Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Computação
Projeto e Análise de Algoritmos – 2024.2
Professor: Marcio Costa Santos
Lista 1

Exercício 1. *Determine a função de complexidade do algoritmo abaixo e indique sua complexidade de*

a. Melhor caso:
b. Caso médio:
c. Pior caso:

Entrada: Vetor de n inteiros a
$cnt \leftarrow 0$;
para todo $i \leftarrow 0$ *até* $n-1$ **faça**
    se $a[i]\%2 = 0$ **então**
        $cnt \leftarrow cnt + 1$;
retorna cnt;

Exercício 2. *Determine a função de complexidade do algoritmo abaixo e indique sua complexidade de*

a. Melhor caso:
b. Caso médio:
c. Pior caso:

Entrada: Matrizes $n \times n$ A e B
$C \leftarrow$ matriz vazia;
para todo $i \leftarrow 0$ *até* $n-1$ **faça**
    para todo $j \leftarrow 0$ *até* $n-1$ **faça**
        $C[i,j] \leftarrow 0$;
        para todo $k \leftarrow 0$ *até* $n-1$ **faça**
            $C[i,j] \leftarrow C[i,j] + A[i,k] * B[k,j]$;
retorna C;

Exercício 3. *Considere o seguinte algoritmo:*

Entrada: *vetor de inteiros* A*, tamanho* n *de* A
para todo $j \leftarrow 2$ *até* n **faça**
    $chave \leftarrow A[j]$*;*
    $i \leftarrow j-1$*;*
    enquanto $i > 0$ *e* $A[i] \geq chave$ **faça**
        $A[i+1] \leftarrow A[i]$*;*
        $i \leftarrow i-1$*;*
    $A[i+1] \leftarrow chave$*;*
retorna A*;*

a. *Simule a execução do algoritmo para o vetor* $[3, 5, 2, 8, 9]$
b. *O que esse algoritmo faz?*
c. *Qual sua complexidade de pior caso?*
d. *Qual sua complexidade de melhor caso?*

Exercício 4. *Considere o seguinte algoritmo:*

Entrada: *vetor de inteiros* A*, tamanho* n *de* A
para todo $i \leftarrow 1$ *até* $n-1$ **faça**
  para todo $j \leftarrow n$ *até* $i+1$ **faça**
    se $A[j] < A[j-1]$ **então**
      troque $A[j]$ *com* $A[j-1]$*;*
retorna A*;*

---

a. *Simule a execução do algoritmo para o vetor* $[3, 5, 2, 8, 9]$
b. *O que esse algoritmo faz?*
c. *Qual sua complexidade de pior caso?*
d. *Qual sua complexidade de melhor caso?*

Exercício 5. *Determine um limite superior assintótico para as funções abaixo(de preferência o mais apertado possível):*

i) $2n^3 + n^4 - 1$.
ii) $2^n + 5\log n + n^2$.
iii) $\log_{10} n + \log_3 10$.
iv) $n + n\log n + \log n$.
v) $4^n + 2^n + n$

Exercício 6. *Determine um limite superior assintótico para as funções abaixo(de preferência o mais apertado possível):*

i) $2n^3 + n^4 - 1$.
ii) $2^n + 5\log n + n^2$.
iii) $\log_{10} n + \log_3 10$.
iv) $n + n\log n + \log n$.
v) $4^n + 2^n + n$

Exercício 7. *Determine um limite superior assintótico restrito para as funções abaixo(de preferência o mais apertado possível):*

i) $2n^3 + n^4 - 1$.
ii) $2^n + 5\log n + n^2$.
iii) $\log_{10} n + \log_3 10$.
iv) $n + n\log n + \log n$.
v) $4^n + 2^n + n$

Exercício 8. *Determine um limite inferior assintótico para as funções abaixo(de preferência o mais apertado possível):*

i) $2n^3 + n^4 - 1$.
ii) $2^n + 5\log n + n^2$.
iii) $\log_{10} n + \log_3 10$.
iv) $n + n\log n + \log n$.
v) $4^n + 2^n + n$

Exercício 9. *Determine um limite inferior assintótico restrito para as funções abaixo(de preferência o mais apertado possível):*

i) $2n^3 + n^4 - 1$.
ii) $2^n + 5\log n + n^2$.
iii) $\log_{10} n + \log_3 10$.
iv) $n + n\log n + \log n$.
v) $4^n + 2^n + n$

Exercício 10. *Determine uma equivalência assintótica para as funções abaixo:*

i) $2n^3 + n^4 - 1$.
ii) $2^n + 5\log n + n^2$.
iii) $\log_{10} n + \log_3 10$.
iv) $n + n\log n + \log n$.
v) $4^n + 2^n + n$

Exercício 11. *Dadas funções $f(n)$, $h(n)$ e $g(n)$ prove que*

i) *Se* $f(n) = O(g(n))$ *e* $g(n) = O(h(n))$ *então* $f(n) = O(h(n))$.
ii) $f(n) = O(f(n))$.
iii) *Se* $f(n) = \Omega(g(n))$ *e* $g(n) = \Omega(h(n))$ *então* $f(n) = \Omega(h(n))$.
iv) $f(n) = \Omega(f(n))$.
iv) $f(n) \neq o(f(n))$.
iv) $f(n) \neq w(f(n))$.

Exercício 12. *Prove que* $n^3 \neq O(n^2)$

Exercício 13. *Prove que* $n \neq O(logn)$

Exercício 14. *Prove que* $\sum_{i=1}^{n} i = \Theta(n^2)$, *utilizando uma prova por indução.*

Exercício 15. *Prove que* $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k} = \Theta(\log n)$