

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO  
ODDELEK ZA FIZIKO

# GPS

Seminar pri Izbranih poglavjih iz uporabne fizike

Mitja Eržen  
Mentor: doc. dr. Primož Ziherl

Gorenja vas, 2. 5. 2008

# Uvod

Satelitska navigacija postaja vse bolj aktualna na številnih področjih človeškega delovanja. Z njo si pomagajo geodeti, navtiki, policija, vojska, reševalci, alpinisti... Ker je relativno poceni in se njena cena niža, je postala popularna tudi med civilnim prebivalstvom. V vesolju je že več satelitskih sistemov. Za primer lahko navedemo ameriški GPS (Global Positioning System) in ruski Glonass. Oba sta bila primarno narejena za vojaške potrebe, Glonassa pa še danes niso uporabili za civilne namene, zato se bomo bolj osredotočili na sistem GPS, ker je dostopen za civilno uporabo. V vesolje pa prihaja nov sistem satelitske navigacije z imenom GALILEO, ki bo neodvisni civilni sistem za satelitsko navigacijo, katerega razvija EU in naj bi resno ogrozil monopol GPS. Slednji je stal kar 14 milijard dolarjev, ZDA pa v njegovo posodabljanje vlagajo milijarde dolarjev. Obstajata še dva sistema, ki sta v razvoju, in sicer kitajski COMPAS in IRNSS, katerega razvijajo v Indiji. GPS je zaenkrat edini sistem za navigacijo, ki popolnoma deluje. Sistem sestavlja 24 satelitov (slika 1), ki oddaja signal na GPS sprejemnike, kateri lahko določijo lokacijo, hitrost, nadmorsko višino in čas [1].

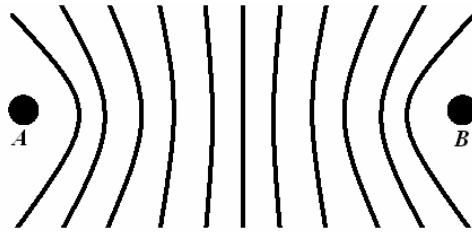


Slika 1: Primer GPS satelita. Na sliki je prikazana velikost satelita v primerjavi s človekom [2].

## Zgodovina

Sistem GPS je pravzaprav razvit iz radio-navigacijskega sistema, ki so ga razvili okoli leta 1940 in so ga uporabili tudi v obdobju 2. svetovne vojne. Primer takega sistema sta LORAN in Decca Navigator [3]. Sistem deluje s pomočjo dveh fiksnih oddajnikov in

sprejemnika. Ko sprejemnik izmeri razdalje do oddajnikov, s tem ugotovi svojo pozicijo (slika 1).



Slika 1: Sistem LORAN sestavljata dva oddajnika A in B, ter sprejemnika, ki se nahaja na območju, kjer lahko sprejme signal obeh oddajnikov. Ko sprejemnik ugotovi razdaljo do obeh oddajnikov, s tem ugotovi, kje se nahaja glede na oddajnika [3].

Prvi uspešni testi satelitske navigacije so bili opravljeni leta 1960, kjer so uporabili 5 satelitov. Po tem letu je razvoj sistema GPS šel strmo navzgor. Zelo pomembno leto za sistem GPS je leto 1983, ko je sistem GPS postal dostopen tudi za civilno uporabo. Ta signal je bil sicer moten s sistemom SA (selective availability) in je umetno povzročil napako na uri satelita, tako da se je njegova natančnost zmanjšala na približno 100 m. To aplikacijo so izklopili 1. maja 2000, ko je bil omogočen tudi civilnim uporabnikom dostop do popolnega signala L1. Tako je iz natančnosti 100 m prešel na njegovo teoretično natančnost 30 m [4].

## Segmenti sistema GPS

Sistem GPS je sestavljen iz treh glavnih segmentov: vesoljskega, nadzornega in uporabniškega.

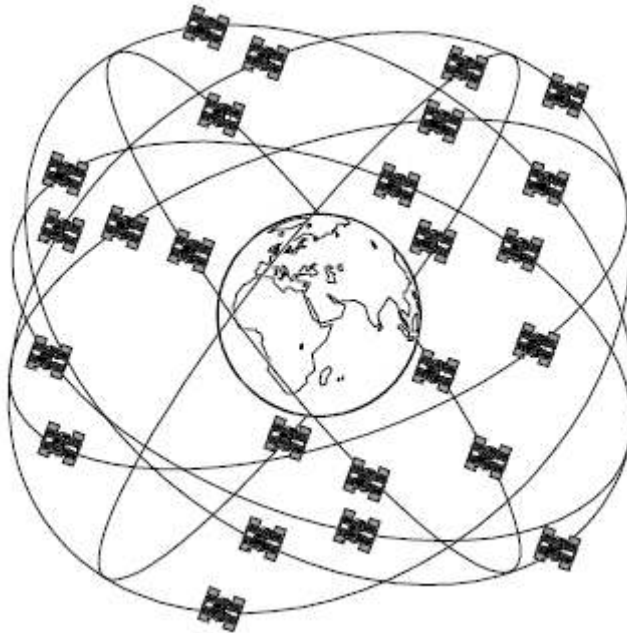
### ***Vesoljski segment***

Najprej je bilo načrtovano, da bo sistem GPS sestavljajo 24 satelitov v 3 krožnicah, po 8 satelitov v vsaki, vendar so se načrti spremenili in zdaj imamo 6 krožnic in v vsaki so 4 sateliti (slika 3). Orbite so na višini 20.200 km in so načrtovane tako, da se iz skoraj vsake točke na Zemlji vidi vsaj 6 satelitov. Od septembra 2007 je aktivnih 31 satelitov, kateri izboljšujejo natančnost izračuna koordinate in hkrati predstavljajo rezervo, če se kakšen satelit pokvari. Sateliti obkrožijo Zemljo približno dvakrat dnevno ali vsakih 12 ur (11 ur in 58 minut) [5].

