Médulo 03: Paradigmas	120, 0, 0, 0, 19
11 in the same of	DEG . V. E.J.C.
	4
3 - 1 1 0 1 10	r salvan ha . A
* Indução	(a) , som and
	1,177, 3
Base: P(m) é verdadeira, para algum nún	mbo.
Passo Interativo: P(m) , P(m+1), m 7 mo	Ossan K.
	N Nun
Qual maior elem	ento ?
The second of th	z mu (il. Ti
Se m= 1 V & se tiver n elementes?	7
	- 777 756 597
A.C. ( have been a second as the second as t	
ME (N, M)	
se n=1 // funciona para base	hun, n . m. 300 St. m
raturn 10 C1]	11 - 2 00 1
x=M∈ (10, m-1) // functiona para 1.	elemento a menos
return mae (x, vEn])	_ a 5 J (to)
Altrong *%	
O(m) fazermos m chamadas gastando O(1) e	m cada.
0 (m)	
$I(m) \leq c.m$	
T(m) = T(m-1)+d < c(m-1)+d < cm	
d4c	
	l v i v.
- 150 symbol 201() m .	T v
	tilibra

```
P(x) = Co + C1 x + C2 x 2 + ... + Cmx m
    CCJ, X - P(X)
Mi : sei calcular P(x) se grau P(x) 4 m-1
base: m=0 , p(x) = co
1ª souma:
Calcula Polimennio (C, x, m)
  pl M = = 0
          ret Co
     N= CP(C, x, m-1)) // recursivo
      ret N+Cm \times m \rightarrow T(m) = m+m. f(m) e care!
ga gorma:
    P(x) = co + x (C1+ c2x + c3x2 + ... + cmx -1)
 Calcula Polimernia Nova (C, x, m) _ p(x) = cm + cm-1 x + cm 2 x 3 + ... + cox m
      De M == 0 Cm +x( Cm-1 +cm-2x+...+ Cox m-1)
   rut co
      N= CPN (C, x, m-1) // recursive
                              e' o(m)!
      ret CM+ X.N
 3ª forma:
    Dei Calcular P(x), se gran (P(x)) = m-1 e sei calcular x n-1
  CP (Cx, m)
      22 M == 0
         ret (co,1)
   (N,g)= CP (C, x, m-1) 119=xm-1
     ret (10 + Cm. x.g, g.x)
```

tilibra

autro exemplo: joga jora passon a ser gran 1 K=1 6 jaga jora novamente O mener K passou a ser 3 Dades G, K 3 H, subgrago de G talque gran minimo de H 7 K ? Me (m, K) retorna sim ok senão (m-1, K) retorna sim ek serão (m-2, K) retorna sim ex (K, K) Gran Relo Memos K (G, K) Calcula grans // O(IVI+IEI) se menor gian 7, K ((1V1) ret sim seja io um vertice com gran LK ret Gran Relationsk (G-10, K) - // T(m) = T(m-1) + |V| + |E| = ne 1v(G) 1 4 K (1v(+1E1) ret mão Ruin 1 0 (IVI+IEI) - colcula graus, manter grau atualizado Cada rétice é apagado uma vez manter uma fila des que serão removidos avilia. Em cada remocal verifica se algum K viva K-1. e remove também tilibra

E parecido com busca em largura. 0 (IV) + IEI) anal é o vértice celebridade? Todos o conhecem e ele mão conhece minguem. matriz 10009000 Se M [i,j] == 0 i mão conhèce j, logo j mão é celebridade. De M [i, j] ==1 i conhèce j, logo j pode ser celebridade, mas i mão pode ser. bamos diminuindo a cada veryicação; Acha a celebridade de uma matriz menos, verifica as interseções (i contece a abbridade e alebridade mão tilibra

