# Módulo 4: RNNs Aula 1: Modelos Neurais de Linguagem

Fabricio Murai

murai at dcc.ufmg.br

#### Aula de hoje

- Modelagem de Linguagem
- Modelos n-grama
- Representações Distribuídas
- Resolvendo analogias
- GloVe (opcional)

Motivação: suponha que queiramos construir um sistema de reconhecimento de fala. (Entrada? Saída?)

Tarefa: p(frase s | sinal a)? Abordagem generativa tem 2 componentes:

- Distribuição a priori p(s): quão provável é uma frase s.
   Deve saber que "the apple and pear salad" é mais provável que "the apple and pair salad".
- Modelo observacional p(a|s): quão provável é que a frase s leve ao sinal acústico a.

Podemos usar regra de Bayes para inferir distribuição a posteriori sobre frases dado um sinal:

 $p(\mathbf{s} \mid \mathbf{a}) = \frac{p(\mathbf{s})p(\mathbf{a} \mid \mathbf{s})}{\sum_{\mathbf{s}'} p(\mathbf{s}')p(\mathbf{a} \mid \mathbf{s}')}.$ 

**Foco da aula**: como aprender uma boa distribuição p(s) sobre frases? Problema conhecido como modelagem de linguagem. (sugestões?)

Suponha um corpus de frases  $s^{(1)}$ , ...,  $s^{(N)}$ . O critério da máxima verossimilhança diz que queremos que nosso modelo maximize a probabilidade atribuída às sentenças observadas.

Assumindo que frases são independentes, probabilidades são multiplicadas na otimização

$$\max \prod_{i=1}^{N} p(\mathbf{s}^{(i)}).$$

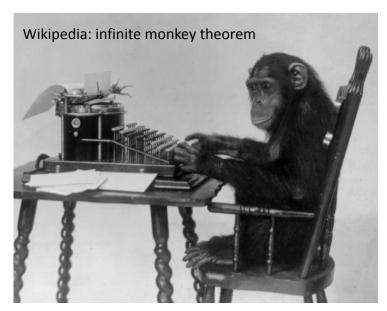
Em estimação de máxima verossimilhança, queremos maximizar  $\prod_{i=1}^{N} p(\mathbf{s}^{(i)})$ .

Qualquer que seja o modelo, o produtório acima será praticamente zero -- como a chance de um macaco digitar uma obra de Shakespeare.

 Como de praxe, tomamos o log das probabilidades. Isso também ajuda a decompor a função objetivo em somas

$$\log \prod_{i=1}^{N} p(\mathbf{s}^{(i)}) = \sum_{i=1}^{N} \log p(\mathbf{s}^{(i)}).$$

 Vamos usar o negativo das log probabilidades, de forma a trabalhar com números positivos.



- Mas o que significa probabilidade de uma frase?
  - Calcular a frequência relativa de cada frase exata não é um boa ideia.
  - Frase **s** é uma sequência de palavras  $w_1, w_2, ..., w_T$ . Usando a regra da cadeia da probabilidade condicional, podemos decompor  $p(\mathbf{s})$  como

$$p(\mathbf{s}) = p(w_1, \dots, w_T) = p(w_1)p(w_2 \mid w_1) \cdots p(w_T \mid w_1, \dots, w_{T-1}).$$

 Portanto, o problema de modelagem de linguagem é equivalente a prever a próxima palavra.

 Tipicamente fazemos uma suposição Markoviana: distribuição sobre a próxima palavra depende apenas das últimas K palavras.
 Se usarmos um contexto de tamanho K=3,

$$p(w_t | w_1, \ldots, w_{t-1}) = p(w_t | w_{t-3}, w_{t-2}, w_{t-1}).$$

- Modelo é dito sem memória.
- Agora temos problema de aprendizado supervisionado. Objetivo é prever a distribuição condicional de cada palavra dadas as K anteriores.

 Um tipo comum de modelo Markoviano usa tabela de probabilidade condicional.

cat and city the fat 0.21 0.0030.01 E.g. (K=2): 0.0001 four score 0.0001 0.55 New York 0.002 0.0001 0.48

Modo mais simples de estimar tabela é distribuição empírica:

$$p(w_3 = \text{cat} \mid w_1 = \text{the}, w_2 = \text{fat}) = \frac{\text{count(the fat cat)}}{\text{count(the fat)}}$$

- Este é o estimador de máxima verossimilhança
- Sequências que estamos contando são chamadas n-gramas (no caso, n=3), por isso é um modelo de linguagem n-grama.

"os estudantes abriram as \_\_\_\_\_\_"

Q: Como aprender um modelo de linguagem?

A: Com um modelo n-grama!

