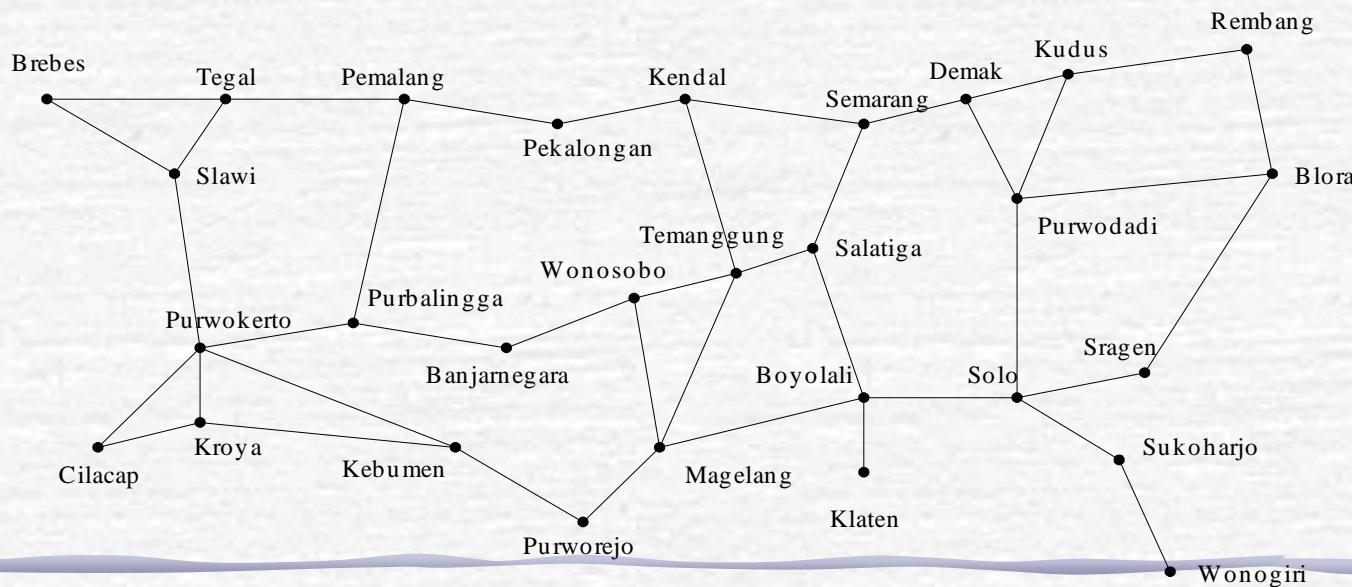




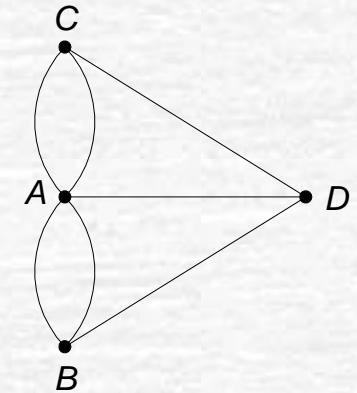
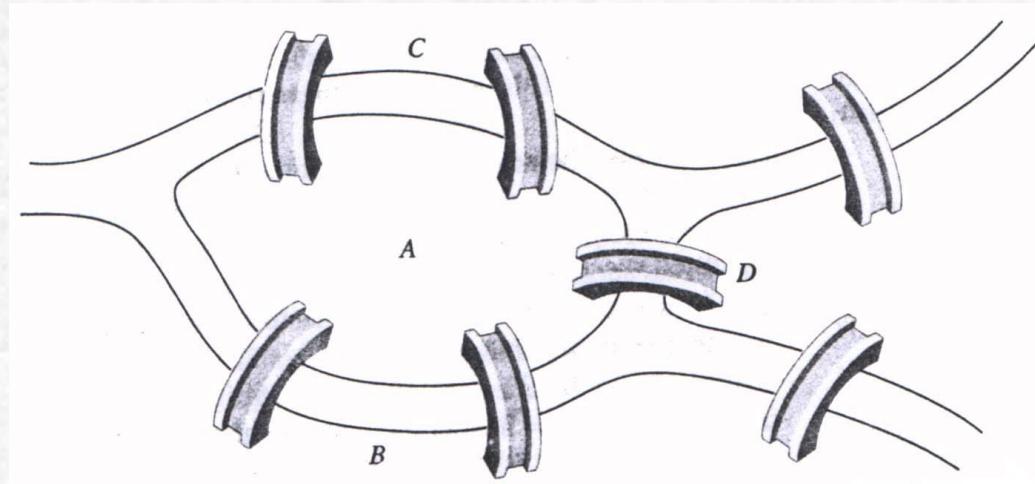
# Graf

# Pendahuluan

- Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.
- Gambar di bawah ini sebuah graf yang menyatakan peta jaringan jalan raya yang menghubungkan sejumlah kota di Provinsi Jawa Tengah.

