

2018/2

## Projeto e Análise de Algoritmos

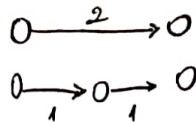
### Teoria dos Grafos

#### Prova 2 (15 pontos)

##### Questão 1 (5 pontos):

Proponha um algoritmo linear (de complexidade não maior a  $O(|V|+|E|)$ ) para computar os caminhos mínimos de um vértice  $s$  até todos os outros vértices do grafo em um grafo orientado ponderado nos arcos com valores 1 ou 2. Prove a corretude do algoritmo e sua complexidade. Pode usar sem definir qualquer algoritmo visto em sala de aula.

Colocamos um vértice artificial para cada arco



usar BFS ( $V+E$ )

no pior caso, teremos arestas duplicadas com 1 vértice para cada arco.

Corretude: se temos caminho mínimo embaixo teremos o mesmo caminho em cima.

## Questão 2 (6 pontos):

Pretende-se energizar um conjunto de componentes. Para energizar um componente deve-se conectar o componente a outro componente já energizado.

Seja  $W$  o conjunto de todos os componentes. *É subconj. produto cartesiano* Seja  $E \subseteq W \times W$  o conjunto de possíveis conexões.

Seja  $S \subseteq W$  um conjunto de componentes já energizados. *Seja  $X \subseteq W$  ( $X \cap S = \emptyset$ ) um conjunto de componentes que podem ter apenas uma conexão.*

a) Modele o problema usando grafos.

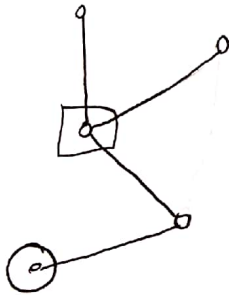
b) Resolva o problema fornecendo um algoritmo polinomial podendo citar algoritmos vistos em sala de aula.

a) *Árvore geradora mínima: conectar todos*

*X tenha no máximo 1 conexão*

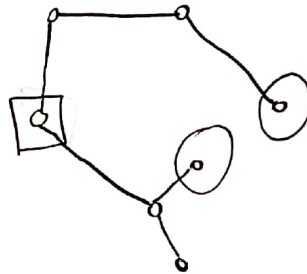
*Prim começando de um conjunto*

*Cria uma floresta*



$\square = S$

$\bigcirc = X$  somente 1 conexão



*Adiciona x como folhas (1 conexão)*

*Pega os de menor custo*

*baseado em  
Staircase  
tree  
graph*

**Questão 3 (5 pontos):**

Dado um grafo orientado e dois vértices  $s$  e  $t$  <sup>fluxo</sup> descreva um algoritmo polinomial para determinar o o menor conjunto de arestas que precisa ser retiradas do grafo para que não exista caminho de  $s$  a  $t$ .  
Pode usar sem definir qualquer algoritmo visto em sala de aula.

{ corte mínimo  
computaremos fluxo máximo

roda fluxo max de  $s$  a  $t$ .

computo corte mínimo.

o conjunto será o corte mínimo.

encontrar arestas que tenham extremidade em  $t$  e outra fora.