

EXERCÍCIOS

- 1) Escreva as seguintes funções em notação O :
a) $n^3 - 1$; b) $n^2 + 2 \log n$; c) $3n^n + 5 \cdot 2^n$ d) $(n-1)^n + n^{n-1}$
- 2) Considerando o polinômio quadrático $q(n) = 5n^2 + 7n + 3$, mostre que $q(n) = O(n^2)$, determinando constantes $n_0 \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}_+$ tais que $q(n) \leq cn^2$, para todo $n \geq n_0$.
- 3) Qual(ais) das seguintes afirmações sobre o crescimento assintótico de funções não é(são) verdadeira(s)? Justifique.
a) $2n^2 + 3n + 1 = O(n^2)$
b) $n^2 = \Omega(n^3)$
c) Se $f(n) = O(g(n))$ então $g(n) = O(f(n))$
d) $\log n^2 = O(\log n)$
e) Se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n))$ então $f(n) = O(h(n))$
f) $2^{n+1} = O(2^n)$
g) $n! = \Theta((n+1)!)$
- 4) Projete um algoritmo para determinar o máximo e o mínimo de um vetor vet de valores e analise suas complexidades de pior caso.
- 5) Considere dois algoritmos A e B que apresentam tempo em $\Theta(n^2)$ e $\Theta(n^3)$, respectivamente, para solucionar um dado problema. Se recursos como memória e tempo de programação não são considerados, é necessariamente verdade que o algoritmo A *sempre* é preferível ao algoritmo B ? Justifique sua resposta.
- 6) Mostre a complexidade local do algoritmo e expresse na notação assintótica Θ .

 $\text{soma} \leftarrow 0$
para $i \leftarrow 1$ até n faça
 para $j \leftarrow 1$ até n^2 faça
 para $k \leftarrow 1$ até n^3 faça
 $\text{soma} \leftarrow \text{soma} + 1$
- 7) Encontre funções $f_1(n)$ e $f_2(n)$ tais que sejam $O(g(n))$, mas $f_1(n)$ não seja $O(f_2(n))$.
- 8) Mostre que, se c é um número real positivo, então $g(n) = 1 + c + c^2 + \dots + c^n$ é:
a) $\Theta(1)$ se $c < 1$
b) $\Theta(n)$ se $c = 1$
c) $\Theta(c^n)$ se $c > 1$

9) Analise a complexidade assintótica do algoritmo a seguir.

```
1  public class MyClass {  
2      static void x(int b, int e){  
3  
4          int z = 1;  
5          int t = b;  
6          int k = e;  
7          while (k>0) {  
8              if (k % 2 == 1)  
9                  z = z*t;  
10             k = k/2;  
11             if (k != 0)  
12                 t=t*t;  
13         }  
14  
15         System.out.println(z);  
16     }  
17  
18     public static void main(String args[]) {  
19         x(3,2);  
20     }  
21 }
```

10) Sejam $T_1(n) = \sqrt{n}(\log_2 n)$; $T_2(n) = n$. Responda às seguintes questões, justificando:

- i) $T_1(n)$ é $O(T_2(n))$?
- ii) $T_1(n)$ é $\Omega(T_2(n))$?
- iii) $T_1(n)$ é $\Theta(T_2(n))$?
- iv) $T_1(n)$ é $o(T_2(n))$?
- v) $T_1(n)$ é $\omega(T_2(n))$?