Palabridad	(M, S)	. n Q
	(5) = =1	
/30	ret x es	
λo:	arm i, j e s , i \ j	
	M [i,j] == 0	
132	K= Celebridade (M, S-{j})	15.1
	he K = = 0	
	ret o	
	se MCK, j] == 0 e MCj, K] == 1	
seno		
There	K = elebridade (M, S-{i})	
	reto	
	Ne M [K,i] == 0 e M [i,K] ==1	
<u> </u>	net k	Janes 1
ter		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		<del> </del>
t Subaru	ay de soma Máirma	
um viter	: 2 -3 4 8 -10 18 -15 13 -5 4	
Pegar a	soma maier possível de um sub veter qualqu	er.
usando	2 ou 3 for	
0(m3)	$u \circ (m^2)$	
se a veto	r tem n elementos	a ohashu
waremen	um vetor de m-1 elementes	المراجعة
	. The state of the	he. salar
		tilib

T(m) = T(m-2) + C.m  15 + reterna 5  (200)	eristitedus câtre raison a comeres	mos uma posição negativa por
Hi: Dei resolver soma Nainma para viteres de tamanto m-1  SSM (N, m)  Pe m == 1  pe N [1] 70  ret N[1]  Demãe  ret 0  t = SSM (N, m-1) // o(m-1)  Soma = 0  para i = m até 1 // correça da última posição até o inica  soma + = N [i] // o(m)  pe soma > t  t = soma  T(m) = T(m-1) + C.m  T(m-2) + C(m-1) + C.c	nja.	
Hi: Dei resolver soma Maina para viteres de tamanho m-1  SSM (N, m)  Pe m == 1  pe N [1] 70  ret N[1]  serrão  ret 0  t= SSM (N, m-1) // o(m-1)  Noma = 0  para i= m até 1 // correça da última posição até o inici  soma + = N (i] // o(m)  se soma > t  t= soma  I(m) = T (m-1) + C. m  I (m-2) + C (m-1) + C. c	5 - retorna 5	The Recognition of the second second
SSM (N, M)  Pl M == 1  pe N [1] 70  ret N[1]  Serão  ret 0  t = SSM (N, M-1) // 0(m-1)  Noma = 0  para i = m até 1 // correça da última posição até o inici  soma + = N [i] // 0(m)  pe soma > t  t = soma  T(m) = T(m-1) + C.m  T(m-2) + C(m-1) + C.c	-8 - reterna \$ (zero)	No. of the second secon
pe $N = 1$ pe $N = 1$ pe $N = 1$ peraio  ret 0 $t = SSM(N_1 m - 1)$ $Noma = 0$ para $i = m$ até 1    Leoneça da última posição até o inicio  soma $+ = N = N = 1$ $t = Noma$	: sei resolver soma Maiima para	veteres de tamanho m-1
pe N [1] 70  ret N [1]  serrão  ret 0  t = SSM (N, m-1) // 0(m-1)  Soma = 0  para i = m até 1 // começa da última posição até o inici  soma + = N (i] // 0(m)  se soma > t  t = soma  T(m) = T (m-1) + C.m  T (m-2) + C (m-1) + C.c	SSM (N, M)	
ret $N[1]$ servão  ret $O$ $t = SSM(N_1, m-1)$		- <u>1,1,1 x x 3,</u>
penão  ret 0 $t = SSM(N_1 m - 1)$ Noma = 0  para $i = m$ até 1    começa da última posição até o inici  soma + = $NCiII$    $NO(m)$ re soma > t $t = noma$ $T(m) = T(m-1) + C.m$ $T(m-2) + C(m-1) + C.c$	pe N [1] 70	المنظورة والمتعاملة الفراة
t= SSM( $N_1$ , m-1) // $O(m-1)$ Norma = 0  para i= m até 1 // correça da última posição até o inici  soma + = $N$ (i] // $O(m)$ se soma > t $t$ = soma $T(m) = T(m-1) + C.m$ $T(m-2) + C(m-1) + C.c$	LEJU ter	Uper all 10
$t = SSM(N_1, m-1)$ Noma = 0  para i = m até 1    romeça da última posição até o inici  soma + = $NCiI$    $NO(m)$ se soma > t $t = Soma$ $T(m) = T(m-1) + C.m$ $T(m-2) + C(m-1) + c.c$	senão	0/0
Soma = 0  para $i = m$ até 1    começa da última posição até o inici  soma + = $w \in I$		
para i: m até 1    começa da última posição até o inici soma + = $N \text{ Cil}$    $N \text{ Cim}$ se soma > t $N \text{ Tim}$   $N \text{ Cim}$    $N \text$	t= SSM (N, M-1) //0	O(m-1)
soma + = $NCiI$ //o(m)  see soma > t  t = soma $T(m) = T(m-1) + C.m$ $T(m-2) + C(m-1) + C.c$	soma = 0	<u> </u>
soma $+ = NCiI$ No(m)  Re soma $> t$ $t = soma$ $T(m) = T(m-1) + C.m$ $T(m-2) + C(m-1) + c.c$	para i: n até 1 1/ começa	da última posição cité o inicio
t = soma $t = soma$ $T(m) = T(m-1) + C.m$ $T(m-2) + C(m-1) + C.c$		1/0(m)
T(m) = T(m-1) + C.m T(m-2) + C(m-1) + C.C		THE DOCUMENT OF THE PARTY OF TH
T(m-2)+C(m-1)+c.c	2 3 4 CV 34 2	
T(m-2)+C(m-1)+c.c	T(m) = T(m-1) + C.m	
o(m²)		the devicement recommend in the stay
	o(m²)	16 8 26 5 9200 (5x, 27 26 1 x
Mudando a indução:	unda ada a imducño:	materials on materials

