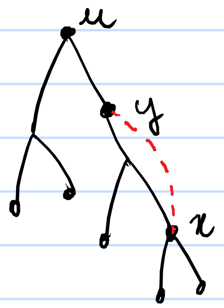
SOLUÇÕES DA PROVA 2 DE PAA

(1) <u>DEMONSTRAÇÃO</u>: Suponha que existe $xy \in E(G) \setminus E(T)$.

Uma vez que T é árvore geradora de G produzida em uma busca em profundidade a partir de u, temos que x e y pertencem a um mesmo caminho em T de uma folha à raiz u. [veja figura a seguir].
Sem perda de generalidade, assuma que y é ancestral de x em T.

T



Como T é uma árvore de busca em largura, $\text{dist}_T(u,x) \leq \text{dist}_T(u,y)+1$.
Logo, y tem que ser pai de x em T, e xy é uma aresta de T, uma contradição.

Portanto, $E(G) \setminus E(T) = \emptyset$ o que implica $G = T$ pois T é gerador. $\blacksquare$

(2.a) <u>DEMONSTRAÇÃO</u>: Suponha que existe uma árvore geradora mínima T de G que não é uma árvore de gargalo mínimo. Seja T' uma árvore de gargalo mínimo de G.
Denote por $e_T \in E(T)$ a aresta de maior peso em T.

Sejam T_1 e T_2 as subárvores de $T - e_T$.

Como T' é árvore geradora de gargalo mínimo, existe $uv \in E(T')$ tal que $u \in V(T_1)$, $v \in V(T_2)$ e $w(uv) < w(e_T)$.

Note que $T^* = T_1 \cup T_2 \cup \{uv\}$ é uma árvore geradora de G. Além disso, $w(T^*) = w(T_1) + w(T_2) + w(uv) < w(T)$, uma contradição à suposição de que T é mínima. $\blacksquare$

(2.b) <u>RETURN</u> KRUSKAL (G, w).

3

for $i = 0, \ldots, |V|-1$ **do**

  $c \leftarrow$ FALSE

  for $uv \in E$ **do**

    if $dist(v) > dist(u) + w(u,v)$ **then**

      $dist(v) \leftarrow dist(u) + w(u,v)$

      $pred(v) \leftarrow u$

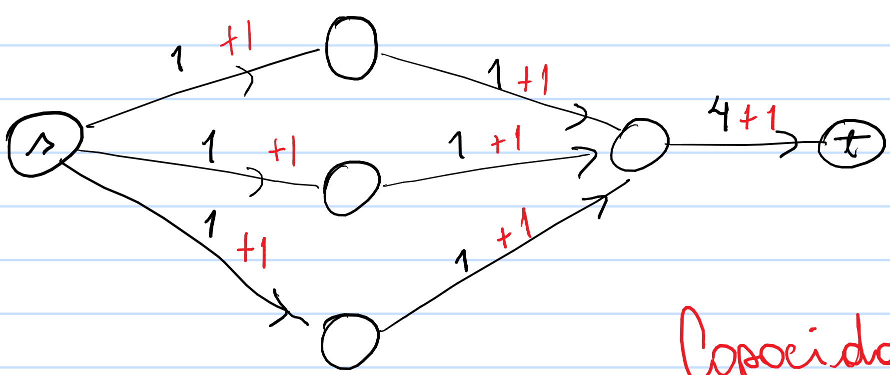
      $c \leftarrow$ TRUE

  if c = FALSE **then** **RETURN** dist, pred

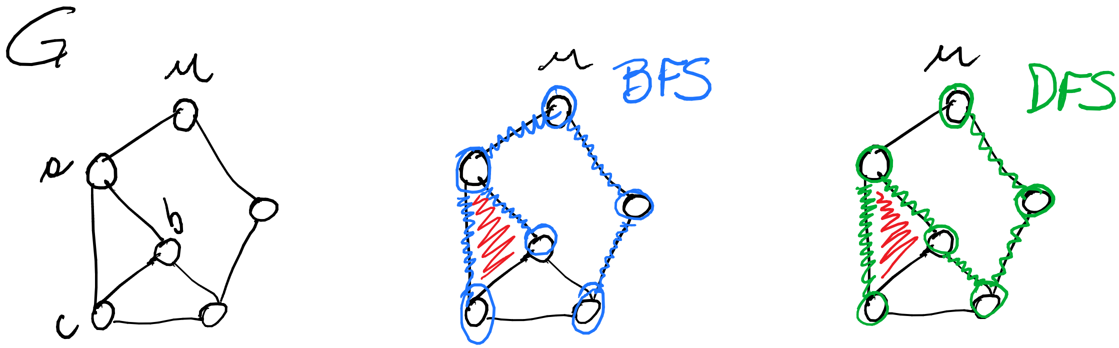
4a $|f| = 10$. Não é máximo.

4.b $(\{s, a, b, c\}, \{d, t\})$ com capacidade 11.

5 Afirmação é falsa. Considere o seguinte contra-exemplo.



Capacidade adicional em vermelho.



ESTAS ÁRVORES DO BFS E DFS POSSUEM EXATAMENTE O MESMO SUBCONJUNTO DE ARESTAS DO CICLO {a, b, c} DE G