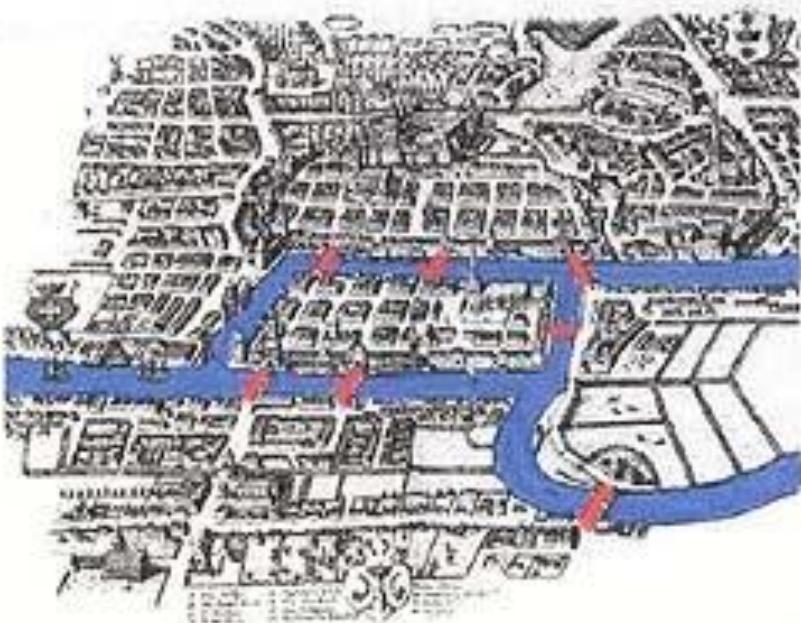


- Sejarah Graf: masalah jembatan Königsberg (tahun 1736)



**Gambar 1.** Masalah Jembatan Königsberg

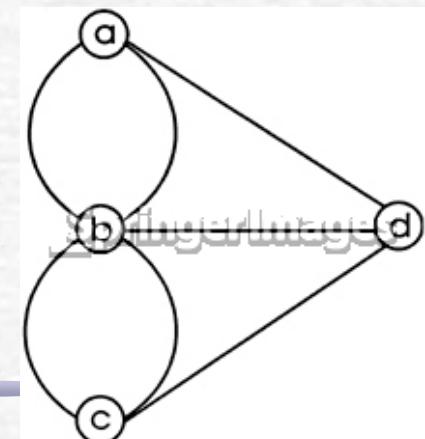
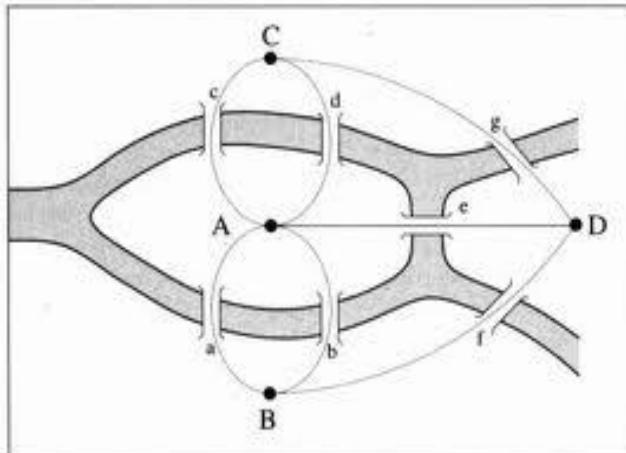
- Graf yang merepresentasikan jembatan Königsberg:  
 Simpul (*vertex*) → menyatakan daratan  
 Sisi (*edge*) → menyatakan jembatan
- Bisakah melalui setiap jembatan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat semula?



