# Технически университет – София Електротехнически Факултет Катедра "Обща електротехника" Презентация № 6

Трансформатори – принцип на действие. Основни уравнения. Режими на работа

дисципл<mark>ина "Електротехника и Електроника I" – ВІМ16</mark>
ОКС "Бакалавър" от Учебен план за студентите на специалност
"Индустриален мениджмънт", Професионално направление
5.13. Общо Инженерство



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Съдържание

Въведение

Конструкция на трансформаторите

Видове трансформатори

Условни положителни посоки на величините

Режими на работа

Принцип на действие

Анализ на процесите в идеален трансформатор

Анализ на процесите в реален трансформатор

Реален трансформатор в режим на празен ход

Реален трансформатор в режим на натоварване ход

Режим на късо съединение

Диаграма на активните мощности

Коефициент на полезно действие

### Литература



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Въведение

Трансформаторът е статично електромагнитно устройство, което е предназначено да преобразува променливотоковата електрическа енергия от едни стойности на напрежението и тока в други, при запазване на честотата.

Трансформаторите се използват при преноса на електрическата енергия от източниците до потребителите. Изградени са от магнитопровод, изработен от феромагнитен материал, върху които са поставени две или повече намотки. Намотките не са свързани електрически помежду си. Връзката между тях е магнитна и се осигурява от общия магнитопровод.











#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

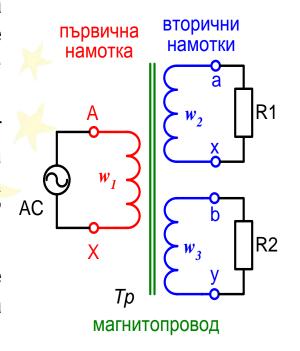


### Въведение

От всички намотки на един трансформатор само една се нарича първична. Това е намотката която е свързана с източника на енергия. Броят на нейните навивки се означава с " $w_I$ ".

Останалите намотки на трансформатора се наричат вторични. Към тях се свързват консуматорите на електрическа енергия. Броят на навивките на вторичните намотки се означава съответно с " $w_2$ ", " $w_3$ " и т.н.

В електрическите схеми трансформаторите се изобразяват със символи, които представят всяка една от намотките и магнитопровода.



В представеното схемно означение на еднофазен трансформатор с две вторични намотки, с главните букви "А" и "Х" са означени съответно началото и края на проводника на първичната намотка. Малките букви са използвани за означаване на аналогичните изводи на вторичните намотки.



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

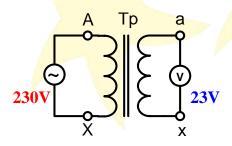
"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

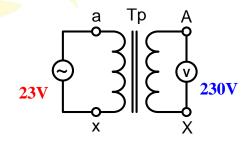


### Въведение

Всяка от намотките на трансформатора може да се използва като първична. Това е възможно, ако напрежението на източника свързан към намотката използвана като първична, отговаря на нейните възможности.

Нека намотките на трансформатор са: "A-X" проектирана за работа с напрежение 230V и "a-x" проектирана за работа с напрежение 23V. Ако A-X се използва като първична и свърже към източник с напрежение 230V, вторичната намотката a-x ще осигури напрежение от 23V за свързаните към нея консуматори. Намотката a-x на същия трансформатор може да се използва като първична, ако се свърже към източник с напрежение 23V. Тогава, вторичната намотка A-X ще осигурява напрежение 230V на консуматорите свързани към нейните изводи.





Примерът илюстрира една важна особеност на трансформаторите: през тях, електрическата енергия може да преминава двупосочно.



#### ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Конструкция на трансформаторите

### Намотки на трансформаторите

Изпълняват се от медни или алуминиеви проводници, които се навиват върху форми изработени от изолационен материал. Първичната и вторичните намотки могат да бъдат навити върху отделни форми, или една върху друга, при наличие на достатъчно добра изолация между тях.



### <u>Магнитопроводи на трансформаторите</u>

Трансформаторите работещи при честоти до 500Hz използват магнитопроводи изработени от листов феромагнитен материал, от който се щанцоват ламели с определена форма. Пакет от еднакви ламели оформя магнитопровод, върху който в последствие се поставят предварително подготвените намотки.

Магнитопроводите на трансформаторите работещи при поголеми честоти се изработват от плътна феромагнитна керамика.







#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Видове трансформатори

Съществуват различни критерии за класифициране на трансформаторите. Такива са: броят на фазите, формата на магнитопровода, броят на намотките, големината на работните напрежения, и др.

В зависимост от предназначението си, в практиката се различават следните основни видове трансформатори:

### Силови трансформатори

Това са трансформаторите, които се изп<mark>олзв</mark>ат в енергийните системи за пренос и разпр<mark>еделение</mark> на произведената електрическа енергия.

### <u>Измервателни трансформатори</u>

Тези трансформатори се използват за измерване на токове и напрежения в мрежите високо напрежение. Към техните вторични намотки се включват само измервателни уреди.

### Специални трансформатори

Тази група обхваща трансформаторите, които работят при високи честоти, използват несинусоидни захранващи напрежения, или захранват консуматори с много ниски импеданси.



