Algorithmique et Programmation 1

Notes de cours Semaine 2

Team AP1

21 septembre 2025

Table des matières

Modèle de mémoire de Python

Modèle de mémoire : une image simplifiée de la manière dont fonctionne la mémoire de l'interpréteur Python

Deux zones principales : - la zone des données (le « tas », en anglais *heap*) - la zone des espaces de noms (la « pile », en anglais *stack*)

Dans Python Tutor : pile à gauche, tas à droite

Le tas

Le tas est comme un *très* gros cahier dans lequel sont décrits les objets manipulés par un programme :

— Chaque objet décrit dans le cahier commence à un certain numéro de page, qu'on appelle son *adresse*
— Certaines pages sont blanches, d'autres sont remplies

La pile

La pile est comme l'index du cahier :

- À chaque variable est associé le numéro de page d'un objet
- Un groupe de variables et les numéros de page correspondants est appelé **espace de noms**
- La pile contient l'espace de noms **global**, contenant les noms définis par nos programmes *(en réalité la pile contient aussi d'autres espaces de noms, on en reparlera)*

```
1 x = 3
2 y ='UGE'
3 z = x + 2
```

La notion d'état

L'**état** de l'interpréteur pendant l'exécution c'est :

- le numéro de la ligne suivante à exécuter dans le programme
- le contenu de diverses variables internes de l'interpréteur
- le contenu de la pile (donc tous les espaces de noms)
- le contenu du tas (donc toutes les données du programme)

à un moment donné. Les **instructions** modifient généralement l'état.

Étapes d'une affectation

Affectation simple

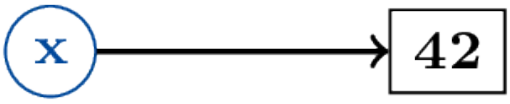
```
1 x = 40 + 2
```

1. Évaluation de l'expression à droite du = (ici 42) 

La valeur 42 de type `int` est stockée dans le tas *(écrite sur une page du cahier)*
2. Création du nom `x` dans l'espace de noms (sauf s'il existe déjà)

Figure 1 – affectation2.png

On ajoute `x` à la pile *(on ajoute une ligne pour `x` à l'index du cahier)*



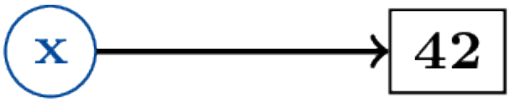
3. Création du lien entre *variable* et *valeur*
   L'adresse de l'objet 42 est associée à la variable x *(on écrit dans l'index le numéro de la page contenant l'objet* 42 *à* x*)*

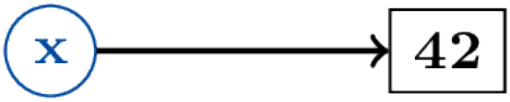
Deuxième exemple

```
1  y = x
```

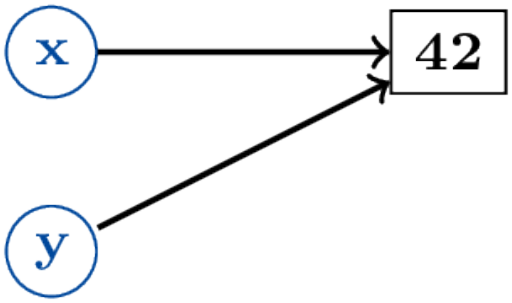
Dans cet exemple le x en partie droite de l'affectation désigne la **valeur** actuellement associée à la variable x !

1. Calcul du *membre droit* après remplacement de chaque variable par la valeur associée (ici x remplacé par 42)





2. Création du nom y (sauf si déjà créé)



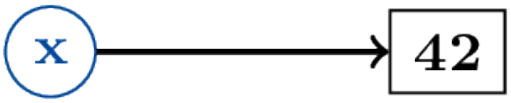
3. Création du lien entre y et 42

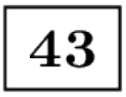
Troisième exemple

```
1  x = x + 1
```

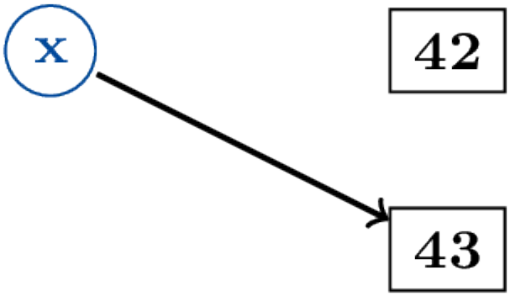
Dans cet exemple, le x de gauche désigne le nom x lui-même, mais celui de droite désigne la **valeur** actuellement associée à x

1. Calcul du *membre droit* après remplacement de chaque variable par la valeur as-





sociée (ici x remplacé par 42, résultat : 43)



2. Nom x déjà existant, création du lien entre x et 43

Piège !

Que vaut maintenant y ?

```
1 y
```

Même si x et y désignaient avant le même objet (la même adresse, le même *numéro de page*), changer la page que désigne x n'a aucun effet sur y ! On n'a pas *modifié* l'objet 42, qui est toujours là !

```
1 x = 40 + 2
2 y = x
3 x = x + 1
```

Remarque : L'instruction `x = x + 1` peut aussi s'écrire `x += 1`. On appelle cela une **incrémentation** de x.

```
1 x += 1
```

De même, `x *= 2` est une version plus concise de `x = x * 2`.

Dernier exemple

```
1 x = -6.5
```

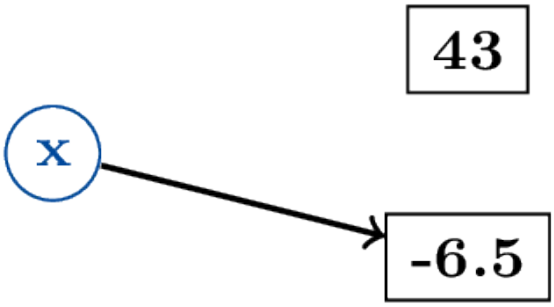


Figure 2 – affectation8.png

Quelques points de détail

- On peut réaffecter une valeur de type différent à une variable (comme dans le dernier exemple)
- En cas de réaffectation, le lien précédent est oublié
- Quand aucun lien n'existe vers un objet, il est "détruit" par le ramasse-miettes ou *garbage collector* (la page est effacée !)

