NOM, Prénom :

Contrôle 03

NSI2

Exercice 1 (bac 2021)

Cet exercice porte sur les arbres binaires de recherche, la programmation orientée objet et la récursivité.

Dans cet exercice, la taille d'un arbre est le nombre de nœuds qu'il contient. Sa hauteur est le nombre de nœuds du plus long chemin qui joint le nœud racine à l'une des feuilles (nœuds sans sous-arbres). On convient que la hauteur d'un arbre ne contenant qu'un nœud vaut 1 et la hauteur de l'arbre vide vaut 0.

On considère l'arbre binaire représenté ci-dessous :

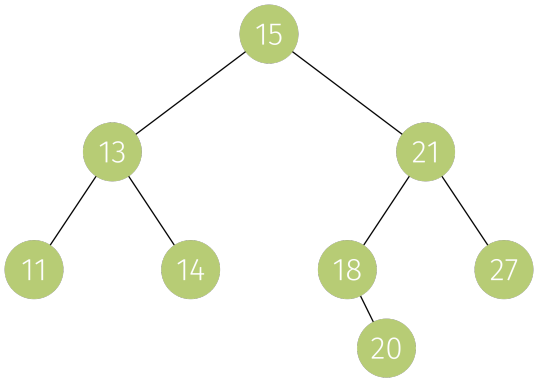
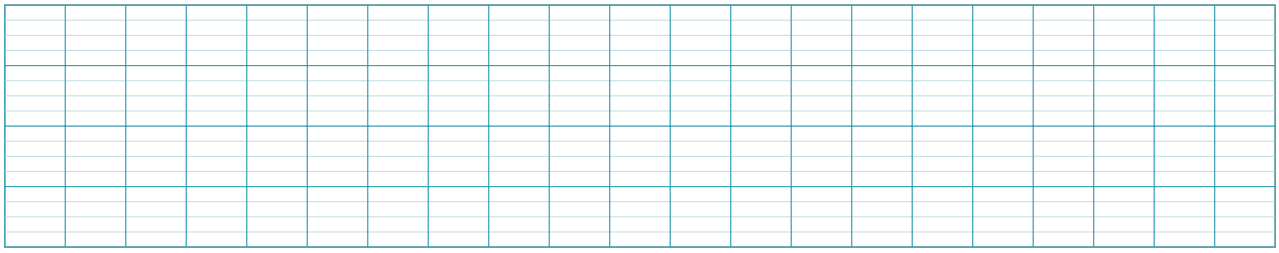


Figure 1

Donner la taille et la hauteur de cet arbre.

1. Représenter ci-dessous le sous-arbre droit du nœud de valeur 15.

2. Justifier que l'arbre de la figure 1 est un arbre binaire de recherche.



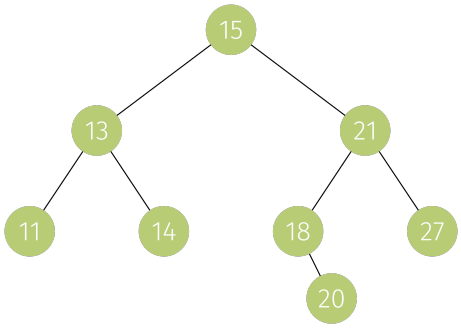
On insère la valeur 17 dans l'arbre de la figure 1 de telle sorte que 17 soit une nouvelle feuille de l'arbre et que le nouvel arbre obtenu soit encore un arbre binaire de recherche.