## Konigsberg Bridge Problem



Leonhard Euler  
15 April 1707 – 18 September 1783





# Definisi Graf

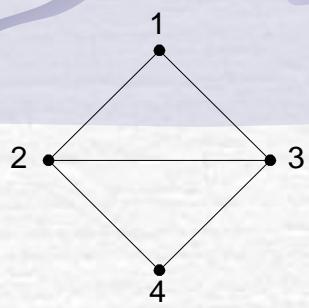
Graf  $G = (V, E)$ , yang dalam hal ini:

$V$  = himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices*)

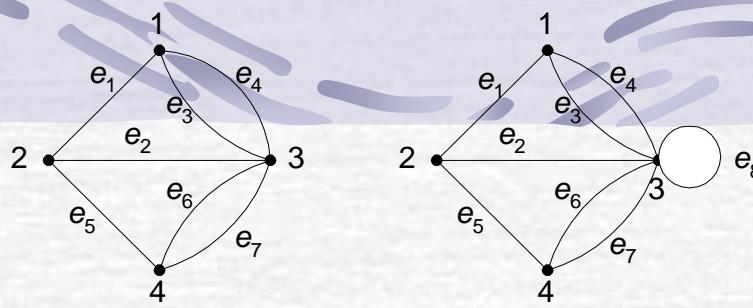
$$= \{ v_1, v_2, \dots, v_n \}$$

$E$  = himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang simpul

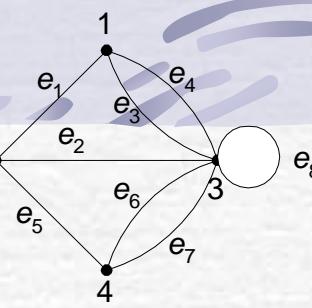
$$= \{ e_1, e_2, \dots, e_n \}$$



$G_1$



$G_2$



$G_3$

**Gambar 2.** (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu

**Contoh 1.** Pada Gambar 2,  $G_1$  adalah graf dengan

$$V = \{ 1, 2, 3, 4 \} \quad E = \{ (1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 4) \}$$

$G_2$  adalah graf dengan

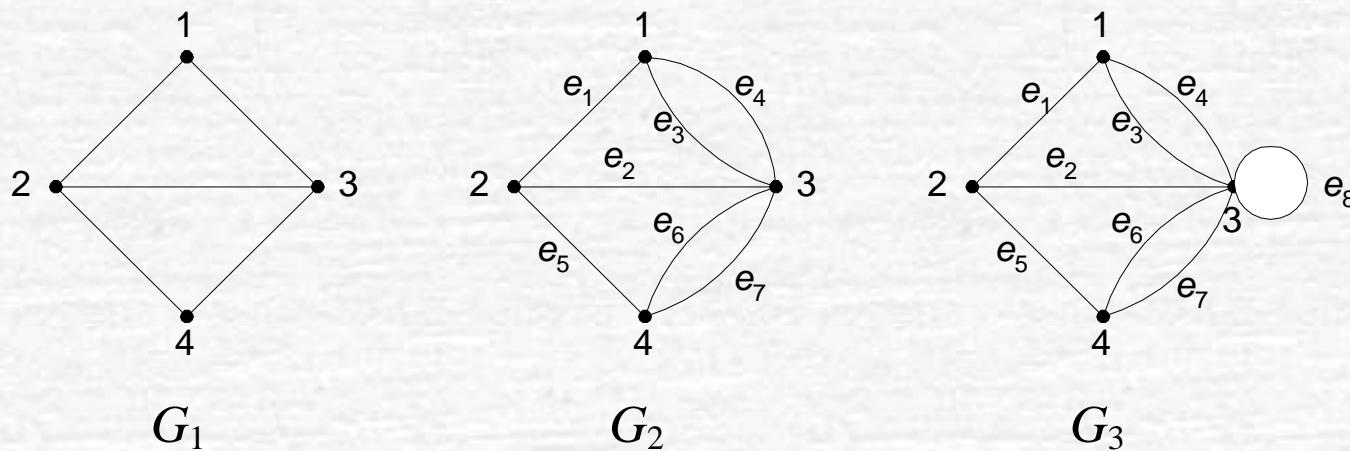
$$V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$\begin{aligned} E &= \{ (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 4) \} \\ &= \{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7 \} \end{aligned}$$

$G_3$  adalah graf dengan

$$V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$\begin{aligned} E &= \{ (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 4), (3, 3) \} \\ &= \{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8 \} \end{aligned}$$



**Gambar 2.** (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu

- Pada  $G_2$ , sisi  $e_3 = (1, 3)$  dan sisi  $e_4 = (1, 3)$  dinamakan **sisi-ganda** (*multiple edges* atau *parallel edges*) karena kedua sisi ini menghubungi dua buah simpul yang sama, yaitu simpul 1 dan simpul 3.
- Pada  $G_3$ , sisi  $e_8 = (3, 3)$  dinamakan **gelang** atau **kalang** (*loop*) karena ia berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