55M2 (N, m) se m ==1 se NE1170 ret (DE1], NE1]) semas ret (0,0) (T,T')= SSM2 (N, M-1) ret (max (T, T) + NEM]), max (T'+N [m],0) t= SSM (m-1) t' = SSM final letter (m-1) max (T, T1 +X) max (T1 + X, 0) Rodando o cédigo: + max (2,4+0)=4 m (Pos) 5 6 7 8 9 10 SSM 12 12 20 20 20 20 (20) reterms 12 2 20 5 18 13 17 SSMFV 2 Array 4 8 -10 18 -15 13 -5 4 2 max (4,4+8):12 sempre gastaremes o(n)! Elemplo 2: minimizar a distância malima vamos encontrar o centro de uma ávvore Centralizar es "services" em 3. Todos teriam custo = 2. tilibra

uma splha.	renos 3 vértices, a rolução mão é
lonjectura: le T é uma árri é o conjunto de pelhas de T	gre com pelo menos 3 vértices e F , então:
Centro (T) = Centre	o (T-F)
40,3	distâncias do centro a qualque ponto e de qualquer ponto a outro
petinamos as pobras:	sempre dimenui em 1
A conjectura virau Tes	
Hi: Sei resolver Centro (T) po	ara árvores menores que T.
	of of the role of the local
De (V(T)) / 2	3/42 1
ret V(T)	Am No Demonth by who were
potermine F, 0 conjunt	to de jolhas de T
	ras, calcularmes o grav de tooks es