Definição: um n-grama é uma sequência de n palavras consecutivas

unigrama: "os", "estudantes", "abriram", "as"

bigrama: "os estudantes", "estudantes abriram", "abriram as"

trigrama: "os estudantes abriram", "estudantes abriram as"

4-grama: "os estudantes abriram as"

Premissa (simples):  $x^{(t+1)}$  depende apenas das n-1 palavras anteriores

$$P(\boldsymbol{x}^{(t+1)}|\boldsymbol{x}^{(t)},\ldots,\boldsymbol{x}^{(1)}) = P(\boldsymbol{x}^{(t+1)}|\boldsymbol{x}^{(t)},\ldots,\boldsymbol{x}^{(t-n+2)})$$
 (assumption) 
$$P(\boldsymbol{x}^{(t+1)}|\boldsymbol{x}^{(t)},\ldots,\boldsymbol{x}^{(t-n+2)}) = P(\boldsymbol{x}^{(t+1)},\boldsymbol{x}^{(t)},\ldots,\boldsymbol{x}^{(t-n+2)})$$
 (definition of conditional prob)

Q: Como obtemos essas probabilidades?

A: Apenas contamos elas em um grande conjunto de texto!

$$pprox rac{ ext{count}(oldsymbol{x}^{(t+1)},oldsymbol{x}^{(t)},\ldots,oldsymbol{x}^{(t-n+2)})}{ ext{count}(oldsymbol{x}^{(t)},\ldots,oldsymbol{x}^{(t-n+2)})}$$
 (statistical approximation)

Suponha que estamos aprendendo um modelo 4-grama:

"assim que o professor permitiu, os estudantes abriram as \_\_\_\_\_\_"

$$P(\mathbf{w}|\text{estudantes abriram as}) = \frac{\text{count}(\text{estudantes abriram as }\mathbf{w})}{\text{count}(\text{estudantes abriram as})}$$

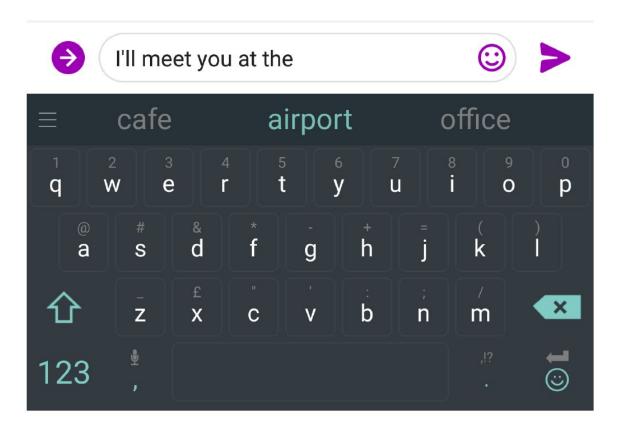
"estudantes abriram as" ocorreu 1000 vezes

"estudantes abriram as mochilas" ocorreu 400 vezes

"estudantes abriram as provas" ocorreu 100 vezes

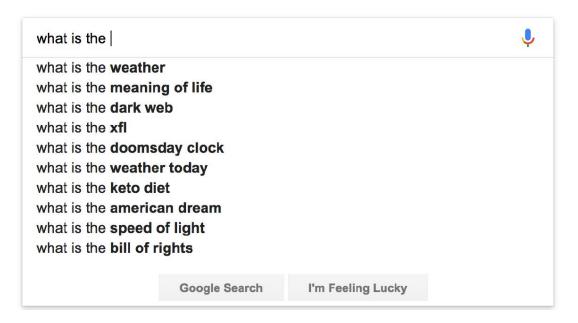
Deveríamos ter ignorado o texto sublinhado?

#### Aplicações de Modelos de Linguagem



#### Aplicações de Modelos de Linguagem





Geração de texto (Wall Street Journal):

1 gram	Months the my and issue of year foreign new exchange's september were recession exchange new endorsed a acquire to six executives
2 gram	Last December through the way to preserve the Hudson corporation N. B. E. C. Taylor would seem to complete the major central planners one point five percent of U. S. E. has already old M. X. corporation of living on information such as more frequently fishing to keep her
3 gram	They also point to ninety nine point six billion dollars from two hundred four oh six three percent of the rates of interest stores as Mexico and Brazil on market conditions

- Para brincar
   <a href="https://www.dropbox.com/s/8Indowxykliorst/vanilla\_languagem\_m">https://www.dropbox.com/s/8Indowxykliorst/vanilla\_languagem\_m</a>
   odels.ipynb?dl=1
- Gerando letras de Ratos do Porão

Ficará manipulada por burgueses moralistas E não há lugar Para você Farsa Nacionalista Farsa Nacionalista Farsa Nacionalista A pátria armada nas mãos dessa cambada De extrema direita

