Prova 3

Teoria dos Jogos e Computação

Professor: Pedro O.S. Vaz de Melo

24 de novembro de 2015

Nome: $\underbrace{\hspace{10cm}}_{\text{escrevendo o meu nome eu juro que seguirei o código de honra}}$

Código de Honra para este exame:

- Não darei ajuda a outros colegas durante os exames, nem lhes pedirei ajuda;
- não copiarei nem deixarei que um colega copie de mim.

1. (*8 points*) *A Bidding Game.* Alice e Bob concorrem a um objeto que tem valor de 3 para ambos. Os dois têm riqueza (orçamento) $w = 2$ e não podem ofertar mais que este valor por esse objeto. Cada oferta deve ser um inteiro não negativo. **Além de ofertar**, cada jogador, quando em seu turno, tem as opções de **passar (P)** ou **igualar (I)** a última oferta. No ínicio do jogo, considere que a última oferta é 0. Se um jogador **passar (P)**, então o jogo acaba e o outro jogador ganha o objeto e paga a última oferta. Se um jogador **igualar (I)**, então o jogo acaba e cada jogador ganha o objeto e paga a última oferta com probabilidade $\frac{1}{2}$. Alice começa, e os jogadores alternam até que o jogo acabe. Cada aposta nova deve ser maior que a anterior. Considere também que os jogadores são neutros ao risco.

a. (*4 pts*) Desenhe a árvore deste jogo na forma extensiva.

b. (*2 pts*) Qual é o *Subgame perfect equilibrium* (SPE) deste jogo?

c. (*2 pts*) Há algum equilíbrio de Nash diferente do SPE? Caso afirmativo, dê um exemplo.

2. (*8 points*) *The absent-minded driver.* Alice está sentada tarde da noite em um restaurante planejando sua viagem de meia-noite para casa. A fim de chegar em casa, ela tem que tomar a estrada e virar na segunda saída. Virando na primeira saída a leva a uma área desastrosa, com muitos assaltos e acidentes (*payoff* de 0). Virando na segunda saída ela terá a mais alta recompensa, pois chega em casa (*payoff* de 4). Se ela continuar para além da segunda saída, ela não pode voltar atrás, encontrando no final da estrada um motel onde ela pode passar a noite (*payoff* de 1). Alice é altamente distraída e é ciente deste fato. Em um cruzamento, ela não pode dizer se é o primeiro ou o segundo, ou seja, ela não se lembra de quantos cruzamentos já passaram.

a. (*2 pts*) Desenhe a árvore deste jogo na forma extensiva.

b. (*2 pts*) Qual é equilíbrio de estratégias puras deste jogo?

c. (*2 pts*) Qual o perfil de estratégias comportamentais que lhe dá o maior *payoff* esperado?

d. (*2 pts*) Suponha que Alice é casada com Bob e este é um marido muito amoroso, preocupado e medroso. Neste novo cenário, Bob pode tomar duas decisões: esperar por Alice em casa ou ir até o motel procurar por ela. Desenhe a árvore deste jogo na forma extensiva.

3. (*8 points*) A Pepsi e a Coca-Cola estão em uma competição pelo mercado de refrigerantes. As duas empresas participam de um jogo que é repetido de forma infinita. Em cada estágio do jogo, cada empresa escolhe simultaneamente vender o seu refrigerante a um preço alto ou baixo. As decisões de preço das duas empresas vão determinar os lucros das mesmas. O jogo que é jogado em cada estágio é ilustrado abaixo.

		Pepsi	
		Low	*High*
Coca-cola	*Low*	$20, 20$	$50, 15$
	High	$15, 50$	$30, 30$

a. (*4 pts*) As duas empresas possuem o mesmo fator de desconto $0 < \beta < 1$. Calcule todos os valores de β que fazem da estratégia *Grim Trigger* um *subgame perfect Nash equilibrium.*

b. (*4 pts*) Agora considere que tanto a Pepsi quanto a Coca-Cola tem um fator de desconto $\beta = 0.5$. Até quanto a Pepsi e Coca-Cola pagariam (em termos de utilidade) para adicionar uma ação chamada *preços super baixos* em seus conjuntos de ações em cada estágio? Se essa ação for adicionada, as empresas se comprometeriam a vender os seus refrigerantes a preços muito baixos, o que transformaria o jogo que é jogado em cada estágio no seguinte:

			Pepsi	
		Super − low	*Low*	*High*
Coca-cola	*Super − low*	$5, 5$	$12, 2$	$12, 2$
	Low	$12, 2$	$20, 20$	$50, 15$
	High	$12, 2$	$15, 50$	$30, 30$