### ***Nadzorni segment***

Sestavljen je iz petih kontrolnih postaj, ki so locirane na različnih koncih sveta (Colorado Springs v ameriški zvezni državi Kolorado, Havajsko otočje, otok Diego Garcia v

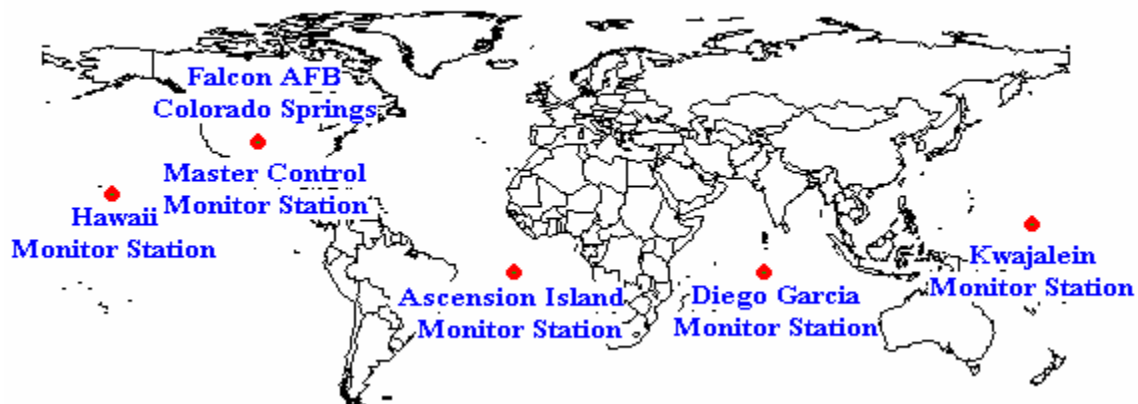
Indijskem oceanu, otok Kwajalein v južnem Pacifiku in atlantski otok Ascension) ter treh povezovalnih postaj (slika 4) [7].



Slika 3: Sateliti v sistemu GPS se gibljejo na orbitah, katere so na višini 20.200 km. Sistem sestavlja 24 satelitov, porazdeljenih v 6 krožnic [6].

Kontrolne postaje nadzirajo vse satelite tako, da na vsako sekundo in pol merijo razdaljo do njih. Te podatke potem pošljejo v glavno kontrolno postajo (Master Control Station – MCS) v Colorado Springsu, kjer ocenjujejo parametre, ki opisujejo položaj satelitov, delovanje ur v satelitih kot tudi »zdravstveno« stanje satelitov ter odločajo o tem, ali je potrebno zamenjati položaj satelitov. Take informacije zatem vrnejo trem povezovalnim postajam (ki so ko-locirane kontrolnim postajam na otokih Ascension, Diego Garcia in Kwajalein), te pa jih posredujejo satelitom. Glede na široko razpršenost kontrolnih postaj po celem svetu lahko sledijo satelitom v 92 % vsega časa.

Peter H. Dana 5/27/95



Slika 4: Kontrolne postaje, katere služijo za nadzor in upravljanje s sateliti [7].

## **Uporabniški segment**

Ta vsebuje sprejemnike, ki so bili oblikovani za dekodiranje signalov, ki jih prenašajo sateliti, in sicer za določanje položaja, hitrosti ali časa. Za dešifriranje GPS signalov mora sprejemnik izvesti naslednje naloge: izbrati enega ali več satelitov, doseči GPS signale, meriti in zasledovati kodo PRN (Pseudo Random Noise, navidezna naključna sekvenca) in osveževati navigacijske podatke.

## **GPS signal**

Vsak satelit neprekinjeno pošilja signal s podatki o satelitu. Sporočilo vsebuje podatke o uri satelita in stanje satelita. Vse to je vsebovano v prvem delu sporočila. Drugi del sporočila je efemeride, zadnji pa almanah. Da se prenese celo sporočilo, je potrebnih 30 sekund.

V prvih 6 sekundah poslani podatki vsebujejo uro. Naslednjih 12 sekund sporočilo vsebuje efemeride, ki povedo, kje na nebu se ob določenem času nahaja satelit. Efemeride so spremenjene vsaki 2 uri in ponavadi veljajo za 4 ure.

Almanah vsebuje podatke o približnih krožnicah vseh satelitov. Vsebovani so tudi podatki, kateri pomagajo odpraviti napako zaradi potovanja signala skozi ionosfero. Vsak satelit tudi pošlje podatek o usklajenosti ure z UTC (Universal Co-ordinated Time), s tem se lahko sprejemnik sinhronizira s satelitom do reda 100 ns. Potrebno si je zapomniti, da efemeride veljajo samo za določeni satelit, medtem ko almanah velja za vse satelite.