- Problemas com modelos n-gramas:
  - À medida que n aumenta, o que acontece com a memória necessária para armazenar os n-gramas?
  - Esparsidade dos dados: a maioria dos n-gramas nunca aparece no corpus, mesmo quando são possíveis (e.g.: e se "estudantes abriram as mochilas" nunca apareceu nos dados?)
- Maneiras de lidar com esparsidade dos dados?
  - Usar contexto menor (trade-off: modelo menos poderoso)
  - Suavizar probabilidades (e.g., adicionando ocorrências imaginárias)
  - Prevendo com um ensemble de modelos n-grama com n diferentes

### Representações Distribuídas

#### Representações distribuídas

- Tabelas de probabilidade condicionais são representações localistas: toda informação sobre uma palavra é armazenada em um lugar (i.e., coluna da tabela)
- Mas diferentes palavras são relacionadas, então devemos ser capazes de compartilhar informação entre elas. E.g.: Considere essa matriz de atributos de palavras:

	academic	politics	plural	person	building
student					0200
colleges legislators					
schoolhouse					

E essa matriz de como cada atributo influencia próxima palavra

	bill	is	are	papers	built	standing	
academic politics plural person building					CI.	-1:-	

#### Representações distribuídas

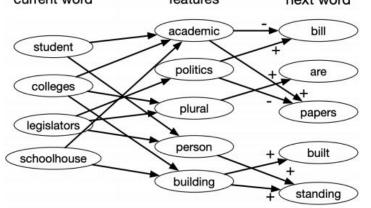
- Tabelas de probabilidade condicionais são representações localistas: toda informação sobre uma palavra é armazenada em um lugar (i.e., coluna da tabela)
- Mas diferentes palavras são relacionadas, então devemos ser capazes de compartilhar informação entre elas. E.g.: Considere essa matriz de atributos de palavras:

	academic	politics	plural	person	building
student	1	0	0	1	0
colleges	1	0	1	0	1
legislators	0	1	1	1	0
schoolhouse	1	0	0	0	1

E essa matriz de como cada atributo influencia próxima palavra

	bill	is	are	papers	built	standing
academic	_			+		and second section of the second
politics	+					
plural		_	+			
person						+
building					+	+

 Imagine estas matrizes como camadas de um MLP (one-hot representations de palavras, softmax sobre a próxima palavra)



- Informação sobre uma palavra é distribuída sobre a representação (features), por isso a chamamos representação distribuída.
- Atenção: em geral, quando treinamos MLP com backprop, unidades ocultas não terão significados intuitivos como nesta ilustração. Mas ela é útil para dar intuição do que os MLPs podem representar.

#### Representações Distribuídas

 Nós queremos ser capazes de compartilhar informação entre palavras relacionadas.

E.g.: suponha tenhamos visto a frase

A jarra de vidro contém suco de laranja.

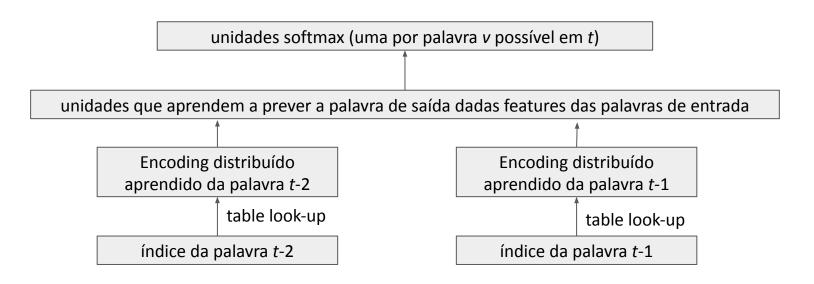
- Isto deve nos ajudar a prever as palavras na frase
   A garrafa de plástico contém suco de cupuaçú.
- Um modelo n-grama não consegue generalizar assim, mas uma representação distribuída pode.

- Prever a distribuição da próxima palavra dadas as K anteriores é apenas um problema de classificação (multi-classe).
- **Entrada**: *K* palavras anteriores
- Target: próxima palavra
- Perda: entropia cruzada. Equivale a máxima verossimilhança:

$$egin{aligned} -\log p(\mathbf{s}) &= -\log \prod_{t=1}^T p(w_t|w_{t-1}, \dots w_{t-K}) \ &= -\sum_{t=1}^T \log p(w_t|w_{t-1}, \dots w_{t-K}) \ &= -\sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^V \mathbf{e}_{tv} \log y_{tv} \end{aligned}$$

onde  $\mathbf{e}_t$  é o one-hot encoding da t-ésima palavra  $y_{tv}$  é a probabilidade prevista que t-ésima palavra tenha índice v.

