

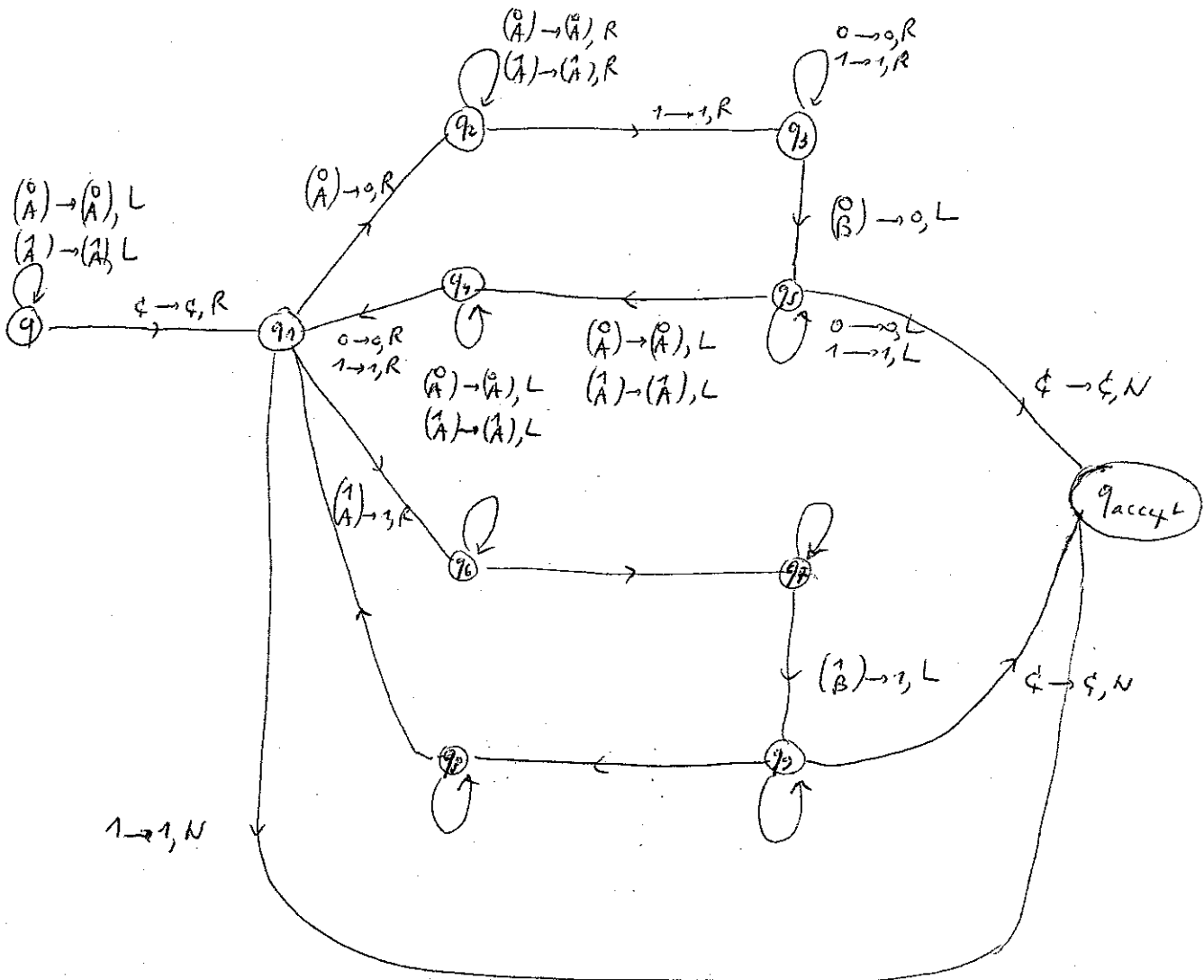
Correction de l'exercice 4.5

La fig 4.5 décrit une machine de Turing qui calcule le langage récursif  $L_{\text{middle}} = \{ x^1 y \mid x, y \in \Sigma_{\text{bool}}^*, |x| = |y| \}$

Cette machine a utilisé un marquage permettant de retrouver le mot d'entrée. ( A gauche du '1' central, marquage de '0' par  $\begin{pmatrix} 0 \\ A \end{pmatrix}$ , de '1' par  $\begin{pmatrix} 1 \\ A \end{pmatrix}$  - A droite du '1' central, marquage de '0' par  $\begin{pmatrix} 0 \\ B \end{pmatrix}$ , de '1' par  $\begin{pmatrix} 1 \\ B \end{pmatrix}$  ).

Montrons comment ajouter des états et des transitions à cette machine pour obtenir une machine qui calcule le langage récursif  $L = \{ x \uparrow x \mid x \in \Sigma_{\text{bool}}^* \}$ .

La machine recherchée est celle de la figure 4.5 où  $q_{accept}$  a été remplacé par un état  $q$  auquel on ajoute les transitions & états de la figure ci-après :



les idées sous-jacentes sont les suivantes

- en  $q_1$  la tête de lecture a été positionnée tout à gauche

- il y a deux parties semblables

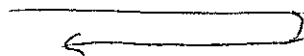
\* partie avec  $q_2, q_3, q_4, q_5$  qui traite un symbole 0

\* partie avec  $q_6, q_7, q_8, q_9$  qui traite un symbole 1  
(le dessin doit être complété)

- Plaçons-nous en cours d'exécution pour la partie  $q_2, q_3, q_4, q_5$   
le ruban a le contenu suivant

4	0	0	1	A	A	A	1	0	0	1	B	B	B				...
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	-----

↑  
 $q_2$



lors d'un aller-retour, à partir de  $q_1$

\* on démarque  $\begin{pmatrix} A \\ 0 \end{pmatrix}$  en 0 (en se rappelant qu'on a vu 0, et pas 1)

\* on passe les symboles  $\begin{pmatrix} A \\ 0 \end{pmatrix}$   $\begin{pmatrix} A \\ 1 \end{pmatrix}$  suivants

le symbole 1 central

les symboles 0, 1 déjà démarqués

jusqu'à tomber sur un symbole marqué

\* on démarque  $\begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}$  en 0

\* on revient en arrière sur le ruban

- Il y a des transitions manquantes qui correspondent au cas de rejet de l'entrée. Elles doivent être ajoutées sur le dessin

- On se souvient qu'on a démarqué  $\begin{pmatrix} A \\ 0 \end{pmatrix}$  en 0 dans la  
partie  $q_2, q_3, q_4, q_5$   $\begin{pmatrix} A \\ 1 \end{pmatrix}$  en 1  
 $q_6, q_7, q_8, q_9$