Projeto e Análise de Algoritmos
2024.2

Caminho Mínimo

Prof. Marcio Costa Santos DCC/UFMG

Problema de Caminho Mínimo entre Dois Vértices

- Considere um grafo com pesos positivos em suas arestas w_{uv}.
- Defina o peso de um caminho como sendo a soma dos pesos das arestas no caminho.
- Problema do Caminho Mínimo de u para v: desejamos determinar um caminho de u para v com menor peso possível.

Ideias para o Algoritmo

- Propriedade Fundamental: Se $< u, v_1, \ldots, v_k, v >$ é um caminho mínimo de u até v, então $< u, v_1, \ldots, v_k >$ é um caminho mínimo de u até v_k.
- Vamos calcular todos os caminhos partindo de v.
- Podemos usar uma busca largura? Talvez não....
- Vamos usar a propriedade fundamental.

Algoritmo de Bellman-Ford

para $v \in V(G)$ **faça**
  $d[v] \leftarrow \infty$;
  $\pi[v] \leftarrow v$;
fim
$d[s] \leftarrow 0$;

Algoritmo 1: INICIALIZA(G,s)

Algoritmo de Bellman-Ford

se $d[v] > d[u] + w_{uv}$ **então**

$d[v] \leftarrow d[u] + w_{uv}$;

$\pi[v] \leftarrow u$;

fim

$d[s] \leftarrow 0$;

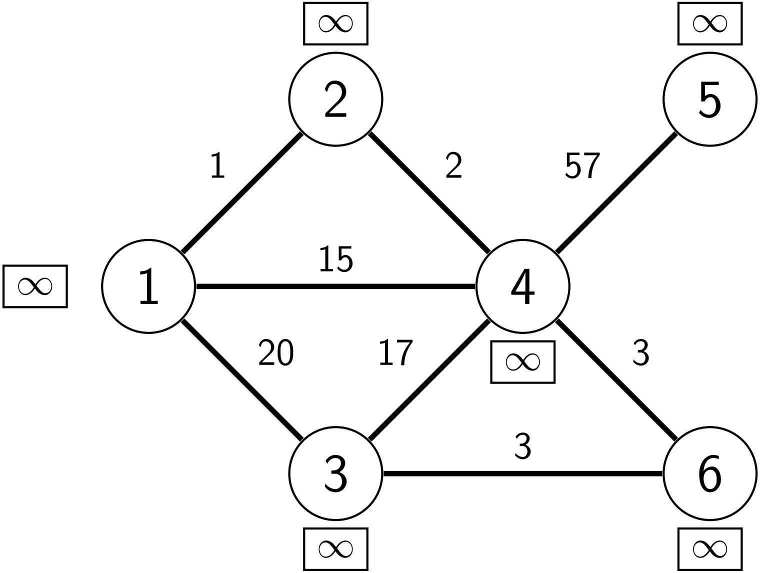
Algoritmo 2: RELAX(u,v)

Algoritmo de Bellman-Ford

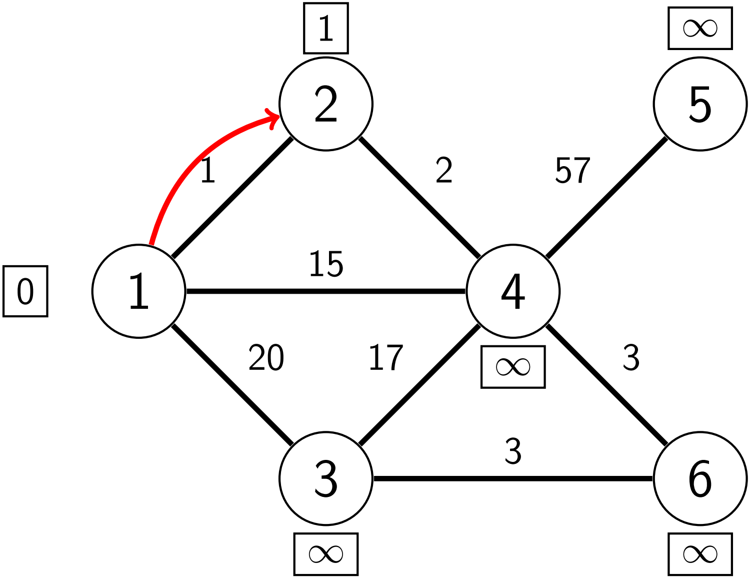
```
INICIALIZA(G, s);
para i = 1 até |V(G)| faça
    para todo uv ∈ E(V) faça
        RELAX(u,v);
    fim
fim
```