### Frekvence in kodiranje

Sateliti GPS oddajajo signale pri dveh nosilnih frekvencah, pri  $L1=1575.42$  MHz in  $L2=1227.60$  MHz.

Ti dve osnovni frekvenci sta potem modulirani z navidezno naključno sekvenco (t. i. kodo PRN) in navigacijskim sporočilom. Tehnika se imenuje široko spektrovnna modulacija in omogoča simultano oddajanje posameznih satelitov, ne da bi se motili med sabo in ne da bi bili moteni od signalov drugih virov [8].

Sateliti oddajajo dve vrsti PRN signalov. C/A (coarse acquisition, preprosta) koda, ki modulira samo signal  $L1$  frekvence in se uporablja za civilno rabo. Ta signal je zelo kratek (1023 bitov) in se ponavlja vsako milisekundo [8]. P (precise, natančna) koda pa modulira obe frekvenci, tako  $L1$  kot  $L2$ . Ta koda je zelo dolga in se ponavlja vsakih 267 dni. P koda je zaščitena proti namernemu oddajanju napačnih signalov z enkripcijo. Ta storitev je namenjena izključno ameriški vojski in nekaterim civilnim ustanovam, ki morajo imeti predhodno soglasje ameriškega ministrstva za obrambo [8].

## **Osnove delovanja**

Za določanje pozicije mora sprejemnik najprej izbrati, katere satelite naj »gleda«, zato potrebuje podatke o vidljivosti satelitov in njihovi poziciji. Ti podatki so zapisani v delu sporočila, ki se imenuje almanah. Glede na te podatke potem sprejemnik izbere

najugodnejše satelite in naslednji korak je sprejem signalov. V tej fazi sprejemnik generira natančno repliko kode PRN določenega satelita in določi fazni zamik. Sedaj je sprejemnik pripravljen za sprejem podatkov in računanje pozicije.

Če bi bila poznana oddaljenost samo od enega satelita, bi to pomenilo, da se lahko nahajamo na neki navidezni krogli v prostoru, ki ima središče v satelitu. Z znanima razdaljama do dveh satelitov se določitev položaja v prostoru zoži na krožnico, kjer se kroglji z znanima polmeroma in središčem sekata. Tri znane razdalje do treh satelitov pa omejijo možni položaj sprejemnika samo na dve točki (slika 5), kjer se sekajo vse tri položajne krogle hkrati.

Pričakovali bi, da potrebujemo samo tri satelite za določanje točke v prostoru, vendar je to samo delno res.

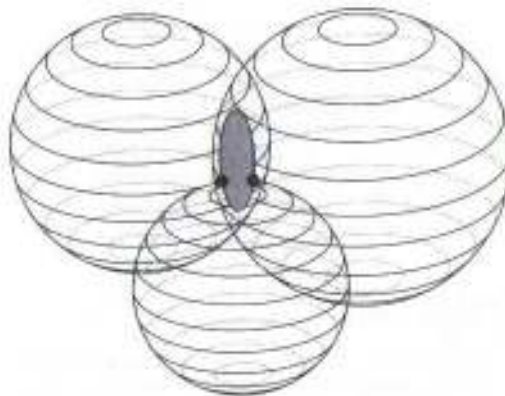
Če predpostavljamo, da je napaka v uri le  $10 \mu\text{s}$ , pomeni to v praksi napako v poziciji za 300 m. Ker pa so vsi sateliti sinhronizirani, je napaka pri vseh enaka. Da dobimo pravo lokacijo, potrebujemo še četrti satelit, ki nam pomaga odpraviti napako v uri.

### ***Merjenje razdalj do satelitov***

Za določanje natančne lokacije na Zemlji moramo natančno izmeriti razdaljo do vsaj treh satelitov, katerih lokacijo natančno poznamo. Če poznamo  $X, Y$  in  $Z$  koordinato satelita, potem lahko dobimo  $X_p, Y_p$  in  $Z_p$  koordinato lokacije glede na središče Zemlje.

Najlažji način, kako izmerimo razdaljo, je, da satelit pošlje signal na sprejemnik ob času  $t_D$ , potem sprejemnik pogleda, ob katerem času je signal prispel ( $t_A$ ). Razlika teh časov poda čas, ki ga signal potrebuje, da prepotuje razdaljo od satelita do Zemlje:

$$(t_A - t_D) = \Delta t \quad (1)$$



Slika 5: Položaj sprejemnika se določi s pomočjo presečišča treh sfer. Na ta način dobimo dve točki. Sprejemnik ve, da mora biti ena točka nekje na Zemlji, zato drugo točko, katero presečišče je nekje izven površja Zemlje, odstrani. S tem dobimo našo približno lokacijo sprejemnika. Za odpravo te napake potrebujemo še četrti satelit [6].