 Eis um modelo de linguagem probabilístico neural clássico (ou apenas modelo neural de linguagem)

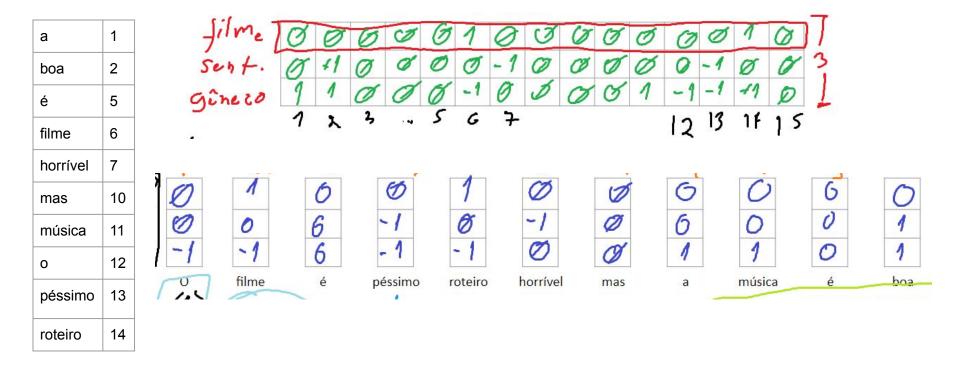


### Table look-up

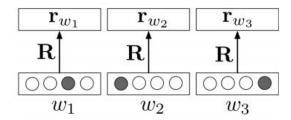
### Exemplo de table look-up usando one-hot encoding

а	1	filme									
boa	2	sentimento									
é	5	gênero									
filme	6										
horrível	7										
mas	10										
música	11										
О	12										
péssimo	13	filme	<u> </u>	péssimo	roteiro	horrível	mas	a	música	<u>é</u>	boa
roteiro	14										

#### Exemplo de table look-up usando one-hot encoding



 Se usarmos um 1-of-K (one-hot) encoding para palavras, a 1º camada pode ser vista como uma camada com pesos amarrados



- Matriz de pesos age como uma lookup table (seleção de coluna).
   Cada coluna é a representação de uma palavra, aka embedding, feature vector ou encoding.
  - "Embedding" enfatiza que é uma localização em um espaço de alta dimensão;
     palavras próximas são mais similares semanticamente
  - "Feature vector" enfatiza que é só um vetor que pode ser usado para fazer previsões, assim como outros mapeamentos que vimos (imagem→encoding)

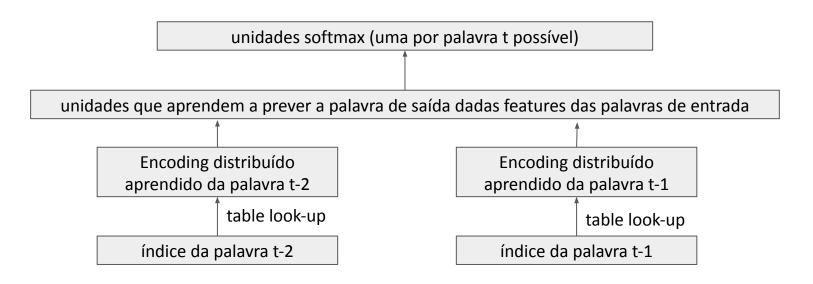
- Podemos medir a (dis)similaridade de duas palavras usando
  - $\circ$  O dot product, aka produto interno  $\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1^\mathsf{T} \mathbf{r}_2$
  - A distância Euclidiana ||r<sub>1</sub>-r<sub>2</sub>||
- Se os dois vetores tiverem norma unitária, eles são equivalentes:

$$\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|^2 = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^{\top} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$
  
=  $\mathbf{r}_1^{\top} \mathbf{r}_1 - 2 \mathbf{r}_1^{\top} \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_2^{\top} \mathbf{r}_2$   
=  $2 - 2 \mathbf{r}_1^{\top} \mathbf{r}_2$ 

 Muitas técnicas forçam normas unitárias. Neste caso, a similaridade de cosseno é dada pelo produto interno.

$$\cos( heta) = rac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2}{\|\mathbf{r}_1\| \|\mathbf{r}_2\|} = \mathbf{r}_1^ op \mathbf{r}_2$$