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

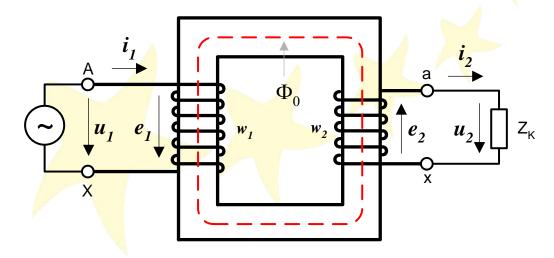
"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Условни положителни посоки на величините

Възприетите условни положителни посоки на величините в един еднофазен двунамотъчен трансформатор са представени в показаната схема.

Всички величини, които имат отношение към първичната намотка, носят индекс "1"  $(u_1, i_1, e_1, w_1)$ . С индекс "2" са означени величините, които се отнасят до вторичната намотка на трансформатора -  $u_2$ ,  $i_2$ ,  $e_2$ ,  $w_2$  и т.н.



Буквените означения "A" и "X" в изводите на първичната намотка, определят нейното начало и край. При посочената посока на навиване, едноименните изводи на вторичната намотка са означени с "a" и "x".



### ПРОЕКТ ВG051РО001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Режими на работа

Когато първичната намотка на трансформатор е свързана с източник на напрежение  $u_l$ , в зависимост от импеданса на консуматора включен във вторичната намотка, се определят следните режими на работа:

<u>Режим на празен ход</u> — импеданса на консум<mark>ат</mark>ора включен във вторичната намотка е безкрайно голям ( $z_K = \infty$ ), т.е. намотката е отворена и в нея не протича ток ( $i_2 = 0$ ).

<u>Режим на натоварване</u> — към втор<mark>ичн</mark>ата намотка е включен консуматор с реални стойности на импеданса си  $(0 < z_K < \infty)$  и в нея протича ток  $i_2 > 0$ .

Режим на късо съединение – в този режим изводите на вторичната намотка "а" и "х"са свързани заедно. Създаденото късо съединение е еквивалентно на работа на намотката върху консуматор с нулев

импеданс ( $z_{K}=0$ ).



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Принцип на действие

Първичните намотки на трансформаторите, преобразуват електрическата енергия на свързаните с тях променливотокови източници в енергия на променливо електромагнитно поле. Тази енергия, постъпила във вторичните намотки, се преобразува обратно в електрическа под действието на явлението електромагнитна индукция.

Изясняването на процесите на електромагнитно взаимодействие между намотките се опростява, ако се възприемат следните идеализации:

- ✓ Намотките на трансформаторите са изпълнени с идеални проводници и имат нулево съпротивление между изводите си,  $R_1 = R_2 = ... = \theta$ .
- ✓ Използваните магнитопроводи са идеални. В тях не се наблюдават хистерезисни явления и вихрови токове, а магнитната им характеристика е линейна.
- ✓ Абсолютната магнитна проницаемост на материала на идеалния магнитопровод е  $\mu \approx \infty$ . Такъв материал концентрира в себе си целия магнитен поток, а разсеяните магнитни потоци на намотките се нулират,  $\Psi_{\sigma I} = \Psi_{\sigma 2} = \dots = 0$ .

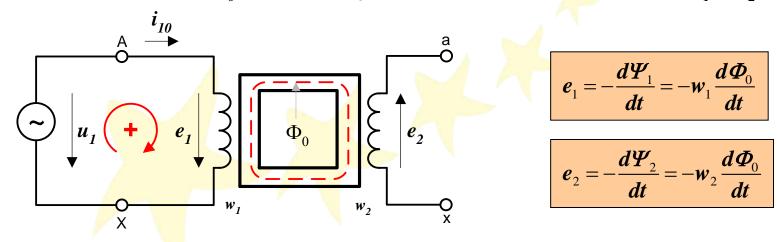


#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Разглежда се идеален двунамотъчен трансформатор с отворена вторична намотка  $(i_2(t)=0)$ . Първичната намотка на трансформатора е свързана към източник с напрежение  $u_1(t)=U_{1m}cos(\omega t)$ . Токът в първичната намотка -  $i_{10}(t)$ , (вторият индекс отразява работата на трансформатора в режим на празен ход) създава магнитен поток  $\Phi_0$ , който индуктира в двете намотки е.д.н.  $e_1$  и  $e_2$ .



Прилагането на втория закон на Кирхоф, за контура на първичната намотка, позволява да се определи големината на създадения магнитен поток:

$$m{e}_1 = -m{u}_1 = -m{w}_1 rac{m{d}m{\Phi}_0}{m{d}t}$$
 , откъдето  $m{\Phi}_0m{t} = rac{1}{m{w}_1} \int m{u}_1m{t} dt$ 



### ПРОЕКТ ВG051РО001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



$$\boldsymbol{\Phi}_{0}(t) = \frac{1}{\boldsymbol{w}_{1}} \int \boldsymbol{u}_{1}(t) dt = \frac{\boldsymbol{U}_{1m}}{\boldsymbol{w}_{1}\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \boldsymbol{\Phi}_{0m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Получените резултати за магнитния поток определят следните изводи:

- ✓ В магнитопровода на трансформатора, магнитният поток се изменя по същия закон и със същата честота, както и захранващото напрежение.
- У Неговата амплитуда зависи линейно от амплитудата на захранващото напрежение  $U_{Im}$  и е обратно пропорционална на кръговата честота  $\omega$  и броят на навивките на първичната намотка  $w_I$

$$\boldsymbol{\Phi}_{0m} = \frac{\boldsymbol{U}_{1m}}{\boldsymbol{w}_{1}\omega}$$

✓ Векторът на магнитния поток изостава по фаза от вектора на напрежението на ъгъл  $\pi/2$ 



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Токът в първичната намотка  $i_{10}(t)$  създава м.д.н.  $F_{10}(t) = w_1 i_{10}(t)$ , което прокарва магнитния поток  $\Phi_0$ . Линейната магнитна характеристика на идеалния магнитопровод, определя линейната зависимост между обхванатия от първичната намотка поток  $\Psi_1(t) = w_1 \Phi_0$  и създалия го ток  $i_{10}(t) \to \Psi_1(t) = L_1 \cdot i_{10}(t)$ .

Токът  $i_{10}(t)$  може да се определи чрез уравнението на първичната намотка -

$$e_{\scriptscriptstyle 1} = -u_{\scriptscriptstyle 1}(t) = -rac{d arPsi_{\scriptscriptstyle 1}}{dt} = -L_{\scriptscriptstyle 1}rac{d i_{\scriptscriptstyle 10}}{dt}$$
, откъдето

$$\mathbf{i}_{10}(t) = \frac{1}{\mathbf{L}_1} \int \mathbf{u}_1(t) dt = \frac{\mathbf{U}_{1m}}{\omega \mathbf{L}_1} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \mathbf{I}_{10m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Получените резултати показват, че при синусоидно захранващо напрежение, токът в първичната намотка на идеален трансформатор също е синусоиден. Неговият вектор изостава по фаза от вектора на напрежението на ъгъл  $\pi/2$  от вектора на магнитния поток.



### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Индуктираните е.д.н  $e_1$  и  $e_2$  в намотките на трансформатора се изменят по същия закон и със същата честота както захранващото напрежение  $u_1(t)$ . Техните вектори са в противофаза на вектора на захранващото напрежение.

$$\boldsymbol{e}_{1} = -\boldsymbol{w}_{1} \frac{d\boldsymbol{\Phi}_{0}(t)}{dt} = -\boldsymbol{u}_{1}(t) = -\boldsymbol{U}_{1m} \sin(\omega t) = \boldsymbol{U}_{1m} \sin(\omega t - \pi)$$

$$\boldsymbol{e}_{2} = -\boldsymbol{w}_{2} \frac{d\boldsymbol{\Phi}_{0}(t)}{dt} = -\frac{\boldsymbol{w}_{2}}{\boldsymbol{w}_{1}} \boldsymbol{u}_{1}(t) = -\frac{\boldsymbol{w}_{2}}{\boldsymbol{w}_{1}} \boldsymbol{U}_{1m} \sin(\omega t) = \frac{\boldsymbol{w}_{2}}{\boldsymbol{w}_{1}} \boldsymbol{U}_{1m} \sin(\omega t - \pi)$$

Отношението на големините на индуктираните напрежения е константна величина, наречена коефициент на трансформация  $k_{TP}$ . Коефициентът определя връзка между едноименните величини в първичната и вторичната намотки на трансформатора.

$$\frac{\boldsymbol{e}_1}{\boldsymbol{e}_2} = \frac{\boldsymbol{w}_1}{\boldsymbol{w}_2} = \boldsymbol{k}_{TP}$$



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



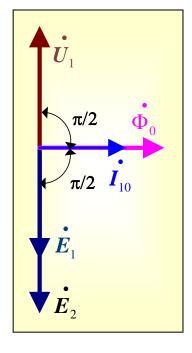
Разгледаният режим на празен ход на идеален трансформатор, установи синусоидния характер на величините отразяващи работата му. Такива величини се представят с техните комплексни образи, а описващите процесите уравнения се записват спрямо комплексните им ефективни стойности.

$$\dot{\boldsymbol{E}}_{1} = -\dot{\boldsymbol{U}}_{1} = \boldsymbol{U}_{1}\boldsymbol{e}^{-j\pi}$$

$$\dot{\boldsymbol{E}}_{2} = -\frac{1}{\boldsymbol{k}_{TP}} \dot{\boldsymbol{U}}_{1} = \frac{\boldsymbol{U}_{1}}{\boldsymbol{k}_{TP}} \boldsymbol{e}^{-j\pi}$$

$$\mathbf{I}_{10}^{\bullet} = \mathbf{I}_{10} \mathbf{e}^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\Phi_0 = \Phi_0 \boldsymbol{e}^{-j\frac{\pi}{2}}$$



Включването на консуматор към вторичната намотка предизвиква протичане на ток  $i_2(t)$ . Съгласно принципа на електромагнитната инертност, този ток има такава посока, че създадения от него и вторичната намотка пълен магнитен поток  $\Psi_2(t)$ , се противопоставя на магнитния поток  $\Phi_0(t)$ .



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Това действие на вторичната намотка би следвало да намали магнитния поток в магнитопровода  $\Phi_0(t)$ . Неговата амплитуда обаче зависи само от захранващото напрежение  $u_1(t)$ , което не се променя. Следователно  $\Phi_0(t)$  ще запази големината си, а размагнитващото действие на тока  $i_2(t)$  следва да се компенсира чрез увеличаване на тока  $i_1(t)$ .