Exercice : état de la mémoire après une suite d'affectations

Dessiner l'état de la mémoire à l'issue des instructions suivantes :

```
1 x = 2
2 y = 3
3 x += y
4 y *= 2
```

Nommage des variables

Règles de nommage des variables :

- Commencent par une *lettre*, suivie de *lettres et de chiffres*
- Le caractère *underscore* `'_'` est considéré comme une lettre
- Éviter les caractères spéciaux (accents, cédille, etc.)
- Les *mots réservés* (ou mots-clés) de Python sont interdits
- Il y a aussi des **conventions** (*vues plus tard*)

Exemples : `_ex2` `Ex2mpl1`

Contre-exemple : `2024eiffel`

Mots-clés et autres mots réservés

Les mots suivants sont **réservés** pour le langage :

```
False      await      else       import     pass
None       break      except     in         raise
True       class      finally    is         return
and        continue   for        lambda     try
as         def        from       nonlocal   while
assert     del        global     not        with
async      elif       if         or         yield
```

voir la doc

Exercice : nommage de variables

Indiquer parmi les mots suivants ceux qui ne sont pas des noms valides pour une variable :

```
    bonjour              Hi!              au revoir
    Ciao                 NON              byeBye7
    abc                  def              6hello6
    good_morning         __repr__         good-afternoon
    f()                  6hello6.         _upem_
```

Saisie et affichage

Fonction de saisie : `x = input("Veuillez rentrer ...")`

- L'utilisateur tape une ligne au clavier
- La ligne est stockée sous forme de chaîne de caractères (`str`)
- Cette valeur peut ensuite être affectée à une variable (ici `x`)
- Le message d'invite pour l'utilisateur est facultatif

doc

```python
nb_personnes_ref = 2
nb_convives = input("Combien de personnes ? ")
rapport = nb_convives / nb_personnes_ref
```

```python
nb_personnes_ref = 2
# on convertit immédiatement le texte saisi en int :
nb_convives = int(input("Combien de personnes ? "))
rapport = nb_convives / nb_personnes_ref
```

Fonction d'affichage : `print(x)`

— Affiche dans le terminal la chaîne de caractères associée à `x`
— On peut afficher plusieurs valeurs à la suite : `print(x, y, z, ...)`
— Appelle automatiquement la fonction `str` sur chacun de ses arguments
— S'il y a plusieurs arguments, insère automatiquement des espaces
— Passe automatiquement à la ligne

doc

```
nb_personnes_ref = 2
# on convertit immédiatement le texte saisi en int :
nb_convives = int(input("Combien de personnes ? "))
rapport = nb_convives / nb_personnes_ref
print("Je multiplie toutes les quantités par", rapport)
```

Remarque : *Il existe de nombreuses possibilités pour l'affichage de texte, consulter la documentation officielle pour plus de détails.*

Structures de contrôle

Les programmes et algorithmes les plus simples consistent à exécuter des instructions les unes après les autres, en **séquence**. C'est néanmoins très vite limité : il arrive fréquemment qu'on ait envie d'agir d'une certaine façon dans un cas et d'une autre dans un autre. Typiquement, on voudrait pouvoir continuer le programme de manière adaptée à une entrée de l'utilisateur.

On va donc s'intéresser aux structures dites *conditionnelles*. Ces structures permettent de *"brancher"* dans le code en fonction de l'évaluation d'une condition, que l'on exprime sous forme d'**expression booléenne**.

Faisons donc d'abord un point sur ce type très important d'expressions :

Expressions booléennes

Les instructions conditionnelles sont écrites à l'aide d'**expressions booléennes**, c'est à dire d'expressions qui s'évaluent en un valeur de type `bool` (`True` ou `False`).

Elles peuvent contenir des opérateurs de comparaison, des opérateurs logiques, etc.

Opérateurs de comparaison

```
a < b   # a strictement inférieur b
a <= b  # a inférieur ou égal à b
a >= b  # a supérieur ou égal à b
```

```
4 a > b   # a strictement supérieur à b
```

— a et b sont des **expressions**
— elles doivent s'évaluer en des valeurs **de même type** (sauf exceptions)

Les opérateurs de comparaison fonctionnent sur de nombreux types de valeurs - Sur les `int` et `float` : ordre habituel sur les nombres - Sur les `str` : ordre *lexicographique* (dictionnaire) - Sur d'autres types qu'on verra plus tard

 **Rappel :** on ne peut pas ordonner des valeurs de types différents (sauf des nombres) !

Égalité ou inégalité

```
1 a == b  # a égal à b
2 a != b  # a différent de b
```

— a et b sont des **expressions**
— elles peuvent être de types différents

Les opérateurs == et != acceptent des opérandes de types différents - renvoie généralement `False` si les opérandes sont de types différents - sauf parfois entre nombres

 **Attention !** Ne pas confondre l'opérateur d'égalité (==) avec la syntaxe de l'affectation (=) !

```
1 >>> 17 % 2 == 1
2 True
```

```
1 >>> a = -5
2 >>> a != abs(a)
3 True
```

```
1 >>> 1.0 == 3 - 2  # l'égalité fonctionne aussi avec les float...
2 True
```

```
1 >>> 0.3 == 3 * 0.1  # mais réserve parfois des surprises
2 False
```

Les opérateurs == et != acceptent des opérandes de types différents - renvoie généralement `False` si les opérandes sont de types différents - sauf parfois entre nombres

```
1 >>> 2 == '2'
2 False
```

```
>>> 'bonjour' != None
True
```

```
>>> 2 == 2.0  # Cas particulier : vrai car float(2) == 2.0
True
```

 **Attention !** Ne pas confondre l'opérateur d'égalité (==) avec la syntaxe de l'affectation (=) !

Opérateurs logiques

On peut combiner plusieurs expressions booléennes `a` et `b` à l'aide d'opérateurs logiques, inspirés de la logique mathématique.

