

iii) O custo do  $k$ -ésimo  
 nível é  $3^k \cdot 2$  para  
 $k > 1$

ii)  $S(n-4(k)) \Rightarrow S(1)$

$n-4k = 1$   
 $n-1 = 4k$   
 $\frac{n-1}{4} = k$

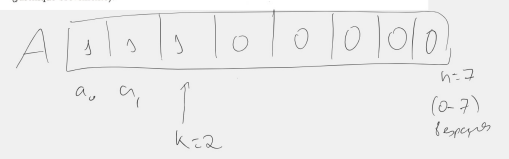
iv) Encontre uma função  $f(n)$ , definida explicitamente, tal que  $S(n) \in \Theta(f(n))$  (mas não é necessário mostrar por indução que seu chute funciona).

$S(n) = \sum_{k=0}^{n/4} 3^k \cdot 2$   
 $= 2 \sum_{k=0}^{n/4} 3^k$   
 $= 2 \frac{3^{n/4+1} - 1}{3 - 1}$   
 $f(n) = 3^{n/4}$

Questão 3 (6 pontos). Deseja-se implementar uma pilha usando listas. Há portanto uma lista  $A$  de tamanho  $n$ , e uma variável  $k$  que guarda a última posição alocada na lista. Ao solicitar a operação  $Push(x)$ , verifica-se se  $k < n$ . Caso sim,  $k \leftarrow k+1$ , e  $A[k+1] = x$ . Caso  $k = n$ , é preciso criar uma nova lista maior, copiar todos os elementos da antiga, e então adicionar o novo elemento. A operação  $Pop$  simplesmente retorna  $A[k]$  se  $k > 0$ , e executa  $k \leftarrow k-1$ .

Assuma custo constante igual a  $C$  para ler, copiar, ou gravar um elemento na lista, e custo irrelevante para alocar memória para a lista nova. Ou seja, o custo de aumentar a lista é essencialmente o custo de copiar os elementos da anterior.

(a) Suponha que ao ser necessário criar uma lista nova pois a anterior ficou cheia, decide-se criar uma lista de tamanho 1 unidade maior que a anterior. Supondo que a lista  $A$  inicia com tamanho 1, encontre  $f(n)$  tal que o custo de  $n$  operações  $Push$  esteja em  $\Theta(f(n))$  (justifique brevemente).



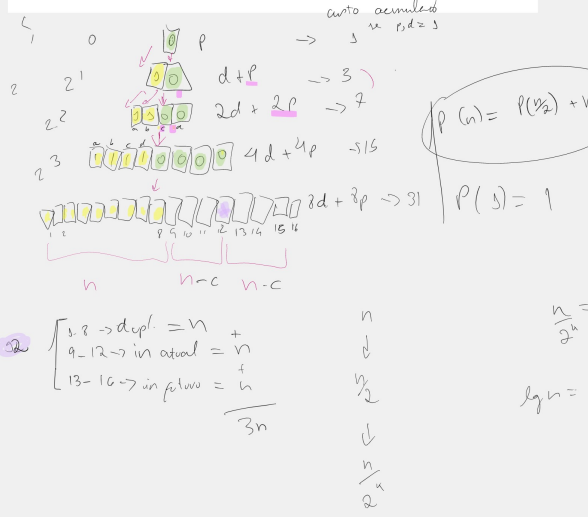
→ Chamar  $Push(x)$   
 1. Verifica  $k < n$   
 1.2:  $k \leftarrow k+1$   
 1.3:  $A[k+1] \leftarrow x$   
 2.2 nova lista:  $A[1 \dots n+1]$   
 2.3  $k \leftarrow k+1$   
 3.4  $A[k+1] \leftarrow x$

$\sim \sum_{i=0}^n (ci + 3c)$   
 $c \sum_{i=0}^n (i) + 3c(n+1)$   
 $f(n) = \frac{c \cdot n(n+1)}{2} + 3c(n+1)$

(b) Suponha agora que ao ser necessário criar uma lista nova, cria-se uma lista de tamanho o dobro da anterior. Suponha que  $A$  inicia com tamanho 1. Observe a tabela abaixo com o custo aproximado (supondo  $C = 1$ ) de executar  $n$  operações  $Push$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
custo acumulado	1	3	6	7	12	13	14	15	24	25

Separando o custo de inserir um novo elemento e o custo de dobrar a lista copiando os anteriores, escreva uma fórmula para quanto custa executar  $n$  operações do tipo  $Push$  e mostre que é  $\Theta(n)$ .



ch  
 $(1, n)$   
 dupl.