A PARTITULE OF THE PROPERTY OF

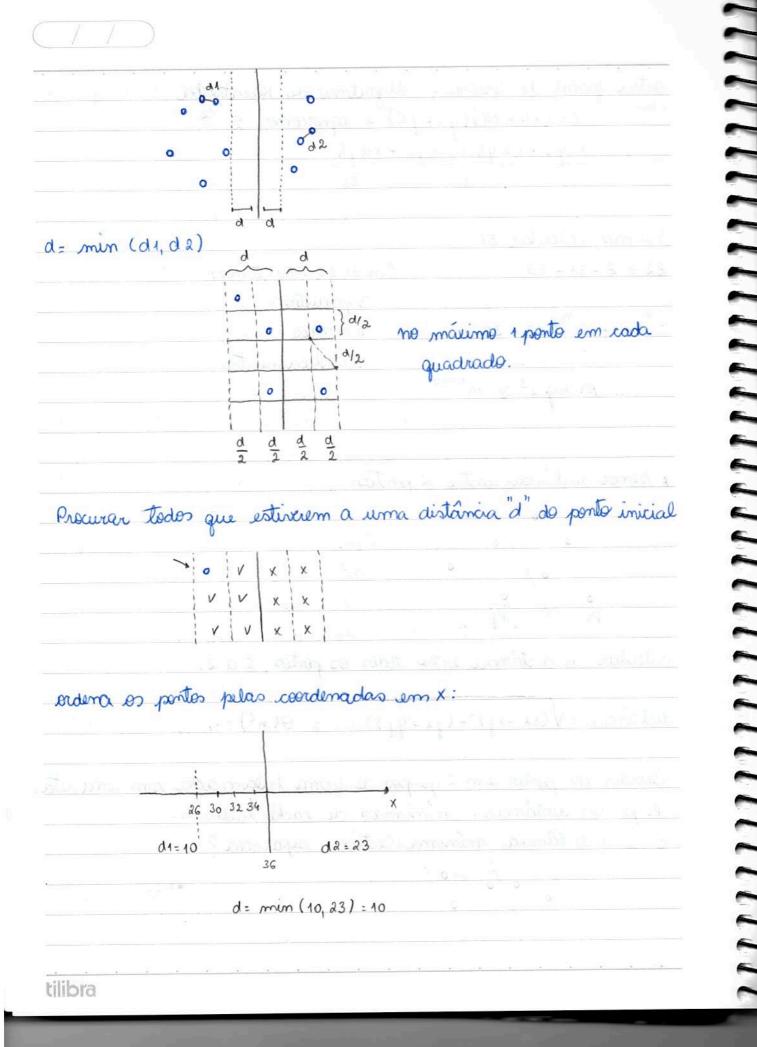
2	Ac amount on holling	- doo
1	As remover as golha	
/3	estas em uma jula	rusia F
1 × of X	At. 1: 0 00 0	1
	Atualizamos o grau o	
G	que diminuem 1.	D.
	O(m)	
Recursividade até sobrarem		
1 ou 2 vértices.	- was and it as	uō.
	1 1111 11 11 11 11	
No. 1 of	- 4 F	LY
+ Dividir para conquistar		
- Divide		a near maydodio bita
- Resolve (geralmente usa i	indução)	
junta as soluções		Brand karak s x
		10001-1-7
Eumples: maier elements	em um voter de nume	100;
Arvore binaria	;	
Mergesort	J2 2	
<b>V</b>	2707 JU T C 3 U	
. Maior Elemento liter ( b, in	ri, fim)	
* 1		at Fisheria
	August 1 august 1	
meio = (ini + jim		
	ntoleter (v, ini, jim), mo	ior Homento Vetor
La la maio	a ve redeumantes	mig siem, a)
i Micone Amendally	glid Day Sas	1,801
Exponenciação: an .	exp (a, m)	
W. Pyrous	good = 1	
	para i=1 até n	1
0(-)		
$\Theta(m)$	pred * = a	

