
Instruções gerais: A clareza e concisão das respostas também é objeto de avaliação.

1. Considere o problema abaixo.

DELEÇÃO PARA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Entrada: Dois números $n, k \in \mathbb{N}$ e vetor v com n elementos.

Pergunta: Existe um conjunto de k elementos do vetor v cuja deleção torna o conjunto de elementos restantes uma progressão aritmética de $n - k$ elementos?

Por exemplo, se na entrada temos $n = 8$, $k = 3$ e o vetor v é dado pelos elementos $2, 18, 9, 1, 7, 16, 23, 30$, então a resposta é SIM, pois removendo os elementos da segunda, quarta e quinta posições, resta o vetor $2, 9, 16, 23, 30$, que é uma progressão aritmética de razão 7.

Este problema pode ser reduzido em tempo polinomial à CLIQUE? Justifique sua resposta. A justificativa é mais importante que a resposta, e respostas sem justificativas não serão consideradas.

2. Um profissional se deparou com um problema em seu trabalho, que o lembrou de alguns problemas que ele estudou durante seu curso de algoritmos. Ele não se lembrava dos nomes dos problemas que havia estudado, mas o problema tinha algumas diferenças significativas, então ele se conformou em tentar resolver o problema do zero. Depois de muitas tentativas, não conseguiu um algoritmo eficiente. Então ele se lembrou de que havia certas maneiras de argumentar que certos problemas são difíceis.

Embora não tenha se lembrado de todos os formalismos, ele se dirigiu a seu chefe com a resposta na ponta língua, para explicar que havia uma razão maior pela qual não conseguiu resolvê-lo. Ele justificou:

- “Não consegui resolver este problema eficientemente, mas acho que não deveríamos criar muita esperança, pois ele se parece com alguns problemas NP que estudei”. Seu chefe respondeu:

- “Tudo bem, isso acontece frequentemente. Vou passar para o nosso estagiário que se lembra melhor dessas coisas”.

Alguns dias depois, o estagiário, entusiasmado, retorna ao chefe, afirmando:

- “O problema é mesmo difícil! Encontrei uma redução polinomial de SELEÇÃO DE ATIVIDADES para ele!”.

O chefe conclui:

- “Então, de fato, é impossível resolver esse problema em tempo polinomial.”

Como você deve ter percebido, algumas afirmações deste diálogo estão imprecisas ou incorretas. Explique quais os problemas conceituais do diálogo acima.

O problema SELEÇÃO DE ATIVIDADES a que o estagiário se refere é a versão de decisão do problema homônimo visto em sala, e pode ser definido da seguinte maneira.

SELEÇÃO DE ATIVIDADES

Entrada: Um conjunto de n intervalos e um inteiro k .

Pergunta: É possível selecionar k intervalos do conjunto original, de forma que não haja interseção entre os intervalos selecionados?

3. O problema da cobertura por vértices, visto em sala, pode ser definido da seguinte maneira:

COBERTURA POR VÉRTICES

Entrada: Um grafo G e um inteiro k .

Pergunta: Existe um conjunto S com $|S| \leq k$ de forma que toda aresta possua ao menos uma extremidade em S ?

Esta questão se trata de um problema similar:

COBERTURA POR VÉRTICES CONEXA

Entrada: Um grafo G e um inteiro k .

Pergunta: Existe um conjunto S com $|S| \leq k$ de forma que toda aresta possua ao menos uma extremidade em S e, além disso, o conjunto S induz um subgrafo conexo, isto é, para todo par de vértices de S existe um caminho entre eles que passa apenas por vértices de S ?

Mostre que COBERTURA POR VÉRTICES CONEXA é NP-completo.