

2016 11

Projeto e Análise de Algoritmos

Teoria dos Grafos

Prova 1 (12 pontos)

Questão 1 (5 pontos):

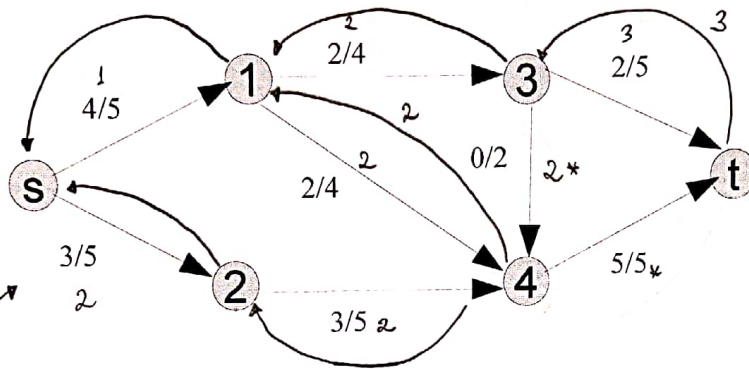
- a) Dado um grafo orientado $G=(V,E)$ desenvolva um algoritmo linear (de complexidade não maior a $O(n+m)$) para computar o número de vértices que são atingíveis desde cada $v \in V$. Um vértice u é atingível desde um vértice v se e somente se existe caminho de v para u .
- b) É possível usar o algoritmo desenvolvido na parte (a) da questão para resolver o mesmo problema.

Cancelada!

Questão 2 (5 pontos): Dado o seguinte grafo com os valores f/c nas arestas representando o fluxo que está passando pela aresta e a capacidade da aresta quer se executar uma iteração do método de Ford e Fulkerson.

- Desenhe o grafo residual.
- Encontre um caminho para aumentar o fluxo no grafo residual. Se tiver várias escolhas escolha o caminho que mais aumenta o fluxo.
- Mostre como fica o grafo original depois do aumento do fluxo.
- O fluxo achado é ótimo? Se for determine o conjunto de arestas que determinam corte s-t mínimo no grafo.

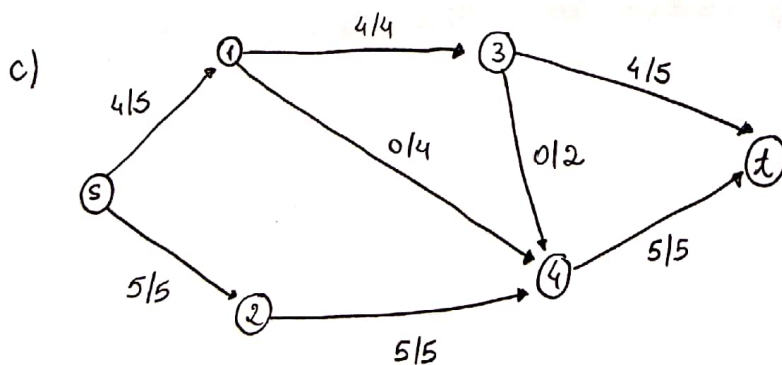
Residual = capacidade total - fluxo que passou



** não tem retorno*

a) → no grafo acima, executar o Ford-Fulkerson.

b) → executar capacity scaling ou Edmonds-Karp.
caminho de maior gargalo: s, 2, 4, 1, 3, t



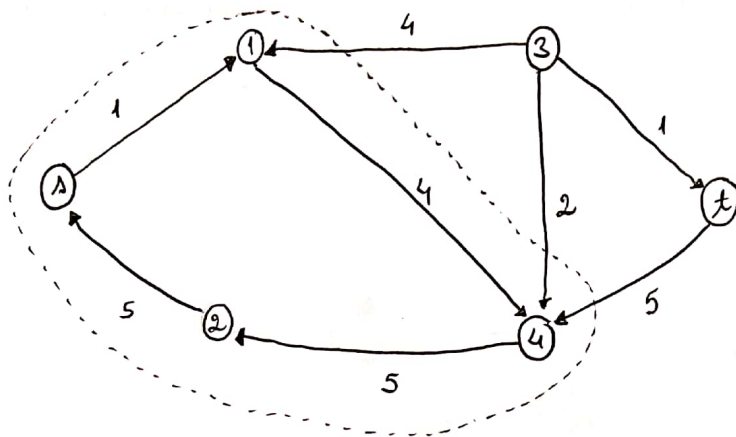
d) sim, pois a partir de 1 ou a partir de 4 as arestas já estão com suas capacidades totais, $\text{fluxo} = 9$ (os que chegam a t)

corte mínimo: $\overline{\text{Atras}}$

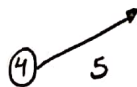
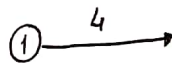
$$\underline{\underline{4+5}}$$



corte mínimo: 5, 1, 2, 4



no grafo original, a capacidade do corte é 9, pois obtemos a soma dos fluxos que saem do grafo original.



Questão 3 (5 pontos):

Seja G um grafo conexo não direcionado com pesos nas arestas. O peso médio de um ciclo define-se como a soma dos pesos das arestas no ciclo dividido pelo número de arestas do ciclo.

- a) Usando uma única execução de Bellman-Ford desenvolva um algoritmo para, dado um valor t , determinar se G tem um ciclo de peso médio menor que t . Prove a corretude do algoritmo.
- b) A mesma idéia do seu algoritmo, poderia ser usada para se determinar se G tem um ciclo de peso menor que t ? Porque?

explicação
idéia
inicial

Johnson

soma 1 para todas e o custo médio mantém sem penalizar

- a) subtrai T de todas as arestas
roda Bellman Ford
se der negativo tinha algum peso menor que T

- b) não. O peso do ciclo (não médio) penaliza alguns arcos.