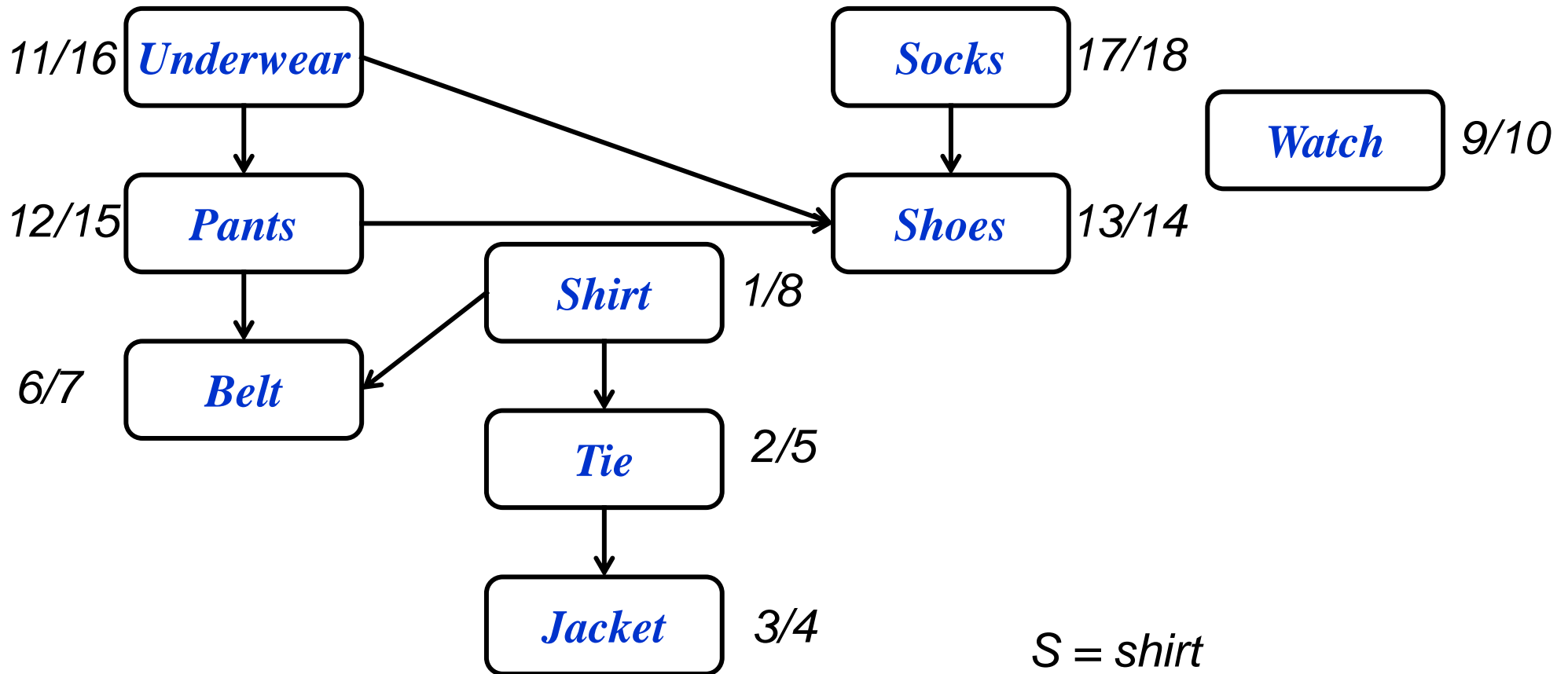


# Uso de BFS/DFS

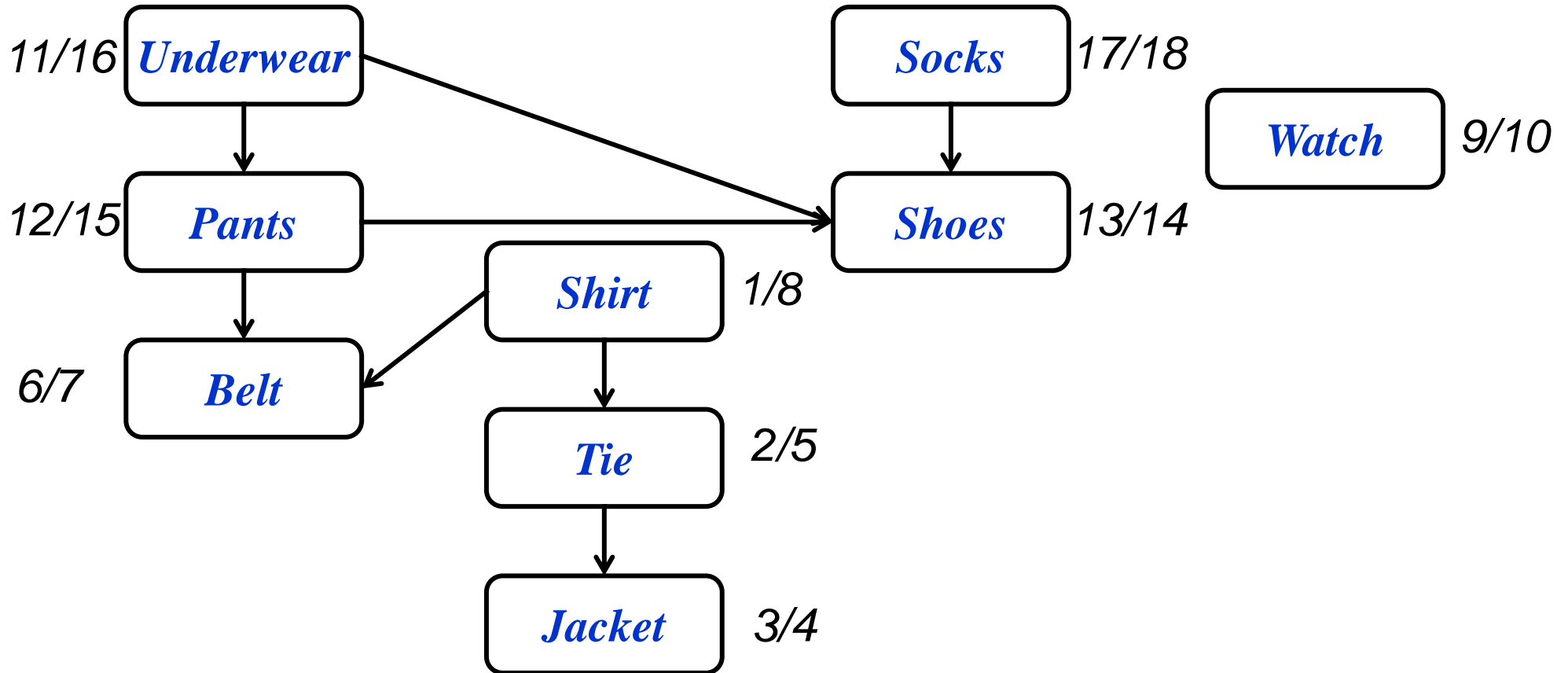
# Grafo direcionado acíclico (DAG)

- Grafo direcionado sem ciclos.
- Aplicação: Processamento de tarefas com precedências.
- Ordenação topológica de uma dag: Ordenar os vértices do grafo de forma tal que todo arco tenha a sua origem antes do que seu destino na ordenação.

# Getting Dressed



# Getting Dressed



# Ordenação Topológica

- Executar busca em profundidade.
- Colocar no início da lista quando o vértice fecha (vira preto).
- Já que o grafo é um DAG nenhum vértice encontra vértices cinza (back edge  $\rightarrow$  ciclo).
- Quando ele fecha todos seus sucessores estão pretos pelo que já estão na lista.