On peut résumer le comportement de ces opérateurs à l'aide de tableaux, appelés **tables de vérité**.

Négation

L'expression `not a` vaut `True` si `a` s'évalue en `False`, et `False` sinon (correspond à $\neg a$).

a	not a
True	False
False	True

Conjonction

L'expression `a and b` vaut `True` si `a` et `b` s'évaluent toutes les deux en `True`, et `False` sinon (correspond à $a \wedge b$).

a	b	a and b
True	True	True
True	False	False
False	True	False

a	b	a and b
False	False	False

Disjonction

L'expression `a or b` vaut `True` si `a` s'évalue en `True` ou `b` s'évalue en `True`, et `False` sinon (correspond à $a \vee b$).

a	b	a or b
True	True	True
True	False	True
False	True	True
False	False	False

```
>>> not (3 + 4 != 7)
True
```

```
>>> 4 < 1 or 'Bonjour' >= 'Au revoir'
True
```

En réalité les opérateurs `and` et `or` ont un comportement un peu spécial appelé **évaluation séquentielle** : on n'évalue le deuxième opérande que si c'est nécessaire pour déterminer le résultat.

- `a and b` est à peu près équivalent à `b if a else a`
- `a or b` est à peu près équivalent à `a if a else b`

Cela signifie qu'on n'évalue pas toujours `b` dans `a and b` et dans `a or b`. Par exemple :

```
1/0  # erreur : division par 0
```

```
True or 1/0 == 1    # ne provoque pas d'erreur !
```

```
False and 1/0 == 1  # ne provoque pas d'erreur !
```

En Python, presque tout objet possède une valeur de vérité et peut s'utiliser

comme un booléen… mais les règles sont un peu complexes.

Par exemple :

- les nombres égaux à 0 sont interprétés comme “faux”
- la chaîne vide est interprétée comme “faux”
- la valeur `None` est interprétée comme “faux”, etc.

Tout le reste est interprété comme “vrai”

Si on combine ces deux aspects du langage, ça peut donner des choses assez surprenantes…

```
>>> 'patate' and 'courgette'
'courgette'
```

```
>>> 'patate' or 'courgette'
'patate'
```

Ce comportement est largement **hors programme** et non exigible !

Quelques règles utiles

Lois de De Morgan

- dire “non (a ou b)” revient à dire “(non a) et (non b)”
- dire “non (a et b)” revient à dire “(non a) ou (non b)”

En Python :

```
not (a and b) == (not a) or (not b)  # vrai pour tous a et b
not (a or b) == (not a) and (not b)  # vrai pour tous a et b
```

Distributivité

- la conjonction est distributive sur la disjonction
- la disjonction est distributive sur la conjonction

En Python :

```
a and (b or c) == (a and b) or (a and c)  # vrai pour tous a, b et c
a or (b and c) == (a or b) and (a or c)   # vrai pour tous a, b et c
```

Commutativité

- `a and b` est (presque) équivalente à `b and a` (mais elle change l’ordre d’évaluation)
- `a or b` est (presque) équivalente à `b or a` (idem)

Absorption

- `a or True` est (presque) équivalente à `True`
- `True or a` est équivalente à `True`
- `a and False` est (presque) équivalente à `False`
- `False and a` est équivalente à `False`

Invariance

- `a and True` est (presque) équivalente à `a`
- `True and a` est équivalente à `a`
- `a or False` est (presque) équivalente à `a`
- `False or a` est équivalente à `a`

Égalité et négation

- `not a == b` est équivalent à `a != b`
- `not a != b` est équivalent à `a == b`

Comparaisons et opérateurs logiques

- `a < b` est équivalent à `a <= b and a != b`
- `a <= b` est équivalent à `a < b or a == b`
- `a > b` est équivalent à `a >= b and a != b`
- `a >= b` est équivalent à `a > b or a == b`

Comparaisons et négation

- `not a < b` est équivalent à `a >= b` ou encore `b <= a`
- `not a <= b` est équivalent à `a > b` ou encore `b < a`
- `not a > b` est équivalent à `a <= b` ou encore `b >= a`
- `not a >= b` est équivalent à `a < b` ou encore `b > a`

```
>>> x = -1
>>> inf, sup = 0, 10
>>> x >= inf and x <= sup
False
```

```
>>> x = -1
>>> inf, sup = 0, 10
>>> x < inf or x > sup
True
```

```
>>> x = 1
>>> inf, sup = 0, 10
>>> not (x < inf or x > sup)
False
```

```
>>> x = 12
>>> inf, sup = 0, 10
>>> not (x >= inf and x <= sup)
True
```

Si £ et ¥ représentent des opérateurs de comparaison,

```
exp1 £ exp2 ¥ exp3
```

est une abréviation de

```
exp1 £ exp2 and exp2 ¥ exp3
```

Enchaînement de comparaisons

En Python on peut rassembler plusieurs comparaisons successives en une seule expression (c'est impossible dans de nombreux autres langages).

```
>>> x, inf, sup = 1, 0, 10
>>> inf <= x <= sup
True
```

```
>>> a, b, c = 1, 1, 2
>>> a == b == c
False
```

Attention, cela mène parfois à des écritures un peu bizarres…

```
>>> x, inf, sup = 1, 4, 10
>>> inf < sup > x  # ???
True
```

```
>>> a = 1
>>> b = 2
>>> c = 1
>>> a != b != c
True
```

Exercice : multiple de 3 ou 5

Étant donnée une variable `x` désignant un nombre, 1. écrire deux expressions booléennes différentes qui valent `True` si `x` est un multiple de 3 et de 5 et `False` sinon, 2. écrire deux expressions booléennes différentes qui valent `True` si `x` n'est un multiple ni de 3 ni de 5 et `False` sinon.

```
x = 10
x % 3 == 0 and x % 5 == 0
```

```
x = 7
not(x % 3 == 0) and not(x % 5 == 0)
```

