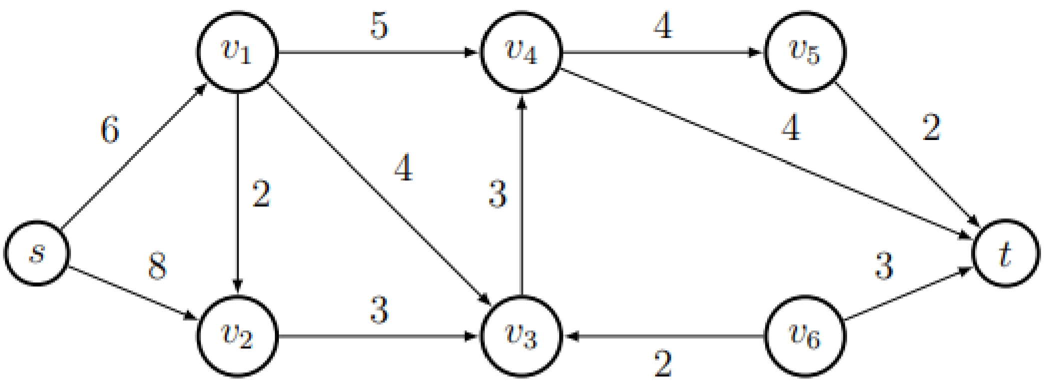
Exercício 1. *Escreva uma função* `graph_check_flow()` *que verifique se um suposto fluxo é de fato um fluxo. A função deve receber um grafo G, a fonte s, o sumidouro t, e um suposto fluxo representado por uma matriz f.*

```
int graph_check_flow(int* list G, int s, int t, int* f)
L = length(G);
for (int i =0;i<L;i++)
{
	if (G(i) = s) then
		return 0; //nobody goes to s
	else if (G(t) = i) then
		return 0; //nobody comes from t
	end if
}

for (int i = 0; int i<L;i++)
{
	for(j=0;j<L;j++)
	{
		if(f[i][j] == -1*f[j][i]);a
	}
}
```

Exercício 2. *Determine o fluxo máximo na rede abaixo.*



Matriz de adjacência das capacidades C

	s	v1	v2	v3	v4	v5	v6	t
s	0	6	8	0	0	0	0	0

v1	0	0	2	4	5	0	0	0
v2	0	0	0	3	0	0	0	0
v3	0	0	0	0	3	0	0	0
v4	0	0	0	0	0	4	0	4
v5	0	0	0	0	0	0	0	2
v6	0	0	0	0	0	0	0	3
t	0	0	0	0	0	0	0	0

Exercício 3. *Considere uma rede $G = (V, E)$ com capacidades $c(v, u)$ e dois fluxos f_1 e f_2. Defina a* soma *dos fluxos $f = f_1 + f_2$ como sendo:*

$$f(u, v) = f_1(u, v) + f_2(u, v)$$

. Prove ou refute: A soma de dois fluxos é um fluxo. Caso não seja um fluxo, qual propriedade de fluxo é violada?

Exercício 4. *Considere uma rede $G = (V, E)$ com capacidades $c(v, u)$, um fluxo f e um real positivo β. Defina o* produto *do fluxo f por β, βf, como sendo:*

$$(\beta f)(u, v) = \beta f(u, v)$$

. Prove ou refute: O produto de um fluxo por um real positivo β é um fluxo. Caso não seja, o que ocorre se $\beta \leq 1$?

Exercício 5. *Mostre que dado uma rede $G = (V, E)$ com capacidades $c(u, v)$, o conjunto de todos os fluxos nesta rede é um conjunto convexo. Ou seja, dados dois fluxos válidos f_1 e f_2 e $0 \leq \alpha \leq 1$ temos que $\alpha f_1 + (1 - \alpha) f_2$ é um fluxo válido.*

Exercício 6. *Considere o seguinte problema: Temos um conjunto professores P e um conjunto de disciplinas D. Cada professor p pode dar um conjunto de disciplinas $D(p) \subseteq D$. Desejamos atribuir a cada professor uma disciplina de maneira a maximizar o número de disciplinas com professores para ministra-las. Como podemos modelar esse problema como um problema em grafos?*

Exercício 7. *Considere que temos uma rede $G = (V, E)$ com k fontes $s_1, \ldots, s_k$ e p sumidouros $t_1, \ldots, t_p$. Apresente um algoritmo para determinar o fluxo máximo nesta rede, assumindo que o fluxo é o mesmo e que o fluxo originado em uma fonte pode ser consumido em qualquer sumidouro.*

Exercício 8. *Considere o seguinte problema: Dado um grafo $G = (V, E)$ e dois vértices v e u, desejamos determinar se existe um ciclo (não necessariamente induzido) contendo v e u. É possível adaptar o Algoritmo de Ford-Fulkerson para responder essa pergunta?*