BTSSIO

Matrices - Exercices

Exercice 1

Dans un parc d'une ville, deux marchands ambulants vendent des beignets, des crêpes et des gaufres. On a noté les ventes de chacun pour samedi et dimanche derniers.

Marchand 1

	beignets	crêpes	gaufres
samedi	20	36	12
dimanche	26	40	18

Marchand 2

	beignets	crêpes	gaufres
samedi	30	40	22
dimanche	30	48	38

On peut retenir l'information donnée par un tableau en conservant uniquement les nombres disposés de la même façon. On représente le 1er tableau par la matrice A :

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 36 & 12 \\ 26 & 40 & 18 \end{pmatrix}$$

1. Donner la matrice B représentant le deuxième tableau.
2. Que valent a_{12}, a_{11}, a_{23} et b_{11} ?
3. Calculer $A + B$ et donner la signification de la matrice.
4. Calculer $A - B$ et donner la signification de la matrice.
5. Samedi et dimanche prochains, weekend de fête, on prévoit que les ventes vont augmenter de 50%.
   Par quel nombre k faut-il multiplier chacune des ventes du 1er marchand ? Écrire la matrice kA.
   Donner la matrice kB correspondant aux ventes du 2^{e} marchand.
6. Un beignet est vendu 2 euros, une crêpe 1 euro et une gaufre 1,50 euro.
   On note V la matrice des prix de vente
   $$V = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$
   Quelle opération matricielle donne le montant des ventes par jour pour le 1er marchand ? Pour le 2^{e} ?
7. Les deux marchands travaillent pour le compte du même patron, qui leur demande de calculer les coûts d'achats et les revenus pour chaque jour. Le coût d'achat d'un beignet est 0,40 euro, d'une crêpe 0,25 euro, d'une gaufre 0,30 euro. On note T la matrice donnant prix d'achat et prix de vente par catégorie
   $$T = \begin{pmatrix} 0,4 & 2 \\ 0,25 & 1 \\ 0,3 & 1,5 \end{pmatrix}$$
   Quelle opération matricielle permet le calcul des coûts d'achat et revenus par jour pour le 1er marchand ? Calculer, de même, les coûts d'achats et les revenus par jour pour le 2^{e} marchand puis, globalement, pour le patron.

Exercice 2 - Calculs à la main

On considère les matrice $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.

1. Montrer *à la main* que A et B sont inverses.

2. On considère le système (S) suivant :

$$\begin{cases} -5x + 2y & = 7 \\ -3x + y & = 8 \end{cases}$$

Montrer que ce système peut se réécrire matriciellement

$$AX = Y$$

et préciser X et Y

3. En déduire *à la main* les solutions du système (S).

Exercice 3 - Avec calculatrice

On considère les matrice $A = \begin{pmatrix} 8 & 11 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -4 \\ 5 & -13 & 12 \end{pmatrix}$.

1. Comment avec la calculatrice vérifie-t-on que A et B sont inverses ?

2. On considère le système (S) suivant :

$$\begin{cases} 8x + 11y + 3z & = 1 \\ 4x + 7y + 2z & = 2 \\ x + 3y + z & = 3 \end{cases}$$

Montrer que ce système peut se réécrire matriciellement

$$AX = Y$$

et préciser X et Y

3. En déduire *à la main* les solutions du système (S).

Exercice 4

À la papeterie :

- 3 stylos, 2 cahiers et 4 gommes coûtent 6,30€ ;
- 5 stylos, 7 cahiers et 1 gomme coûtent 15€ ;
- 10 stylos, 1 cahier et 6 gommes coûtent 6€.

À l'aide de la calculatrice et en expliquant la démarche, déterminer le prix de chaque article.