В режим на празен ход  $\Phi_0(t)$  се прокарва от м.д.н  $F_{10}(t)=w_1.i_{10}(t)$ . Тъй като при натоварване той не се променя, то сумата от м.д.н. на двете намотки  $F_1(t)=w_1.i_1(t)$  и  $F_2(t)=w_2.i_2(t)$  следва да е равна на м.д.н.  $F_{10}(t)$ , т.е. :

$$m{F}_1m{t} + m{F}_2m{t} = m{F}_{10}m{t}$$
, откъдето  $m{i}_1m{t} = m{i}_{10}m{t} - rac{m{w}_2}{m{w}_1}m{i}_2m{t}$ 

Последният израз з<mark>ап</mark>исан за комплексните ефективни стойности на токовете е известен като *уравнение за магнитното състояние* на трансформатора.

$$\dot{\boldsymbol{I}}_1 = \dot{\boldsymbol{I}}_{10} - \frac{\boldsymbol{w}_2}{\boldsymbol{w}_1} \dot{\boldsymbol{I}}_2$$

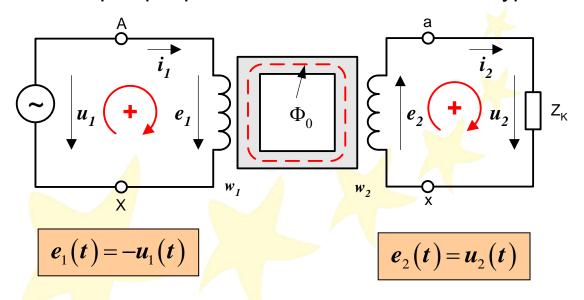


#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Уравненията за електрическото състояние на трансформатора се получават от втория закон на Кирхоф, приложен за посочените контури:



Линейната магнитна характеристика на идеалния магнитопровод, определя и линейна зависимост между обхванатите от намотките потоци  $\Psi_I(t)$  и  $\Psi_2(t)$  и създалите ги токове:  $\Psi_I(t) = L_I.i_I(t)$  и  $\Psi_2(t) = L_2.i_2(t)$ . Токовете в двете намотки се определят от уравненията на намотките, в които съответното е.д.н се представя с производната на обхванатия от намотката пълен магнитен поток.



#### ПРОЕКТ ВG051РО001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



$$e_1(t) = -u_1(t) = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -L_1\frac{di_1}{dt} = -U_{1m}\sin(\omega t)$$

$$e_2(t) = u_2(t) = -\frac{d\Psi_2}{dt} = -L_2\frac{di_2}{dt} = U_{2m}\sin(\omega t)$$

$$i_1(t) = \frac{1}{L_1} \int u_1(t) dt = I_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

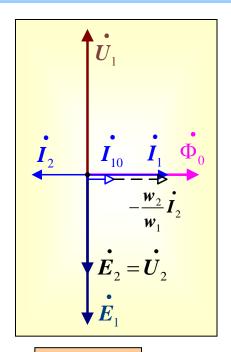
$$i_2(t) = -\frac{1}{L_2} \int u_2(t) dt = -I_{2m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\dot{\boldsymbol{E}}_{1} = \boldsymbol{U}_{1}\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{j}\pi}$$

$$\dot{\boldsymbol{E}}_{2} = \dot{\boldsymbol{U}}_{2} = \frac{\boldsymbol{U}_{1}}{\boldsymbol{k}_{TP}} \boldsymbol{e}^{-j\pi}$$

$$\vec{I}_1 = I_1 e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

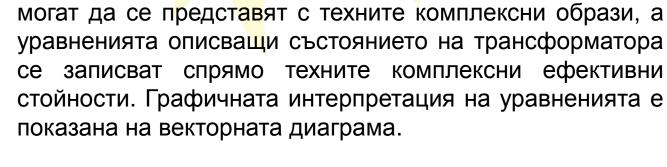
$$\dot{\boldsymbol{I}}_2 = \boldsymbol{I}_2 \boldsymbol{e}^{-j\frac{3}{2}\pi}$$



$$\dot{\boldsymbol{E}}_{1} = -\dot{\boldsymbol{U}}_{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{E}}_2 = \dot{\boldsymbol{U}}_2$$

$$\dot{\boldsymbol{I}}_1 = \dot{\boldsymbol{I}}_{10} - \frac{\boldsymbol{w}_2}{\boldsymbol{w}_1} \dot{\boldsymbol{I}}_2$$



Поради синусоидния характер на изменение, величините



### ПРОЕКТ ВG051РО001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Реалните трансформатори съдържат реални намотки поставени върху реален магнитопровод. Анализът на процесите в тях изисква да се отчита електромагнитното взаимодействие между намотките, тяхното загряване вследствие на джауловия ефект, както и наличието на хистерезисни явления и вихрови токове в магнитопровода.

Разглежда се реален двунамотъчен трансформатор в режим на празен ход. Ако неговата първична намотка, която има съпротивление  $R_I$ , се свърже към източник с напрежение  $u_I(t) = U_{Im} cos(\omega t)$  през нея протича ток -  $i_{I0}(t)$  . Токът  $i_{I0}(t)$ , чрез навивките на първичната намотка -  $w_I$  създава магнитодвижещо напрежение  $F_{I0}(t) = w_I i_{I0}(t)$ , което формира пълния магнитен поток на намотката  $\Psi_I$ .