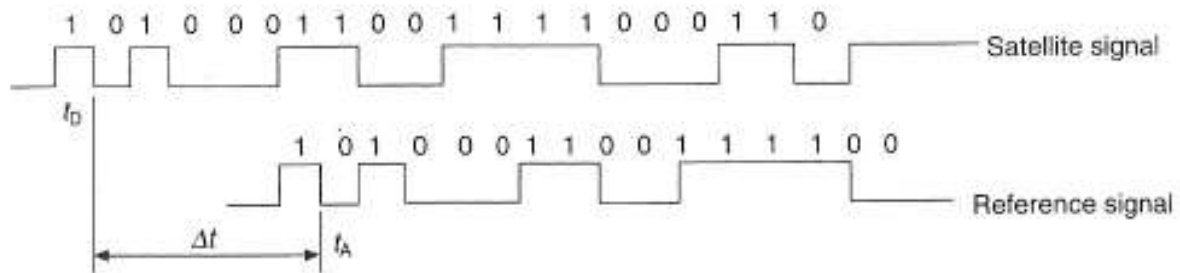
Razdaljo do izbranega satelita potem dobimo kot :

$$R_1 = (t_A - t_D)c = c\Delta t, \quad (2)$$

kjer je  $c$  hitrost svetlobe in  $R_1$  psevdorazdalja do satelita. Psevdorazdalje so razdalje, ki vsebujejo napake, ki so navadno časovnega izvora [3].

V resnici čas potovanja signala sprejemnik izmeri s pomočjo kode PRN. To je koda, ki je binarna, se pravi vrednost je lahko 1 ali 0. Na tem mestu je potrebno omeniti, da ima vsak satelit svojo kodo PRN, ki velja samo zanj. Kot sem že omenil, je ta lahko ali koda C/A ali koda P.

Ko sprejemnik izbere, katere satelite bo opazoval, ta pošlje signal sprejemniku, da začne generirati kodo PRN, ki jo ima izbrani satelit. Koda se generirata z isto frekvenco in v istem zaporedju. Satelit svojo kodo PRN pošilja na sprejemnik in s primerjavo zamika kode lahko sprejemnik dobi čas potovanja signala (slika 6). Ker pa ura na sprejemniku ni tako točna kot ura na satelitu, dobimo napako. Tako ne dobimo točne razdalje do satelita, temveč psevdorazdaljo.



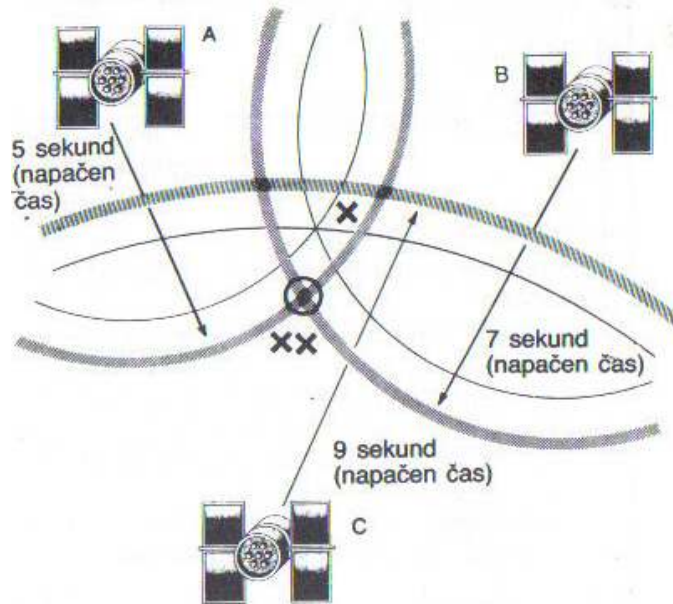
Slika 6: Sprejemnik s pomočjo kode PRN izmeri čas potovanja signala. Na sprejemniku (referenčni signal) in na satelitu se hkrati generira koda PRN, s to razliko, da satelit to kodo kot signal pošlje proti sprejemniku. Ko prispe signal do sprejemnika, ga ta primerja z svojo referenčno kodo in iz nje ugotovi, koliko časa je signal potoval [4].

## Natančno merjenje časa

Elektro magnetno valovanje prepotuje v eni sekundi 300.000 km. Če bi razlika v sinhronizaciji ur v satelitu in sprejemniku znašala le stotinko sekunde, bi napaka v izmerjeni dolžini znašala 3000 km. Za natančno merjenje časa so potrebne posebne ure. V vsak satelit so vgrajene atomske ure, katerih natančnost sega do  $10^{-12}$  s [9]. V vsakem satelitu pa so iz varnostnih razlogov vgrajene štiri. Atomske ure se uravnavajo s frekvenco oscilacij med dvema energijskima stanjema določenega atoma ali molekule. Te oscilacije so neodvisne od zunanjih sil. Gre za najbolj stabilno in natančno merjenje časa, kar ga pozna človeštvo.

Porodi se vprašanje, kako je z urami v sprejemnikih, ki jih uporabljajo navadni uporabniki. Sistem zahteva le eno zelo natančno uro (tisto v satelitu), druga (v sprejemniku) pa je lahko manj natančna. Trik je v merjenju dodatne razdalje do četrtega satelita, ki odpravi problem sinhronizacije ur v sprejemniku s tisto v satelitu.

Za razlago odprave te napake bomo primer poenostavil na dvodimenzionalen problem, kjer namesto štirih satelitov potrebujemo tri, da natančno določimo položaj sprejemnika (slika 7).



Slika 7: Pozicija, označena z X, predstavlja naš točni položaj, pozicija, označena z XX, pa predstavlja lokacijo, katero izmerimo. S pomočjo dodatnega satelita izmerimo še eno oddaljenost, katera nam pomaga, da izračunamo točno pozicijo. Natančna razlaga slike je v nadaljnjem opisu besedila [5].

