MATH-F-112 - Mathématiques
Exercices - Module A

Renato Costa Ribeiro

24 septembre 2015

Table des matières

Chapitre 1

Logique

1.1

a. $B \Rightarrow G$

b. $R \Rightarrow S$

c. $(P \vee N) \Rightarrow A$

d. $H \Rightarrow \neg V$

e. $O \Rightarrow P$

f. $(O \Rightarrow N) \wedge (N \Rightarrow O)$

g. $D \Rightarrow C$

h. $\neg C \Rightarrow \neg I$

i. $D \Rightarrow C$

j. $E \Rightarrow N$

k. $(T \wedge N) \Rightarrow I$

l. $I \Rightarrow P$

m. $V \Rightarrow D$

1.2

(1). $A \vee B \vee C$

(2). $C \Rightarrow A$

(3). $B \Rightarrow (A \vee C)$

Pour savoir si A est le coupable il faut : $(1) \wedge (2) \wedge (3)$

A	**B**	**C**	$A \vee B \vee C$ **(1)**	$C \Rightarrow A$ **(2)**	$A \vee C$	$B \Rightarrow (A \vee C)$ **(3)**	$(1) \wedge (2) \wedge (3)$	$(1) \wedge (2) \wedge (3) \Leftrightarrow A$
0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Comme nous pouvons le constater, la dernière colonne uprouve que $(1) \wedge (2) \wedge (3) \Leftrightarrow A$. A est donc le coupable.

1.3

a. Faux. Faisons une table de vérité pour le cas où $P \Rightarrow L$ et $L \Rightarrow P$. Le résultat n'est pas le même. L'affirmation est donc fausse.

P	L	$P \Rightarrow L$	$L \Rightarrow P$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

b. Vrai. $E \Rightarrow C$ et $C \Rightarrow P$.

c. Faux. $(P \vee T) \not\Leftrightarrow (P \Rightarrow \neg T)$

P	T	$\neg T$	$P \vee T$	$P \Rightarrow \neg T$
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

d. Vrai. $R \Rightarrow H$

e. Vrai. $N \Rightarrow F$

f. Faux. $(D \Rightarrow P) \not\Leftrightarrow (\neg D \Rightarrow \neg P)$

D	P	$D \Rightarrow P$	$\neg D \Rightarrow \neg P$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

g. Vrai. $(D \Rightarrow P) \Leftrightarrow (\neg P \Rightarrow \neg D)$

1.9

b. Démontrons que $\forall m \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$:

$$\underbrace{1^3 + 2^3 + ... + m^3}_{\sum_{i=1}^{m} i^3} = \frac{m^2(m+1)^2}{4}$$

- Cas de base :
  Lorsque $m = 1$, on a bien que :

$$\underbrace{1^3 + ... + m^3}_{=1} = \underbrace{\frac{m^2(m+1)^2}{4}}_{=1}$$

- Cas récursif :