Exercícios Deep Learning
Aula 17

January 6, 2022

1 Teoria dos Jogos

1- Em Teoria dos Jogos, existem várias estratégias adotadas pelos jogadores a fim de aumentar o seu *payoff* ou diminuir o *payoff* de seus adversários. Explique do que consiste uma estratégia *max-min* e *min-max*.

2- Duas companhias, A e B, vendem duas marcas de vacina para gripe. Companhia A pode anunciar o seu produto no rádio (estratégia A1), na televisão (estratégia A2) ou no jornal (estratégia A3). A Companhia B pode anunciar o seu produto no rádio (estratégia B1), na televisão (estratégia B2), no jornal (estratégia B3) ou mala direta (estratégia B4). Dependendo da criatividade e da intensidade dos anúncios, cada companhia pode ganhar uma porção do mercado da outra companhia. A matriz de *payoff* abaixo resume a porcentagem de mercado ganho ou perdido pela companhia A. Utilizando a estratégia *max-min*, qual seria a melhor estratégia a ser adotada pela Companhia A?

	B1	**B2**	**B3**	**B4**
A1	8	-2	9	-3
A2	6	5	6	8
A3	-2	4	-9	5

3- Considere a situação em que dois carros aproximam-se de um cruzamento. Cada motorista tem duas estratégias puras: esperar (e) ou seguir (s). Se os dois decidem seguir, ambos tem um prejuízo de 10. Esse prejuízo cai para 1 se ambos decidem esperar. Entretanto, caso um dos jogadores siga e o outro espere, o jogador que seguiu ganha 5 enquanto o jogador que esperou não ganha nada.

a) Construa a matriz de *payoff* desse jogo.

b) Identifique, se possível, o(s) equilíbrio(s) de Nash de estratégia pura.

c) O que acontece se os dois jogadores jogam suas estratégias max-min?

2 GAN

4- Explique porque podemos dizer que G e D estão jogando um jogo de dois jogadores com estratégia min-max. Qual é a função de valor V(G,D)?

5- Na forma da GAN no jogo de soma zero, a função de custo de gerador é dada por $J^{(G)} = \mathbb{E}_z \log(1 - D(G(z)))$, porém na prática a função de custo $J^{(G)} = -\mathbb{E}_z \log(D(G(z)))$ é mais usada. Por quê?

6- Suponha que após o treinamento da sua GAN, você percebe que independente do ruído apresentado na entrada, as amostras geradas tendem a ser muito similares umas às outras. O que aconteceu com o modelo generativo? Dê um exemplo onde esse caso pode ser interessante.

7- Se o gerador de uma GAN começar a gerar exemplos exatamente iguais ao do dataset de treinamento, todos eles seriam aceitos pelo discriminador. Explique por que a chance disso ocorrer é baixa, especialmente em espaços de alta dimensionalidade.

8- Considere um gerador ótimo, isto é, $p_{model}(x) = p_{data}(x)$.

a) Qual é o valor do discriminador $D(x)$ ótimo?

b) Qual será o valor da função de custo $J = \frac{1}{2}\mathbb{E}_{pdata} \log(D(x)) + \frac{1}{2}\mathbb{E}_z \log(1 - D(G(z)))$ para esse par discriminador gerador?

Solução

1- A estratégia *max-min* de um jogador em um jogo de soma geral, é uma estratégia que maximiza o resultado do pior caso, na situação em que todos os outros jogadores jogam as estratégias que causam o maior dano. A estratégia *min-max* é uma estratégia que mantém a recompensa máxima do oponente no mínimo. Ou seja, o quanto um jogador pode punir outro, desconsiderando o seu próprio ganho.

2- A solução do jogo é baseada no princípio da "Melhor entre as Piores". Se a companhia A escolher a estratégia A1, então, independente da estratégia que B escolha, o pior que pode acontecer é A perder 3% do seu mercado para B. Isto é representado pelo valor mínimo dos elementos da matriz na linha 1. Similarmente, se A escolher a estratégia A2, o pior que pode acontecer é A ganhar 5% do mercado de B, e se A escolher a estratégia A3, o pior que pode acontecer é A perder 9% do seu mercado para B. Estes resultados são listados na coluna "Min Linha" da matriz. Para obter a "Melhor entre as Piores", a companhia A escolhe a estratégia **A2** por que esta representa o valor máximo entre os valores mínimos (Maximin).