Ura v GPS sprejemniku ni atomska. Predpostavimo, da za atomsko uro v satelitu zaostaja 1 sekundo (ko ura v sprejemniku kaže 12:00:00, je v resnici že 12:00:01). Pri merjenju razdalj navadno govorimo o metrih in kilometrih, pri GPS pa so te dolžine določene z merjenjem časa, zato se kot mersko enoto uporablja sekunde. Tako si je lažje predstavljati vpliv napake v merjenju časa za določitev položaja.

Razdalja do satelita A naj bo 4 sekunde, do satelita B pa 6 sekund. V dvodimenzionalnem sistemu ti dve razdalji zadoščata za določitev položaja. Tega dobimo s presekom, ki je označen z X. X je položaj, kje se v resnici nahajamo in ki bi ga dobili, če bi ure delovale brez napak. Toda ura v sprejemniku zaostaja za 1 sekundo. Ura na sprejemniku torej izmeri razdaljo do satelita A kot 5 sekund in do satelita B kot 7 sekund. Na podlagi teh dveh podatkov z presekom določimo napačni položaj, točko XX. Ker sta izmerjeni le dve razdalji, sploh ne vemo, da ura na sprejemniku zaostaja in da smo napačno določili svoj položaj. Zato izmerimo razdaljo še do tretjega satelita. Recimo, da je tretji satelit C v resnici oddaljen 8 sekund.

Naš položaj je v tem primeru določen kot presek X s tremi pravimi dolžinami do teh satelitov. Vsi trije loki se sekajo skoraj v točki X, ker so to prave dolžine do satelitov, ki pa vseeno vsebujejo še druge napake.

Ko dodamo sliki eno sekundo zamude, dobimo t. i. psevdorazdalje, razdalje, ki vsebujejo napake, ki so časovnega izvora. Psevdorazdalje so na sliki 7 prikazane z odebeljenimi črtami. Psevdorazdalji s satelitov A in B se še vedno sekata v točki XX, psevdorazdalja s satelita C pa seka obe ti razdalji precej stran od točke XX, kar pomeni, da nobena točka v resnici ne more biti hkrati 5 sekund od satelita A, 7 sekund od satelita B in 9 sekund od satelita C. Te tri razdalje se enostavno ne morejo sekati v isti točki. Mikroprocesorji v sprejemnikih GPS ugotovijo, kdaj se razdalje do posameznih satelitov ne sekajo v eni



točki. Program predpostavi, da je vzrok napake v napaki notranje ure sprejemnika GPS, zato mikroprocesor začne odšteti (ali prišteti) od vseh izmerjenih časov enak časovni interval. Postopno reže intervale od vseh psevdorazdalj, dokler izračun ne pokaže, da se vse sekajo v eni točki. Velja, da se z dodatnimi meritvami lahko kompenzira kakršne koli napake ure v sprejemniku GPS.

V tridimenzionalnem prostoru to pomeni, da so potrebne najmanj štiri meritve, da se izloči vpliv časovne napake. V času meritve morajo biti ves čas vidni vsaj štirje sateliti. Iz tega sledi še eno poglobljeno pravilo merjenja GPS: za stalno, neprekinjeno določanje položaja GPS v realnem času je potreben sprejemnik z vsaj štirimi kanali, ki lahko spremlja vsaj štiri satelite hkrati [4].

V resnici naš sprejemnik rešuje štiri linearne enačbe z štirimi neznankami.

$$\begin{aligned} R_1 + \delta R &= [(X_1 - X)^2 + (Y_1 - Y)^2 + (Z_1 - Z)^2]^{1/2} \\ R_2 + \delta R &= [(X_2 - X)^2 + (Y_2 - Y)^2 + (Z_2 - Z)^2]^{1/2} \\ R_3 + \delta R &= [(X_3 - X)^2 + (Y_3 - Y)^2 + (Z_3 - Z)^2]^{1/2} \\ R_4 + \delta R &= [(X_4 - X)^2 + (Y_4 - Y)^2 + (Z_4 - Z)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (3)$$

kjer je  $\delta R$  napaka zaradi ure,  $R_1$  izmerjena razdalja do izbranega satelita,  $(X_1, Y_1, Z_1)$  koordinate izbranega satelita in  $(X, Y, Z)$  koordinate naše lokacije, katero iščemo [4].

Obstajajo pa tudi primeri, pri katerih lahko to napako odpravimo na drugačen način in zato potrebujemo samo tri satelite za določanje pozicije. Prvi primer so navtični sprejemniki. Za njih vemo, da se nahajajo na nadmorski višini 0. Ta podatek lahko uporabimo na podoben način kot prej, vendar z razliko, da mora mikroprocesor odšteti ali prišteti časovni interval, dokler se loki ne sekajo na nadmorski višini. Lahko tudi uporabimo višinomer, ki je povezan s sprejemnikom ali s kontrolno enoto in spet prištevamo (odštevamo), dokler ne dosežemo izmerjene višine.

## ***Ura v satelitu***

Sateliti GPS imajo na krovu cezijevo atomsko uro kot časovni standard s točnostjo v razredu  $10^{-12}$ s do  $10^{-13}$ s. Manjše in manj točne ure se uporabljajo kot rezerva v slučaju izpada cezijeve ure. V mirnem vesoljskem okolju so se atomske ure izkazale dosti bolj točne kot enake ure na Zemlji, saj niso podvržene dnevnim in letnim spremembam temperature, vlage... Dolgoročno odstopanje je po drugi strani razmeroma lahko opisati z nekaj koeficienti v navigacijskih podatkih, ki jih oddaja računalnik na krovu satelita.

