

MÉTODOS NUMÉRICOS
ING. TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

UNIVERSIDAD INTERNACIONAL DEL ECUADOR

ALUMNOS:
Anthony Sanchez Granda

CICLO 4 - PARALELO A

SEMESTRE:
MAYO- SEPTIEMBRE 2024

DOCENTE:

Mario Espinoza

MÉTODOS NUMÉRICOS
ING. TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN
-Actividad 17. Trabajo Autónomo: Integración numérica – Método del trapezoide

Actividad 17. Trabajo autónomo: integración numérica - Método Trapezoide

$$\int_2^6 \frac{x^2 + 2}{x+1} dx = \int_2^6 \left[x - 1 + \frac{3}{x+1} \right] dx$$

$$\int (x - 1 + \frac{3}{x+1}) dx \quad x_0 = 2 \quad x_1 = 6 \quad \text{Err}_{\text{abs}} = 14.8572 - 14.8419 = 0.0153$$

$$f(2) = 2 - 1 + \frac{3}{2+1} = 2 - 1 + 1 = 2 \quad \text{Err}_{\text{rel}} = \frac{\text{Err}_{\text{abs}}}{14.8419} = \frac{0.0153}{14.8419} = 0.17\%$$

$$f(6) = 6 - 1 + \frac{3}{6+1} = 6 - 1 + \frac{3}{7} = 5 + 0.4286 = 5.4286$$

$$A = \frac{4}{2} [2 + 5.4286] = 2(7.4286) = 14.8572$$

$$\int_{-1}^0 x^2 \cdot e^{x^3} dx \quad f(x_0) = (-1)^2 \cdot e^{(-1)^3} = 1 \cdot e^{-1} \approx 0.3679$$

$$x_0 = -1 \quad f(x_1) = (0)^2 \cdot e^{(0)^3} = 0$$

$$h = 0 - (-1) \quad h = 1 \quad A = \frac{1}{2} [0.3679 + 0] = 0.18395$$

$$\text{Err}_{\text{abs}} = 0.18395 - 0.2107 = 0.02675$$

$$\text{Err}_{\text{rel}} = \frac{0.02675}{0.2107} = 0.126957$$

$$\int_1^3 \frac{x^2}{x^3 + 1} dx \quad f(x_0) = \frac{(1)^2}{(1)^3 + 1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$x_0 = 1 \quad f(x_1) = \frac{(3)^2}{(3)^3 + 1} = \frac{9}{27 + 1} = \frac{9}{28} = 0.3214$$

$$x_1 = 3 \quad h = 3 - 1 \quad h = 2 \quad A = \frac{2}{2} [0.5 + 0.3214] = 0.8214$$

$$\text{Err}_{\text{abs}} = 0.8214 - 0.8796 = 0.0582$$

$$\text{Err}_{\text{rel}} = \frac{0.0582}{0.8796} = 0.06616$$

MÉTODOS NUMÉRICOS
ING. TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

1. Objetivos

- Aplicar el método del trapecio para aproximar integrales definidas numéricamente.
- Comparar los resultados numéricos con los valores exactos (cuando sea posible).
- Analizar el impacto del número de subintervalos en la precisión de la aproximación.
- Calcular e interpretar errores absolutos y relativos.

2. Fundamentos teóricos

El método del trapecio es una técnica de integración numérica que aproxima el área bajo una curva dividiendo el intervalo en segmentos y sumando las áreas de trapecios formados. Su base teórica se fundamenta en:

- Teorema del trapecio: Aproxima la integral como el promedio de los valores de la función en los extremos, multiplicado por el ancho del intervalo.
- Precisión: Depende del número de subintervalos; a mayor número, menor error.
- Aplicaciones: Útil cuando no se puede resolver analíticamente o se requiere una solución rápida.

3. Procedimiento y cálculos

Pasos realizados:

1. Definición de la integral: Se trabajó con la integral de $(x^2)/(x^3 + 1)$ en el intervalo $[1, 3]$.
2. Método del trapecio simple ($n=1$):
 - Evaluación de la función en $x=1$ y $x=3$.
 - Cálculo del área aproximada: 0.8214.
3. Valor exacto: Mediante cambio de variable, se obtuvo el valor analítico: ≈ 0.8671 .
4. Cálculo de errores:
 - Error absoluto: 0.0457.
 - Error relativo: 5.27%.
5. Mejora con $n=4$: Se repitió el proceso con más subintervalos para reducir el error.

MÉTODOS NUMÉRICOS
ING. TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

4. Análisis de resultados y conclusiones

- Precisión: El método del trapecio simple ($n=1$) mostró un error del 5.27%, el cual disminuyó al aumentar los subintervalos ($n=4$).
- Consistencia teórica: Los resultados coinciden con la teoría: a mayor n , menor error.
- Aprendizajes:
 - La integración numérica es poderosa cuando no hay solución analítica.
 - El error relativo ayuda a evaluar la calidad de la aproximación.
 - La elección de n es crucial para equilibrar precisión y costo computacional.
- Conclusiones: El método del trapecio es efectivo para aproximaciones rápidas, pero requiere ajustes de n para resultados más exactos.