	B1	**B2**	**B3**	**B4**	**min *payoff***
A1	8	-2	9	-3	-3
A2	6	5	6	8	5
A3	-2	4	-9	5	-9
max (min *payoff*)					**5**

3-

a)

		Jogador 2	
		s	**e**
Jogador 1	**s**	-10,-10	5,0
	e	0,5	-1,-1

b) (e,s) e (s,e).

c) Se ambos jogam sua estratégia max-min, ambos irão esperar. Logo, o estado (e,e) será atingido.

4- O gerador tenta maximizar a probabilidade de D classificar as amostras geradas como reais, $E_{z \sim p_{z(z)}}[D(G(z))]$, que é equivalente a minimizar a probabilidade do discriminador classificar as amostras geradas como falsas $E_{z \sim p_{z(z)}}[1 - D(G(z))]$. Já o discriminador quer maximizar a probabilidade de atribuir os rótulos corretamente $E_{x \sim p_{d(x)}}[D(x)] + E_{z \sim p_{z(z)}}[1 - D(G(z))]$. Note que D(x) deve ser 1 se x for real e 0 se x é falso. Podemos utilizar logaritmos sem alterar a otimização, o que resulta em:

$J(\theta^{(G)}, \theta^{(D)}) = min_G max_D E_{x \sim p_{D(x)}}[logD(x)] + E_{z \ \ p_{z(z)}}[log(1 - D(G(z))]].$

5- O gradiente da função $\mathbb{E}_z \log(1 - D(G(z)))$ se aproxima de 0 quando $D(G(z))$ é pequeno (e aumenta em magnitude na medida que $D(G(z))$ cresce), isso quer dizer que no início do treinamento, quando as amostras do gerador são facilmente detectáveis, o aprendizado do gerador será devagar. Podemos contornar esse problema substituindo a função acima por $-\mathbb{E}_z \log(D(G(z)))$, que possui um gradiente alto quando $D(G(z)) \approx 0$ e decresce na medida que $D(G(z))$ aumenta.

6- O modelo generativo começou a entrar no seu modo colapsado. Considere o caso extremo aonde G é treinado exaustivamente sem atualizações do modelo de D. As imagens geradas por G vão convergir para encontrar a imagem ótima que consegue mais enganar D (seria a imagem mais realística no ponto de visto de D). Nesse extremo, essa imagem ótima é independente do ruído de entrada em G. Em tarefas como transferência de estilo, as vezes é suficiente a transformação apenas de uma única imagem de entrada em uma boa sintética, e em muitos casos, modos de colapso parcial sacrificam variabilidade, mas oferecem saídas de qualidade maior.

7- O gerador é treinado utilizando somente a saída do discriminador referente às amostras geradas, em momento nenhum o gerador observa diretamente os exemplos de treino. Portanto, para gerar amostras idênticas aos dados de treino o gerador deve ser treinado nessa direção com somente o gradiente referente às próprias amostras, o que, ainda que possível, na prática raramente ocorre.

8-

a) O discriminador ótimo é dado por $D(x) = \frac{p_{data}(x)}{p_{data}(x)+p_{model}(x)}$, se $p_{model}(x) = p_{data}(x)$ então $D(x) = \frac{1}{2}$.

b)

$$J = \frac{1}{2}\mathbb{E}_{pdata} \log(D(x)) + \frac{1}{2}\mathbb{E}_z \log(1 - D(G(z)))$$

$$J = \frac{1}{2}\Big(\int_x p_{data}(x) \log 1/2 dx + \int_x p_{model}(x) \log(1 - 1/2) dx\Big)$$

como $p_{model}(x) = p_{data}(x)$,

$$J = \frac{1}{2}\Big(\int_x p_{data}(x) \log(1/2) dx + \int_x p_{data}(x) \log(1 - 1/2) dx\Big)$$

$$J = \frac{1}{2}\int_x p_{data}(x)\big(\log(1/2) + \log(1/2)\big) dx$$

$$J = \frac{1}{2}\log(1/4)\int_x p_{data}(x) dx$$

$$J = \frac{1}{2}\log(1/4)$$