Ponto extra: 11/12/2024 - Tentar reduzir o número de pontos para algo abaixo de 7

Exemplo original do Kleinberg (Slide 005DivideAndConquer1 pág 73)

Definição: Seja s_i um ponto na faixa de tamanho 2δ, com a i-ésima menor coordenada y.

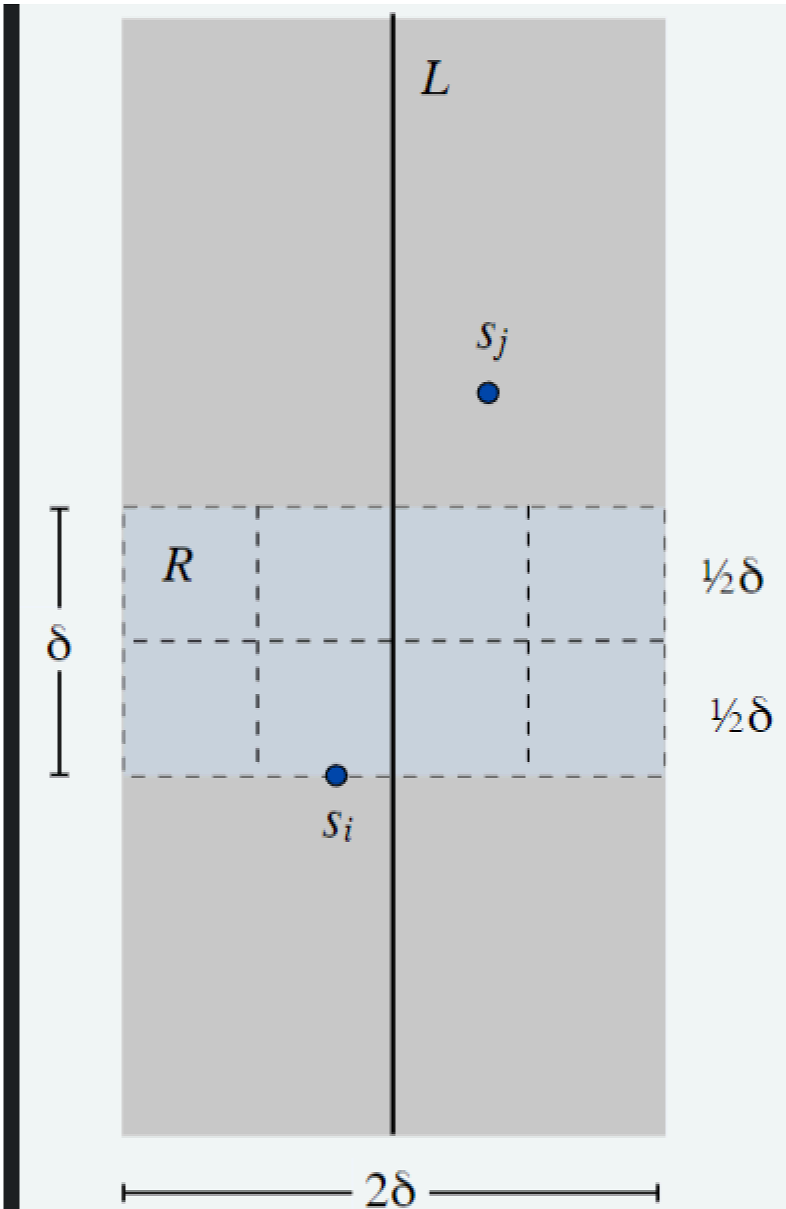
Afirmação: Se $|j–i| > 7$, então a distância entre s_i e s_j é pelo menos δ.

Prova:

- Considere um retângulo R de 2δ por δ na faixa cuja mínima coordenada y é a coordenada y do ponto s_i.
- A distância entre s_i e qualquer ponto s_j acima de R é $\geq \delta$.
- Subdivida R em 8 quadrados.
- Haverá no máximo 1 ponto por quadrado. (O diâmetro é $\delta/\sqrt{2} < \delta$)
- No máximo **7** outros pontos podem estar em R.
  - A constante pode ser aprimorada com um argumento mais refinado de *geometric packing*.

Postulado: Dado que δ é a menor distância entre dois pontos dentro do problema dividido de menores distâncias por meio de divisão e conquista. Se $|j–i| > 7$, então a distância entre s_i e s_j é pelo menos δ.

Ponto extra: fazer uma prova para reduzir a constante de quantos pontos podem ser comparados dentro da faixa cinza e que podem ser menores que delta.



Solução: apenas analisar os quadrados do lado oposto

Como estamos buscando o menor valor, teremos que, caso a distância entre dois pontos de um mesmo lado tenha valor menor que δ, isso o tornaria o novo δ, sendo assim, consideramos que o menor valor entre dois pontos de um mesmo lado do L, não pode ser menor que δ.

Com isso, entendemos que a menor distância entre qualquer par de pontos pertencente ao intervalo $[L-\delta, L]$ ou ao intervalo $[L, L+\delta]$ é δ. Então, para potencialmente encontrarmos uma solução menor que δ, para um ponto pertencente ao lado esquerdo de L, para cada um dos pontos, precisamos apenas analisar os pontos do lado oposto ao qual ele se encontra.

Assim, considerando ainda a partição em quadrantes, reduz-se o número máximo de pontos a serem comparados para 4.