

Introdução a Banco de Dados

# Álgebra Relacional

Rodrygo L. T. Santos  
rodrygo@dcc.ufmg.br

# Linguagens de consulta

Permitem manipulação e recuperação de dados

- Propósito específico (vs. linguagens de programação)
- Suportam acesso fácil e eficiente a dados

O modelo relacional suporta linguagens poderosas

- Forte fundamentação teórica baseada em lógica
- Permitem otimizações

# Linguagens de consulta

Duas linguagens matemáticas formam a base para implementações de linguagens de consulta (e.g., SQL)

- **Álgebra relacional:** predominantemente imperativa, útil para representar planos de execução
- **Cálculo relacional:** predominantemente declarativa, permite descrever o que recuperar (em vez de como)

# Álgebra vs. cálculo relacional

*Retorne nome e telefone de livrarias que vendem o livro X*

## Álgebra relacional

---

Junte as relações livraria e livro pelo identificador da livraria

Selecione da junção tuplas correspondentes ao livro X

Projete o resultado da seleção para manter somente os atributos nome e telefone da livraria

# Álgebra vs. cálculo relacional

*Retorne nome e telefone de  
livrarias que vendem o livro X*

## **Cálculo relacional**

---

Obtenha o nome e telefone

De livrarias

Para as quais exista um livro cujo  
identificador remeta à livraria e  
cujo título seja X

# Álgebra relacional

## Operações unárias

- Seleção ( $\sigma$ )
- Projeção ( $\pi$ )
- Renomeação ( $\rho$ )

## Operações binárias

- União ( $\cup$ )
- Interseção ( $\cap$ )
- Diferença ( $-$ ) *aditivas*
- Prod. cartesiano ( $\times$ )
- Junção ( $\bowtie$ )
- Divisão ( $\div$ ) *multiplicativas*



UNIVERSIDADE FEDERAL  
DE MINAS GERAIS

Introdução a Banco de Dados

# Operações Unárias

Rodrygo L. T. Santos  
[rodrygo@dcc.ufmg.br](mailto:rodrygo@dcc.ufmg.br)

# Seleção ( $\sigma$ )

Recupera as tuplas de uma relação  $R$  que satisfazem uma determinada condição lógica [ $cond$ ]

- Notação:  $\sigma_{[cond]}(R)$

Exemplo:

- $\sigma_{(Dept=28 \wedge Salário>600) \vee (Dept=21)}(Empregado)$



# Seleção ( $\sigma$ )

$\sigma$  (Dept=28  $\wedge$  Salário>600)  $\vee$  (Dept=21) (Empregado)

Empregado				
ID	Nome	Salário	Dept	
032	J Silva	380	21	✓
074	M Reis	400	25	✗
089	C Melo	520	28	✗
092	R Silva	480	25	✗
112	R Pinto	390	21	✓
121	V Simão	905	28	✓

# Seleção ( $\sigma$ )

$\sigma(\text{Dept}=28 \wedge \text{Salário}>600) \vee (\text{Dept}=21)$  (Empregado)

Empregado			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
112	R Pinto	390	21
121	V Simão	905	28



# Projeção ( $\pi$ )

Projeta as tuplas de uma relação  $R$  sobre um determinado conjunto de atributos [ $atrib$ ]

- Notação:  $\pi_{[atrib]}(R)$

Exemplos:

- $\pi_{\text{Nome, Salário}}(\text{Empregado})$
- $\pi_{\text{Dept}}(\text{Empregado})$

# Projeção ( $\pi$ )

$\pi$ Nome, Salário (Empregado)

Empregado			
ID X	Nome ✓	Salário ✓	Dept X
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21
121	V Simão	905	28

# Projeção ( $\pi$ )

$\pi$  Nome, Salário (Empregado)

Empregado	
Nome ✓	Salário ✓
J Silva	380
M Reis	400
C Melo	520
R Silva	480
R Pinto	390
V Simão	905

# Projeção ( $\pi$ )

$\pi_{\text{Dept}}$ (Empregado)