# Jenis-Jenis Graf

- Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis:

## 1. **Graf sederhana** (*simple graph*).

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda dinamakan graf sederhana.  $G_1$  pada Gambar 2 adalah contoh graf sederhana

## 2. **Graf tak-sederhana** (*unsimple-graph*).

Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak-sederhana (*unsimple graph*).  $G_2$  dan  $G_3$  pada Gambar 2 adalah contoh graf tak-sederhana

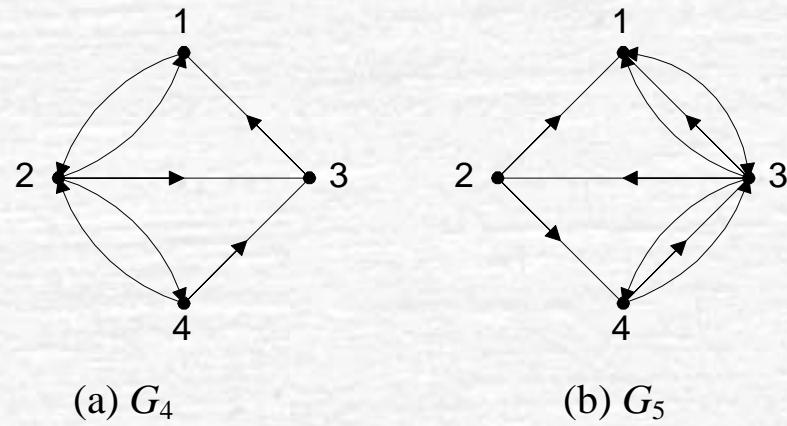
- Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis:

1. **Graf tak-berarah** (*undirected graph*)

Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah. Tiga buah graf pada Gambar 2 adalah graf tak-berarah.

2. **Graf berarah** (*directed graph* atau *digraph*)

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah. Dua buah graf pada Gambar 3 adalah graf berarah.



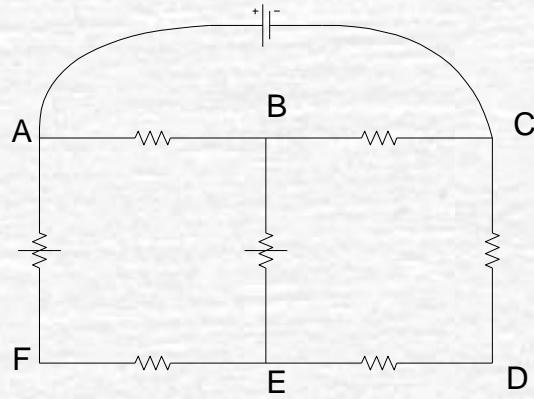
**Gambar 3** (a) graf berarah, (b) graf-ganda berarah

## Tabel 1 Jenis-jenis graf [ROS99]

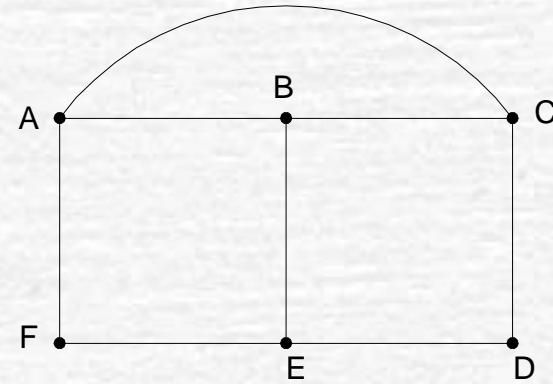
Jenis	Sisi	Sisi ganda dibolehkan?	Sisi gelang dibolehkan?
Graf sederhana	Tak-berarah	Tidak	Tidak
Graf ganda	Tak-berarah	Ya	Tidak
Graf semu	Tak-berarah	Ya	Ya
Graf berarah	Bearah	Tidak	Ya
Graf-ganda berarah	Bearah	Ya	Ya

# Contoh Terapan Graf

1. Rangkaian listrik.



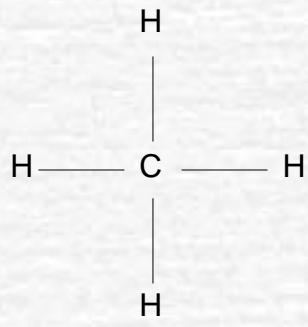
(a)