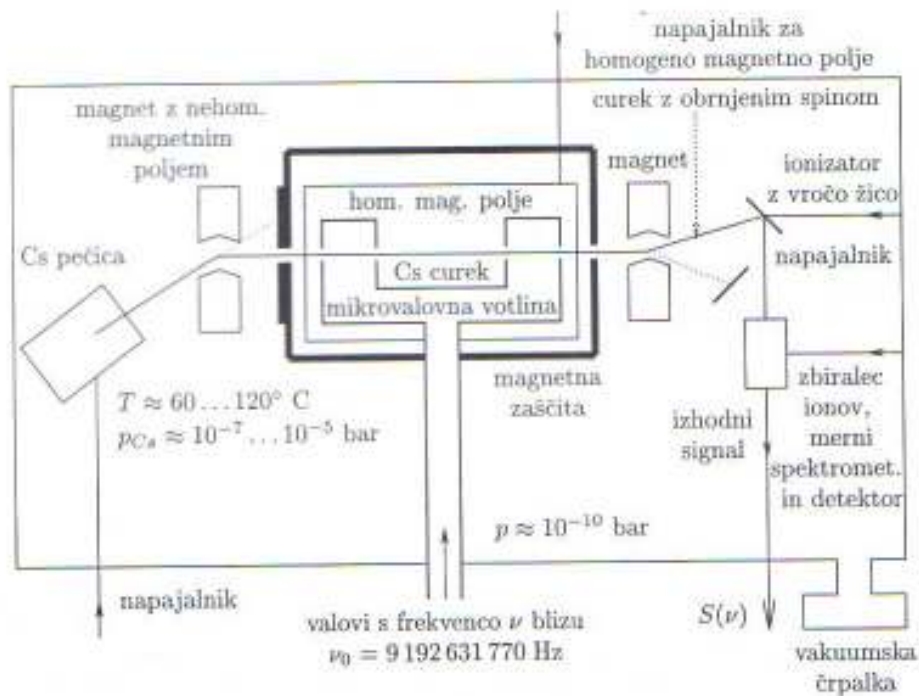
## ***Princip delovanja atomske ure na cezijev žarek***

Atomska ura se uravnava s pomočjo frekvence oscilacij med dvema energijskima stanjema elektrona v cezijevem atomu.

Prehod se zgodi, če nanj posvetimo s točno določeno barvo svetlobe. Cezijev atom bo zamenjal stanja le, če nanj posvetimo z mikrovalovi frekvence 9192631770 Hz. Naloga atomske ure je, da se mikrovalovni generator, ki niha in proizvaja mikrovalove, čimbolj uskladi s frekvenco prehoda v ceziju.

Imamo cezijevo pečico, ki je na temperaturi od 60 do 120°C, kar ustreza parnemu tlaku  $10^{-7}$  bara. Curek cezijevih atomov usmerimo preko kolimatorja, kjer doseže področje z nehomogenim magnetnim poljem, ki deluje kot separator med atomi v osnovnem stanju in vzbujenem stanju. V mikrovalovno votlino s homogenim konstantnim magnetnim poljem vstopajo le atomi v osnovnem stanju. Mikrovalovi s pravilno frekvenco (9192631770 Hz) prehoda jih vzbudijo v višje energijsko stanje. Čim bližje je frekvenca valov enaka lastni frekvenci cezijevih atomov, tem več atomov cezija bo prešlo iz osnovnega stanja v vzbujeno. Na izhodu curka dodamo še en filter, ki iz žarka izloči atome, ki stanja niso spremenili (slika 8). Preostale atome v žarku sedaj preštejemo in uporabljamo kot oporno točko za določanje frekvence mikrovalovnega izvora. Intenziteta atomov vhodne frekvence valov je resonančna, saj le valovi blizu resonančne frekvence vzbudijo atome cezija iz osnovnega stanja v vzbujeno stanje.

Z magnetnimi filtri, s katerimi so ločevali atome obeh stanj, so dosegli relativno točnost  $10^{-13}$ , naprej pa ni šlo, ker je filter ukrivljajal tire atomov in tako povzročal, da so hitrejši potovali po malo drugačni poti kot počasnejši [10].



Slika 8: Skica cezijevega resonatorja. Curek cezijevih atomov usmerimo preko filtra, da dobimo samo atome, ki niso v vzbujenem stanju. Samo ti atomi vstopijo v mikrovalovno votlino in če je vzbujevalna frekvenca 9192631770 Hz, atome vzbudi v vzbujeno stanje, te pa potem detektiramo [10].

## Relativistični efekt

Čas na satelitih se šteje z atomskimi urami, ki delujejo na principu nihanja atomov in dosežejo natančnost  $10^{-12}$  s. To pomeni, da bi v 30 000 letih ura zaostajala ali prehitevala kvečjemu za 1 s.

Pri satelitih pa imamo še nekaj efektov, katere je treba pri natančnosti ure nujno upoštevati.

