

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro Tecnológico

Departamento de Engenharia Elétrica

# Princípios de Comunicações

**Ruído Gaussiano Branco**  
**Semestre Letivo 2020/1**

Prof.: Jair A. Lima Silva

PPGEE/DEL/UFES

# Índice

## **I. O Ruído Gaussiano Branco**

- a. Definição e caracterização de Ruído
- b. Ruído Térmico e Ruído Branco
- c. Variável Aleatória Gaussiana
- d. Ruído Gaussiano Branco

## **II. O Canal AWGN**

- a. Adição de Ruído Gaussiano Branco
- b. Exemplos de scripts em Matlab
- c. Atividade Síncrona

# I. Ruído Gaussiano Branco

## I.a Ruído: Definição e Caracterização

- O termo **ruído** é costumeiramente usado para designar sinais indesejáveis (que não temos controle) que tendem a atrapalhar a transmissão e o processamento de sinais em sistemas de comunicações.
- Uma categoria importante de ruído está relacionado com a **flutuação espontânea** de corrente e tensão em circuitos elétricos/eletrônicos, comumente exemplificados nas formas de:
  - **Ruído Shot e Ruído Térmico**
- A natureza discreta do fluxo de corrente em dispositivos eletrônicos como **diodos** e **transistores** caracterizam o ruído shot. Este ruído é gerado pela corrente pulsada gerada por circuitos de **fotodetecção**.

# I. Ruído Gaussiano Branco

## I.b Ruído Térmico e Ruído Branco

- O **Ruído Térmico** designa o ruído elétrico proveniente do movimento aleatório dos elétrons em um determinado condutor.
- A densidade espectral de potência do ruído  $S_W(f)$  neste resistor pode ser, em frequências  $f < 10^{12}$  Hz, aproximado por:

$$S_W(f) \cong kT \quad \text{W/Hz}$$

para  $k = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K a constante de Boltzman e  $T$  a temperatura em Kelvin.  $S_W(f) \cong 10^{-17,4}$  mW/Hz na temperatura ambiente.

- Se a medida da grandeza elétrica é realizada em uma largura de banda igual  $B_w$ , a potência do ruído é, por motivos práticos,  $\cong kTB_w$  watts.

# I. Ruído Gaussiano Branco

## I.b Ruído Térmico e Ruído Branco

- A análise do efeito de ruído em sistemas de comunicação é normalmente baseada na idealização da forma de ruído denominada **Ruído Branco**, cuja *psd* é independente da frequência.
- Um processo estocástico  $\mathbf{n}(t)$  real, estacionário no sentido amplo, de **média zero** e *psd constante* ao longo de todo o espectro de frequências pode ser denominado Ruído Branco. Isto é

$$\begin{cases} \mathbf{E}[n(t)] = 0 & \forall t \\ S_W(f) = \frac{N_0}{2} & \forall f \end{cases}$$

- A dimensão do parâmetro  $N_0$  é Watts por Hz.

# I. Ruído Gaussiano Branco

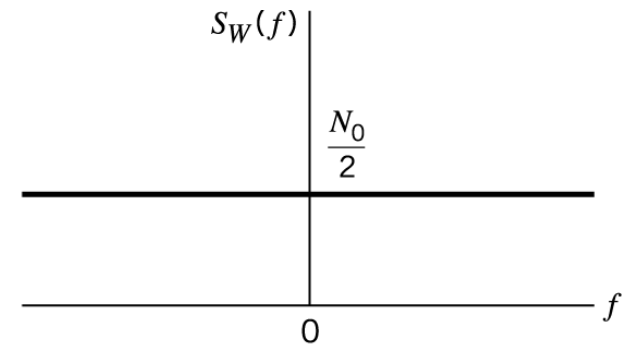
## I.b Ruído Térmico e Ruído Branco

- O adjetivo **Branco** é usado em referência à luz branca, que contém intensidades iguais ao longo de todas as frequências dentro da banda visível de radiação eletromagnética.

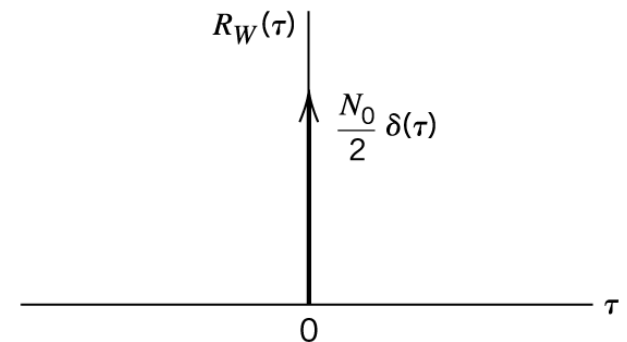
- A função autocorrelação do ruído branco é:

$$R_W(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$$

- Duas amostras do processo tomadas em instantes de tempos distintos e diferentes de zero são variáveis aleatórias descorrelacionadas*



(a)