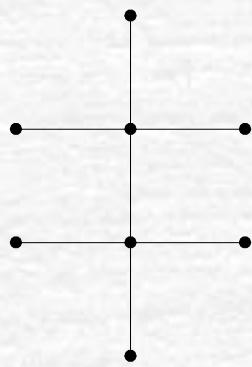
(b)

## 2. Isomer senyawa kimia karbon

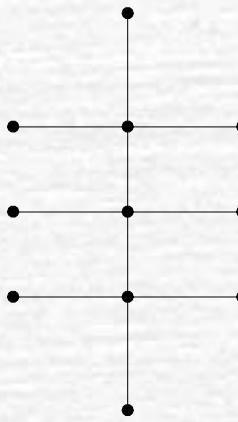
metana ( $\text{CH}_4$ )



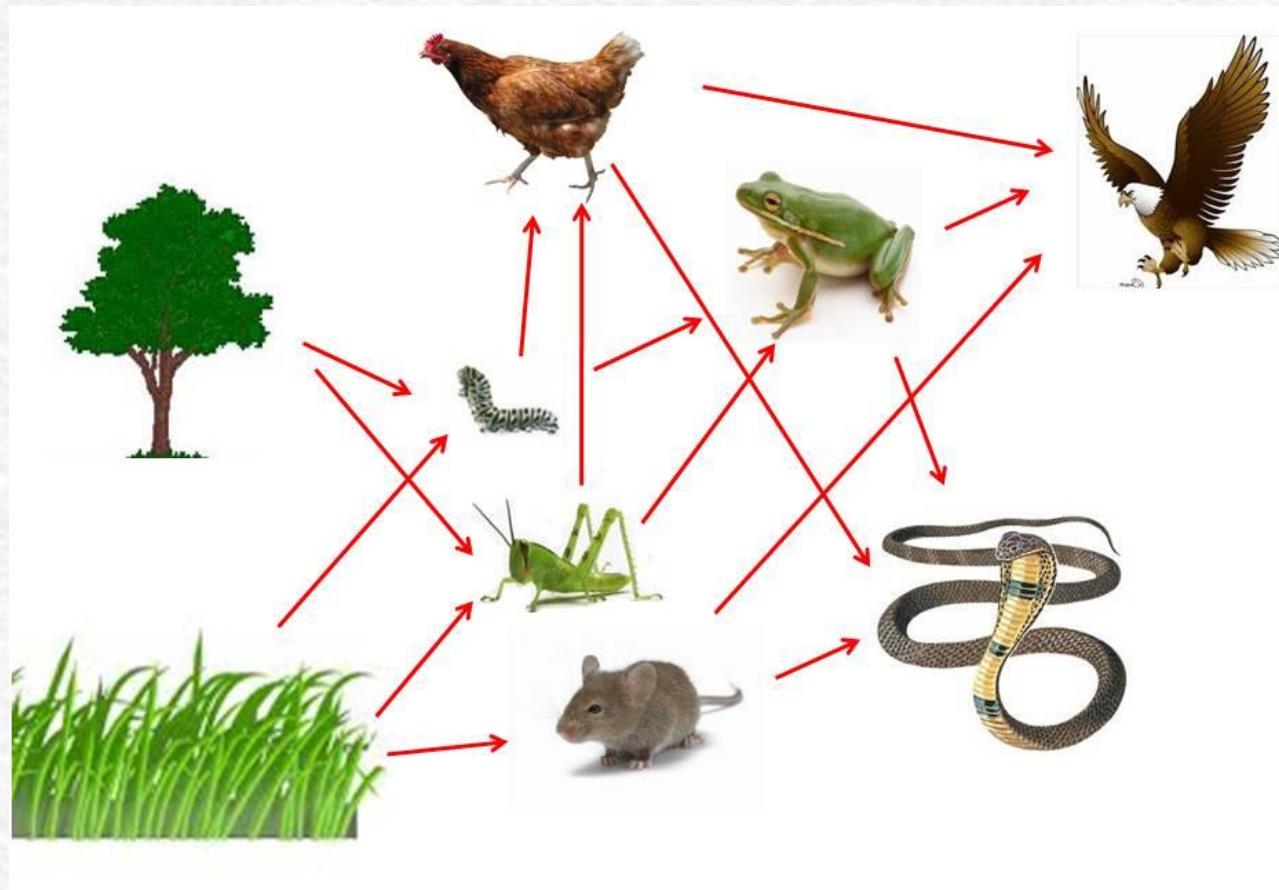
etana ( $\text{C}_2\text{H}_6$ )



propana ( $\text{C}_3\text{H}_8$ )