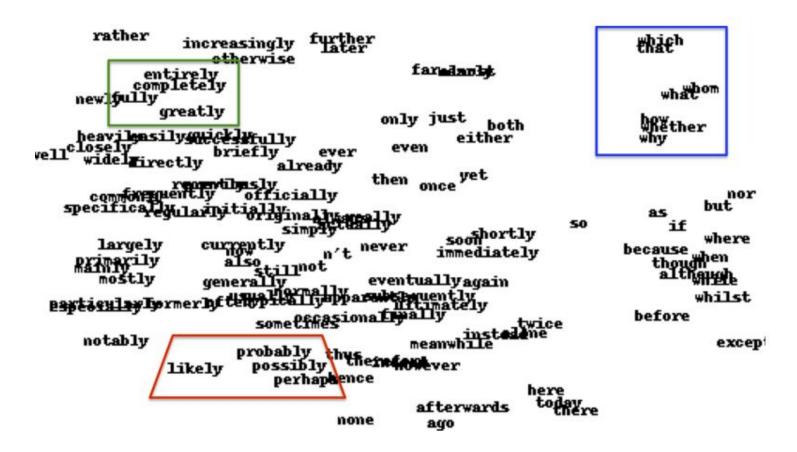
 Modelo é muito compacto: o número de parâmetros é linear no tamanho n do contexto (no n-grama, era exponencial em n)



- Como se parecem visualmente estes embeddings?
- É difícil visualizar um espaço *n*-dimensional, mas já ouvimos falar de algoritmos de redução de dimensionalidade (quais?)
- Os embeddings 2-D a seguir foram criados usando tSNE sobre as representações obtidas pelo modelo GloVe com 30-D.
  - O t-SNE tenta fazer com que as distâncias no embedding 2-D casem com as distâncias originais (em 30-D) tão bem quanto possível
- Você pode brincar com word embeddings aqui: <u>https://projector.tensorflow.org</u>

#### winner player nf1 team club sport baseball wrestling olympic league sports champion statehun<sub>townskengtenning</sub>s finals championships olympics matches races <sup>games</sup> clubs medal teams players fans awards

```
virginia
          columbia
               torontoputariassachusetts youtsamme
                                 ozafbrildge
              manchester
        London"
                         victoria
      beaghirs.
                  quebec
       moscow
                           scotland
                 mexico
                       walengland
                       ireland britain
           canada
      singapore
america norw
g
               korea japan rome
```



- Pense sobre embeddings de alta dimensão
  - Maioria dos vetores é praticamente ortogonal (produto interno quase 0)
  - Maior parte dos pontos estão distantes entre si
  - "In a 30-dimensional grocery store, anchovies can be next to fish and next to pizza toppings." – Geoff Hinton
- Palavra de cautela: embeddings 2-D podem enganar, dado que eles não conseguem preservar as distâncias originais de um espaço de alta dimensão (i.e., palavras não-relacionadas podem estar próximas em 2-D, mas distantes em 30-D)

# Resolvendo analogias com word embeddings

#### Resolvendo analogias com word embeddings

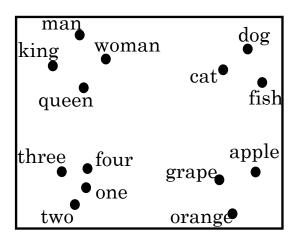
	Man (5391)	Woman (9853)	King (4914)	Queen (7157)	Apple (456)	Orange (6257)
Gender	<b>–</b> 1	1	-0.95	0.97	0.00	0.01
Royal	0.01	0.02	0.93	0.95	-0.01	0.00
Age	0.03	0.02	0.70	0.69	0.03	-0.02
Food	0.09	0.01	0.02	0.01	0.95	0.97

Man  $\rightarrow$  Woman assim como King  $\rightarrow$  ?

# Analogias

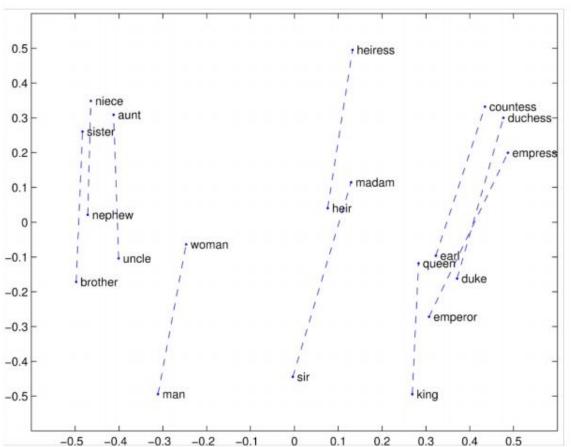
	Man (5391)	Woman (9853)	King (4914)	Queen (7157)	Apple (456)	Orange (6257)
Gender	-1	1	<del>-2</del> 0.95	0.97	0.00	0.01
Royal	0.01	0.02	0.93	0.95	-0.01	0.00
Age	0.03	0.02	0.70	0.69	0.03	-0.02
Food	0.09	0.01	0.02	0.01	0.95	0.97
man-	-> Woman	as king	?	eman-la		001
eman	- Cwoman	Ching-	e <sub>q</sub>	Ching- Cau	[2,2]	
kolov et. al 20	013. Linguistic regu	larities in continu	ous space word		[26]	3