nova journe de jazer	Auropieta :	an	$=(a^{\gamma_2})^2=a$	1/2] x a	(m man) =)
ep (a, m)	rescuence to	dres	(a <sup>-</sup>	-3)~.	(m med 2)
al m==	: 0				impar
ret	4 000	aut/l			
lo = ex-	$a, \lfloor \frac{m}{a} \rfloor$	1)		20	
lo= lox	19		MESSIA LA	Lines	Open and Shall
	impar		O (log m)	and N	
	: bxa		•		
net be					
( April		may 2.)	u na na vivio s		if hindly
* mutiplicação de	2 números	cem di	visão e conq	iista	
Everyplo:		Copyribes		177	erenny.
X = 1001 0000	x		لللله		5-0-1
X L = 1001	XL	XR	yı	yR	
XR = 0000 C C	y ra rather	m digitos	wingsyste de	Lyde Lu	And Special Plans St.
		· ·	San San San San	matti i	
	X= 2 2 XL	+ XR	TVu	el e	
	y= 2 = 42				
	1	non-A	we sty still be	(Trans-	Lite ON
X 11 - (2 = XL + XR)	(2 = 4 L + 4 K	2)	mun ä i	MAN.	
X.y= (2 = xL+xR) 2 = x LyL + 2 = 12	(xLyR + XRY	L) + XRYF	may + amal	Lu Luuny	
3 pomo	S TO S	Martin Land	Non-Bridge A.J.	galiere. In	
	camentos				
	dutes	Rel	o Teorema mo	estre:	
			m leg 24 =		ent tur.
$T(m) = 4T\left(\frac{m}{2}\right)$	+ C.M	n ston	0(m²)		
	yn (IA) i	J. Salday	2 V		. (m) -
tilibra		Long tor			

THE TARREST OF THE PERFET PERFET PREFET PREF

artra journa de resolver: Algoritmo de Karatsuba Z= (XL+XR)(yL+yR) + ignorarmos 2 XLYL + XLYR + XRYL + XRYR labelmes calcular 21 Z2 = Z - Z1 - Z3 Em £1, £2 e £3 temos; 3 produtes 2 = 1 + 2 = Z2 + Z3 6 somas 2 destocamentos  $m \log_2 2^3 \approx m^{1.685}$ \* Menor distância entre a pontos Colcular a distância entre todos os portos, 2 a 2. distancia = V(xi-xj)2+(yi-yj)2 = O(n2) Oividir es pontes em 2 guipos de journa balanceada com uma reta. Pega as distâncias minimas de cada lado E se a distância mínima estiver separada?

tilibra



Ordena em y e pega a distância des	a comiscira enti 11 comiscira
pento.	The transfer of the second
	$\left(\frac{m}{2}\right)$ + c. $m \log m$
100011 100000 1110 2000	l'aplicar o Teorema nestre?
Ocare 2 de TM	
The same southern that had a real	Transfer of the second
0 0 0 0 0 por x P1 P2 P3 P4	P5 por K
1000 por y P4 P1 P5 P2 P	3 por y
Criaremos um terceiro P4 X X P2 P	Log was a To
Neter : P4 P2 P3	las all distriction consider
Usando recursividade para encontra o log m e fica linear. Escriver o algrittmo recursivo para s para o mitodo que ordena.	
* Quickport	
diraide v -	
rosolve mlog o 4 o	* Menor distância (eleses fair)
junta x prod	divide v
44 A Survey of Court of Control o	resolve v m log
* Mergesort * Mutiplicação	junta v
divide x divide v	
resolve v m log resolve v m log 23.	
junta V junta V	tilibra

* Algoritmos Gulosos
- Relacionados com etimização (max/min);
- Oýkstra;
- MST (Prim (Kruskal),
- Funciona em alguns casos e em outros não,
- não há uma jórmula dejinida de quando usar.
- como provar se a solução i étima ? encontrar contradições.
Tenho uma solução ótima, Pego um vértice que não paz
parte de solução (o menor). Ao gazer a troca, se o vértice joc
maier, não pode. Le for menor é contraditorio tor uma menor
que más gaça parte da árvore, que mão tenha sido escolhido para
a MST.
aitros exemplos para de manos:
- autros exemplos sora de grajos: Temos uma lista de atividades para executar e queremos
executar o máximo, maior quantidade de atividades.
19 estratégia : sempre descartar o item de maior duração.
2º estratégia: sempre executar o tem de menor duração.
3ª estratégia: pegar quem tem menor interseção com outros.
Aller salves and the production and an artist to the salvest and a salvest to the salvest and the salvest to th
Todas juncionam? Veja contra exemplos:
· mener duração
sism us le domi es l'emersp de 1
menor interseção
_
3 4 4 3 deilariames as 2 de bairo
$\frac{2}{4} = \frac{2}{4} = 4$
man a de manon internação - mão aces a timo
pegamos o de menos interseção e mão será a átima.
tilibra