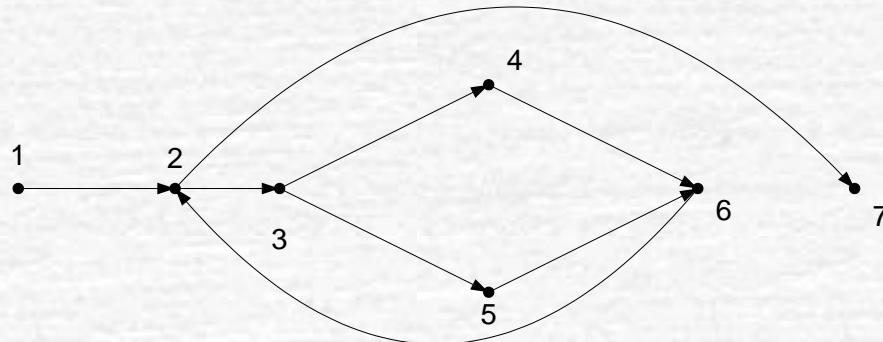


### 3. Jejaring makanan (Biologi)



## 4. Pengujian program

```
read(x);
while x <> 9999 do
begin
  if x < 0 then
    writeln('Masukan tidak boleh negatif')
  else
    x:=x+10;
  read(x);
end;
writeln(x);
```



Keterangan:

- 1 : read(x)
- 2 :  $x \neq 9999$
- 3 :  $x < 0$
- 4 : `writeln('Masukan tidak boleh negatif');`

- 5 :  $x := x + 10$
- 6 : read(x)
- 7 : `writeln(x)`

## 5. Pemodelan Mesin Jaja (*vending Machine*)

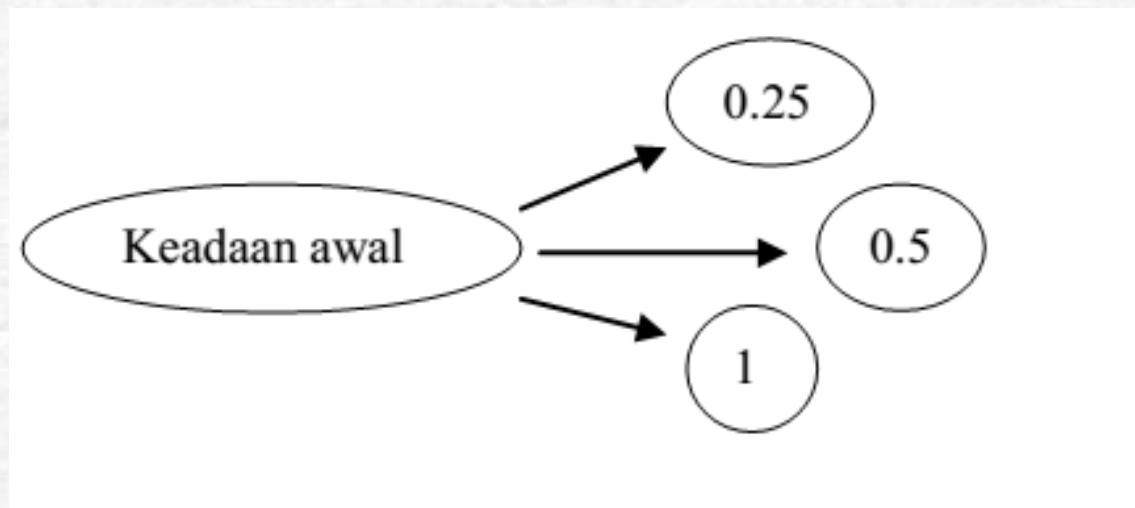


# Contoh kasus

- Disini akan dibuat sebuah logika mesin jaja yang khusus menjual minuman ringan seharga 1 dollar, sedangkan uang koin yang ada di masyarakat dan yang bisa diterima oleh mesin jaja ini adalah pecahan seperempat dollar atau 25 sen, pecahan setengah dollar atau 50 sen, dan pecahan satu dollar. Mesin tidak akan memberikan kembalian jika dimasukkan lebih dari 1 dollar. Cara kerja mesin jaja tersebut adalah memasukkan koin terlebih dahulu, lalu menekan tombol P untuk memilih minuman, lalu mengeluarkan minuman tersebut setelah uang terkumpul semuanya.