Exercice

Donner le résultat des expressions logiques suivantes pour les valeurs indiquées de `a`, `b` et `c`

```
a, b, c = 10, 2, 6
a < b or a > c
```

```
a, b, c = 10, 2, 6
a + b < 2 * c
```

```
a, b, c = 10, 2, 6
a - b == b + c
```

```
a, b, c = 10, 2, 6
(a > b and a > c) or (b > a and b > c)
```

```
a, b, c = 10, 2, 6
a < b < c
```

```
a, b, c = 10, 2, 6
a == b == c
```

```
a, b, c = 10, 2, 6
(a <= b and a <= c) or not (b < a)
```

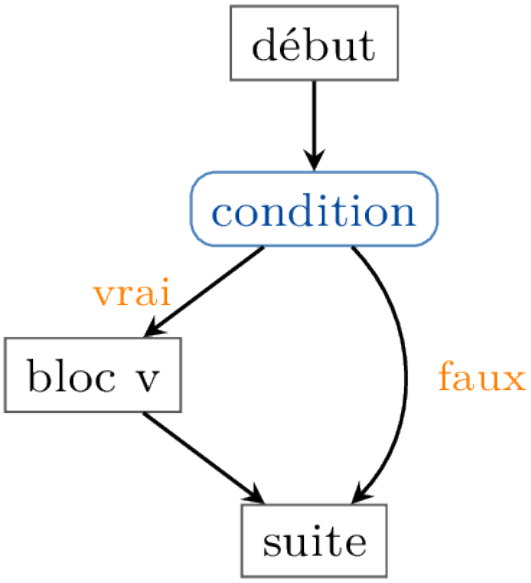
```
a, b, c = 10, 2, 6
not (a > b and a > c) or (b > a and b > c)
```

Instructions conditionnelles

Cas simple : Conditionnelle `Si`

On peut maintenant modifier le flot d'instructions selon la valeur d'expressions booléennes, ou conditions :

— **Si** une certaine condition est vraie, exécuter un certain groupe (ou bloc) d'instructions



— **Sinon**, passer directement à la suite du programme

La syntaxe d'une instruction conditionnelle est :

```
1 # début
2 if condition:
3     # bloc
4     # d'instructions
5     # indenté
6 # suite (*)
```

— Ici `condition` est une expression booléenne
— Les instructions du bloc **v** sont exécutées uniquement si `condition` est évaluée à `True`
— Dans tous les cas, l'exécution reprend à l'instruction suivant le bloc indenté (ligne `suite (*)`)

Exemple : pile ou face ?

Un programme qui : 1. tire un nombre au hasard entre `0` et 1 2. affiche `pile` s'il a tiré 1, `face` s'il a tiré `0`

```
1 from random import randint # randint permet de tirer un nombre alé
     atoire
2
3 tirage = randint(0,1)
4 print(tirage)
5 if tirage == 1:
6     print("pile")
7
```

```
8 if tirage == 0:
9     print("face")
```

Exemple : mettre deux chaînes dans l'ordre

Supposons qu'il existe deux variables `a` et `b` désignant des `str`.

Écrire un bout de programme qui modifie ces variables pour que `a` désigne la plus petite chaîne et `b` la plus grande (dans l'ordre lexicographique)

```
1 a = input()
2 b = input()
3 if a > b:
4     # on intervertit les valeurs
5     temp = a  # variable temporaire
6     a = b
7     b = temp
8 print(a, b)
```

```
1 a = input()
2 b = input()
3 if a > b:
4     # variante
5     a, b = b, a
6 print(a, b)
```

La notion de bloc

Sur cet exemple, on a vu un groupe de lignes commençant par des espaces, appelé **bloc**. Un bloc est utilisé pour regrouper plusieurs instructions dépendant de la même condition.

- Un tel groupe d'instructions est appelé un **bloc**
- Le décalage du début de ligne est appelé **indentation**
- Un bloc se termine quand une ligne **moins indentée** apparaît (sur l'exemple : `print(a, b)`)
- Pour indenter la ligne courante : touche "tabulation" (⇥)
- Pour désindenter une ligne : "Shift + tabulation" (⇧ + ⇥)
- Changer l'indentation change le sens du programme (essayez !)

```
1 from random import randint # randint permet de tirer un nombre alé
     atoire
2
3 tirage = randint(0,1)
4 print(tirage)
```

```
5  if tirage == 1:
6      print("Le résultat est :")
7      print("pile")
8
9  if tirage == 0:
10     print("Le résultat est :")
11     print("face")
```

Erreurs fréquentes liées à l'indentation :

```
1  if a > b  # oubli des deux points (:)
2      temp = a
3      a = b
4      b = temp
```

```
1  if a > b:
2      temp = a
3      a = b
4     b = temp  # ligne pas assez indentée
```

```
1  if a > b:
2      temp = a
3      a = b
4       b = temp  # ligne trop indentée
```

```
1  if a > b:
2  a, b = b, a  # oubli d'indentation
```

Conditionnelles `Si ... Sinon ...`

On peut ajouter un second bloc d'instructions - **Si** une certaine condition est vraie, exécuter le premier bloc - **Sinon**, exécuter le second - Enfin, continuer l'exécution normale du programme

Syntaxe :

```
1  # début
2  if condition:
3      # bloc v
4  else:
5      # bloc f
6  # suite
```

Ici `condition` est une expression booléenne

Seul *l'un des deux* blocs d'instructions, **v** *ou bien* **f**, est exécuté - Le bloc **v** uniquement

si `condition` est évaluée à `True` - Le bloc **f** uniquement si `condition` est évaluée à `False` - Dans tous les cas, reprise à l'instruction suivant le bloc **f**

Exemple : division euclidienne

```
dividende = int(input("Donnez moi un dividende : "))
diviseur = int(input("Donnez moi un diviseur : "))
if diviseur != 0:
    quotient = dividende // diviseur
    reste = dividende % diviseur
    print(dividende, '=', quotient, '*', diviseur, '+', reste)
else:
    print('Erreur : division par zéro')
```