algoritmo: maior numero Atividades (votor A) ordene Ai's por qui l'os que ginalizam primeiro S= { Ai} t= t1 para i = 2 até n he cist 1 começo maior que t 5= 50 {Ai} t=ti Suponha per absurdo que o algoritmo não encontra o otimo: S= Air, Aiz,..., Aik is Lia L. Lik Seja s\* = Ajs, Aj2,..., Ajl jszj22...zjl otimo, malimiza p: A11 = Aj1, ..., Aip = Ajp lomo s não pade ser um subconjunto de s\* (pelo algoritmo) então: Aip+1 = Ajp+1 (ep+1 < K) Temos uma solução que em determinade momento possui 2 caminhos \*fip= fjp LCip+1 x tem que terminar Ajp 6 cjp+1 antes que y. A ip+1 6 Ajp+1 note que sip / cip+1, sip / cip+1 e que sip= sip como o algritmo avalia as atividades em ordem crescente de ji terros que fip+1 & 4/p+1, seja então 5\*=5\*-{Ajp+1} v {Aip+1}

note que s\*1 é uma solução válida, pois Aip+1 mão conflita com Ajp (pois ambas pertencem a s) e mão conflitam com Ajp+2, pois gip+1 & gjp+1 & Cjp+2

togo, como 15\*1: 15\*1, 5\*1 é étimo, uma contradição, pois contraria a hipótese de que 5\* era a solução ótima com o maior número de elementos no início.

\* outro exemplo:

remos um trem que tramporta diversos tipos de minério, considerando quantidades diferentes e valores diferentes para cada tipo de minério.

capacidade: 35 teneladas

ploo	Naler	valor por tonelada	Typo
80	18	0.90	A STANDARD BOOK
18	16	0-88	2
16	15	0.93	3
14	14	e elle de promontesse de co	4 die si a serie

malingar o gambo.

35-14 tipo 4 gambo 14

21-16 tipo 3 gambo 15

5-5 tipo 1 gambo 4.5 tetal: 33.5

Esse é conhecido como problema da modrila ou knapsack.

Equande não pudermos fracionar dijetos?

tilibra

tilibra

\* Programação Dinâmica Resdremos problemas através de subproblemas - Sequencia de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... silo (m) Fm-fm-1+fm-2, m 73 pe m=1 Du m= 2 ret 1 F1 = F2 = 1 servão ret filo (m-1) + filo (m-2) F6 - F5 + F4 ... não calcularemos os mesmos resultados mais de uma vez. · Problema: Estou de jérias e quero jozer o maximo de otividades maximizando minha satisfação lalegia (o peso de cada targa importa). artra instancia:

( th/tn/th)

O Algritmo: Recursivo	11 most	as falch as
A STATE OF S		na tabela para
Ai=(ci,qi)	11 gravar es va	lores. Inicia com -1.
11 stuidade com peso		*
Atwidade (A, m)		-1
AL M == 0		-1 Charmado de
rut o tur	2	-1 memoization
se t [m] + -12-		-1 ou
ret & EMJ 1/j	á joi quavado	1gp-down
( i = M-1	S-apte-	-1
enquanto i 70 e	fizem	
i ; po	raniel socued varue comet	ia 0(log m)
vi = Atividade (A, i	() + pm // peso do	elemento
o(m) { b2 = Atividade (A,	m-1)	
mreges tEMI = max [NI,N	2] 0(m.log	m) com busca binaria
rut t [m]		1
o(m²) sem busca binária		
ages simus do num el		
O algoritmo: sterativo		
. Odrakisto, de Pristans B.	Jarok Guzhy i 1931/1	MATTER : Film of t
Attividade (A, m)	O DESCRIPTION OF THE PARTY OF THE PARTY.	gath 900gagydrale3th
Atividade (A, m)	a Summer saw and	Jan gun gan sam
t [0] = 0	a - summer same a se se	versão bottom-up
t co] = 0  para j = 1 sté m		. Jan
t COJ = 0  para $j = 1$ até m $i = j-1$		
t co] = 0  para j = 1 sté m		. Jan
t co] = 0  para j = 1 sté m  i = j-1  enquanto i 70  i;	e fi 7 cj	. Jan
t co] = 0  para j = 1 até m  i = j-1  enquanto i 70  i;  t cj J = max (t ci	e fi 7 cj	Jan
t co] = 0  para j = 1 sté m  i = j-1  enquanto i 70  i;	e fi 7 cj	. Jan
t co] = 0  para j = 1 até m  i = j-1  enquanto i 70  i;  t cj J = max (t ci	e fi 7 cj	. Jan