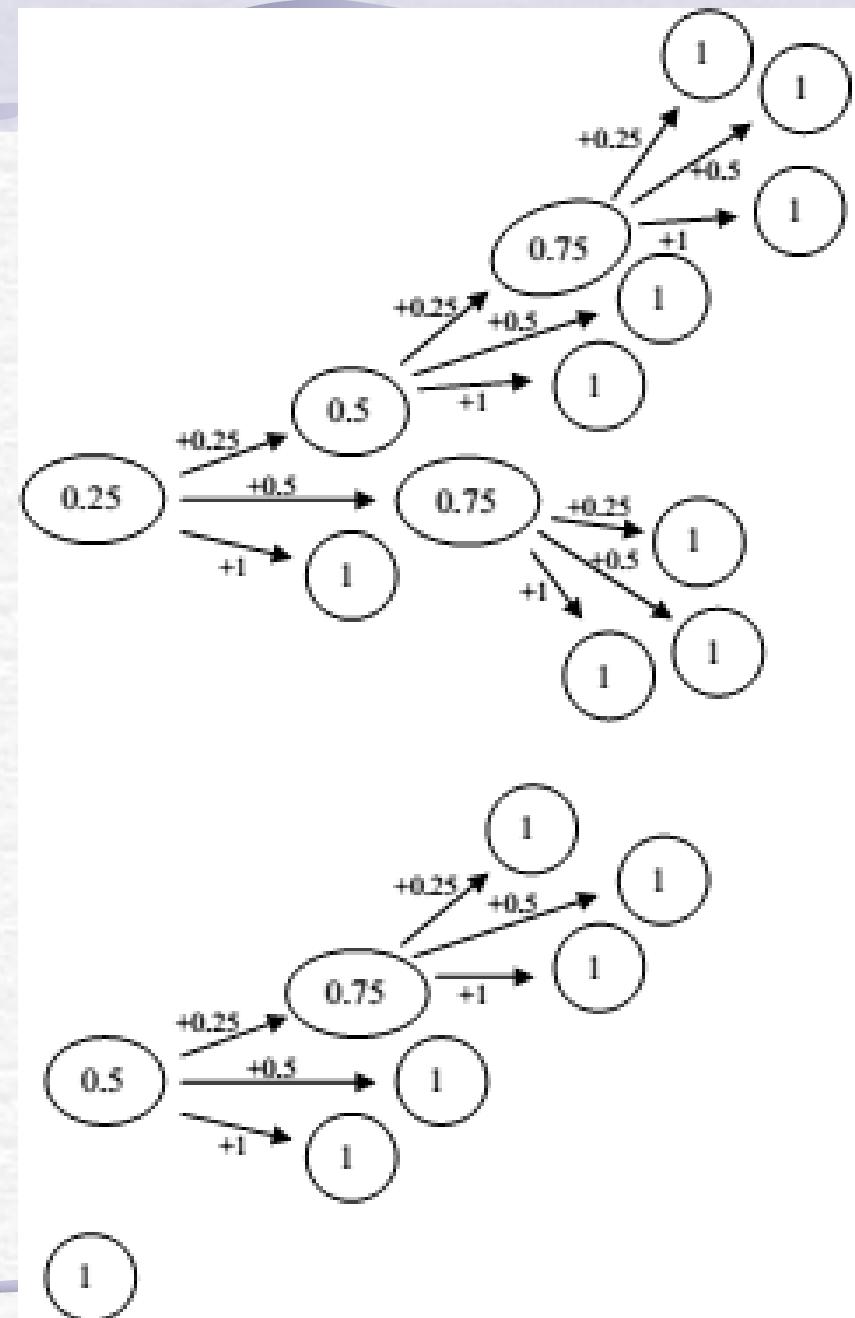
# Jawaban

- Pertama-tama kita sekarang berada di keadaan awal. Ada tiga kemungkinan yang terjadi, yaitu memasukkan koin 25 sen, memasukkan koin 50 sen, atau memasukkan koin 1 dollar.

