Logarithme binaire

Point technique

NSI2

29 novembre 2021

Des égalités connues

On sait déjà que :

Des égalités connues

On sait déjà que :

- 4 est une puissance de 2 car c'est 2^2.

Des égalités connues

On sait déjà que :

- 4 est une puissance de 2 car c'est 2^2.
- $0,125 = \dfrac{1}{8} = 2^{-3}$.

Des égalités connues

On sait déjà que :

- 4 est une puissance de 2 car c'est 2^2.
- $0,125 = \frac{1}{8} = 2^{-3}$.
- $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ puisque $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2^1$.

Des égalités connues

On sait déjà que :

- 4 est une puissance de 2 car c'est 2^2.
- $0,125 = \dfrac{1}{8} = 2^{-3}$.
- $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ puisque $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2^1$.

Cela se généralise…

Définition de la fonction logarithme binaire

On admet que tout réel strictement positif x est une puissance de 2 (pas nécessairement entière).

Définition de la fonction logarithme binaire

On admet que tout réel strictement positif x est une puissance de 2 (pas nécessairement entière).

Définition

$\forall x \in]0\ ;\ +\infty[$ il existe un unique réel y tel que $x = 2^y$.

On admet que tout réel strictement positif x est une puissance de 2 (pas nécessairement entière).

Définition

$\forall x \in \,]0\ ;\ +\infty[$ il existe un unique réel y tel que $x = 2^y$.
On note ce réel $\log_2 x$, ceci permet de définir la fonction logarithme binaire.

Définition de la fonction logarithme binaire

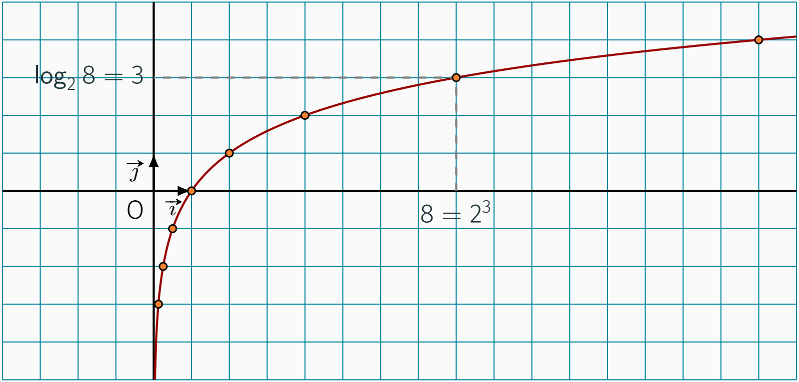
On admet que tout réel strictement positif x est une puissance de 2 (pas nécessairement entière).

Définition

$\forall x \in \,]0\,;\,+\infty[$ il existe un unique réel y tel que $x = 2^y$.
On note ce réel $\log_2 x$, ceci permet de définir la fonction logarithme binaire.

$$y = \log_2 x \iff x = 2^y$$

Représentation graphique



Intérêt en informatique

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On sait que si

$$2^{p-1} \leq n < 2^p$$

alors n s'écrit avec p bits en binaire.

Intérêt en informatique

Soit $n \in \mathbf{N}^*$. On sait que si

$$2^{p-1} \leq n < 2^p$$

alors n s'écrit avec p bits en binaire.

Exemple

$256 \leq 441 < 512$, c'est-à-dire $2^8 \leq 441 < 2^9$ et ainsi 441 s'écrit avec 9 bits en binaire.
D'ailleurs $441 = (1\,1011\,1001)_2$.

Intérêt en informatique

Soit $n \in \mathbf{N}^*$. On sait que si

$$2^{p-1} \leq n < 2^p$$

alors n s'écrit avec p bits en binaire.

Exemple

$256 \leq 441 < 512$, c'est-à-dire $2^8 \leq 441 < 2^9$ et ainsi 441 s'écrit avec 9 bits en binaire.
D'ailleurs $441 = (1\,1011\,1001)_2$.

On peut utiliser la fonction logarithme binaire pour retrouver ce résultat.

Intérêt en informatique

Propriété

Soit $n \in \mathbb{N}$, le nombre de bits nécessaires pour écrire n en binaire est

$$\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$

Exemples

Exemple 1

$\log_2 441 \simeq 8,7$, la partie entière de $8,7$ est 8, augmentée de 1, cela nous donne 9 bits.

Exemples

Exemple 1

$\log_2 441 \simeq 8,7$, la partie entière de $8,7$ est 8, augmentée de 1, cela nous donne 9 bits.

Exemple 2

$\log_2 131072 = 17$, augmenté de 1, cela nous donne 18 bits.

Calculer un logarithme binaire

Pour calculer un logarithme binaire on peut se servir de la fonction logarithme népérien, notée $\ln$. En effet pour tout réel strictement positif x on a

$$\log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$