Prova 2

Teoria dos Jogos em Computação

Professor: Pedro O.S. Vaz de Melo

26 de novembro de 2019

Nome: $\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}_{\text{escrevendo o meu nome eu juro que seguirei o código de honra}}$

Código de Honra para este exame:

- Não darei ajuda a outros colegas durante os exames, nem lhes pedirei ajuda;
- não copiarei nem deixarei que um colega copie de mim.

Escolha 3 questões para fazer: $\underbrace{\qquad}$, $\underbrace{\qquad}$, $\underbrace{\qquad}$

Se você escolher todas, as três primeiras serão corrigidas e a última, ignorada.

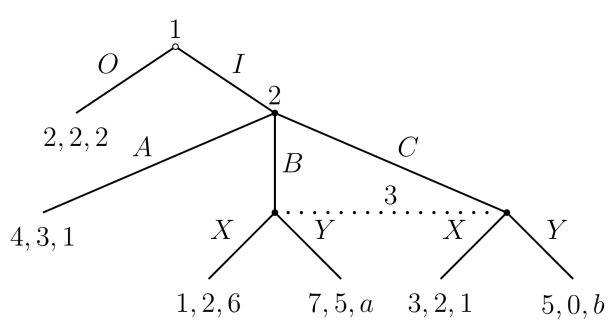
1. (*10 points*) Considere o jogo de dois jogadores abaixo, em que $\theta \in \{0, 3\}$ é um parâmetro conhecido pelo jogador $P1$. O jogador $P2$ não tem (nem terá, até a distribuição dos *payoffs*) nenhuma informação sobre θ, mas acredita que $\theta = 0$ com probabilidade 1/2 e $\theta = 3$ com probabilidade 1/2. Todas essas informações são de conhecimento comum.

		P_2: L	P_2: R
P_1	T	$2, 2$	$0, \theta$
	B	$\theta, 0$	$1, 1$

a. (*2 pts*) Escreva esse jogo (jogadores, ações e tipos) formalmente como um jogo Bayesiano usando a notação de tipos epistêmicos.

b. (*8 pts*) Compute dois equilíbrios de Nash Bayesianos para esse jogo.

2. (*10 points*) Considere que o jogo na forma extensiva representado abaixo. Note que dois *payoffs* do Jogador 3 não foram especificados: a e b. Uma possibilidade é $(5, 0)$, isto é, $a = 5$ e $b = 0$. Outra possibilidade é $(0, 5)$. Para todas as questões abaixo, você deve a ater a estratégias puras.



a. (*4 pts*) Encontre todos os SPNE (*sub-perfect Nash equilibrium*) do jogo usando $(a, b) = (5, 0)$.

b. (*6 pts*) Encontre todos os SPNE (*sub-perfect Nash equilibrium*) do jogo usando $(a, b) = (0, 5)$.

3. (*10 points*) Duas empresas competidoras, 1 e 2, jogam o seguinte jogo repetido infinito em que todas as jogadas anteriores são observadas, e cada jogador tenta maximizar a soma dos seus lucros com fator de desconto $\beta = 4/5 = 0.8$. A cada estágio t, simultaneamente, cada firma i seleciona o preço $p_i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ do seu produto. Se $p_1 = p_2$, então cada firma vende uma unidade do produto e tem lucro $p_1 = p_2$. Caso contrário, se $p_i < p_j$, a empresa de menor preço vende duas unidades, lucrando $2 \times p_i$, e a de maior preço não vende nenhuma, lucrando 0. Considere que produzir produtos não custa nada para as empresas.
Dicas:

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} x^k = \frac{x}{1-x} \qquad \sum_{k=0}^{\infty} x^{2k} = \frac{1}{1-x^2}$$

a. (*8 pts*) Encontre um *subgame perfect equilibrium* (SPE) que dá aos jogadores um lucro médio (por estágio) de pelo menos 4. Verifique que o perfil de estratégia que você construiu é de fato um SPE.

b. (*2 pts*) Considerando o seu perfil de estratégia, que efeito a mudança do fator de desconto β para $3/5 = 0.6$ produziria? Ainda seria um equilíbrio?

4. (*10 points*) Considere o jogo na forma normal abaixo.

P_1 \ P_2	y_1	y_2	y_3
x_1	$0, 0$	$4, 3$	$2, 4$
x_2	$1, 4$	$2, 0$	$0, 0$

a. (*2 pts*) Escreva o sistema de equações do algoritmo Lemke Howson.

b. (*3 pts*) Execute **duas** trocas de base a partir do algoritmo Lemke Howson. Inicie colocando x_1 na base.

c. (*1 pt*) As duas trocas anteriores encontraram um equilíbrio de Nash? Caso afirmativo, qual?

d. (*3 pts*) De onde parou, execute mais **duas** trocas de base usando o algoritmo Lemke Howson. Se não estiver claro qual variável deverá entrar na base, inicie colocando x_2 na base.

e. (*1 pt*) As duas trocas anteriores encontraram um equilíbrio de Nash? Caso afirmativo, qual?