Exemple : pile ou face ?

```
from random import randint # randint permet de tirer un nombre alé
   atoire

tirage = randint(0,1)
print(tirage)
if tirage == 1:
    print("pile")

if tirage == 0:
    print("face")
```

```
from random import randint # randint permet de tirer un nombre alé
   atoire

tirage = randint(0,1)
print(tirage)
if tirage == 1:
    print("pile")
else: # Dans ce cas, tirage vaut nécessairement 0
    print("face")
```

Exercice

Écrire un programme qui permet de jouer à pile ou face : 1. Demander à l'utilisateur de saisir 1 pour `pile` et `0` pour face 2. Tirer un nombre au hasard, l'afficher et afficher `Gagné !` ou `Perdu !` en fonction du résultat

On pourra améliorer le programme pour permettre de saisir directement `pile` ou `face` plutôt que 1 ou `0`.

```
from random import randint
nombre_choisi = int(input("Pile (1) ou face (0) ? "))
tirage = randint(0,1)
if tirage == nombre_choisi:
    print("Gagné !")
else:
    print("Perdu !")
```

```
from random import randint
choix = input("pile ou face ? ")
if choix == "pile":
    nombre_choisi = 1
else:
    nombre_choisi = 0
tirage = randint(0,1)
if tirage == 1:
    print("Le résultat est pile.")
else:
    print("Le résultat est face.")
if tirage == nombre_choisi:
    print("Gagné !")
else:
    print("Perdu !")
```

Exercices

1. Écrire un programme qui saisit un nombre entier et affiche `positif` si l'entier est positif ou nul et `negatif` sinon.
2. Écrire un programme qui saisit deux nombres entiers et affiche le plus grand des deux.

```
entier = int(input("Donnez moi un entier : "))
if entier >= 0:
    print("positif")
else:
    print("negatif")
```

```
entier1 = int(input("Donnez moi un premier entier : "))
entier2 = int(input("Donnez moi un deuxième entier : "))
print("L'entier le plus grand est", end = " ")
if entier1 > entier2:
    print(entier1)
else:
    print(entier2)
```

Conditionnelles composées

Cette construction peut être imbriquée :

```
# début
if <condition 1>:
    if <condition 2>:
        # bloc v1v2
    else:
        # bloc v1f2
    # suite 2
else:
    # bloc f1
# suite 1
```

Toutes les variantes sont possibles — si chaque `else` correspond à un `if` de même indentation !

Exemple : pile ou face, deux fois

Écrire un programme qui tire deux fois à pile ou face et affiche `Gagné` si les deux tirages sont `pile`, `Perdu` sinon.

```
from random import randint
tirage1 = randint(0,1)
print("Premier tirage :", tirage1)
if tirage1 == 1:
    tirage2 = randint(0,1)
    print("Second tirage :", tirage2)
    if tirage2 == 1:
        print("Gagné")
    else:
        print("Perdu")
else:
    print("Perdu")
```

Exemple : discriminant

On suppose qu'il existe trois variables `a`, `b` et `c` désignant des nombres. On veut déterminer le nombre de solutions réelles de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$. Les cas suivants sont à considérer :

- si `a` = `b` = `c` = 0, il y a une infinité de solutions
- si `a` = `b` = 0 et `c` $\neq$ 0, il n'y a pas de solution
- si `a` = 0 et `b` $\neq$ 0, il y a exactement une solution
- sinon, on calcule le discriminant Δ = b^2 - 4`ac` et,

- si $\Delta < 0$, il n'y a pas de solution ;
- si $\Delta = 0$, il y a exactement une solution ;
- sinon $\Delta > 0$ et il y a exactement deux solutions.

Écrire un programme qui demande à l'utilisateur de saisir au clavier les trois valeurs `a`, `b` et `c` et qui calcule et affiche le nombre de solutions **réelles** de l'équation du second degré associée.

```
a, b, c = ...

# Calcul et affichage du nombre de solutions
if a == 0:
    if b == 0:
        if c == 0:
            print("Une infinité de solutions")
        else:
            print("Pas de solution")
    else :
        print("Une solution")
else:
    delta = b ** 2 - 4 * a * c
    if delta < 0:
        print("Pas de solution")
    else:
        if delta == 0:
            print("Une solution")
        else:
            print("Deux solutions")
```

Conditionnelles enchaînées

Cas particulier où le bloc `else` contient seulement un autre `if` : le mot-clé `elif`

Le code…

```
# début
if <condition 1>:
    # bloc **v1**
else:
    if <condition 2>:
        # bloc **f1v2**
    else:
        # bloc **f1f2**
# suite
```

… s'écrit aussi :

```
# début
if <condition 1>:
```

```
    # bloc **v1**
elif <condition 2>:
    # bloc **f1v2**
else:
    # bloc **f1f2**
# suite
```

On peut ainsi enchaîner autant de conditions qu'on le souhaite, lorsque les cas ne se recouvrent pas :

```
# début
if <condition 1>:
    # bloc **v1**
elif <condition 2>:
    # bloc **f1v2**
elif <condition 3>:
    # bloc **f1f2v3**
else:
    # bloc **f1f2f3**
# suite
```

Exemple : pile ou face, deux fois (variante) Écrire un programme qui tire deux fois à pile ou face et affiche `Gagné` si les deux tirages sont différents (`pile` puis `face` ou bien `face` puis `pile`) et affiche `Perdu` sinon.

```
from random import randint
tirage1 = randint(0,1)
print("Premier tirage :", tirage1)
tirage2 = randint(0,1)
print("Second tirage :", tirage2)
if tirage1 == 1 and tirage2 == 1:
    print("Gagné")
elif tirage1 == 0 and tirage2 == 0:
    print("Gagné")
else:
    print("Perdu")
```

```
# Une variante
from random import randint
tirage1 = randint(0,1)
print("Premier tirage :", tirage1)
tirage2 = randint(0,1)
print("Second tirage :", tirage2)
if tirage1 == 1 and tirage2 == 1 or tirage1 == 0 and tirage2 == 0:
    print("Gagné")
else:
    print("Perdu")
```

```
# Une autre variante
```

```python
from random import randint
tirage1 = randint(0,1)
print("Premier tirage :", tirage1)
tirage2 = randint(0,1)
print("Second tirage :", tirage2)
if tirage1 == tirage2:
    print("Gagné")
else:
    print("Perdu")
```

Boucles

Comment faire si l'on veut répéter une instruction ?