3. Représenter ci-dessous ce nouvel arbre.

On considère la classe `Noeud` définie de la façon suivante en Python :

```
class Noeud:
    def __init__(self, g, v, d):
        self.gauche = g
        self.valeur = v
        self.droit = d
```

4. Parmi les trois instructions suivantes, entourer celle qui construit et stocke dans la variable abr l'arbre représenté ci-dessous.




```
abr = Noeud(Noeud(Noeud(None, 13, None), 15, None), 21, None)
abr = Noeud(None, 13, Noeud(Noeud(None, 15, None), 21, None))
abr = Noeud(Noeud(None, 13, None), 15, Noeud(None, 21, None))
```

La fonction `ins` ci-dessous qui prend en paramètres une valeur `v` et un arbre binaire de recherche `abr` et qui renvoie l'arbre obtenu suite à l'insertion de la valeur `v` dans l'arbre `abr`.
Les lignes 8 et 9 permettent de ne pas insérer la valeur `v` si celle-ci est déjà présente dans `abr`.

```
1 def ins(v, abr):
2   if abr is None:
3       return Noeud(None, v, None)
4   if v > abr.valeur:
5       return Noeud(abr.gauche, abr.valeur, ins(v, abr.droit))
6   elif v < abr.valeur:
7       return ..........................................
8   else:
9   return abr
```

5. Compléter le code de la fonction `ins`.

La fonction `nb_sup` ci dessous prend en paramètres une valeur `v` et un arbre binaire de recherche `abr` et renvoie le nombre de valeurs supérieures ou égales à la valeur `v` dans l'arbre `abr`.
Le code de cette fonction `nb_sup` est donné ci-dessous :

```
def nb_sup(v, abr):
    if abr is None:
        return 0
    else:
        if abr.valeur >= v:
            return 1 + nb_sup(v, abr.gauche) + nb_sup(v, abr.droit)
        else:
            return nb_sup(v, abr.gauche) + nb_sup(v, abr.droit)
```

On exécute l'instruction `nb_sup(16, abr)` dans laquelle `abr` est l'arbre initial de la figure 1.

6. Déterminer le nombre d'appels à la fonction `nb_sup` lors de cette exécution.

L'arbre passé en paramètre étant un arbre binaire de recherche, on peut améliorer la fonction `nb_sup` précédente afin de réduire ce nombre d'appels.

7. Écrire sur la copie le code modifié de cette fonction.

Exercice 2 (bac 2023)

Cet exercice porte sur les arbres binaires, les files et la programmation orientée objet. Cet exercice comporte deux parties indépendantes.

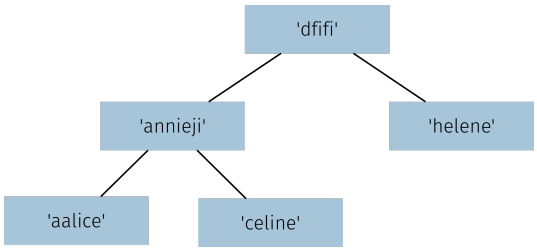
Partie 1

Une entreprise stocke les identifiants de ses clients dans un arbre binaire de recherche.
On rappelle qu'un arbre binaire est composé de nœuds, chacun des nœuds possédant éventuellement un sous-arbre gauche et éventuellement un sous-arbre droit.
La taille d'un arbre est le nombre de nœuds qu'il contient. Sa hauteur est le nombre de nœuds du plus long chemin qui joint le nœud racine à l'une des feuilles. On convient que la hauteur d'un arbre ne contenant qu'un nœud vaut 1 et celle de l'arbre vide vaut 0.
Dans cet arbre binaire de recherche, chaque nœud contient une valeur, ici une chaîne de caractères, qui est, avec l'ordre lexicographique (celui du dictionnaire) :

– strictement supérieure à toutes les valeurs des nœuds du sous-arbre gauche ;

– strictement inférieure à toutes les valeurs des nœuds du sous-arbre droit.

Ainsi les valeurs de cet arbre sont toutes distinctes. On considère l'arbre binaire de recherche suivant :



1. Donner sa taille et sa hauteur.

2. Recopier ci-dessous cet arbre après l'ajout des identifiants suivants : `'davidbg'` et `'papicoeur'` dans cet ordre.

3. On décide de parcourir cet arbre pour obtenir la liste des identifiants dans l'ordre lexicographique. Quel parcours doit-on utiliser ?