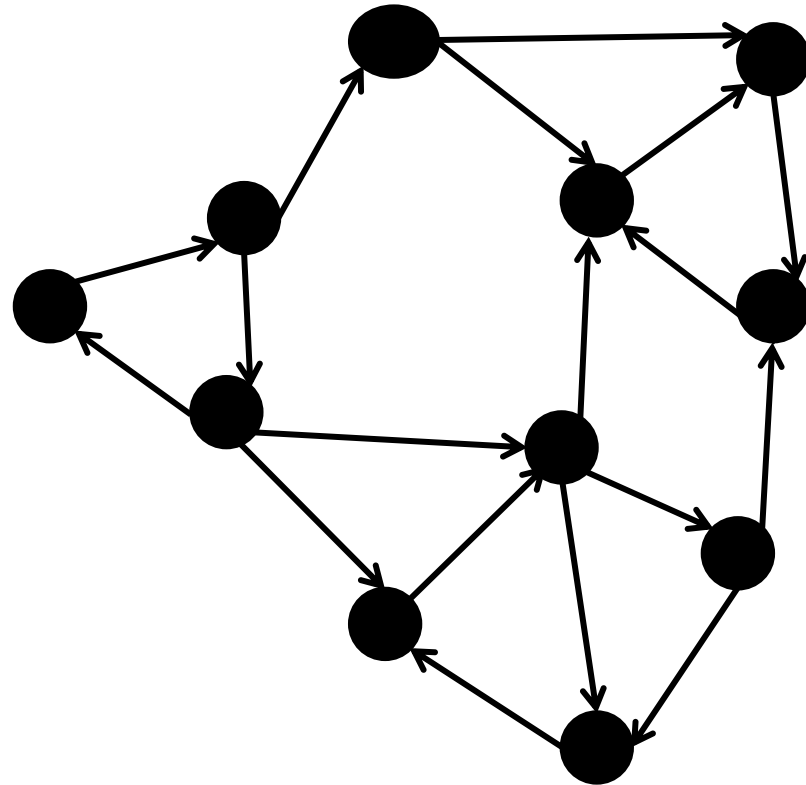
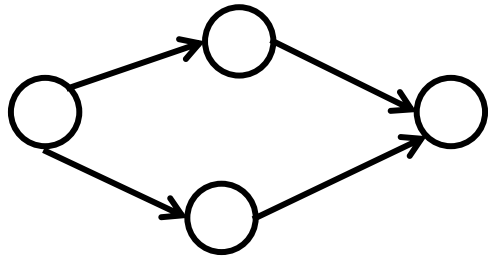
# Componentes Conexas

- .DFS com parâmetro adicional  $c$ .
- .Cada vez que volta no ciclo principal temos uma nova componente conexa ( $c=c+1$ ).

# Exercise

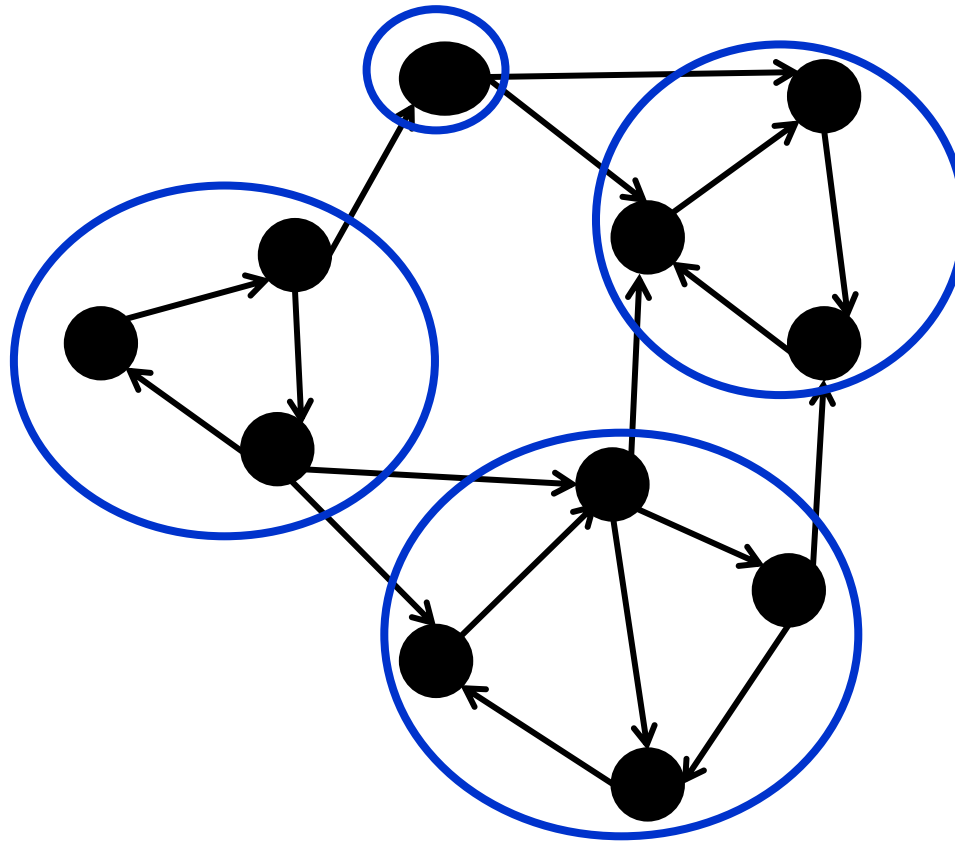
- *Given a direct graph  $G$ , use DFS to find its strong connected components.*
- *SCC of a direct graph  $G = \langle V, E \rangle$  is a maximal set of vertices  $C$  in  $V$  such that each pair  $u$  and  $v$  in  $C$ ,  $u$  and  $v$  are reachable from each other.*