Exemple : pile ou face, rejouer tant qu'on perd

Écrire un programme qui nous fait rejouer à pile ou face tant qu'on perd.

```python
# Un premier essai
from random import randint
tirage = randint(0,1)
nombre_choisi = int(input("Pile (1) ou face (0) ? "))
if tirage == nombre_choisi:
    print("Gagné")
else:
    print("Perdu. Essaye encore.")
    tirage = randint(0,1)
    nombre_choisi = int(input("Pile (1) ou face (0) ? "))
    if tirage == nombre_choisi:
        print("Gagné")
    # ...
    # Ça peut durer longtemps !
```

```python
# Un deuxième essai
from random import randint
gagne = False
while not(gagne):
    tirage = randint(0,1)
    nombre_choisi = int(input("Pile (1) ou face (0) ? "))
    if tirage == nombre_choisi:
        print("Gagné")
        gagne = True
    else:
        print("Perdu. Essaye encore.")
```

```python
# Une variante
```

```
from random import randint
tirage = 0
nombre_choisi = 1
while tirage != nombre_choisi:
    tirage = randint(0,1)
    nombre_choisi = int(input("Pile (1) ou face (0) ? "))
    if tirage != nombre_choisi:
        print("Perdu. Essaye encore.")
print("Gagné !")
```

Exemple : pile ou face, rejouer

Écrire un programme qui nous fait rejouer à pile ou face tant qu'on perd et qu'on veut rejouer.

```
from random import randint
rejouer = True
perdu = True
while rejouer and perdu:
    tirage = randint(0,1)
    nombre_choisi = int(input("Pile (1) ou face (0) ? "))
    if tirage == nombre_choisi:
        perdu = False
    else:
        print("Perdu.")
        reponse = input("Voulez-vous rejouer ? [o/n]")
        if reponse == "n":
            rejouer = False
if not perdu:
    print("Gagné")
```

Exemple : Compter de 1 à 100

```
# à corriger !
i = 0
while i < 100:
    print(i+1, end=" ")
    i = i + 1  # ou bien : i += 1
```

Exercice

1. Compter de 1 à 100 par pas de 2, de 3…
2. Compter 100 à 1 par pas de -1, de -2…
3. Compter de `a` à `b` par pas de `c` pour `a`, `b` et `c` trois entiers quelconques. Dans quels cas a-t-on des problèmes ?

```python
i = 1
pas = 4
while i <= 100:
    print(i, end=" ")
    i = i + pas  # ou bien : i += 1
```

```python
i = 100
pas = -4
while i > 0:
    print(i, end=" ")
    i = i + pas  # ou bien : i += 1
```

```python
a, b, c = 27, 42, 2
i = a
pas = c
while i <= b:
    print(i, end=" ")
    i = i + pas  # ou bien : i += 1
```

Exercice

1. Simuler le lancer de 10 000 pièces et calculer la proportion de “pile” obtenue
2. Simuler le lancer d’une pièce jusqu’à la première “face” obtenue, et afficher le nombre de lancers effectués

```python
nb_lancers = 1e6

i = 1
pile = 0
while i <= nb_lancers :
    lancer = randint(0, 1)
    if lancer == 0:
        pile += 1
    i += 1
print(pile/nb_lancers)
```

Exemple : Jouer à pierre-feuille-ciseau

```python
from random import randint

coup_humain = int(input("Pierre (1), feuille (2) ou ciseaux (3) ? "))

coup_ordi = randint(1, 3)
if coup_ordi == 1:
    print("L'ordinateur a joué pierre.")
elif coup_ordi == 2:
```

```
 9      print("L'ordinateur a joué feuille.")
10  else:
11      print("L'ordinateur a joué ciseaux.")
12
13  if coup_ordi == coup_humain:
14      print("Égalité.")
15  elif coup_humain == (coup_ordi + 1) % 3:
16      print("Vous avez gagné.")
17  else:
18      print("Vous avez perdu.")
```

Exercice

1. Expliquer la ligne 15
2. Expliquer ce qu'il se passe si l'humain entre 4.
3. Proposer de rejouer une partie
4. Afficher le nombre de parties jouées et le score final

Répétition simple

On peut répéter un bloc d'instructions grâce à une boucle « tant que » ou boucle `while` .

— **Si** une certaine condition est vraie, on va exécuter un certain bloc d'instructions ;
— **Sinon**, on va passer directement à la suite du programme ;
— Après chaque exécution du bloc, on réévalue la condition.

Vocabulaire :

— L'expression booléenne `condition` est appelée **condition de continuation**.
— Sa négation (`not condition`) est appelée **condition d'arrêt**.
— Le bloc d'instructions est appelé **corps de la boucle**.
— Chaque exécution du corps de la boucle est appelée **itération**.

Syntaxe :

```
1  # début
2  while condition:
3      # bloc d'instructions
4      # (corps de la boucle)
5  # suite
```

— `condition` est une **expression booléenne**
— corps exécuté uniquement si `condition` s'évalue à `True`
— après chaque exécution du corps, on réévalue `condition`
  — si `condition` s'évalue à `False`, sortie de la boucle

— sinon, nouvelle **itération**

Il peut n'y avoir aucune itération, ou un nombre infini !