Empregado			
ID 	Nome 	Salário 	Dept 
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21
121	V Simão	905	28

# Projeção ( $\pi$ )

$\pi_{\text{Dept}}(\text{Empregado})$

Empregado
Dept ✓
21
25
28
25
21
28

*Modelo  
relacional não  
permite tuplas  
duplicadas*

# Projeção ( $\pi$ )

$\pi_{\text{Dept}}(\text{Empregado})$

Empregado	
Dept	✓
21	
25	
28	

*Modelo  
relacional não  
permite tuplas  
duplicadas*



# Renomeação ( $\rho$ )

Cria um novo esquema  $S(A_1, \dots, A_n)$  para a relação  $R$

- Notação 1:  $\rho_{S(A_1, \dots, A_n)}(R)$
- Notação 2:  $S(A_1, \dots, A_n) \leftarrow R$

Exemplo:

- $\rho_{\text{Funcionário}(\text{ID}, \text{Nome}, \text{Renda}, \text{Dept})}(\text{Empregado})$

# Renomeação ( $\rho$ )

$\rho$ Funcionário(ID, Nome, Renda, Dept) (Empregado)

Empregado			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21
121	V Simão	905	28

# Renomeação ( $\rho$ )

$\rho$ Funcionário(ID, Nome, Renda, Dept) (Empregado)

Funcionário			
ID	Nome	Renda	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21
121	V Simão	905	28

# Sequência de operações

Várias operações podem ser combinadas para formar uma expressão da álgebra relacional

- $\pi_{\text{Nome, Salário}}(\sigma_{\text{Dept}=21} \text{Empregado})$

Considerações importantes

- A ordem das operações importa
- Relações temporárias podem ser úteis

# Ordenação de operações

Nem todas as ordenações são factíveis

- $\pi_{\text{Nome, Salário}}(\sigma_{\text{Dept}=21}(\text{Empregado}))$  ✓
- $\sigma_{\text{Dept}=21}(\pi_{\text{Nome, Salário}}(\text{Empregado}))$  ✗

Certas ordenações promovem eficiência

- Otimização via seleção e projeção precoces  
(menos dados trafegam para a operação seguinte)

# Relações temporárias

Certas consultas podem ser complexas

- $S \leftarrow \pi_{\text{Nome, Salário}}(\sigma_{\text{Dept}=21}(\text{Empregado}))$

Relações temporárias facilitam a abstração

- $T \leftarrow \sigma_{\text{Dept}=21}(\text{Empregado})$

- $S \leftarrow \pi_{\text{Nome, Salário}}(T)$

Introdução a Banco de Dados

# Operações Aditivas

Rodrygo L. T. Santos  
rodrygo@dcc.ufmg.br

# Compatibilidade de tipos

Dois esquemas  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_n)$  são compatíveis para operações aditivas se

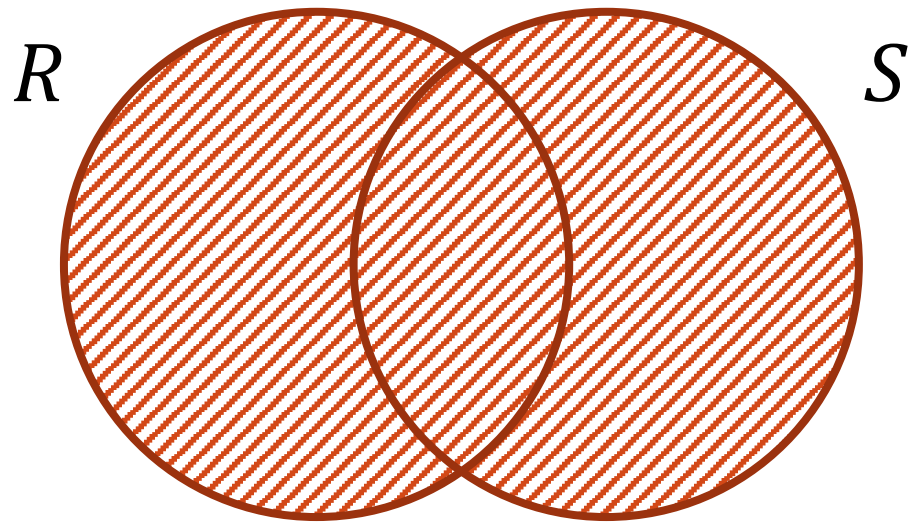
- $\text{grau}(R) = \text{grau}(S)$  e
- $\text{dom}(A_i) = \text{dom}(B_i) \forall i$