# Strong Connected Components

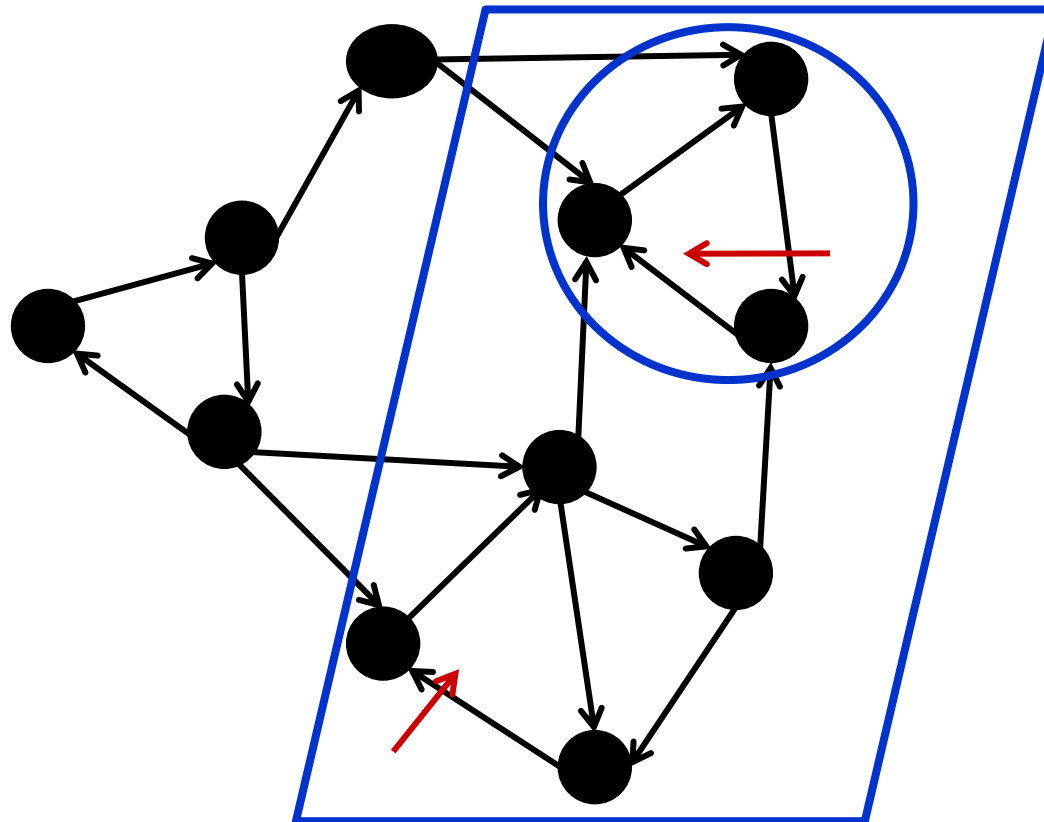




# Strong Connected Components



# Strong Connected Components



# Solution

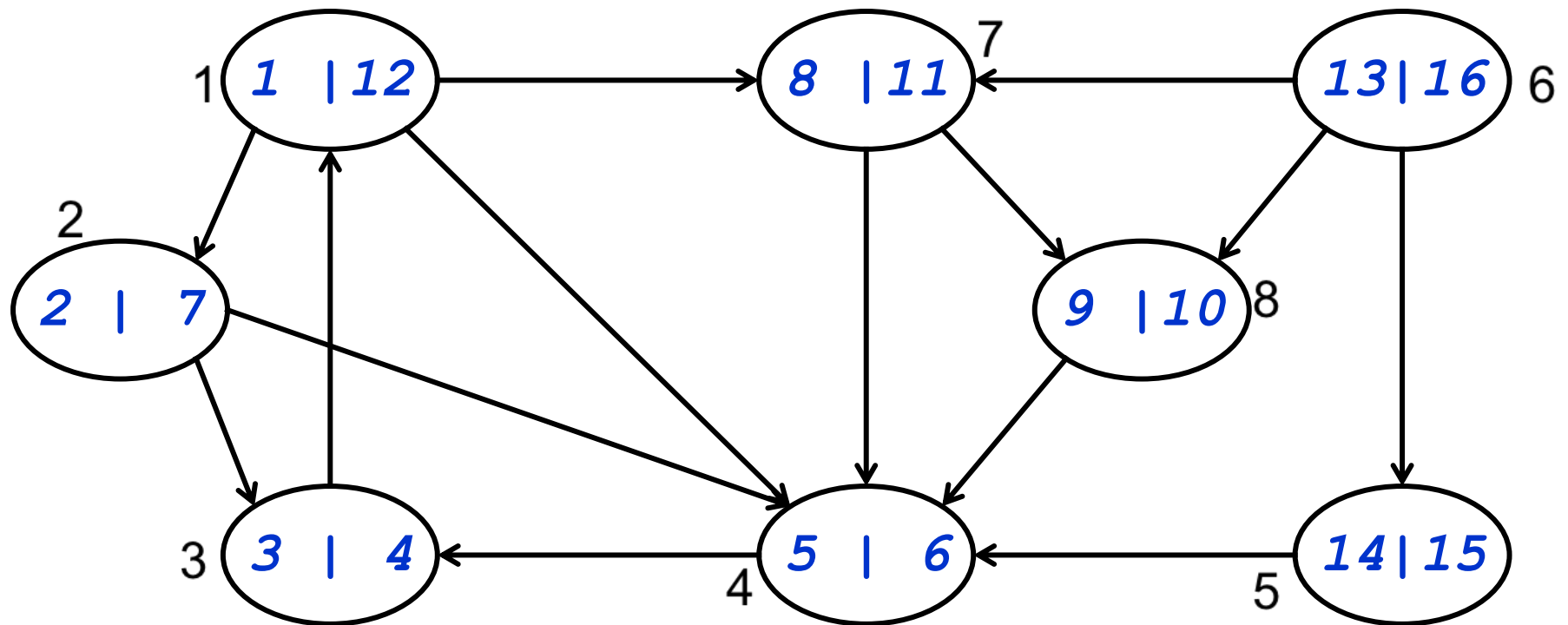
- *Call DFS ( $G$ ) to compute finish times  $f$  of each vertex in  $G$*
- *Compute  $G^T$*
- *Call DFS( $G^T$ ), but main loop considers finish time  $f$  in decreasing order*
- *Each connected component corresponds to a tree found by DFS in  $G^T$*

- Lema: Dadas as componentes fortemente conexas  $C$  e  $D$  tais que  $C$  alcança  $D$ , depois de uma execução de DFS existe um vértice de  $C$  com tempo de fechamento superior ao tempo de fechamento de todo vértice de  $D$ .
- Dem: Seja  $v$  o primeiro vértice de  $C$  descoberto.
- Quando  $v$  é descoberto os vértices de  $D$  estão todos brancos ou todos pretos.
- Nenhum pode ser cinza já que isso implicaria caminho de um vértice de  $D$  a um vértice de  $C$ .

