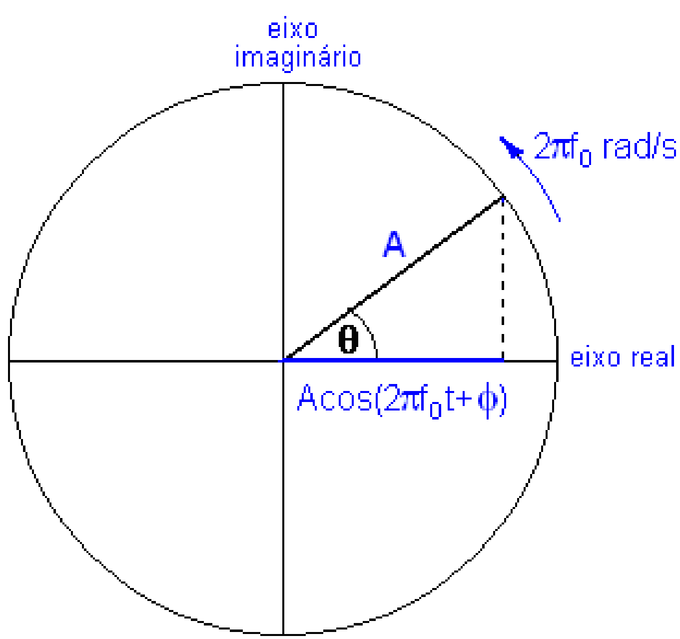
$$sen(\theta) = \frac{e^{+j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

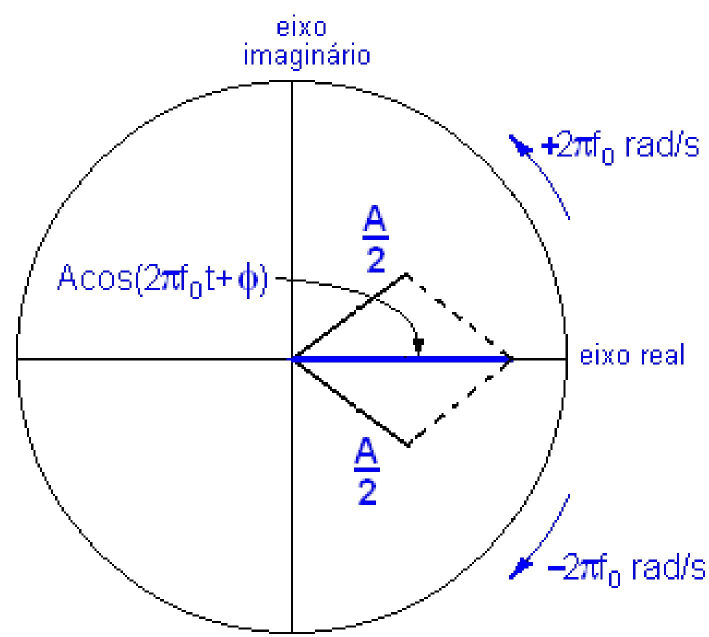
II. Representação Fasorial

Assim, o sinal real do tempo x(t) pode ser representada pelas alternativas:

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \phi) = \mathrm{Re}\left[Ae^{j(2\pi f_0 t + \phi)}\right]$$

$$x(t) = \frac{A}{2}e^{+j(2\pi f_0 t + \phi)} + \frac{A}{2}e^{-j(2\pi f_0 t + \phi)}$$





Índice

IV. Domínios do Tempo e da Frequência

- **Domínio do Tempo** – (Variável Livre ***tempo***)
  - A descrição da função é denominada de **sinal**
- *Porém, como dispositivos comuns em sistemas de comunicações elétricas, tais como linhas de transmissão, amplificadores, filtros, etc, respondem diferentemente a sinais de frequências diferentes, convém,….*
- **Domínio da Frequência** – (Variável Livre ***frequência***)
  - A descrição da função é denominada de **Espectro**

Capítulo 2…