

Lista de Exercícios de PAA - Módulo 4 - 2020.2
Prof. Vinicius Fernandes dos Santos

1. Dizemos que uma clique é par se seu número de elementos é par. Considere o seguinte problema: dado um grafo G e um inteiro k , determinar se existe uma clique par de tamanho pelo menos k .
 - (a) Mostre que este problema está em NP.
 - (b) Mostre que este problema é NP-difícil.
 - (c) Este problema é NP-completo?
2. No problema CAMINHO HAMILTONIANO é dado um grafo e deve-se determinar se existe um caminho que passa por todos os vértices, sem repetição. Mostre que este problema é NP-completo, através de uma redução de CICLO HAMILTONIANO. Não esqueça de mostrar que o problema está em NP.
3. Considere o problema de determinar se existe um caminho simples (sem repetição de vértices) com pelo menos k arestas entre dois vértices a e b de um grafo. Prove que esse problema é NP-Completo usando o fato de CAMINHO HAMILTONIANO é NP-Completo.
4. Mostre que o problema de satisfatibilidade onde cada cláusula possui exatamente 4 literais (4-SAT) é um problema é NP-difícil. Você pode fazer sua redução a partir de SAT, de 3-SAT ou de algum problema envolvendo grafos.
5. Esta questão trata das classes de problema P, NP e NP-difícil. Você deve responder cada uma das perguntas abaixo de forma sucinta, mas justificando suas respostas e, se for o caso, mencionar um exemplo de problema.
 - (a) Pode existir um problema em NP que não é NP-difícil?
 - (b) Pode existir um problema em P que não está em NP?
 - (c) Pode existir um problema NP-difícil que faça parte de P?
 - (d) Pode existir um problema que esteja em NP e NP-difícil ao mesmo tempo?
 - (e) Suponha que Π seja um problema NP-difícil e que exista uma transformação de tempo exponencial de um problema Π' para Π . Podemos concluir alguma coisa sobre a complexidade de Π' ?
 - (f) Suponha que Π seja um problema NP-difícil e que exista uma transformação de tempo exponencial de Π para um problema Π' . Podemos concluir alguma coisa sobre a complexidade de Π' ?
6. Para cada uma das afirmações abaixo, diga se é verdadeira ou falsa e justifique. A justificativa é a parte mais importante.
 - (a) Não existe algoritmo polinomial para CLIQUE.
 - (b) Suponha que Π seja um problema NP-difícil, mas não pertença a NP. A existência de uma transformação polinomial de Π para um outro problema Π' não implica que Π' seja NP-difícil.
 - (c) Suponha que Π seja um problema NP-difícil que não pertença a NP. Não é possível afirmar se Π pertence ou não a P.
7. No problema das jarras de água, temos duas jarras de capacidades distintas C_1 e C_2 . As jarras não possuem nenhuma marcação de quantidade, assim, as operações possíveis são:
 - Encher totalmente uma jarra.
 - Esvaziar completamente uma jarra.
 - Colocar o conteúdo de uma jarra em outra (até a jarra original esvaziar ou até a jarra de destino ficar totalmente cheia).

No problema das jarras de água, há também uma quantidade Q que se deseja alcançar. Por exemplo, se as jarras possuem capacidades 3 e 4, e se deseja alcançar a quantidade 1, esta pode ser obtida enchendo-se a segunda jarra (de capacidade 4) e depois colocando-se o conteúdo da segunda jarra na primeira: quando a primeira jarra se encher, sobrarão a quantidade desejada na segunda jarra.

Este problema pode ser resolvido com busca em largura, criando-se um nó para cada par de valores (i, j) com $0 \leq i \leq C_1$ e $0 \leq j \leq C_2$ e adicionando-se arestas (direcionadas) quando um nó pode ser alcançado a partir do outro. Desta forma, basta verificar de algum nó da forma (Q, j) ou (i, Q) pode ser alcançado, quando começamos uma busca no nó (C_1, C_2) .

- (a) Qual a complexidade deste algoritmo?
- (b) Com base neste algoritmo, é possível afirmar que este problema pertence a P?