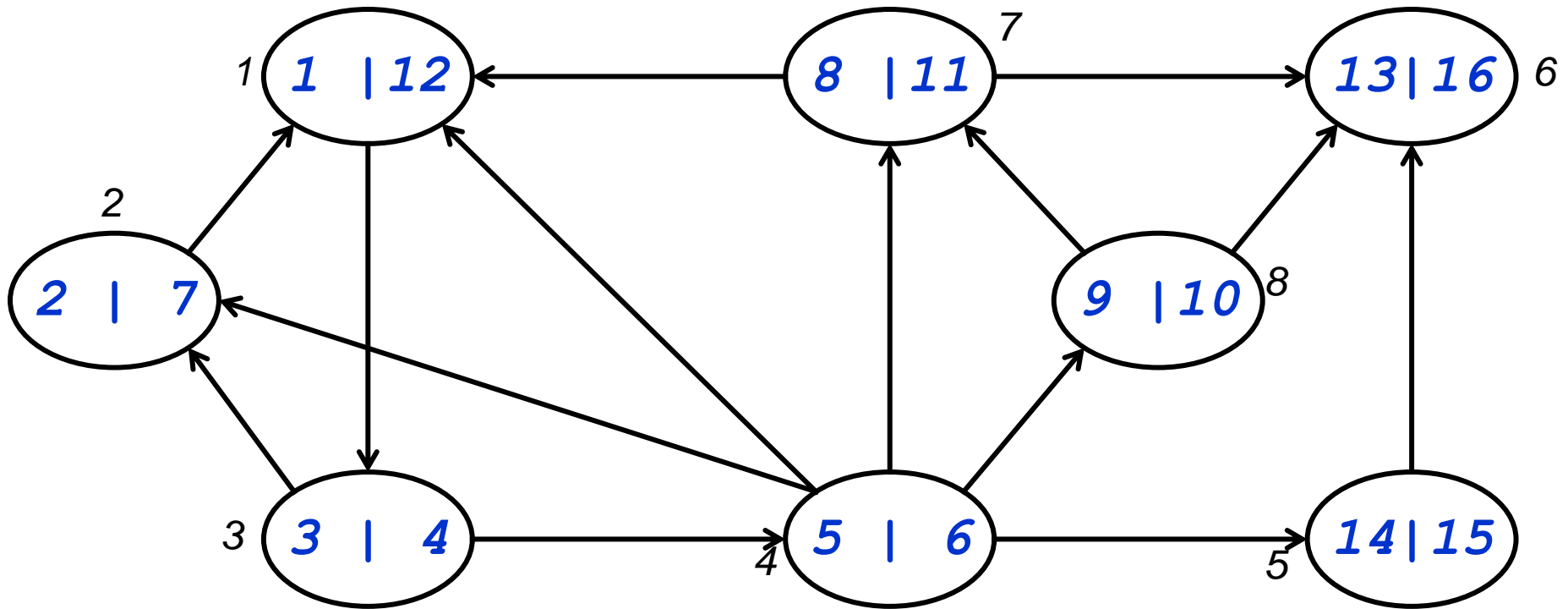
.Se todos estão pretos todos já fecharam e o lema é verdadeiro.

.Se estão brancos eles serão descobertos a partir de  $v$  e fecharão antes do que  $v$ .

