

Лабораторная работа 6

Численное решение задачи Коши для ОДУ первого порядка и их систем

1. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка на отрезке $[0, 1]$:

а) методом Эйлера-Коши с шагом $h_1 = 0,1$ и $h_2 = 0,05$, построить графики полученных решений;

б) методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом $h_1 = 0,1$ и $h_2 = 0,05$, построить графики полученных решений;

в) с помощью функций **DSolve** и **NDSolve**, построить графики.

Сравнить все полученные решения. Сделать выводы о точности методов в зависимости от шага сетки.

1.1. $y' = \cos(2x + y) + x - y$, $y(0) = 0$. 1.2. $y' - 0,1x^2 = 2xy$, $y(0) = 0,8$.

1.3. $y' + 1,25y^2 = 0,6\sin x + 1$, $y(0) = 0$ 1.4. $y' = 0,3xy + y^2$, $y(0) = 0,6$.

1.5. $y' = \frac{\cos y}{x+2} - 0,3y^2$, $y(0) = 0$. 1.6. $y' = 1 + 4y\sin x - 1,5y^2$, $y(0) = 0$.

1.7. $y' = \cos(x + y) - x - y$, $y(0) = 0$. 1.8. $y' - 2x = y^2$, $y(0) = 0,3$.

1.9. $y' = 5\cos y - \sin x + x^2$, $y(0) = 0,5$ 1.10. $y' = y - \frac{3x}{y}$, $y(0) = 1$.

1.11. $y' = x^3 + y^2$, $y(0) = 1$. 1.12. $y' = 0,2x^2 + 5y^2$, $y(0) = 0,8$.

1.13. $y' = y^2 + 0,7\sin 2x$, $y(0) = 0$. 1.14. $y' = 4x + 1,3y^2$, $y(0) = 0,4$.

1.15. $y' = 2,5x^2 - 0,9y^2$, $y(0) = 0,4$. 1.16. $y' = y\sin 3x + 0,2y^2$, $y(0) = 0$.

2. Решить задачу Коши для системы двух дифференциальных уравнений на отрезке $[0, 1]$:

а) методом Эйлера с шагом $h_1 = 0,1$ и $h_2 = 0,05$, построить графики полученных решений;

б) методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом $h_1 = 0,1$ и $h_2 = 0,05$, построить графики полученных решений;

в) с помощью функций **DSolve** и **NDSolve**, построить графики.

Сравнить все полученные решения.

$$1.1. \begin{cases} y' + 2z = 0, & x(0) = 0, \\ z' - 3y' - 1 = 0, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} y' - y - 3z = 0, & y(0) = 3, \\ z' = -y + 5z, & z(0) = 1. \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} y' = 2y + z + 3e^{-x}, & y(0) = 1, \\ z' = y - 2z + 4e^x, & z(0) = 2. \end{cases}$$

$$1.4. \begin{cases} y' = -y + 2z, & y(0) = 0, \\ z' = -2y' - 5z, & z(0) = 1. \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} y' - y - 3z = 2x, & y(0) = 1, \\ z' - 4y' - 7z = 0, & z(0) = 0. \end{cases}$$

$$1.6. \begin{cases} y' - y^2 - 3z = 0, & y(0) = 1, \\ z' - 4y' - 7z = 0, & z(0) = 0. \end{cases}$$

1.7.

$$\begin{cases} y' + z = 1, & y(0) = -1, \\ z' + \frac{2y}{(x+1)^2} = \ln(x+1), & z(0) = 1,5. \end{cases}$$

$$1.8. \begin{cases} y' + 5z - 4y = 0, & y(0) = 2,5, \\ z' - 3y + 4z = 0, & z(0) = 1. \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} y' + 5z = 2, & y(0) = 0,5, \\ z' + y + 3z = 0, & z(0) = 2. \end{cases}$$

$$1.10. \begin{cases} y' = y^2/z, & y(0) = 1, \\ z' - 0,5y = 0, & z(0) = 0,6. \end{cases}$$

1.11.

$$\begin{cases} y' = 2y - 3z + 0,8x, & y(0) = 0,4, \\ z' = 4y - 7z - 2e^{-3x}, & z(0) = 1,2. \end{cases}$$

1.12.

$$\begin{cases} y' - 0,7y = z + \sin 2x, & y(0) = 0, \\ z' = y + 0,4z, & z(0) = 1. \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} y' + 5y + z = 2, & y(0) = 1, \\ z' + 2y - z = \cos x, & z(0) = 1. \end{cases}$$

$$1.14. \begin{cases} y' = 4z + e^{-x}, & y(0) = 0, \\ z' = 3y - z + 7, & z(0) = 1. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} y' = 0,3y + 4z, & y(0) = 1,5, \\ z' = 1,6y' - z - 8, & z(0) = 0,1. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} y' - 4y + z = x^2, & y(0) = 1, \\ z' = 3y + 5z, & z(0) = 0,6. \end{cases}$$