Крайните стойности на магнитната проницаемост на феромагнитния материал на магнитопровода, съчетани с някой конструктивни особености на намотката, са причина, създадения от нея магнитен поток да се разделя на две части: основен магнитен поток  $\Psi_0 = w_1 \Phi_0$ , които се разпространява в магнитопровода и магнитен поток на разсейване  $\Psi_{1\sigma}$ , който се затваря във въздуха само около първичната намотка.



### ПРОЕКТ ВG051РО001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Магнитният поток  $\Psi_0$  (или  $\Phi_0$ ) се разпространява във феромагнитна среда, където връзката между създалия го ток  $i_{10}$  и магнитния поток  $\Phi_0$  е нелинейна. Той е променлив във времето и индуктира и в двете намотки е.д.н.  $e_1$  и  $e_2$ .

Магнитният поток  $\Psi_{I\sigma}$  се разпространява предимно във въздуха, където връзката между него и създалия го ток  $i_{I0}$  е линейна. Тя се представя чрез  $\Psi_{I\sigma}=L_{I\sigma}.i_{I0}$ , където с  $L_{I\sigma}$  се означава индуктивността на разсейване на първичната намотка. Потокът  $\Psi_{I\sigma}$  също е променлив във времето, но индуктира е.д.н.  $e_{I\sigma}$  само в първичната намотка.

$$\boldsymbol{e}_1 = -\frac{d\boldsymbol{\mathcal{Y}}_1}{dt} = -\boldsymbol{w}_1 \frac{d\boldsymbol{\mathcal{D}}_0}{dt}$$

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi_0}{dt}$$

$$\boldsymbol{e}_{1\sigma} = -\frac{\boldsymbol{d}\Psi_{1\sigma}}{\boldsymbol{d}\boldsymbol{t}} = -\boldsymbol{L}_{1\sigma}\frac{\boldsymbol{d}\boldsymbol{i}_{10}}{\boldsymbol{d}\boldsymbol{t}}$$

При посочените особености на реалния трансформатор, за да се отчетат всички явления свързани с работата му е съставен модел, който съдържа: идеален резистор със съпротивление равно на съпротивлението на проводника на първичната намотка -  $R_I$ , идеална въздушна бобина с индуктивност  $L_{I\sigma}$  и идеална бобина поставена върху реален магнитопровод.



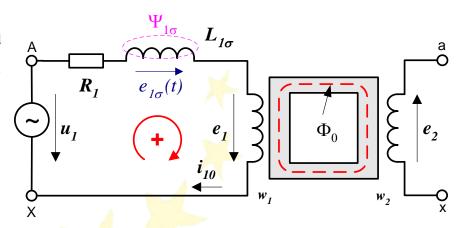
#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



След прилагането на втория закон на Кирхоф, за контура на първичната намотка, се записва:

$$\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_{1\sigma} = -\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{R}_1 \boldsymbol{i}_{10}$$



Малките стойности на тока на празен ход  $i_{10}$  определят незначителна големина на напрежителния пад  $R_1 i_{10}$  и на  $e_{10}$ , следователно индуктираното електродвижещо напрежение от основния магнитен поток -  $e_1$  е съизмеримо със захранващото напрежение  $u_1$ 

$$e_1 = -u_1 + \frac{d\Psi_{1\sigma}}{dt} + R_1 i_{10} = -u_1 + L_{1\sigma} \frac{di_{10}}{dt} e + R_1 i_{10} \cong -u_1$$

$$m{e}_1 = -m{w}_1 rac{m{d} \, \Phi_0}{m{d} \, t} \cong -m{u}_1$$
 , откъдето  $m{\Phi}_0 m{t} \cong rac{1}{m{w}_1} \int m{u}_1 m{t} \, dt$ 



### ПРОЕКТ ВG051РО001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



$$\boldsymbol{\Phi}_{0}(t) \cong \frac{\boldsymbol{U}_{1m}}{\boldsymbol{w}_{1}\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \boldsymbol{\Phi}_{0m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Полученият резултат за големината на основния магнитен поток е идентичен с изведения при анализа на идеалния трансформатор и позволява да се направят следните изводи:

- ✓ В магнитопровода на реалния трансформатор, основния магнитен поток се изменя по същия закон и със същата честота, както и захранващото напрежение.
- ✓ Неговата амплитуда зависи линейно от амплитудата на захранващото напрежение  $U_{lm}$  и е обратно пропорционална на кръговата честота ω и броят на навивките на първичната намотка  $w_1$
- ✓ Основният магнитен поток изостава по фаза от захранващото напрежение на ъгъл  $\pi/2$

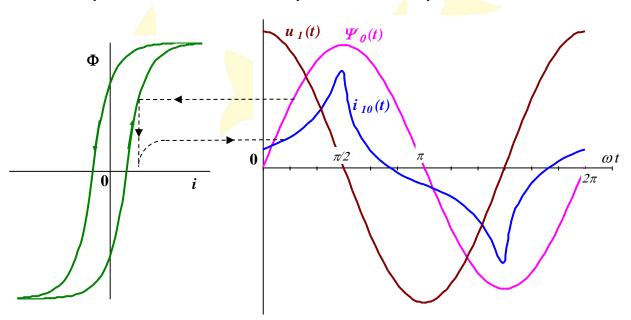


#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Токът в първичната намотка  $i_{I0}(t)$  се определя графично за всяка стойност на потока  $\Phi_0$ , чрез кривата на намагнитване на феромагнитния материал на магнитопрвовода. Силно изразеният нелинеен характер на зависимост  $\Phi(i)$  е причинен от развитието на хистерезисните явления в магнитопровода. Така, въпреки че основния магнитен поток е синусоиден, тока в първичната намотка е несинусоиден и изпреварва по фаза магнитния поток на ъгъл, който зависи от широчината на хистерезисната крива.