**Observação:** a correspondência de nomes de atributos não é necessária, apenas a de seus domínios



# União ( $\cup$ )

Dadas duas relações compatíveis  $R$  e  $S$ , retorna tuplas contidas em ao menos uma das duas relações



# União ( $\cup$ )

## Secretário $\cup$ Engenheiro

Secretário			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28

Engenheiro			
ID	Nome	Salário	Dept
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21

*Modelo  
relacional não  
permite tuplas  
duplicadas*

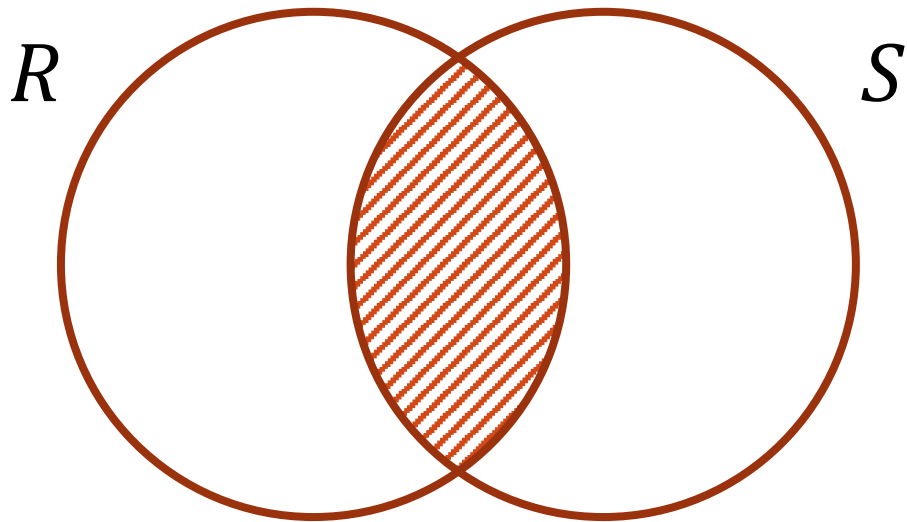
# União (U)

## Secretário U Engenheiro

Secretário U Engenheiro			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21

# Interseção ( $\cap$ )

Dadas duas relações compatíveis  $R$  e  $S$ , retorna tuplas contidas em ambas as relações



# Interseção ( $\cap$ )

Secretário  $\cap$  Engenheiro

Secretário			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28

Engenheiro			
ID	Nome	Salário	Dept
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21

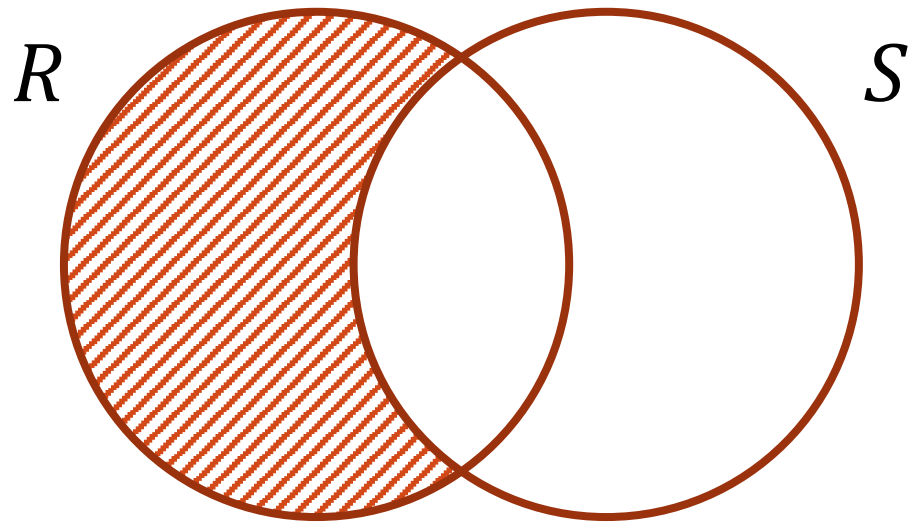
# Interseção ( $\cap$ )