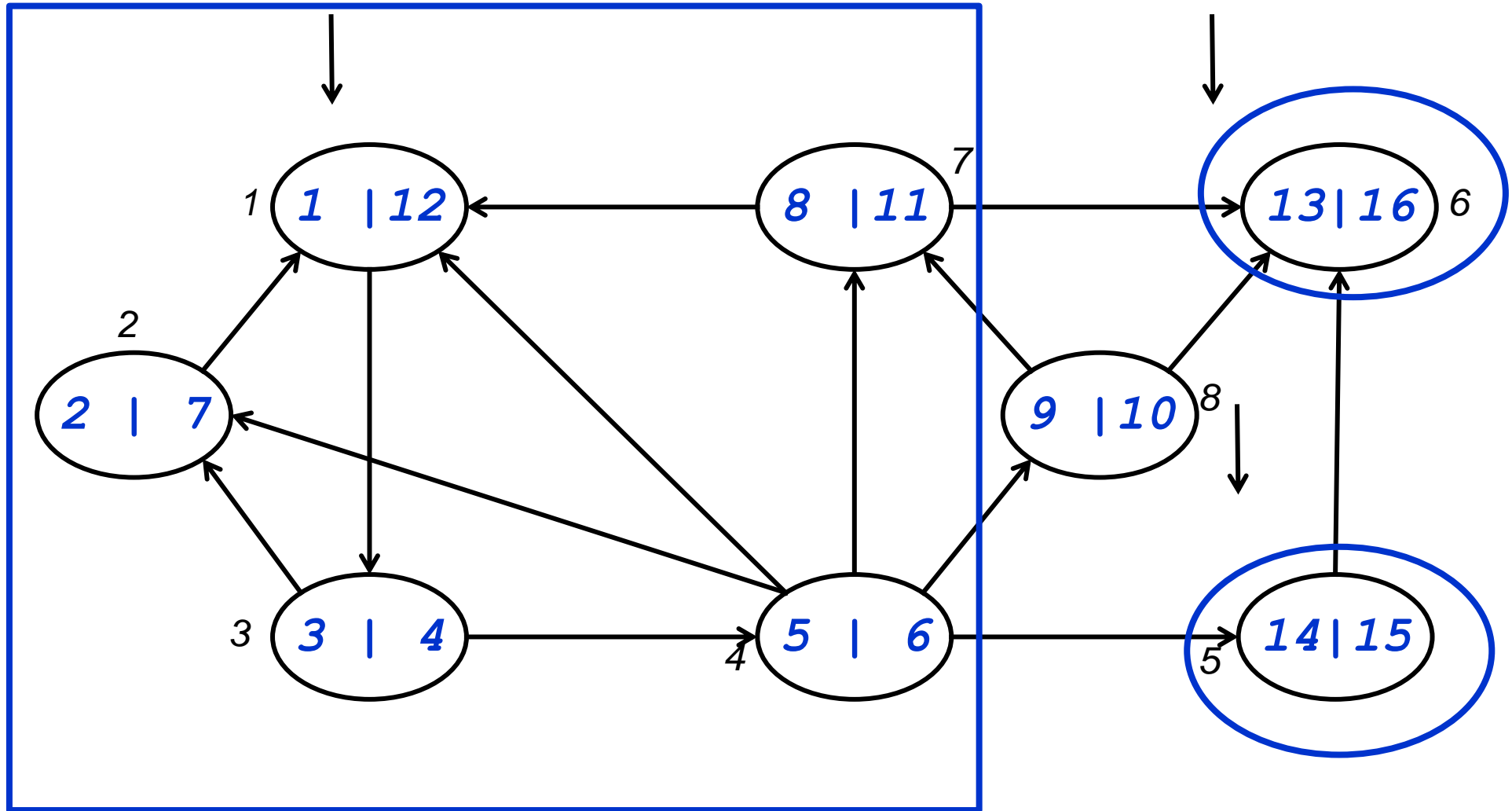
# Example



# Example



# Example





# Bipartido

- .DFS com parâmetro binário adicional.
- .Quando encontra branco chama com parâmetro oposto ao atual.
- .Se encontra cinza com parâmetro igual não é bipartido.

# Bomba

Uma bomba está armada com um cadeado de combinação com 4 dígitos decimais. O valor da combinação que desarma a bomba assim como o valor inicial do cadeado são conhecidos. Também é conhecida uma lista de valores do cadeado que fariam explodir a bomba.

Assumimos que trocar qualquer dígito do cadeado para seu sucessor ou predecessor ( $+1$  ou  $-1 \bmod 10$ ) custa 1 segundo. Queremos determinar a forma mais rápida de desarmar a bomba sem que ela expluda ou determinar que isso é impossível.

Modele o problema usando grafos e indique qual algoritmo deveria ser utilizado na sua modelagem.

# Agua

Você tem duas garrafas, uma de 4 litros de capacidade e outra de 3 litros de capacidade.

Também tem uma fonte infinita de água. Como as garrafas não tem nenhuma marcação a única forma de saber quanta água é transferida a uma garrafa é encher ou esvaziar uma garrafa.

Pretende-se colocar 2 litros de água na garrafa de 4 litros.

a) (4 pontos) Modele o problema usando um grafo e indique o algoritmo que deve ser executado para resolver o problema.

b) (1 ponto) Resolva o problema.

# Conjunto Independente de peso máximo em árvores

- Grafo não orientado com pesos nos vértices.
- Determinar o subconjunto de peso máximo tal que nenhum par de vértices do subconjunto são adjacentes.
- NP-difícil em grafos gerais.
- Em árvores: Perguntar as sub-árvores qual é o melhor CI com e sem a raiz da sub-árvore.

# Vértices de articulação

.Para a raiz é fácil. Um DFS por vértice e pronto.  $O(VE)$ .

.Melhor: Devolver o menor tempo de abertura de um vértice visto pelos descendentes. Se o vértice não é folha e nenhum descendente ve algum vértice com tempo de abertura menor do que ele o vértice é vértice de articulação (a menos que seja a raiz).

# 2-SAT

- Montar o grafo de implicações.
- Resolver componentes fortemente conexas.
- É satisfazível se e somente se em nenhuma CFC tenho uma variável e sua negação.
- Ordeno topologicamente as CFC.
- Dou valor as variáveis em ordem contrária a ordenação topológica.