- autro exemplo: Maior subsequência crescente/Lis: longest increasing subsequence selecionar uma requência em que os números apareçam em ordern crescente 13, 8, 4, 50, 45, 25, 18, 31, 51, 15 A: 1 1 1 2 2 2 2 3 4 2 → maiores subsequen M, CJA cias que terminam no usande NEJ, M-1 numero REMI sem usar Estou procurande a max ro Ei I em que a último seja menor que n. DEIJ L DEM ] para i = 1 até m 11 bottom-up NEI] =1 para j = 1 até i-1 DE DEJILDELI & NEJI+1 > NEXI NCI] = NEj]+1 met may voil 14i6 m : wa dis (s, m) se NEM] +-1 ret rocmi NEMJ=1 para i=1 até m-1 AL ACIJLACMI X= Zis(A,i) De X+1 > NEMI N[m] = X+1 ret NIMI tilibra

. Prod		-200-	. Persit I		Orco	rmen	nto.	12	Burney Arms	s Julius	
n V	lalor	men	sagens							2_9950	Tool 1
	1		(/		21.31		items		<u> </u>		
2	5	PAUNTA.							12		
3	2	îш	4			1+5-	+ 2+	3 =	11 /12 -1	orçamento	
4	4		10			1	teus	(B)			
5	3	n'e	4		i š mi						
6	3		5						11		
Max	{ s(,	m-1, C	), s(	m-1	, C -	vm)	+ M/	n },	Re m 7, 1	, C 7, VM	
									se m 7,1,		
	0								se m=0		
			fam z Wil	LA TORK	4				m lin		ep.141 [k
Tabel	a:										
	mlc	0	1	2	3	4	5	6	7 8 9	10 11	12
	0	0	0	0-	0	0	0	0	0 0 0	0 0	0
	, 1	0	3	*3_	3	3	3	3	3 3 3	3 3	3
	2	0	3	3	3	3	8	11	11/11/11	11 11	11
۰,	3	0	3	4	7	7	8	11	12 15 (1	5) 15 15	15
	4	0	3	4	7	4	8	11	12 15 (	5) 17 17	18
	5	0	3	4	7	7	8	11	12 15 (	15 17 1	9 19
-•	6	0	3	4	7	8	9	12	. 12 15		20 20
au ai	e enca	mi 2	Manie 1	a sita	_e ne	r and	o, ha	10%	aumento.	7.4 M	nenoi custo
40000		3 e 6	•			- 0 10		ma.	r - Europa		,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,
	, ,,,	0 20 0							list ad ad to 6		
+		-				1			magens = 2	0 0	

TETETITION TO TETETITION OF THE PERIOD OF THE PERIOD OF THE PROPERTY.

## \* Multiplicação de Matrizes:

## A1 A2 A3 A4 A5

A1 A2 ... AN

$$A1 = ai - 1 \times ai$$
  $P(1,5) = min i \in j \in 4$ 

$$a_2 = 10$$

$$\begin{cases} P(1,j) + P(j+1,k) + a_1 - 1 \text{ a jak, se i z k} \\ 0 & \text{, case contravio} \end{cases}$$

A1 x A 2 A 3 A 4

A1 A 2 x A3 A4

A1 A2 A3 X A4