# I. Ruído Gaussiano Branco

## I.c Variável Aleatória Gaussiana

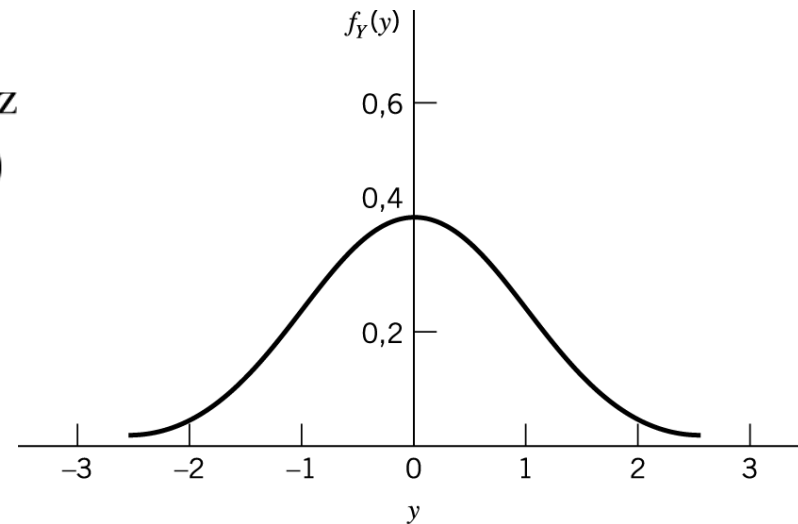
A variável aleatória  $Y$  tem **distribuição Gaussiana** se a sua função densidade de probabilidade (*pdf*) é dada por:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Y} \exp\left[-\frac{(y - \mu_Y)^2}{2(\sigma_Y)^2}\right]$$

para a  $\mu_Y$  a média e  $\sigma_Y$  a variância da variável aleatória.

Para o caso em que v.a. Gaussiana é normaliz média zero e variância unitária a *pdf*  $\mathcal{N}(0,1)$

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{y^2}{2}\right]$$



Distribuição gaussiana normalizada.

# I. Ruído Gaussiano Branco

## I.d Ruído Gaussiano Branco

A potência média do ruído branco não é finita pois:

$$P_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_0}{2} df = \infty$$

- **Isto é, este processo não é realizável**
- O ruído branco é uma idealização matemática com propriedades atrativas para análises em sistemas de comunicação
- **Seu efeito só é observado após sua passagem por um sistema de largura de banda finita**



## II. Ruído Gaussiano Branco

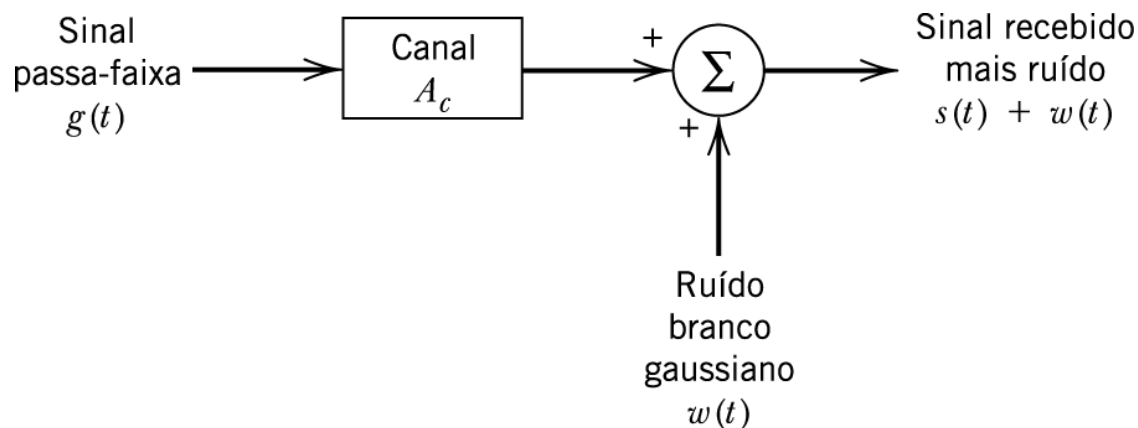
### I.d Ruído Gaussiano Branco

- A designação por ruído branco acontece quando a largura de banda do ruído é muito maior que a largura de banda usada para transmissão de sinal
- Motivado pelo teorema do limite central modela-se **o ruído térmico** (ruído branco) como um **processo Gaussiano**, porque existe a contribuição de várias fontes para a realização deste ruído.
- Se o ruído branco é um processo Gaussiano, as amostras tomadas sobre este processo serão variáveis aleatórias independentes

## II. O Canal AWGN

### II.a Adição de Ruído Gaussiano Branco

- O modelo simples para caracterizar estatisticamente um canal de comunicações quando o ruído térmico é a fonte principal de distúrbios é denominado **ruído aditivo Gaussiano branco**.
- Portanto, o canal **AWGN** (*Additive White Gaussian Noise*) adiciona ao sinal de transmissão, ruído com amostras tomadas de um processo Gaussiano.



## II.b Exemplos de scripts em Matlab

### Determinando a potência do ruído a partir da SNR

```
% Calcula a potência do ruído a partir da snr e potência do sinal
Ps      = mean(mean(abs(xt).^2));      % Potencia do sinal
No      = Ps/snr;                      % Determina a PSD do Ruído

% Gera o ruído Normalizado
ruído_norm = sqrt(1/2)*(randn(size(xt))+j*randn(size(xt)));

% Atribui a potência ao Ruído Gaussiano gerado
Pn      = sqrt(No);                    % Potencia do Ruído
ruído   = Pn*ruído_norm;               % Potencializa o ruído conforme SNR desejado

% Adiciona o Ruído Gaussiano
xr = xt + ruído;                       % sinal recebido (corrompido com ruído WGN)
```

ou simplesmente

```
% Utilizando o comando awgn do Matlab
xr = awgn(xt, snr_dB, 'measured');
```

## II.c Atividade Síncrona

- Identificar o seguinte diagrama nos script desenvolvidos em aula, adicionar ruído aos sinais transmitidos e analisar o efeito nos sinais recebidos