Najprej si oglejmo popravek, ki ga nam prinese posebna teorija relativnosti. Imamo dva sistema  $S$  in  $S'$ . Sistem  $S'$  se glede na sistem  $S$  giblje z hitrostjo  $v_0$ . Za prehod med tema dvema sistemoma uporabimo znane Lorentzove transformacije [9]:

$$\begin{aligned}t' &= \gamma_0 \left( t - \frac{v_0}{c^2} x \right), \\x' &= \gamma_0 (x + v_0 t), \\y' &= y, \\z' &= z,\end{aligned}\tag{4}$$

ali

$$\begin{aligned}t &= \gamma_0 \left( t' + \frac{v_0}{c^2} x' \right), \\x &= \gamma_0 (x' + v_0 t'), \\y &= y', \\z &= z',\end{aligned}\tag{5}$$

kjer je

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{v_0}{c} \right)^2}}.\tag{6}$$

$x, y, z$  so razdalje, ki jih lahko objekt naredi v posameznem sistemu,  $c$  je hitrost svetlobe v vakuumu,  $t$  pa čas. Koordinate označene z " ' ", pripadajo sistemu  $S'$ , ostale pa sistemu  $S$ . Nas zanima najbolj Lorentzova transformacija časa, iz katere sledi pojav podaljšanje časa. Imamo uro, ki v sistemu  $S'$  miruje. Izberimo si časovni interval  $\Delta t'$ , ki je v  $S'$ , po obratni Lorentzovi transformaciji lahko dobimo časovni interval v sistemu  $S$ .

$$\Delta t = \frac{\left( \Delta t' + \frac{v_0}{c^2} \Delta x \right)}{\sqrt{1 - \left( \frac{v_0}{c} \right)^2}}. \quad (7)$$

Ker ura v  $S'$  miruje, je  $\Delta x' = 0$  in potem dobimo:

$$\Delta t = \frac{(\Delta t')}{\sqrt{1 - \left( \frac{v_0}{c} \right)^2}}. \quad (8)$$

Vidimo, da je pri večjih hitrostih izraz pod ulomkom manjši od 1 in zato se časovni interval v sistemu  $S$  podaljša. Napaka, ki jo pridobimo v uri satelita, je tako:

$$r_1 = \frac{\Delta t' - \Delta t}{\Delta t} = 1 - \gamma_0 \approx -\frac{1}{2} \left( \frac{v_0}{c} \right)^2, \quad (9)$$

kjer smo  $\gamma_0$  razvili v

$$\gamma_0 = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{v_0}{c} \right)^2. \quad (10)$$

Za primer vzemimo uro v satelitu. Napaka, ki jo dobimo v satelitu v enem dnevu je  $7.3 \times 10^{-6}$  s. To pomeni, da satelit v enem dnevu pridobi napako v vrednosti 22 km, v eni sekundi pa 0.25 m.

Ne smemo pozabiti na še en pomemben popravek, ki pa je pravzaprav večji od relativističnega. Gravitacija vpliva na tek časa, zato teče čas na satelitu drugače kot na površju Zemlje.

Vpliv gravitacije na čas je težko razumeti in razložiti. Vpliv si lahko ogledamo preko vplivov pospešenega gibanja, potem pa na ugotovitve apliciramo načelo ekvivalentnosti, ki pravi da je pospešek sistema ekvivalenten gravitacijskem pospešku.

Imamo v ladji v vesolju dve uri. Ena je v sprednjem delu rakete, druga je v zadnjem delu rakete. Uri naj bosta sinhronizirani in vsako sekundo oddata signal. Ko je ladja pri miru, obe uri tečeta usklajeno z isto frekvenco. Zdaj pričnemo ladjo pospeševati. Ko ladja pospešuje, se njena hitrost glede na zunanega opazovalca nenehno povečuje, kar pomeni da ladja neprestano spreminja opazovalne sisteme. Signal ure potrebuje nekaj časa, da prispe od prve ure do druge in v tem času je opazovalni sistem že spremenjen glede na trenutek, ko je bil signal oddan.

Zdaj ko vemo, da se opazovalni sistem spremeni, lahko vidimo, da dobimo podoben efekt, kot pri posebni teoriji relativnosti. Signal ure iz sprednjega dela ladje potrebuje malo manj časa, da doseže drugo uro, kot bi potreboval, če bi ladja ne bi pospeševala. Posledica tega je, da vidimo, da pulzi s prve ure ne prihajajo v razmiku 1 s vendar z razmikom, ki je malo manjši. Tako vidimo prvo uro teči hitreje kot drugo.

Sedaj pa uporabimo še načelo ekvivalentnosti, ki pravi, da moramo priti do enakih ugotovitev za ladjo, ki miruje v gravitacijskem polju, kot smo jih dobili za ladjo, ki je

pospeševala med gibanjem skozi prostor. Če bi tako ladja mirovala na planetu, bi morali po isti logiki opaziti, da čas teče hitreje v sprednjem delu in počasneje na zadnjem delu. To pomeni, da mora čas teči počasneje na nižjih višinah kot na večjih višinah v gravitacijskem polju. Čim močnejša ko je gravitacija, tem večji bo faktor, zaradi katerega teče čas hitreje.

