

2016/2

## Projeto e Análise de Algoritmos

### Teoria dos Grafos

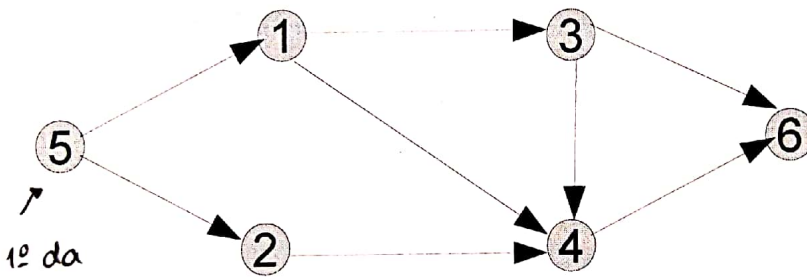
#### Prova 1 (12 pontos)

##### Questão 1 (5 pontos):

a) Uma ordenação topológica de um grafo orientado acíclico é uma ordenação dos seus vértices tal que se um vértice  $u$  aparece na ordenação antes do que outro vértice  $v$  então não há caminho no grafo de  $v$  para  $u$ . Proponha um algoritmo linear (complexidade não superior a  $O(n+m)$ ) para computar uma ordenação topológica de um grafo orientado acíclico. Demonstre a corretude do algoritmo e seu custo computacional.

Exemplo:

$[5, 2, 1, 3, 4, 6]$  é uma das três ordenações topológicas do grafo abaixo.



ordenação  
topológica e tiro

ou

Rodar um DFS  
e quando fecha  
põe no começo  
da lista

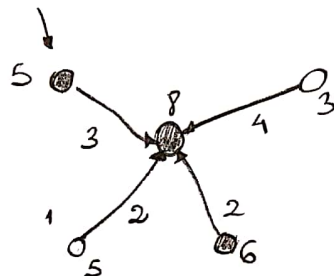
Escolho entre 1 e 2 e tiro

**Questão 2 (5 pontos):** Dado um grafo orientado  $G=(V,E)$  com pesos nos arcos e um vértice  $s \in V$  conhece-se para todo  $v \in V$  o peso do caminho mínimo de  $s$  até  $v$  ( $d_{sv}$ ). Desenvolva um algoritmo linear (de complexidade não maior a  $O(n+m)$ ) para determinar as arestas de todos os caminhos mínimos de  $s$  para todo  $v \in V$ .

↳ menor que Dijkstra !

olhamos custo do vértice anterior e verificamos se somado com caminho até vértice atual dão o valor que queremos ( $5+3=8$ )

faz parte do caminho !



$6+2=8$  também  
é caminho  
mínimo

BFS em todo vértice / aresta

**Questão 3 (5 pontos):** Deseja-se salvar em disco um conjunto de  $n$  imagens muito parecidas. Cada imagem  $i$  tem um tamanho  $t_i$  e cada par de imagens  $i$  e  $j$  tem uma dissimilitude  $d_{ij}=d_{ji}$  que é o tamanho do arquivo que é necessário salvar para reconstruir  $i$  a partir de  $j$  ou  $j$  a partir de  $i$ . Uma vez que uma imagem é reconstruída, ela pode ser usada para reconstruir outras imagens. Para economizar espaço deseja-se salvar apenas a informação necessária para poder reconstruir todas as imagens. Já que para todo par de imagens  $i$  e  $j$ ,  $d_{ij}$  é muito menor do que  $t_i$  e do que  $t_j$  o ideal é salvar apenas uma imagem e as dissimilaridades necessárias para poder construir o restante delas.

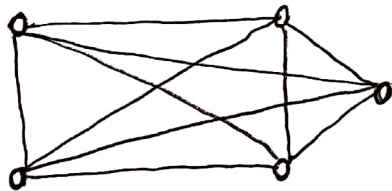
Modele o problema de otimizar o espaço em disco como um problema em grafos e indique qual o problema a ser resolvido.

diferenças

Guardar a diferença entre elas é mais econômica

cada imagem = vértice

grafo completo, pois cada par tem diferença entre elas



Árvore geradora mínima para as menores diferenças

pegamos a menor diferença - vértice com T menor