

数值分析作业6

学号：1170503101

姓名：罗猛

一、实验内容

P165 A. 2: 在某化学反应内, 根据实验所得分解物的浓度与时间关系如下,

t (时间)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$y \times 10^{-4}$ (浓度)	0	1.27	2.16	2.86	3.44	3.87	4.15	4.37	4.51	4.58	4.62	4.64

用最小二乘法拟合求 $y=F(t)$.

二、实验要求

用最小二乘法分别求出其一次、二次、三次拟合曲线, 比较其精度

三、实验公式

多重线性回归

多重回归研究的是变量 y 与可控变量 x_1, x_2, \dots, x_k 之间的线性关系, 假设

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

根据线性代数, 则有

$$Y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

得到

$$Y = X\beta + e$$

与普通最小二乘法推导证明相似, 可以得到 β 的最小二乘估计

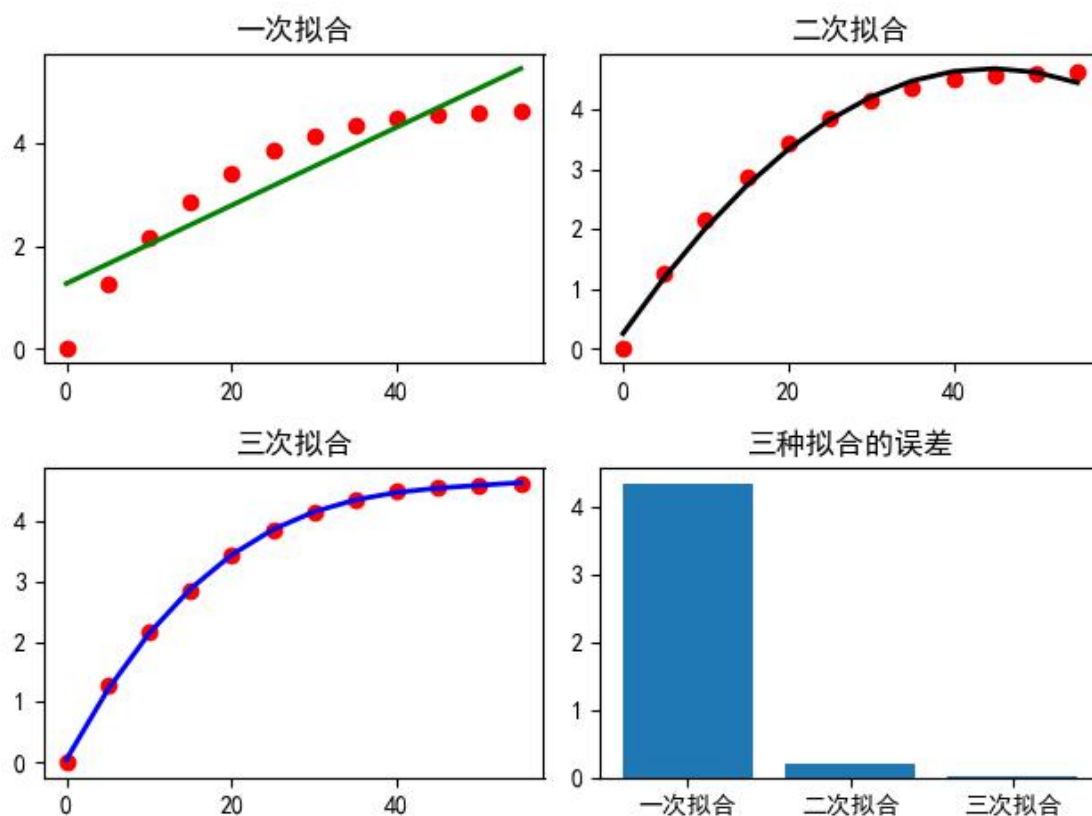
$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

n次拟合曲线: $y=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+anx^n$

四、实验代码

见附录

五、实验截图



六、实验结果

```
D:\source_code\math\seven>python36 Least_squares.py
一次拟合的系数： [1.26769231 0.07653846]
一次拟合的误差和： 4.350588461538463
二次拟合的系数： [ 0.2453022  0.19922527 -0.00223067]
二次拟合的误差和： 0.19987050449550403
三次拟合的系数： [ 4.42124542e-02  2.55692900e-01 -4.91186591e-03  3.24993525e-05]
三次拟合的误差和： 0.008713375513375508
```

拟合曲线的次数越高，精度越高