#### Resolvendo analogias com word embeddings

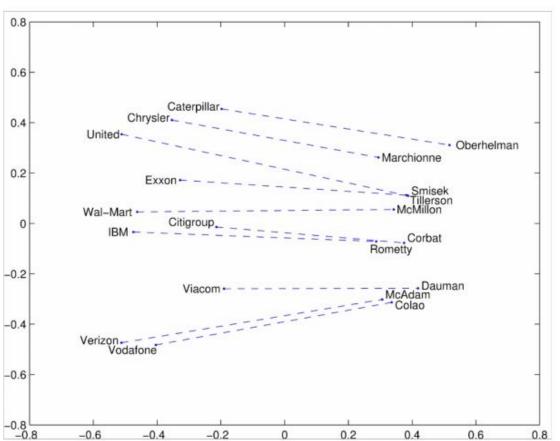


Encontre a palavra  $w: argmax_w sim(r_w, r_{king} - r_{man} + r_{woman})$ 

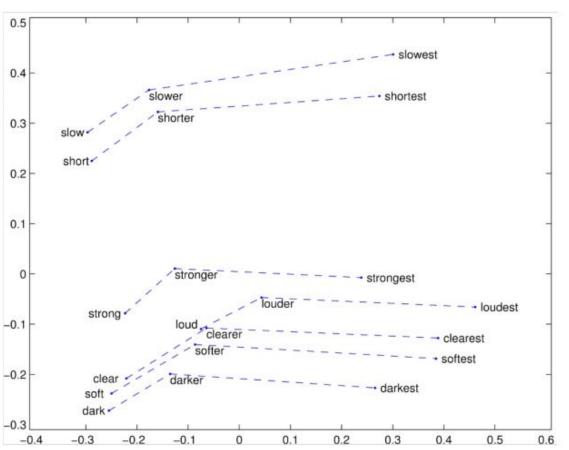
#### Visualizações do GloVe



#### Visualizações do GloVe



#### Visualizações do GloVe



#### Word Vector Analogies: exemplos semânticos

: city-in-state

Chicago Illinois Houston Texas

Chicago Illinois Philadelphia Pennsylvania

Chicago Illinois Phoenix Arizona

Chicago Illinois Dallas Texas

Chicago Illinois Jacksonville Florida

Chicago Illinois Indianapolis Indiana

**Chicago Illinois Austin Texas** 

Chicago Illinois Detroit Michigan

Chicago Illinois Memphis Tennessee

Chicago Illinois Boston Massachusetts

http://code.google.com/p/word2vec/source/browse/trunk/questions-words.txt

#### Word Vector Analogies: exemplos sintáticos

: gram4-superlative bad worst big biggest bad worst bright brightest bad worst cold coldest bad worst cool coolest bad worst dark darkest bad worst easy easiest bad worst fast fastest bad worst good best bad worst great greatest

http://code.google.com/p/word2vec/source/browse/trunk/questions-words.txt

#### Avaliação em analogias

- Dimensão do embedding:
   100, 300, 1000
- Tamanho do conj de treinamento:
   1B, 1.5B, 1.6B, 6B, 42B
- Avaliação: Semântica, Sintática, Média

HPCA
GloVe
SG
CBOW
vLBL
ivLBL
GloVe
SVD

Model

ivLBL

SVD-S

SVD-L

CBOW<sup>†</sup>

 $SG^{\dagger}$ 

GloVe

CBOW

SG

SVD-L

GloVe

300

300

300

300

300

300

1000

1000

300

300

Dim.

100

1.6B 1.6B 1.5B 1.5B 1.6B

6B

6B

6B

6B

6B

6B

6B

6B

42B

42B

Size

1.5B

1.6B

07.5
61
16.1
54.2
65.2
80.8
6.3
36.7

56.6

63.6

73.0

77.4

57.3

66.1

38.4

81.9

Sem.

55.9

4.2

67 5

Syn.

50.1

16.4

54.3

61

52.6

64.8

63.0

61.5

8.1

46.6

63.0

67.4

66.0

67.0

68.9

65.1

58.2

69.3

Tot.

