Cornet
Yohann

BTS SIO2
28/04/2020

Mathématique
Devoir Maison

Exercice 1 :

Chemin hamiltonien : *A ; C ; E ; G ; B ; D ; F*
Circuit hamiltonien de longueur 3 : *G ; B ; D*
Circuit hamiltonien de longueur 4 : *D ; A ; C ; E*

Exercice 2 :

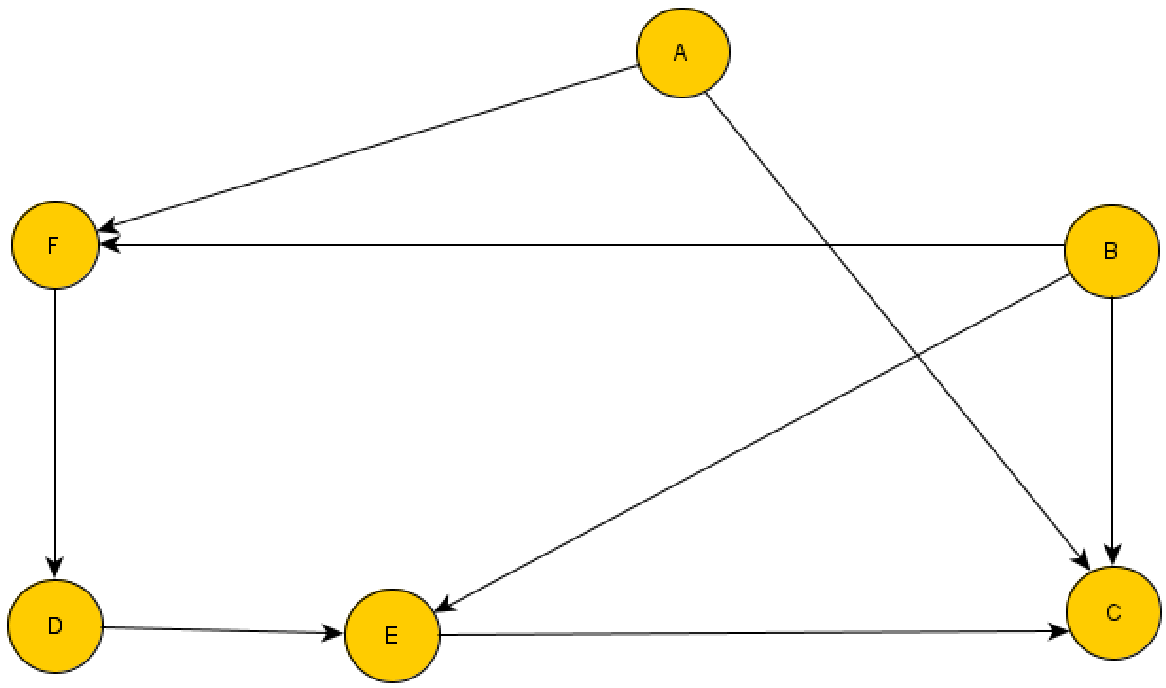
Tableau de prédécesseurs :

Sommet	A	B	C	D	E	F
Prédécesseurs	-	-	A ; B ; E	F	B ; D	A ; B

Matrice d'adjacence :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Je reproduis désormais le graphe :



Pour les chemins de longueurs 3, je calcul la matrice d'adjacence M^3 :

$$M^3 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Liste des chemins de longueurs 3 :

- *A ; F ; D ; E*
- *B ; F ; D ; E*
- *F ; D ; E ; C*

Pour montrer qu'il n'existe pas de chemins de longueur 4, je calcul la matrice d'adjacence M^4 :

$$M^4 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

C'est faux, car il existe 2 chemins de longueur 4 :

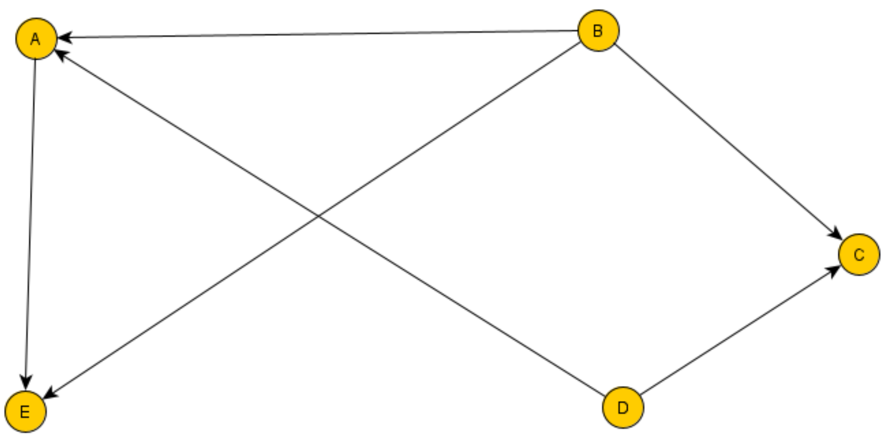
- *A ; F ; D ; E ; C*
- *B ; F ; D ; E ; C*

Pour vérifier qu'il n'existe pas de circuit hamiltonien, on calcul M^n, sachant que n est le nombre de sommet présent dans le graphe (ici n = 6)

$$M^6 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Du fait que la matrice M^6 est nulle alors ça veut qu'il n'y a pas de circuit hamiltonien dans le graphes.

<u>Exercice 3 :</u>



Matrice d'adjacence :

$$M = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Afin de calculer la matrice de fermeture transitive, je calcule les matrices M^2 ; M^3 ; M^4 dans un premier temps

$$M^2 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$M^3 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

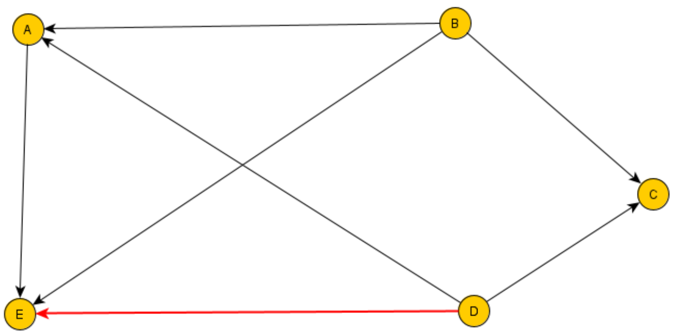
$$M^4 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Je calcule ensuite $\hat{M}$

$$\widehat{M} = M + M^2 + M^3 + M^4$$

$$\widehat{M} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Donc $\widehat{M} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$



On rajoute l'arc en rouge sur le graphe