Secretário  $\cap$  Engenheiro

Secretário $\cap$ Engenheiro			
ID	Nome	Salário	Dept
089	C Melo	520	28

# Diferença (—)

Dadas duas relações compatíveis  $R$  e  $S$ , retorna tuplas contidas em  $R$  mas não em  $S$



# Diferença (—)

## Secretário — Engenheiro

Secretário			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28

Engenheiro			
ID	Nome	Salário	Dept
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21



# Diferença (—)

## Secretário — Engenheiro

Secretário — Engenheiro			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25

# Diferença (—)

## Engenheiro — Secretário

Secretário			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28

Engenheiro			
ID	Nome	Salário	Dept
089	C Melo	520	28
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21

# Diferença (—)

## Engenheiro — Secretário

Engenheiro — Secretário			
ID	Nome	Salário	Dept
092	R Silva	480	25
112	R Pinto	390	21

Introdução a Banco de Dados

# Operações Multiplicativas

Rodrygo L. T. Santos  
rodrygo@dcc.ufmg.br

# Álgebra relacional

## Operações unárias

- Seleção ( $\sigma$ )
- Projeção ( $\pi$ )
- Renomeação ( $\rho$ )

## Operações binárias

- União ( $\cup$ )
- Interseção ( $\cap$ )
- Diferença ( $-$ ) *aditivas*
- Prod. cartesiano ( $\times$ )
- Junção ( $\bowtie$ )
- Divisão ( $\div$ ) *multiplicativas*

# Operações aditivas vs. multiplicativas

# Operações aditivas vs. multiplicativas



## Operações aditivas

- União ( $\cup$ )
- Interseção ( $\cap$ )
- Diferença ( $-$ )

**Esquema preservado!**

# Operações aditivas vs. multiplicativas



## Operações multiplicativas

- Prod. cartesiano ( $\times$ )
- Junção ( $\bowtie$ )
- Divisão ( $\div$ )

**Esquema alterado!**



# Produto cartesiano ( $\times$ )

Dadas duas relações  $R$  e  $S$  quaisquer, combina cada tupla de  $R$  com cada tupla de  $S$

- Notação:  $R \times S$

## Características

- $|R \times S| = |R| |S|$
- $\text{grau}(R \times S) = \text{grau}(R) + \text{grau}(S)$

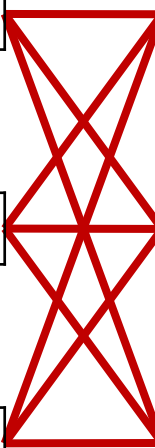
# Produto cartesiano (×)

Empregado			
ID	Nome	Salário	Dept
032	J Silva	380	21
074	M Reis	400	25
089	C Melo	520	28

Departamento		
ID	Nome	Ramal
21	Pessoal	142
25	Financeiro	143
28	Técnico	144

# Produto cartesiano (×)

Empregado				Departamento		
ID	Nome	Salário	Dept	ID	Nome	Ramal
032	J Silva	380	21	21	Pessoal	142
074	M Reis	400	25	25	Financeiro	143
089	C Melo	520	28	28	Técnico	144



# Produto cartesiano (×)

Empregado E × Departamento D						
E.ID	E.Nome	E.Salário	E.Dept	D.ID	D.Nome	D.Ramal
032	J Silva	380	21	21	Pessoal	142
032	J Silva	380	21	25	Financeiro	143
032	J Silva	380	21	28	Técnico	144
074	M Reis	400	25	21	Pessoal	142
074	M Reis	400	25	25	Financeiro	143
074	M Reis	400	25	28	Técnico	144
089	C Melo	520	28	21	Pessoal	142
089	C Melo	520	28	25	Financeiro	143
089	C Melo	520	28	28	Técnico	144

# Tuplas espúrias

Produto cartesiano combina todas as tuplas de  $R$  e  $S$

- Algumas combinações formarão tuplas válidas
- Outras formarão tuplas espúrias!

