

Лабораторная работа 4

Численное решение нелинейных уравнений

1. Отделите графически корни алгебраического уравнения $f(x) = 0$ с помощью функции **Plot**. Найдите один из них (нецелый) с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ методом хорд. Укажите потребовавшееся число итераций. Проиллюстрируйте графически нахождение первых двух приближений (постройте график функции и хорды).

1.1. $f(x) = 15x^3 - 86x^2 + 111x - 28$. 1.2. $f(x) = 63x^3 - 248x^2 + 155x + 66$.

1.3. $f(x) = 66x^3 - 49x^2 - 209x - 84$. 1.4. $f(x) = 9x^3 - 3x^2 - 122x - 40$.

1.5. $f(x) = 26x^3 - 57x^2 - 41x + 102$. 1.6. $f(x) = 14x^3 - 179x^2 + 281x - 66$.

1.7. $f(x) = 12x^3 - 100x^2 + 237x - 135$. 1.8. $f(x) = 12x^3 + 29x^2 - 52x + 11$.

1.9. $f(x) = 6x^3 - 85x^2 + 309x - 170$. 1.10. $f(x) = 14x^3 - 151x^2 + 479x - 396$.

1.11. $f(x) = 26x^3 - 171x^2 + 336x - 196$. 1.12. $f(x) = 18x^3 - 39x^2 - 154x - 65$.

1.13. $f(x) = 36x^3 - 168x^2 + 55x + 350$. 1.14. $f(x) = 21x^3 - 61x^2 + 19x + 21$.

1.15. $f(x) = 54x^3 + 117x^2 - 276x + 77$. 1.16. $f(x) = 36x^3 - 219x^2 + 349x - 110$

.

2. Отделите графически и найдите с помощью функций **Solve**, **NSolve**, **Roots**, **FindRoot** корни алгебраического уравнения $f(x) = 0$. Разложите многочлен $f(x)$ на множители, используя функцию **Factor**.

2.1. $f(x) = x^6 + 6x^5 + 12x^4 + 6x^3 - 9x^2 - 12x - 4$.

2.2. $f(x) = x^6 + 7x^5 - 5x^4 - 95x^3 - 20x^2 + 304x - 192$.

2.3. $f(x) = x^6 + 8x^5 + 17x^4 - 8x^3 - 45x^2 + 27$.

2.4. $f(x) = x^6 + 6x^5 - 50x^3 - 45x^2 + 108x + 108$.

2.5. $f(x) = x^6 - 3x^5 - 9x^4 + 19x^3 + 12x^2 - 36x + 16$.

$$2.6. \quad f(x) = x^6 - x^5 - 18x^4 + 14x^3 + 61x^2 - 93x + 36.$$

$$2.7. \quad f(x) = x^6 + x^5 - 26x^4 - 52x^3 + 152x^2 + 512x + 384.$$

$$2.8. \quad f(x) = x^6 + x^5 - 31x^4 - 13x^3 + 306x^2 - 864.$$

$$2.9. \quad f(x) = x^6 + 7x^5 + 5x^4 - 55x^3 - 90x^2 + 108x + 216.$$

$$2.10. \quad f(x) = x^6 - x^5 - 19x^4 - 15x^3 + 46x^2 + 28x - 40.$$

$$2.11. \quad f(x) = x^6 - 19x^5 + 147x^4 - 589x^3 + 1276x^2 - 1392x + 576.$$

$$2.12. \quad f(x) = x^6 - 6x^5 - 24x^4 + 82x^3 + 315x^2 + 324x + 108.$$

$$2.13. \quad f(x) = x^6 + 4x^5 - 10x^4 - 24x^3 + 13x^2 + 44x + 20.$$

$$2.14. \quad f(x) = x^6 - 14x^5 + 73x^4 - 188x^3 + 256x^2 - 176x + 48.$$

$$2.15. \quad f(x) = x^6 + 8x^5 + 2x^4 - 36x^3 + x^2 + 52x - 28.$$

$$2.16. \quad f(x) = x^6 + 12x^5 + 45x^4 + 48x^3 - 21x^2 - 60x - 25.$$

3. Отделите графически корни трансцендентного уравнения с помощью функции **Plot**. Найдите один из них с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$: а) методом Ньютона; б) методом секущих. Укажите потребовавшееся число итераций.