Pour traiter informatiquement les arbres binaires, nous allons utiliser une classe `ABR` .
Un arbre binaire de recherche, nommé `abr` dispose des méthodes suivantes :

- `abr.est_vide()` : renvoie `True` si `abr` est vide et `False` sinon.
- `abr.racine()` : renvoie l'élément situé à la racine de `abr` si `abr` n'est pas vide et `None` sinon.
- `abr.sg()` : renvoie le sous-arbre gauche de `abr` s'il existe et `None` sinon.
- `abr.sd()` : renvoie le sous-arbre droit de `abr` s'il existe et None sinon.

On a commencé à écrire une méthode récursive `present` de la classe `ABR`, où le paramètre `identifiant` est une chaîne de caractères et qui renvoie `True` si `identifiant` est dans l'arbre et `False` sinon.

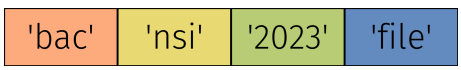
4. Compléter ce code

Python

```
def present(self, identifiant):
    if self.est_vide():
        return False
    elif self.racine() == identifiant:
        return ...
    elif self.racine() < identifiant:
        return self.sd(). ...
    else:
        return ...
```

Partie 2

On considère une structure de données file que l'on représentera par des éléments en ligne, l'élément à droite étant la tête de la file et l'élément à gauche étant la queue de la file. On appellera `f1` la file suivante :



On suppose que les quatre fonctions suivantes ont été programmées préalablement en langage Python :

- `creer_file()` : renvoie une file vide ;

- `est_vide(f)` : renvoie `True` si la file `f` est vide et `False` sinon ;
- `enfiler(f, e)` : ajoute l'élément `e` à la queue de la file `f` ;
- `defiler(f)` : renvoie l'élément situé à la tête de la file `f` et le retire de la file.

5. Donner le résultat renvoyé après l'appel de la fonction `est_vide(f1)`.

6. Représenter la file `f1` après l'exécution du code `defiler(f1)`.

7. Représenter la file `f2` après l'exécution du code suivant :

Python

```
f2 = creer_file()
liste = ['castor', 'python', 'poule']
for elt in liste:
    enfiler(f2, elt)
```

8. Compléter la fonction `longueur` qui prend en paramètre une file `f` et qui renvoie le nombre d'éléments qu'elle contient.
Après un appel à la fonction, la file `f` doit retrouver son état d'origine.

Python

```
def longueur(f):
    resultat = 0
    g = creer_file()
    while ... :
        elt = defiler(f)
        resultat = ...
        enfiler(... , ...)
    while not(est_vide(g)):
        enfiler(f, defiler(g))
```

```
    return resultat
```

Un site impose à ses clients des critères sur leur mot de passe. Pour cela il utilise la fonction `est_valide` qui prend en paramètre une chaîne de caractères `mot` et qui retourne `True` si mot correspond aux critères et `False` sinon.

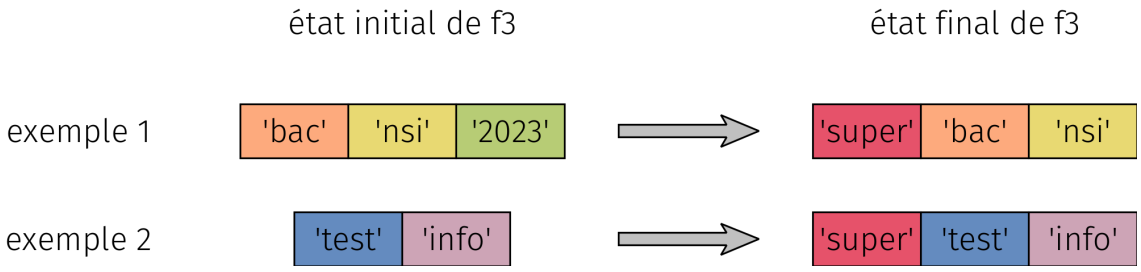
Python

```
def est_valide(mot):
    if len(mot) < 8:
        return False
    for c in mot:
        if c in ['!', '#', '@', ';', ':']:
        return True
    return False
```