### ПРОЕКТ ВG051РО001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



работа на реалния трансформатор установи Разгледаният режим на несинусоидния характер на тока в първичната намотка. За облекчаване на анализа, този ток се заменя с еквивалентен синусоиден ток със същата ефективна стойност. Замяната позволява уравненията описващи процесите да се запишат спрямо комплексните ефективни образи на участващите величини.

Така уравнението на първичната намотка  $e_1 + e_{1\sigma} = -u_1 + R_1 i_{10}$  след заместване на  $e_{I\sigma}$  приема вида:  $u_1 = -e_1 + R_1 i_{10} + \frac{d\Psi_{1\sigma}}{dt} = -e_1 + R_1 i_{10} + L_{1\sigma} \frac{di_{10}}{dt}$ .

Същото уравнение, записано спрямо комплексните ефективни стойности на величините представя напрежението  $U_I$  като сума от индуктираното е.д.н.  $E_I$ и падовете на напрежение в активното съпротивление  $R_1$  и в реактивно съпротивление на разсейване  $X_{I\sigma}$  на намотката:

$$\dot{U}_{1} = -\dot{E}_{1} + R_{1}\dot{I}_{10} + j\omega L_{1\sigma}\dot{I}_{10} = -\dot{E}_{1} + (R_{1} + jX_{1\sigma})\dot{I}_{10}$$

Е.д.н. 
$$e_2$$
 се изразява със:  $e_2 = -w_2 \frac{d\Phi_0}{dt} = w_2 \frac{e_1}{w_1} = \frac{e_1}{k_{mp}}$  или  $E_2 = \frac{E_1}{k_{mp}}$ 

$$\dot{\vec{E}}_2 = \frac{\dot{\vec{E}}_1}{k_{TP}}$$

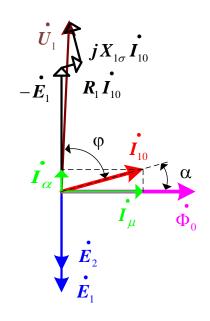


### ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Уравненията на двете намотки изобразени в комплексната равнина представят амплитудните и фазовите съотношения между величините. Във векторната диаграма, еквивалентния синусоиден ток в първичната намотка  $I_{10}$ , е представен с двете си компоненти: активна и реактивна. Активната –  $I_a$  е пропорционална на загубите на мощност в материала на магнитопровода, дължащите се на явлението хистерезис и на вихровите токове. Нейната големина зависи от широчината на хистерезисната крива и е пропорционална на ъгъла на загубите в магнитопровода  $\alpha$ . Реактивната компонента –  $I_{\mu}$  създава магнитния поток в магнитопровода  $\Phi_0$ .



Диаграмата илюстрира и изведените фазови съотношения между величините. Така векторът на магнитния поток  $\Phi_0$  изостава от вектора на напрежението  $U_1$  на ъгъл приблизително  $90^\circ$ , но изпреварва точно на  $90^\circ$  векторите на е.д.н.  $E_1$  и  $E_2$ .

Голямото дефазиране между векторите  $U_1$  и  $I_{10} - \varphi$  показва, че в режим на празен ход трансформаторът консумира предимно реактива енергия за създаване на магнитното поле в магнитопровода си.



### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Включването на консуматор  $Z_k$  към вторичната намотка предизвиква протичане на ток  $i_2(t)$ , който преминава не само през него но и през навивките на вторичната намотка. С този ток намотката създава пълен магнитен поток, който, както и при първичната намотка се разделя на две части:

- поток  $\Psi_2(t)$ , който се разпространява в магнито<mark>пр</mark>овода и
- поток на разсейване  $\Psi_{2\sigma} = L_{2\sigma} i_{2\sigma}$  който се затваря във въздуха <u>само</u> около вторичната намотка.

Съгласно принципа на електромагнитната инертност, посоката на тока  $i_2(t)$  е такава, че магнитния поток  $\Psi_2(t)$ , се противопоставя на основния магнитен поток  $\Phi_0(t)$ , създаден в магнитопровода от първичната намотка.

Това противопоставяне би следвало да доведе до намаляване на  $\Phi_0(t)$ , но тъй като неговата големина зависи само от захранващото напрежение  $u_1$ , което не се променя,  $\Phi_0(t)$  ще запази големината си. Следователно, в режим на натоварване, размагнитващото действие на тока  $i_2(t)$  се компенсира от увеличаването на амплитудата на тока в първичната намотка  $i_1(t)$  при което в магнитопровода се установява практически неизменно магнитно състояние.