# Tuplas espúrias

Empregado E × Departamento D						
E.ID	E.Nome	E.Salário	E.Dept	D.ID	D.Nome	D.Ramal
032	J Silva	380	21	21	Pessoal	142
032	J Silva	380	21	25	Financeiro	143
032	J Silva	380	21	28	Técnico	144
074	M Reis	400	25	21	Pessoal	142
074	M Reis	400	25	25	Financeiro	143
074	M Reis	400	25	28	Técnico	144
089	C Melo	520	28	21	Pessoal	142
089	C Melo	520	28	25	Financeiro	143
089	C Melo	520	28	28	Técnico	144

# Tuplas espúrias

Empregado E × Departamento D						
E.ID	E.Nome	E.Salário	E.Dept	D.ID	D.Nome	D.Ramal
032	J Silva	380	21	21	Pessoal	142
032	J Silva	380	21	25	Financeiro	143
032	J Silva	380	21	28	Técnico	144
074	M Reis	400	25	21	Pessoal	142
074	M Reis	400	25	25	Financeiro	143
074	M Reis	400	25	28	Técnico	144
089	C Melo	520	28	21	Pessoal	142
089	C Melo	520	28	25	Financeiro	143
089	C Melo	520	28	28	Técnico	144

# Tuplas espúrias

Produto cartesiano combina todas as tuplas de  $R$  e  $S$

- Algumas combinações formarão tuplas válidas
- Outras formarão tuplas espúrias!

Tuplas espúrias eliminadas via seleção

- Condição define quais tuplas são válidas
- Tipicamente baseada na chave estrangeira



# Tuplas espúrias

Empregado E × Departamento D						
E.ID	E.Nome	E.Salário	E.Dept	D.ID	D.Nome	D.Ramal
032	J Silva	380	21	21	Pessoal	142
032	J Silva	380	21	25	Financeiro	143
032	J Silva	380	21	28	Técnico	144
074	M Reis	400	25	21	Pessoal	142
074	M Reis	400	25	25	Financeiro	143
074	M Reis	400	25	28	Técnico	144
089	C Melo	520	28	21	Pessoal	142
089	C Melo	520	28	25	Financeiro	143
089	C Melo	520	28	28	Técnico	144

# Tuplas espúrias

$\sigma_{E.Dept=D.ID}$  (Empregado E  $\times$  Departamento D)

Empregado E $\times$ Departamento D						
E.ID	E.Nome	E.Salário	E.Dept	D.ID	D.Nome	D.Ramal
032	J Silva	380	21	21	Pessoal	142
032	J Silva	380	21	25	Financeiro	143
032	J Silva	380	21	28	Técnico	144
074	M Reis	400	25	21	Pessoal	142
074	M Reis	400	25	25	Financeiro	143
074	M Reis	400	25	28	Técnico	144
089	C Melo	520	28	21	Pessoal	142
089	C Melo	520	28	25	Financeiro	143
089	C Melo	520	28	28	Técnico	144

# Tuplas espúrias

$\sigma_{E.Dept=D.ID}(\text{Empregado E} \times \text{Departamento D})$

$\sigma_{E.Dept=D.ID}(\text{Empregado E} \times \text{Departamento D})$						
E.ID	E.Nome	E.Salário	E.Dept	D.ID	D.Nome	D.Ramal
032	J Silva	380	21	21	Pessoal	142
074	M Reis	400	25	25	Financeiro	143
089	C Melo	520	28	28	Técnico	144