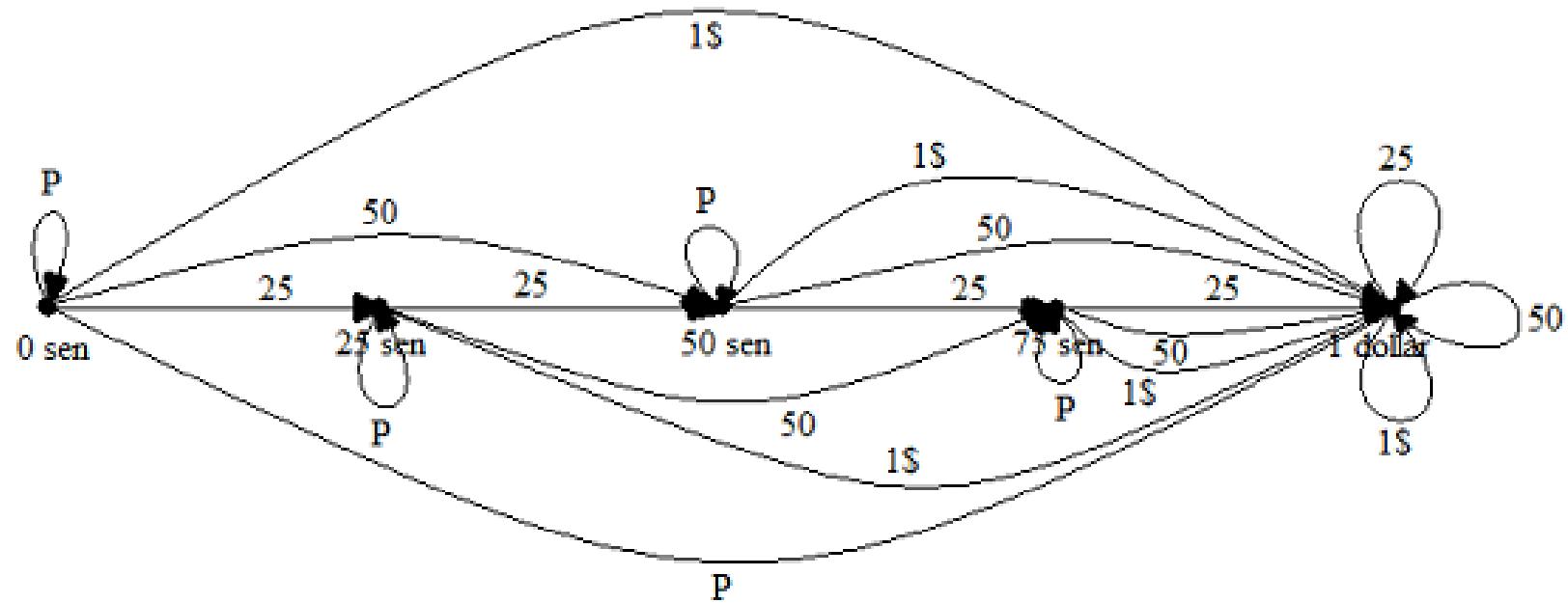


# Jawaban

Pada saat kondisi pertama, ada 1 keadaan dimana mesin jaja tersebut sudah bisa memberikan minuman ringan tersebut kepada pembelinya, namun ada 2 keadaan lagi dimana koin yang dimasukkan masih kurang, maka mesin jaja masih belum dapat mengeluarkan minuman ringan tersebut kepada pembelinya.



# Jawaban



- ✓ Graf mesin jaja di atas merupakan graf mesin jaja yang berguna untuk menjual minuman atau barang seharga 1 dollar dengan menerima tiga macam masukan uang koin yaitu koin 25 sen, koin 50 sen, dan koin 1 dollar dengan tanpa memberikan kembalian jika pembeli memasukkan koin lebih. **Hanya pada graf P yang paling bawahlah mesin jaja tersebut akan mengeluarkan minuman ringan tersebut.**

# Latihan

- Sebuah mesin jaja digunakan untuk menjual makanan ringan seharga 15 sen. Pecahan koin yang bisa diterima oleh mesin jaja tersebut adalah pecahan koin 10 sen dan pecahan koin 5 sen. Mesin jaja ini sudah lebih modern dari mesin jaja pada contoh kasus sebelumnya, yaitu mesin jaja ini dapat memberikan kembalian kepada pembelinya jika pembeli tersebut memasukkan koin dengan total lebih dari 15 sen, tetapi kurang dari 20 sen, karena kemungkinan pembeli memasukkan koin lebih ketika pembeli menggunakan 2 buah koin sebesar 10 sen, sedangkan jika pembeli memiliki minimal 1 buah koin 5 sen saja, maka tidak akan ada proses pengembalian. Tidak ada tombol apapun pada mesin ini, maka oleh sebab itu, jika jumlah koin yang dimasukkan sudah mencapai 15 sen atau lebih, maka mesin jaja ini secara otomatis akan mengeluarkan makanan yang dijualnya serta kembalinya jika ada tanpa menunggu sebuah tombol untuk dipencet.