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



В режим на празен ход основният магнитен поток  $\Phi_0(t)$  се прокарва от м.д.н  $F_{10}(t)=w_1.i_{10}(t)$ . Тъй като при натоварване той не се променя, то сумата от м.д.н. на двете намотки  $F_1(t)=w_1.i_1(t)$  и  $F_2(t)=w_2.i_2(t)$  следва да се изравни със

$$F_{10}(t)$$
, т.е. :  $F_1(t) + F_2(t) = F_{10}(t)$ , откъдето  $i_1(t) = i_{10}(t) - \frac{w_2}{w_1}i_2(t)$ 

Последният израз, записан за комплексните ефективни стойности на токовете е известен като уравнение за магнитното състояние на трансформатора.

$$\vec{\boldsymbol{I}}_1 = \vec{\boldsymbol{I}}_{10} - \frac{\boldsymbol{w}_2}{\boldsymbol{w}_1} \vec{\boldsymbol{I}}_2$$

При посочените особености на реалния трансформатор в режим на натоварване, за да се отчетат всички явления свързани с работата му се съставя модел, който съдържа: идеални резистори със съпротивления равни на съпротивленията на проводниците на първичната и вторична намотки -  $R_1$  и  $R_2$ , идеални въздушни бобини с индуктивности  $L_{1\sigma}$  и  $L_{2\sigma}$  и идеални нелинейни бобини с навивки  $w_1$  и  $w_2$ , поставени върху магнитопровода.

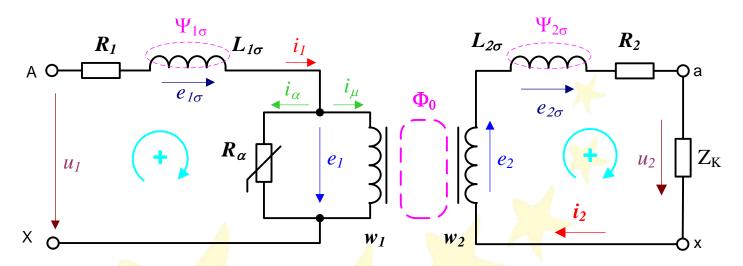
Загряването на магнитопровода, дължащо се на явленията хистерезис и вихрови токове се отчита с нелинейния резистор  $R_{\alpha}$ 



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"





Уравненията за електрическото състояние на трансформатора могат да се получат от втория закон на Кирхоф, записан за контурите на двете намотки:

$$oldsymbol{e}_1 + oldsymbol{e}_{1\sigma} = -oldsymbol{u}_1 + oldsymbol{R}_1 oldsymbol{i}_1$$
 или  $oldsymbol{u}_1 = -oldsymbol{e}_1 + oldsymbol{R}_1 oldsymbol{i}_1 + oldsymbol{L}_{1\sigma} rac{oldsymbol{d} oldsymbol{i}_1}{oldsymbol{d} oldsymbol{t}}$ 

$$oldsymbol{e}_2 + oldsymbol{e}_{2\sigma} = oldsymbol{u}_2 + oldsymbol{R}_2 oldsymbol{i}_2 = oldsymbol{e}_2 - oldsymbol{R}_2 oldsymbol{i}_2 - oldsymbol{L}_{2\sigma} rac{oldsymbol{d} oldsymbol{i}_2}{oldsymbol{d} oldsymbol{t}}$$
 или  $oldsymbol{u}_2 = oldsymbol{e}_2 - oldsymbol{R}_2 oldsymbol{i}_2 - oldsymbol{L}_{2\sigma} rac{oldsymbol{d} oldsymbol{i}_2}{oldsymbol{d} oldsymbol{t}}$ 



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



Ако в диференциалните уравнения, несинусоидните токове се заменят със еквивалентни синусоидни, със същата ефективна стойност, електрическото състояние на трансформатора може да се опише с линейни уравнения записани спрямо комплексните ефективни образи на величините. В тях с  $X_{I\sigma} = \omega L_{I\sigma}$  и  $X_{2\sigma} = \omega L_{2\sigma}$  са означени реактивните съпротивления на разсейване на първичната и вторична намотки.

$$\dot{\boldsymbol{U}}_{1} = -\dot{\boldsymbol{E}}_{1} + \boldsymbol{R}_{1}\dot{\boldsymbol{I}}_{1} + \boldsymbol{j}\boldsymbol{X}_{1\sigma}\dot{\boldsymbol{I}}_{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{U}}_{2} = \dot{\boldsymbol{E}}_{2} - \boldsymbol{R}_{2} \, \dot{\boldsymbol{I}}_{2} - \boldsymbol{j} \boldsymbol{X}_{2\sigma} \, \dot{\boldsymbol{I}}_{2}$$

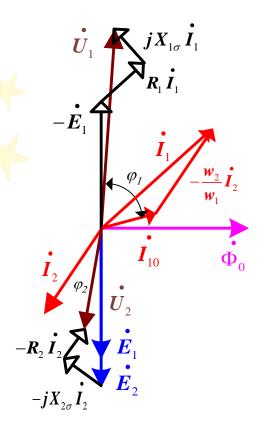
Амплитудните и фазовите съотношения между събираемите в уравненията, са представени чрез векторната диаграма. В нея е представен и графичния образ на уравнението за магнитното състояние.