Algoritmo 3: BELLMAN-FORD(G,s)

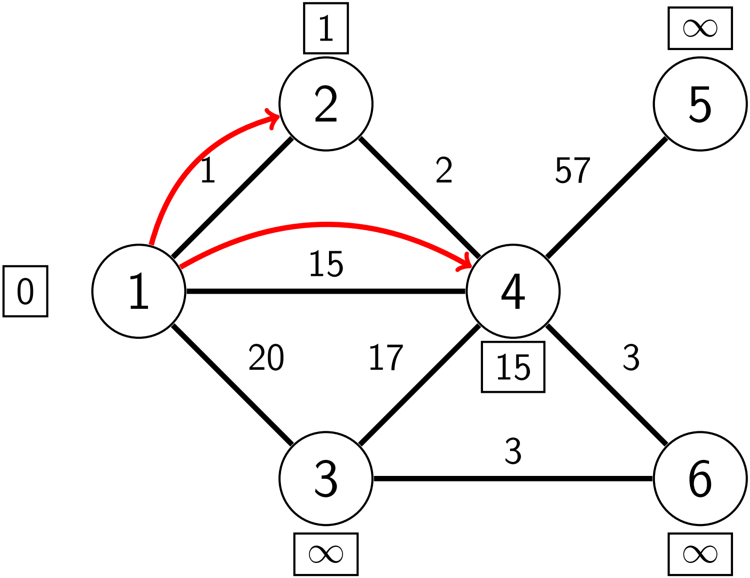
Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



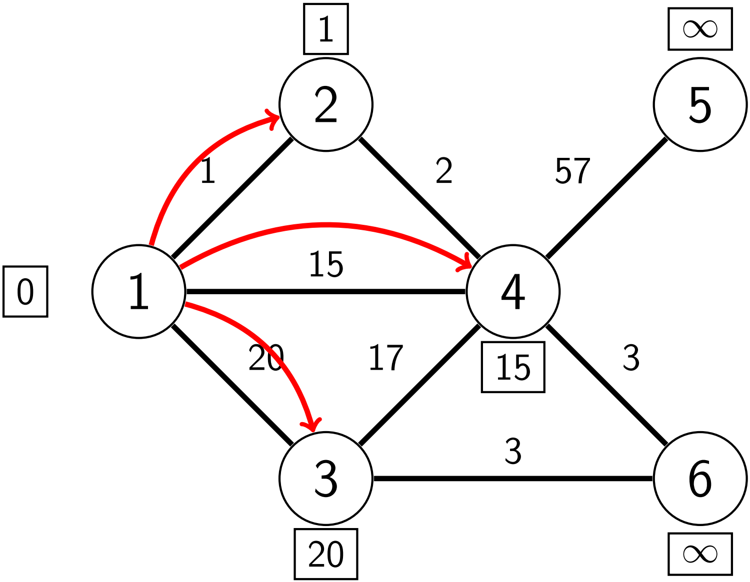
Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