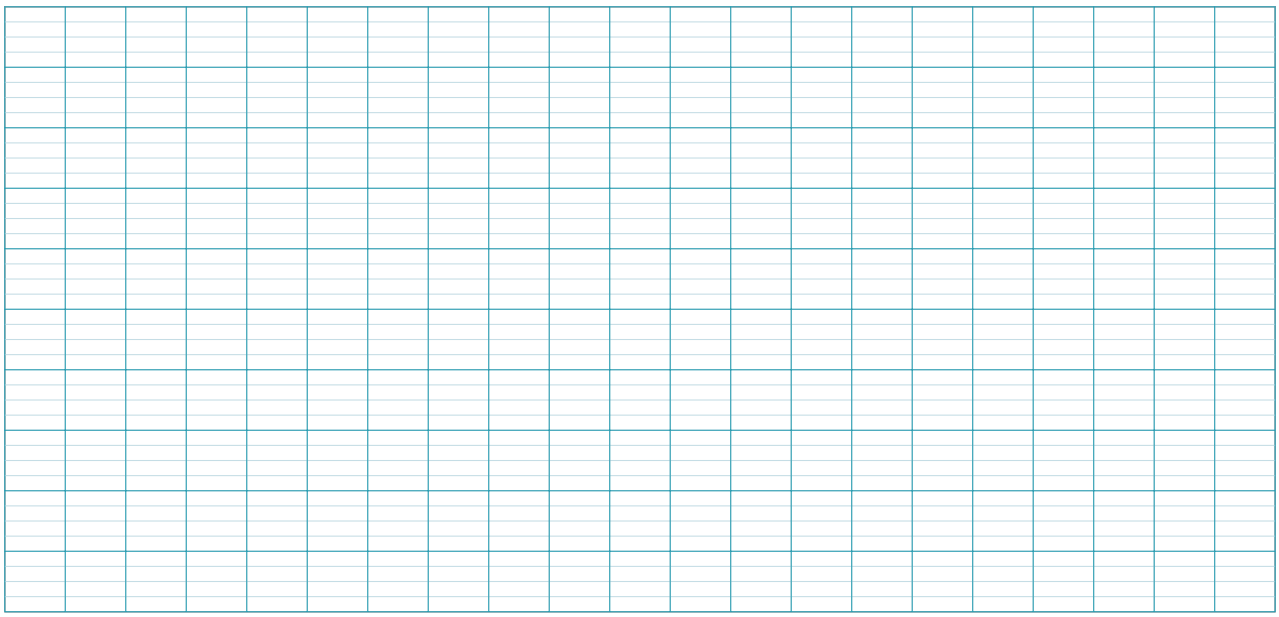
9. Entourer le ou les mots validés par cette fonction.

- `'best@'`
- 'paptap23'
- '2!@59fgds'

La figure suivante montre, sur deux exemples, l'évolution d'une file `f3` après l'exécution de l'instruction `ajouter_mot(f3, 'super')` :



10. Écrire le code de cette fonction `ajouter_mot` qui prend en paramètres une file `f` (qui a au plus 3 éléments) et une chaîne de caractères valide `mdp` . Cette fonction met à jour la file de stockage `f` des mots de passe en y ajoutant `mdp` et en défilant, si nécessaire, pour avoir au maximum trois éléments dans cette file.
On pourra utiliser la fonction `longueur` définie précédemment.



Pour intensifier sa sécurité, le site stocke les trois derniers mots de passe dans une file et interdit au client lorsqu'il change son mot de passe d'utiliser l'un des mots de passe stockés dans cette file.