Outil d'analyse : tableau de valeurs

Utile pour exécuter manuellement une boucle

— Une colonne pour indiquer le numéro de la dernière ligne du programme exécutée
— Une colonne pour indiquer le nombre d'itérations exécutées
— Une colonne par variable "intéressante"
— Une colonne pour la condition de continuation
— Éventuellement des colonnes explicatives supplémentaires

On remplit le tableau au moins pour **la ligne précédant la boucle** et pour **la dernière ligne du corps**

Exemple : Calculer a^p

On veut calculer 2^n (sans utiliser **).

Algorithme naïf : on remarque que $2^n = 2^{n-1} \times 2 = 1 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2$

1. on commence par fixer le résultat à 1
2. on multiplie le résultat par 2 n fois

```
1 a = 2
2 p = 4
3 res = 1  # pourquoi ?
4 i = 0
5 while i < p:
6     res = res * a
7     i = i + 1
8 print(a, "puissance", p, "égale", res)
```

```
1 2 puissance 4 égale 16
```

ligne	itération	a	p	res	i	i < p	commentaire
1		2					
2		-	4				
3		-	-	1			

ligne	itération	`a`	`p`	`res`	`i`	`i < p`	commentaire
4		-	-	-	0	`True`	
5		-	-	-	-	`True`	condition vraie, on entre
6	1	-	-	2	-	`True`	
7	1	-	-	-	1	`True`	fin de la 1e itération
5		-	-	-	-	`True`	condition vraie, on continue
6	2	-	-	4	-	`True`	
7	2	-	-	-	2	`True`	fin de la 2e itération
5		-	-	-	-	`True`	condition vraie, on continue
6	3	-	-	8	-	`True`	
7	3	-	-	-	3	`True`	fin de la 3e itération
5		-	-	-	-	`True`	condition vraie, on continue
6	4	-	-	16	-	`True`	
7	4	-	-	-	4	`False`	fin de la 4e itération
5		-	-	-	-	`False`	condition fausse, on arrête
8		-	-	-	-	`False`	suite du programme

Remarques : - après la ligne 4 et chaque exécution de la ligne 7 on a `res == a**i` - `i` se rapproche de `p` à chaque tour sans le dépasser

Version “compacte” sans regarder toutes les lignes ni les variables qui ne changent pas :

ligne	itération	`res`	`i`	`i < p`	commentaire
4		1	0	`True`	juste avant la première itération
7	1	2	1	`True`	à la fin de la 1e itération
7	2	4	2	`True`	à la fin de la 2e itération
7	3	8	3	`True`	à la fin de la 3e itération
7	4	16	4	`False`	à la fin de la 4e itération (sortie)

ligne	itération	`res`	`i`	`i < p`	commentaire

Remarques : - pendant tout le programme `a` vaut 2 et `p` vaut 4 - après la ligne 4 et chaque exécution de la ligne 7 on a `res == a**i` - `i` se rapproche de `p` à chaque tour sans le dépasser - à la fin de la dernière itération `i == p` et donc `res == a**p`

Variante

```
1 a = 2
2 p = 4
3 res = 1
4 i = p  # changement !
5 while i > 0:  # changement !
6     res *= a
7     i -= 1  # changement !
8 print(a, "puissance", p, "égale", res)
```

Tableau de valeurs compact :

ligne	itération	res	i	i > 0	commentaire
4		1	4	`True`	avant la première itération
7	1	2	3	`True`	
7	2	4	2	`True`	
7	3	8	1	`True`	
7	4	16	0	`False`	sortie de la boucle

Remarques : - pendant tout le programme `a` vaut 2 et `p` vaut 4 - après la ligne 4 et chaque exécution de la ligne 7 on a `res == a**(p-i)` - la valeur de `i` est positive au début et décroît strictement - à la fin de la dernière itération `i == 0` et donc `res == a**(p-0)== a**p`

Terminaison et correction d'une boucle

En général rien ne garantit :

— qu'une boucle `while` va se terminer un jour

```
1 while(True):
2     print("spam")
```

— ni qu'elle produit le bon effet

Pour cela il faut en général faire des **preuves**

Les deux sections suivantes présentent des méthodes classiques pour présenter ces preuves : elles ne sont pas exigibles au contrôle. Néanmoins intéressantes et importantes, elles seront d'ailleurs détaillées dans le cours *Algorithmique et structures de données* en L2.

Preuve de terminaison : variant Méthode possible pour montrer qu'une boucle termine

- montrer qu'une certaine quantité décroît strictement à chaque tour de boucle
- montrer qu'elle ne peut pas décroître indéfiniment

On appelle une telle quantité **variant de boucle**, son existence garantit la terminaison

Exemple : algorithme d'Euclide Algorithme de l'antiquité permettant de déterminer le PGCD de deux nombres entiers

```
1 a0, b0 = 129, 36  # entiers positifs quelconques
2
3 a, b = a0, b0
4 while b > 0:
5     r = a % b
6     a = b
7     b = r
8
9 print("le pgcd de", a0, "et", b0, "est", a)
```

Pourquoi l'algorithme termine-t-il ?

- on peut choisir comme variant la **valeur de** `b`
- initialement, `b > 0`
- la boucle ne s'exécute pas si `b <= 0`
- la valeur de `b` décroît strictement

Comme il ne peut exister de suite infinie strictement décroissante d'entiers positifs, la boucle termine

On peut repérer le variant dans le **tableau de valeurs**

ligne	itération	`a`	`b`	`a % b`	commentaire
3		129	36	21	avant la boucle
7	1	36	21	15	fin de 1e itération

ligne	itération	a	b	a % b	commentaire
7	2	21	15	6	…
7	3	16	6	3	
7	4	6	3	0	
7	5	3	0	-	on va sortir de la boucle

Variant : la valeur de `b` est positive au début et décroît strictement

Preuve de correction : invariant Méthode possible pour montrer qu'une boucle produit le bon effet :

- montrer qu'une certaine propriété I est vraie avant l'entrée dans la boucle
- montrer que **si** I est vraie au début du corps **alors** elle est encore vraie à la fin
- en déduire que I est vraie à la sortie de la boucle