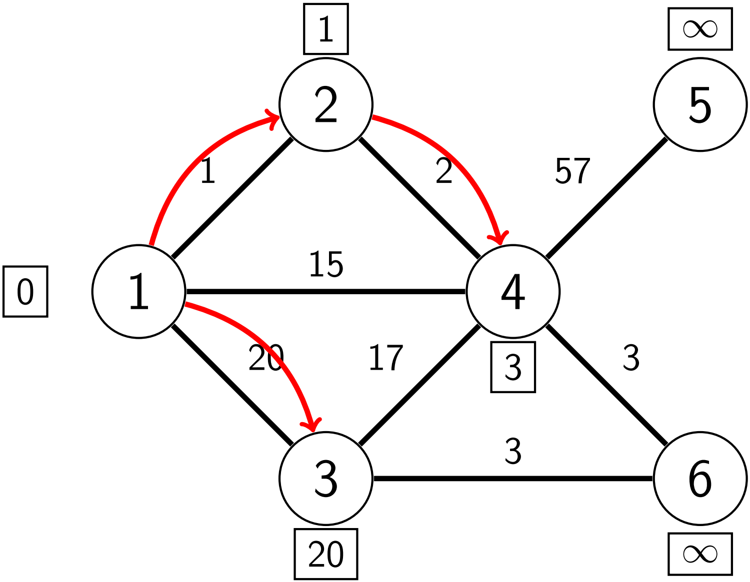
Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



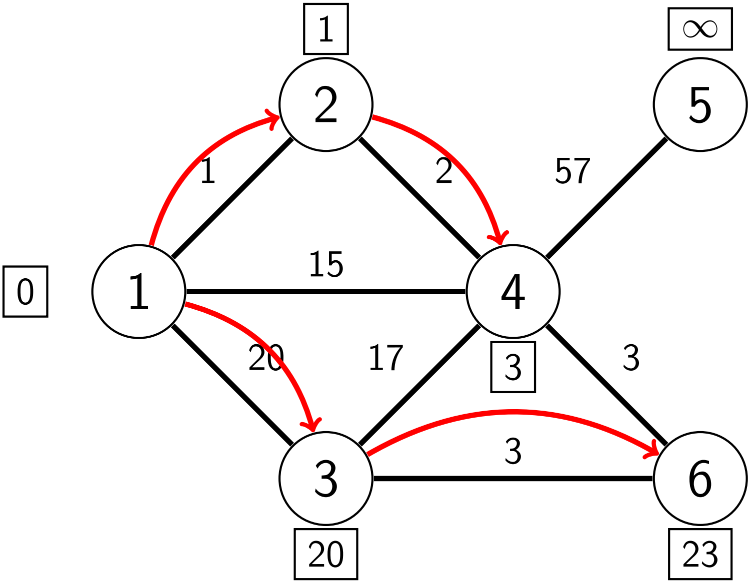
Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



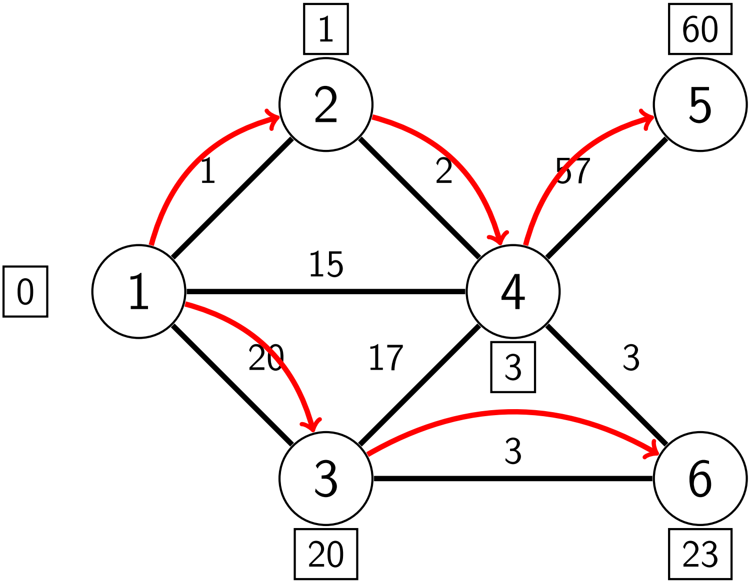
Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



