

Exercice 1:

Chemin hamiltonien : (A,C,E,G,B,D,F)

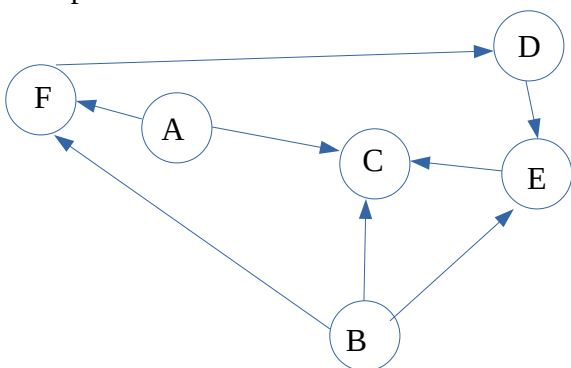
Circuit de longueur trois : (G,B,D,G)

Circuit de longueur quatre : (A,C,E,D,A)

Exercice 2 :

1) (A,F,D,E) ; (B,F,D,E) ; (F,D,E,C)

2) Il n'existe pas de chemin de longueur 5 car nous pouvons voir dans ce graphes ci-dessous qu'il n'y en a pas :



Et aussi car la matrice M^5 , qui permet de déterminer si il y a des chemins de longueurs 5 et de savoir leurs points de départ et d'arrivé, est une matrice nulle.

3) Ce graphe ne possèdent pas de circuit car aucun sommets n'a de chemins venant de lui et finissant sur lui-même cela peut se confirmer avec les matrices M , M^2 , M^3 et M^4 .

$M=$

$$\begin{Bmatrix} 0;0;1;0;0;1 \\ 0;0;1;0;1;1 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;1;0 \\ 0;0;1;0;0;0 \\ 0;0;0;1;0;0 \end{Bmatrix}$$

M²=

$$\left\{ \begin{array}{l} 0;0;0;1;0;0 \\ 0;0;1;1;0;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;1;0;0;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;1;0 \end{array} \right\}$$

M³=

$$\left\{ \begin{array}{l} 0;0;0;0;1;0 \\ 0;0;0;0;1;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;1;0;0;0 \end{array} \right\}$$

M⁴ =

$$\left\{ \begin{array}{l} 0;0;1;0;0;0 \\ 0;0;1;0;0;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;0;0 \end{array} \right\}$$

Exercice 3 :

1)

M=

$$\left\{ \begin{array}{l} 0;0;0;0;1 \\ 1;0;1;0;1 \\ 0;0;0;0;0 \\ 1;0;1;0;0 \\ 0;0;0;0;0 \end{array} \right\}$$

2)

M²=

$$\left\{ \begin{array}{l} 0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;1 \\ 0;0;0;0;0 \\ 0;0;0;0;1 \\ 0;0;0;0;0 \end{array} \right\}$$

M^3 et M^4 sont nuls car le graphes ne possèdent aucun chemins de longueurs 3 et 4.

$$M + M^2 + M^3 + M^4 =$$

$$\begin{Bmatrix} 0;0;0;0;1 \\ 1;0;1;0;2 \\ 0;0;0;0;0 \\ 1;0;1;0;1 \\ 0;0;0;0;0 \end{Bmatrix}$$

En remplaçant tout les chiffres supérieurs à 1 nous obtenons :

$$M^\wedge =$$

$$\begin{Bmatrix} 0;0;0;0;1 \\ 1;0;1;0;1 \\ 0;0;0;0;0 \\ 1;0;1;0;1 \\ 0;0;0;0;0 \end{Bmatrix}$$

3)

Pour réaliser la fermeture transitive du graphe il faut rajouter l'arc $D \rightarrow E$.