53.2

10.8

60.3

61	
36.1	
60.0	
64.0	
<u>70.3</u>	
7.3	
42.1	
60.1	
65.7	
69.1	
<u>71.7</u>	
63.7	
65.6	
49.2	
<u>75.0</u>	46

# GloVe (opcional)

**Glo**bal **Ve**ctors for word representation

• Defina 
$$q_{ij} = \frac{\exp(\mathbf{u}_j^{\mathsf{T}} \mathbf{v}_i)}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \exp(\mathbf{u}_k^{\mathsf{T}} \mathbf{v}_i)}$$

como

• Reescreva a função negative log-likelihood do skip-gram

$$-\log \left[ \prod_{t=1}^{T} \prod_{-m \le j \le m, \ j \ne 0} \mathbb{P}(w^{(t+j)} \mid w^{(t)}) \right]$$
$$-\sum_{i \in \mathcal{V}} \sum_{j \in \mathcal{V}} x_{ij} \log q_{ij}$$

com os contadores x<sub>ii</sub> definidos de forma apropriada.

I want a glass of <u>orange juice</u> to go along with my cereal.

$$x_{ij}$$
 = # vezes que  $w_i$  aparece no contexto de  $w_j$  (contexto) (target)

- Contexto pode ser definido de várias formas.
  - Quando contexto e target são definidos simétricamente, temos:

$$X_{ij} = X_{ji}$$

 Outro ex.: contexto definido como qualquer palavra dentro de uma janela de tamanho [-5,+5] ou [-10,+10]

• Em seguida, faça

$$-\sum_{i\in\mathcal{V}}\sum_{j\in\mathcal{V}}x_{ij}\log q_{ij} = -\sum_{i\in\mathcal{V}}x_i\sum_{j\in\mathcal{V}}p_{ij}\log q_{ij}$$

Com 
$$x_i = \sum_{j \in \mathcal{V}} x_{ij}, \quad p_{ij} = x_{ij}/x_i$$

- Isso nos dá uma soma ponderada da cross-entropy para palavras no contexto de w<sub>i</sub>, cujo peso x<sub>i</sub> é o número de vezes em que w<sub>i</sub> é target word
  - Embora muito usada, cross-entropy nem sempre é uma boa escolha
  - Custo para fazer com que q<sub>ii</sub> seja uma probabilidade válida é alto
  - Previsões feitas a partir da distribuição condicional envolvendo palavras incomuns pode ser muito ruim

• Em seguida, faça

$$-\sum_{i\in\mathcal{V}}\sum_{j\in\mathcal{V}}x_{ij}\log\ q_{ij}=-\sum_{i\in\mathcal{V}}x_i\sum_{j\in\mathcal{V}}p_{ij}\log\ q_{ij}$$

Com 
$$x_i = \sum_{j \in \mathcal{V}} x_{ij}, \quad p_{ij} = x_{ij}/x_i$$

Substitua a cross-entropy por log square loss

$$\sum_{j \in \mathcal{V}} p_{ij} \log q_{ij} \to \sum_{j \in \mathcal{V}} (\log p_{ij} - \log q'_{ij})^2$$
$$q'_{ij} = \exp(\mathbf{u}_j^{\mathsf{T}} \mathbf{v}_i)$$

Com algum  $q_{ii}$  fácil de ser calculado

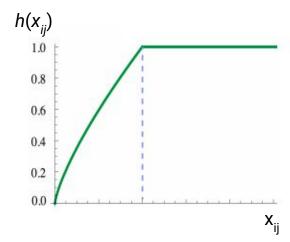
- Adicione um termo de bias para a palavra central e palavras do contexto
- Substitua os pesos  $x_i$  por uma função  $h(x_i)$  monótona crescente em [0,1]

#### Modelo

Minimizar

$$\sum_{i \in \mathcal{V}} \sum_{j \in \mathcal{V}} h(x_{ij}) \left( \mathbf{u}_j^{\mathsf{T}} \mathbf{v}_i + b_i + c_j - \log x_{ij} \right)^2$$

- $h(x_{ij})$  tem como papel:
  - Eliminar termos do somatório para pares (i, j) que não aparecem juntos, i.e.  $x_{ij} = 0 \Rightarrow f(x_{ij}) = 0$ . Assume-se que  $0 \log 0 = 0$ .
  - Ompensar termos que aparecem com muita/pouca frequência, i.e.,  $f(x_{ij})$  assume valores menores para palavras extremamente frequentes



Note que  $u_i$  e  $v_i$  são simétricos. Representação final de w é a média

$$e_w^{\text{(final)}} = \frac{\mathbf{u}_w + \mathbf{v}_w}{2}$$

#### Entendendo GloVe a partir de razões entre probabilidades condicionais

**Intuição**: razão entre probabilidades de co-ocorrências pode codificar componentes do signficado

	x = solid	x = gas	x = water	x = random
P(x ice)	large	small	large	small
P(x steam)	small	large	large	small
$\frac{P(x \text{ice})}{P(x \text{steam})}$	large	small	~1	~1