11. Compléter la fonction `mot_file` :

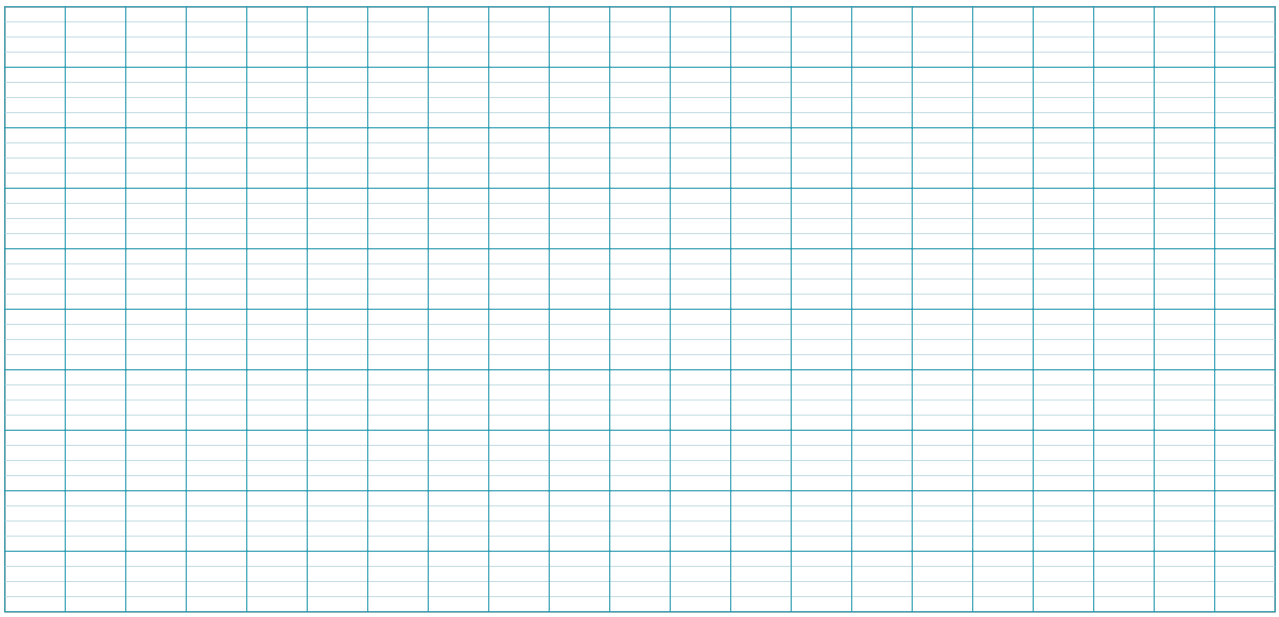
- qui prend en paramètres une file `f` et `mdp` de type chaîne de caractères ;
- qui renvoie `True` si le mot de passe est un élément de la file `f` et `False` sinon.

Après un appel à cette fonction, la file `f` doit retrouver son état d'origine.

Python

```
def mot_file(f, mdp):
    g = creer_file()
    present = False
    while not(est_vide(f)):
        elt = defiler(f)
        enfiler(g, elt)
        if ...:
            present = ...
    while not(est_vide(g)):
        enfiler(f, defiler(g))
    return present
```

12. Écrire une fonction `modification` qui prend en paramètres une file `f` et une chaîne de caractères `nv_mdp`. Si le mot de passe `nv_mdp` répond bien aux deux exigences des questions **9.** et **11.** , alors elle modifie la file des mots de passe stockés et renvoie `True` . Dans le cas contraire, elle renvoie `False`.
On pourra utiliser les fonctions `mot_file` , `est_valide` et `ajouter_mot`.



Exercice 3

On implémente une structure d'arbre binaire grâce à la classe `Node` du cours, dont voici un extrait :

Python

```python
class Node:
    def __init__(self, v, left=None | int, right=None | int):
        self.value = v
        self.left = left  # vaut None ou bien un entier
        self.right = right  # vaut None ou bien un entier
```

La notation `None | int` signifie que le paramètre concerné peut être `None` ou une valeur de type `int`.

On aimerait savoir, étant donnée une instance de la classe `Node` nommée `root`, si **1.** Q