$$3.1. \quad 3^x = 4x + 2.$$

$$3.2. \quad \log_2 x = x^2 - 3x - 1.$$

$$3.3. \quad 7 \operatorname{arctg} 4x = x^3 + 2x + 2.$$

$$3.4. \quad 0,7^x - 5 = \log_2(4 - x).$$

$$3.5. \quad x \log_3 x + x^2 - 5x + 2 = 0.$$

$$3.6. \quad 5 \cos(2x + 1) = 3x^2 + 5x - 4.$$

$$3.7. \quad 7x^2 - x = 2^{3x-4} + 9.$$

$$3.8. \quad \sqrt{12x^2 + x + 3} = 2^x + 2.$$

$$3.9. \quad 4 \cdot 3^{1-x} = 2x - 15x^2 + 37.$$

$$3.10. \quad \log_2(x + 5) = 4 - \sqrt{2x^2 + 1}.$$

$$3.11. \quad 5x^2 - 4 + \sqrt{x + 5}x = 4 \sin(3x - 1).$$

$$3.12. \quad 12x - 5x^2 = 2^x - 9.$$

$$3.13. \quad 8 \cos^2(x + 3) = 15 + 9x - 4x^2.$$

$$3.14. \quad 7^{x-1} + 3^x = x^4 + x - 1.$$

$$3.15. \quad \log_3(x + 4) = (2x^2 + 3) \sin x.$$

$$3.16. \quad 5^x - 4x = \ln(3x + 8).$$

4. Приведите уравнение (3.1 – 3.16) к виду, пригодному для итераций. Найдите

его корни методом простых итераций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Укажите потребовавшееся число итераций.

5. Решите уравнение (3.1 – 3.16) с помощью функций **Solve**, **NSolve**, **FindRoot**.

6. Дана система двух нелинейных уравнений $f(x, y) = 0$, $g(x, y) = 0$. Используя средства пакета **Mathematica**, изобразите на одном чертеже кривые $f(x, y) = 0$ и $g(x, y) = 0$, и решите данную систему.

6.1. $\begin{cases} \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{25}, \\ x^3 + y^3 - 9xy = 0. \end{cases}$	6.2. $\begin{cases} y^2 = x^3/(7-x) + 1, \\ x^2 - 3\arccos(1 - y/5) = 0. \end{cases}$
6.3. $\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 = 21(x^2 - y^2), \\ 2x^4 - 3y^2 - 4x - y^5 = 1. \end{cases}$	6.4. $\begin{cases} (x^2 + y^2 + 2x)^2 = 4(x^2 + y^2), \\ (x - y)^2 = 7y - 5x - 8. \end{cases}$
6.5. $\begin{cases} (x^2 + y^2 - 2x)^2 = 24(x^2 + y^2), \\ \sin(2x + y) = 4y - 3x + 2. \end{cases}$	6.6. $\begin{cases} \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(y-3)^2} = 4, \\ 3x^2 - 5y^2 = 15. \end{cases}$
6.7. $\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 = 8(x^2 - y^2) + 65, \\ 2^{x+7y} + x - 9y^2 = 0. \end{cases}$	6.8. $\begin{cases} y = \sinh(2y - x) - 3x + 1, \\ (x^2 + y^2)^2 = 32(y^2 - x^2). \end{cases}$
6.9. $\begin{cases} (x^2 + y^2 - 6y)^2 = 36(x^2 + y^2), \\ \sqrt[3]{(x-4)^2} + \sqrt[3]{(y-1)^2} = 4. \end{cases}$	6.10. $\begin{cases} x^3 + y^3 = 15xy, \\ y = 4 - 5\arctg(x - 5). \end{cases}$
6.11. $\begin{cases} (x^2 + y^2 + 5y)^2 = 8(x^2 + y^2), \\ 7y - 3x^2 + 4x = \cos(y + 1) - 9. \end{cases}$	6.12. $\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 = 18(x^2 - y^2) + 12, \\ 2x^2 - y^2 - 4x + 6y - 11 = 0. \end{cases}$
6.13. $\begin{cases} \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(y-3)^2} = 5, \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2\cosh(x - y - 1). \end{cases}$	6.14. $\begin{cases} (x^2 + y^2 - 3x)^2 = 9(x^2 + y^2), \\ 2y - 3x + 5\ln(4x + y) = 3. \end{cases}$
6.15. $\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 = 54xy, \\ x^2 - 3y^2 + 2x = y - 2. \end{cases}$	6.16. $\begin{cases} (y + 3)^2 = \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{4 - x}, \\ (x^2 + y^2 + 6y)^2 = 30(x^2 + y^2). \end{cases}$