Entendendo GloVe a partir de razões entre probabilidades condicionais

**Intuição**: razão entre probabilidades de co-ocorrências pode codificar componentes do signficado

30	x = solid	x = gas	x = water	x = fashion
P(x ice)	1.9 x 10 <sup>-4</sup>	6.6 x 10 <sup>-5</sup>	3.0 x 10 <sup>-3</sup>	1.7 x 10 <sup>-5</sup>
P(x steam)	2.2 x 10 <sup>-5</sup>	7.8 x 10 <sup>-4</sup>	2.2 x 10 <sup>-3</sup>	1.8 x 10 <sup>-5</sup>
$\frac{P(x \text{ice})}{P(x \text{steam})}$	8.9	8.5 x 10 <sup>-2</sup>	1.36	0.96

Codificando significado com diferenças entre vetores

**Q:** Como capturar a razão entre probabilidades de co-ocorrência como componentes lineares em um espaço vetorial?

R: Queremos calcular

$$\log \frac{P(w_i|w_j)}{P(w_i|w_k)}$$

No modelo log-bilinear, temos  $\log P(w_i|w_j) = \mathbf{u}_i^{ op} \mathbf{v}_i$ 

Portanto, 
$$\log \frac{P(w_i|w_j)}{P(w_i|w_k)} = \mathbf{u}_j^\top \mathbf{v}_i - \mathbf{u}_k \mathbf{v}_i = (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_k)^\top \mathbf{v}_i$$

Escolhendo uma função

nção 
$$f(\mathbf{u}_j,\mathbf{u}_k,\mathbf{v}_i) = f((\mathbf{u}_j-\mathbf{u}_k)^{ op}\mathbf{v}_i) pprox rac{p_{ij}}{p_{ik}}$$

## Codificando significado com diferenças entre vetores

Q: Como capturar a razão entre probabilidades de co-ocorrência como componentes lineares em um espaço vetorial?

Escolhendo  $f(x) = \exp(x)$ , temos

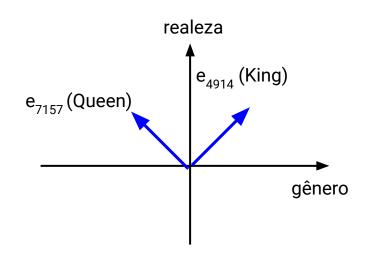
$$\exp(\mathbf{u}_j^{\top} \mathbf{v}_i) pprox lpha p_{ij}$$
 $\mathbf{u}_j^{\top} \mathbf{v}_i pprox \log lpha + \log x_{ij} - \log x_i$ 

$$\sum \sum h(x_{ij}) \Big( \mathbf{u}_j^{\top} \mathbf{v}_i + b_i + c_j - \log x_{ij} \Big)^2$$

## Visão featurizada dos word embeddings

Como gostaríamos que os embeddings fossem

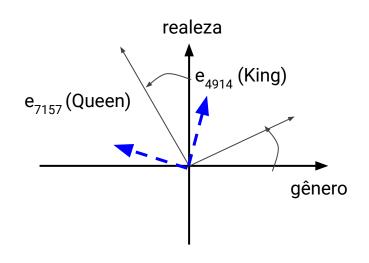
Possível interpretação		Woman (9853)	_	•
Gender	-1	1	-0.95	0.97
Royal	0.01	0.02	0.93	0.95
Age	0.03	0.02	0.70	0.69
Food	0.09	0.01	0.02	0.01



### Visão featurizada dos word embeddings

Como gostaríamos que os embeddings fossem

Possível interpretação		Woman (9853)		*
Gender	-1	1	-0.95	0.97
Royal	0.01	0.02	0.93	0.95
Age	0.03	0.02	0.70	0.69
Food	0.09	0.01	0.02	0.01



# Visão featurizada dos word embeddings

Na prática, não há como garantir que as dimensões tenham interpretação clara. Qualquer rotação dá origem ao mesmo mínimo:

minimizar 
$$\sum_{i=1}^{10000} \sum_{j=1}^{10000} h(x_{ij}) (\mathbf{u}_j^\top \mathbf{v}_i + b_i + c_j - \log x_{ij})^2$$

$$(A\mathbf{u}_j)^\top (A\mathbf{v}_i) = \mathbf{u}_j^\top A^\top A\mathbf{v}_i = \mathbf{u}_j^\top \mathbf{v}_i$$

Apesar disso a matemática do paralelogramo ainda funciona!

#### Videoaulas

https://youtu.be/QuELiw8tbx8

https://www.youtube.com/watch?v=BwmddtPFWtA

https://www.youtube.com/watch?v=LHXXI4-IEns

https://www.youtube.com/watch?v=Keqep\_PKrY8&t=553s

https://www.youtube.com/watch?v=8HyCNIVRbSU

https://www.youtube.com/watch?v=94hG00EJFNo