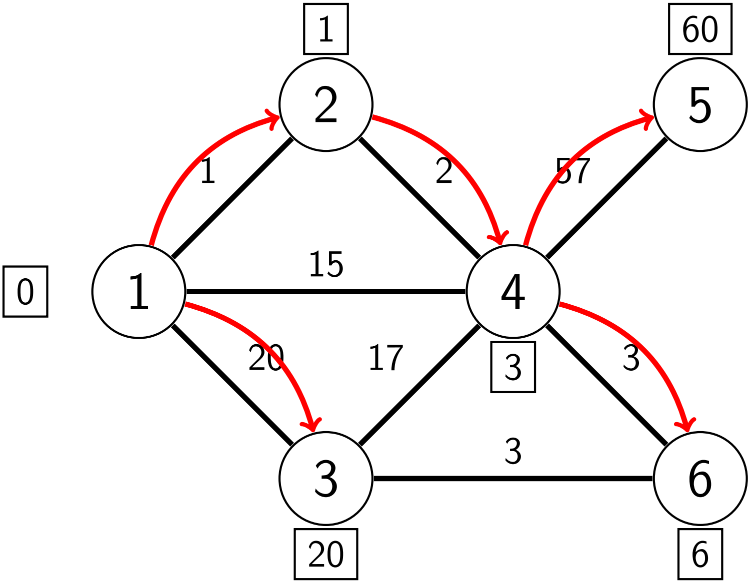
Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



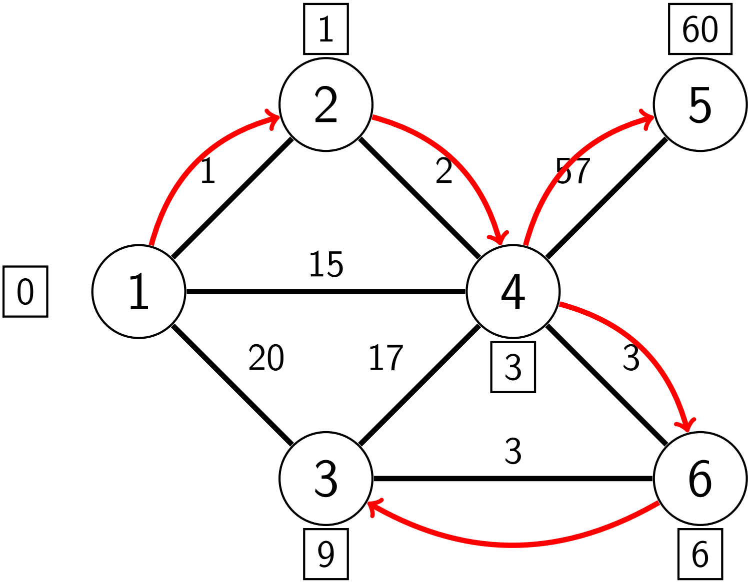
Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



Algoritmo de Bellman-Ford - Exemplo



Complexidade e Análise

- Matriz de Adjacências: $O(|V(G)|^3) = O(n^3)$.
- Lista de Adjacências: $O(|V(G)|.|E(G)|) = O(n.m)$.

Pesos Negativos

- E se existirem pesos negativos?
- E se tivermos um ciclo (orientado) negativo...O problema faz sentido?
- Podemos modificar o algoritmo para verificar isso?

Adição Algoritmo de Bellman-Ford

`BELLMAN-FORD(`G`, `s`);`
para todo $uv \in E(G)$ **faça**
  se $d[v] > d[u] + w_{uv}$ **então**
    retorna $ERRO$;
  fim
fim
retorna OK;

Algoritmo 4: VERIFICA(G,s)