Диаграмата е построена при условие, че използваният консуматор има активно индуктивен характер.



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



$$\dot{\boldsymbol{I}}_1 = \dot{\boldsymbol{I}}_{10} - \frac{\boldsymbol{w}_2}{\boldsymbol{w}_1} \dot{\boldsymbol{I}}_2$$



### Режим на късо съединение

Уравненията за електрическото и за магнитното състояние образуват система, която описва напълно електромагнитните процеси в реален трансформатор в режим на натоварване.

Ако в уравненията се нулира токът  $I_2$ , се достига до изведените изрази, описващи работата на трансформатора в режим на празен ход.

$$\begin{vmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_{1} = -\dot{\boldsymbol{E}}_{1} + \boldsymbol{R}_{1} \dot{\boldsymbol{I}}_{1} + \boldsymbol{j} \boldsymbol{X}_{1\sigma} \dot{\boldsymbol{I}}_{1} \\ \dot{\boldsymbol{U}}_{2} = \dot{\boldsymbol{E}}_{2} - \boldsymbol{R}_{2} \dot{\boldsymbol{I}}_{2} - \boldsymbol{j} \boldsymbol{X}_{2\sigma} \dot{\boldsymbol{I}}_{2} \\ \dot{\boldsymbol{I}}_{1} = \dot{\boldsymbol{I}}_{10} - \frac{\boldsymbol{w}_{2}}{\boldsymbol{w}_{1}} \dot{\boldsymbol{I}}_{2} \end{vmatrix}$$

Трансформатор се намира в режим на късо съединение, когато първичната му намотка е захранена с номиналното си напрежение, а изводите на вторичната му намотка са свързани заедно (т.е. импеданса на включения консуматор е нула). В този режим токовете и в двете намотки се ограничават единствено от незначителните по големина активни съпротивления на проводниците и реактивните съпротивления на разсейване на намотките.

Режимът е авариен за трансформатора и продължава докато защитаващите апарати не го изключат от захранващата мрежа.



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Диаграма на активните мощности

В режим на натоварване, активната мощност -  $P_1$  постъпила към един трансформатор, се различава от мощността  $P_2$ , отдадена на консуматора. Разликата между тях се отбелязва с  $\Delta p$  и се нарича загуба на мощност. Загубата на мощност  $\Delta p = P_1 - P_2$  е активна мощност, консумирана от трансформатора, за нуждите на явленията които съпровождат работата му. Различават се два вида загуби на мощност:

 $\Delta p_M$  - загуби на мощност в медта на намотките. Дължат се на джауловия ефект, който отразява загряването им при протичане на ток през тях.

$$\Delta \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{M}1} = \boldsymbol{R}_1 \boldsymbol{I}_1^2$$

$$\Delta \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{M}2} = \boldsymbol{R}_2 \boldsymbol{I}_2^2$$

 $\Delta p_{CT}$  - загуби на мощност в стоманата на магнитопровода. Дължи се на явленията хистерезис и вихрови токове, които причиняват неговото загряване. Големината им зависи от квадрата на  $U_I$ , честотата му и от феромагнитните свойства на материала на магнитопровода.

$$\Delta \boldsymbol{p}_{CT} = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{U}_{1}^{2}, \omega, \mu\right)$$



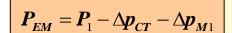
#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

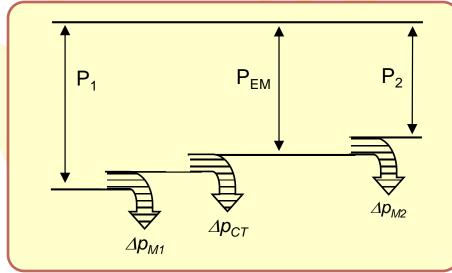


## Диаграма на активните мощности. Коефициент на полезно действие

Диаграмата на активните мощности в един трансформатор представя как се изразходва електрическата енергия при работата му в режим на натоварване. Разликата между постъпилата активна мощност  $P_1$  и загубите в първичната намотка  $\Delta p_{MI}$  и магнитопровода  $\Delta p_{CT}$ , определят електромагнитната мощност  $P_{EM}$ . Това е мощността, която отразява прехвърлянето на електрическа енергия към вторичната намотка по електромагнитен път. Част от нея се изразходва за загряване на вторичната намотка -  $\Delta p_{M2}$ , а останалото е за консуматора.



$$\boldsymbol{P}_{EM} = \boldsymbol{P}_2 + \Delta \boldsymbol{p}_{M2}$$



Коефициент

на полезно

действие



### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"



### Литература

### Основна

- 1. Д. Цветков и др., Електротехника и електроника, печат ЕТ "Здравков", 1997, София
- 2. Д. Цветков и др., Основи на електротехниката и електрониката, изд. Техника, 1989, София
- 3. С. Папазов, С. Фархи, Теоретична електротехника, Техника, 1990, София

### Допълнителна

- 1. J. Bird, Electrical and Electronic Principles and Technology, Elsevier, 2007
- 2. G. Rizzoni, Fundamentals of Electrical Engineering, McGraw Hill, 2009
- 3. W. Roadstrum, D. Wolaver, Electrical Engineering for All Engineers, John Wiley, 1994



#### ПРОЕКТ ВG051PO001--4.3.04-0042

"Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