On appelle une telle propriété **invariant**, son existence peut permettre de garantir la correction

Exemple : retour sur le calcul de puissance

```
1 a = 2
2 p = 4
3 res = 1
4 i = 0
5 while i < p:
6     res *= a
7     i += 1
8 print(a, "puissance", p, "égale", res)
```

ligne	itération	res	i	i < p	commentaire
4		1	0	True	juste avant la première itération
7	1	2	1	True	à la fin de la 1e itération
7	2	4	2	True	à la fin de la 2e itération
7	3	8	3	True	à la fin de la 3e itération
7	4	16	4	False	à la fin de la 4e itération (sortie)

Remarques : - **Variant :** `p - i` décroît de 1 à chaque tour et la boucle s'arrête quand

il atteint `0` - **Invariant :** après la ligne 4 et chaque exécution de la ligne 7 on a `res == a**i` - **En sortie de boucle :** `i == p` et donc `res == a**p`

Variante

```
1 a = 2
2 p = 4
3 res = 1
4 i = p
5 while i > 0:
6     res *= a
7     i -= 1
8 print(a, "puissance", p, "égale", res)
```

ligne	itération	res	i	i > 0	commentaire
4		1	4	True	avant la première itération
7	1	2	3	True	
7	2	4	2	True	
7	3	8	1	True	
7	4	16	0	False	sortie de la boucle

Remarques : - **Variant :** `i` décroît de 1 à chaque tour et la boucle s'arrête quand il atteint 0 - **Invariant :** après la ligne 4 et chaque exécution de la ligne 7 on a `res == a**(p-i)` - **En sortie de boucle :** `i == 0` et donc `res == a**(p-0)== a**p`

Exemple : encadrer un nombre On veut encadrer un nombre positif n entre deux puissances successives d'un nombre b. On cherche l'unique entier k tel que :

$$b^k \leq n < b^{k+1}$$

On appelle parfois k le *logarithme entier* de n en base b, parce que

$$k \leq \log_b n < k + 1$$

Par exemple :

- pour $b = 10$ on a $10^3 \leq 1024 < 10^4$, donc $k = 3$.
- pour $b = 2$ on a $2^{10} \leq 1024 < 2^{11}$, donc $k = 10$.

```
1 n = 1000  # le nombre à encadrer
2 b = 10    # base de la puissance
```

```
3 exp = 0   # exposant courant
4 temp = 1  # valeurs successives de b**exp
5 while temp <= n:
6     temp *= b
7     exp += 1
8 print("le plus petit k tel que", b, "à la puissance k "
9       "est inférieur ou égal à", n, "est", exp-1)  # compléter
```

ligne	temp	exp	temp < n	commentaire
4	1	0	`True`	avant la première itération
7	10	1	`True`	
7	100	2	`True`	
7	1000	3	`True`	
7	10000	4	`False`	on sort de la boucle

— **Variant :** `n - temp` initialement ≥ 0, diminue à chaque tour
— **Invariant** (simplifié) lignes 4 et 7 : `temp == 10**exp` et `10**(exp-1)<= n`
— **À la fin :** `10**(exp-1)<= n` et `10**exp > n`, autrement dit `10**(exp-1)<= n < 10**exp`

Exemple : convertir un nombre en binaire Le nombre 42 s'écrit `101010` en binaire parce que

$$\begin{aligned}42 &= 0 + 2 \times 21 \\ &= 0 + 2 \times (1 + 2 \times 10)) \\ &= \ldots \\ &= 0 + 2 \times (1 + 2 \times (0 + 2 \times (1 + 2 \times (0 + 2 \times (1 + 2 \times 0))))) \\ &= 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5\end{aligned}$$

```
1 bin(42)
```

Algorithme de conversion de $n > 0$ en binaire :

1. Calculer le quotient q et le reste r de n par 2
2. Ajouter r comme nouveau chiffre à **gauche** du résultat
3. Poser $n = q$ et recommencer en 1 si $n > 0$

Suite de l'exemple :

$$
\begin{aligned}
42 &= 2 * 21 + 0 &&\rightarrow \text{chiffre } 0\\
21 &= 2 * 10 + 1 &&\rightarrow \text{chiffre } 1\\
10 &= 2 * 5 + 0 &&\rightarrow \text{chiffre } 0\\
5 &= 2 * 2 + 1 &&\rightarrow \text{chiffre } 1\\
2 &= 2 * 1 + 0 &&\rightarrow \text{chiffre } 0\\
1 &= 2 * 0 + 1 &&\rightarrow \text{chiffre } 1
\end{aligned}
$$

```python
n = 42
k = n
res = ""  # on utilise une chaîne
while k > 0:
    q = k // 2
    r = k % 2
    res = str(r) + res
    k = q
print(res)
```

ligne	itér	k	r	res	k $\times 2^{\text{itér}}$	val. res	k > 0	commentaire
3	0	42		''	$42 \times 2^0 = 42$	0	True	avant la première itération
8	1	21	0	'0'	$21 \times 2^1 = 42$	0	True	fin de la 1e itération
8	2	10	1	'10'	$10 \times 2^2 = 40$	2	True	
8	3	5	0	'010'	$5 \times 2^3 = 40$	2	True	
8	4	2	1	'1010'	$2 \times 2^4 = 32$	10	True	
8	5	1	0	'01010'	$1 \times 2^5 = 32$	10	True	
8	6	0	1	'101010'	$0 \times 2^6 = 32$	42	False	sortie de la boucle

— **Invariant** : `res` contient les (nombre d'itérations) derniers chiffres de la conversion de `n` en binaire

$k \times 2^{(\text{itér})} +$ (valeur de res) $= n$

— **Variant :** `n - temp` initialement ≥ 0, diminue à chaque tour

Exercice : - dresser le tableau de valeurs pour $n = 25$ - adapter l'algorithme pour convertir n en base 4, puis en base $b < 10$

ref : Compter comme les Shadoks

Exercice : quel est l'invariant de boucle pour l'algorithme d'Euclide ?