Napako zaradi efekta gravitacije v uri satelita zapišemo kot:

$$r_2 = \frac{\Delta t' - \Delta t}{\Delta t} = -\frac{\Delta U}{c^2}, \quad (11)$$

kjer je  $\Delta U$  sprememba gravitacijskega potenciala.  $\Delta U$  zapišemo:

$$\Delta U = \mu \left( \frac{1}{R_E + h} - \frac{1}{R_E} \right), \quad (12)$$

kjer je  $R_E$  radij Zemlje,  $h$  višina satelita,  $\mu$  pa je gravitacijska konstanta, pomnožena z maso Zemlje [9]. Napaka frekvence ure zaradi gravitacijskega efekta je torej:

$$r_2 = \frac{\Delta f' - \Delta f}{\Delta f} = -\frac{\Delta t' - \Delta t}{\Delta t} = \frac{\mu}{c^2} \left( \frac{1}{R_E + h} - \frac{1}{R_E} \right), \quad (13)$$

kjer je  $\Delta f$  sprememba frekvence. Zaradi gravitacijskega efekta ura v satelitu v enem dnevu prehiteva za  $45.9 \times 10^{-6}$  s, to pomeni 137.7 km.

Če upoštevamo oba efekta, potem dobimo napako, ki je enaka:

$$r_s = \frac{\Delta f' - \Delta f}{\Delta f} = \frac{1}{2} \left( \frac{v_0}{c} \right)^2 + \frac{\mu}{c^2} \left( \frac{1}{R_E + h} - \frac{1}{R_E} \right) = 4.464 \cdot 10^{-10}, \quad (14)$$

kar pomeni, da ura v enem prehiteva za  $38.6 \times 10^{-6}$  s. V enem dnevu pridobi napako 115,7 km. Zanimivo je, da se napaka z časom večja.

Vsi popravki, ki nastopajo zaradi relativnosti, se uravnavajo s tem, da se frekvenčni takt atomske ure malo popravi in sicer iz 10.23 Mhz na 10.229999995453 Mhz. Računamo tako, kot da ne bi bilo popravka, tako se izognemo zapleteni elektroniki, ki bi relativistične efekte uravnavala [9].

## ***Vpliv ionosfere in troposfere na signale GPS***

Najpomembnejši vir napak sistema GPS je prav gotovo zemeljska ionosfera, odeja električno nabitih delcev na višini med 50 km in 1000 km nad zemeljskim površjem, ki vplivajo na hitrost signalov GPS, ki se na poti skozi ionosfero zmanjša.

Napaka, ki jo lahko pridobimo v ionosferi, lahko variira od 5 m do 150 m. Ta napaka je zelo odvisna od pozicije satelita, saj je najkrajša pot signala skozi ionosfero, kadar je

satelit postavljen točno nad sprejemnik. Če pa se satelit premakne, postane pot signala daljša in s tem napaka večja. Za odprave te napake obstaja matematični model, ki je vgrajen v sprejemnik. Model je polinom, kateri vsebuje 9 neznank ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ ), ki so odvisne od lokacije satelita. Zamuda signala, ki jo pridobi skozi potovanje skozi ionosfero lahko zapišemo kot:

$$\Delta t = F \left[ 5 \times 10^{-9} + \sum_{i=0}^3 \alpha_i \varphi_M^i \left( 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} \right) \right], \quad (15)$$

$$x = \frac{2\pi}{\sum_{i=0}^3 \beta_i \varphi_M^i},$$

kjer je  $F$  povezan z kotom postavitve satelita,  $\varphi_M^i$  pa je geomagnetna širina, katera nam pove, na kateri točki magnetnega polja Zemlje se nahajamo. Je zelo podobna zemljepisni širini. S temi podatki, ki jih dobi z sporočilom, lahko sprejemnik popravi napako zaradi ionosfere na 15 - 20 m [12].

Ko se signal GPS prebije skozi ionosfero, vstopi v zemeljsko atmosfero, tu pa ga pričakajo vsi vremenski in drugi vplivi, ki so podobni tistim v ionosferi, a jih ni moč odpraviti. Glede na ionosfero pa njihov vpliv na natančnost določitve položaja ni prav velik (tabela 1) [4].

	GPS	DGPS
ionosfera	15 – 20 m	2 – 3 m
troposfera	3 – 4 m	1 m

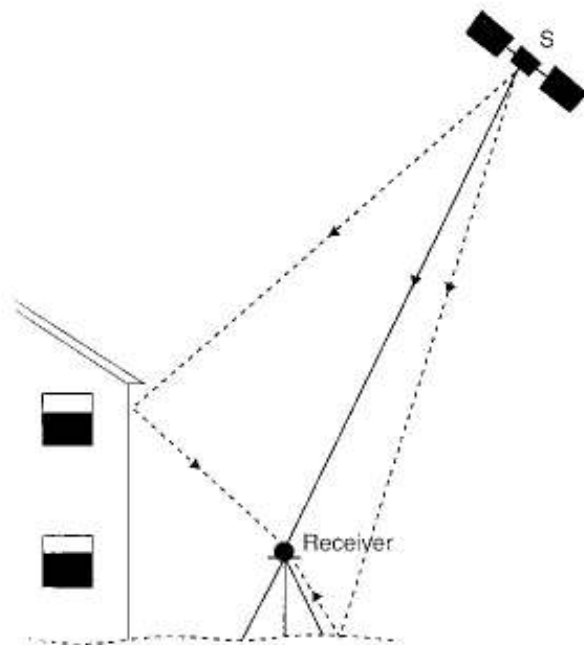
Tabela 1: Primerjava velikosti napake, ki jo pridobi signal GPS pri potovanju skozi ionosfero in troposfero. Podatki so podani za navadno merjenje signala GPS in za diferencialni način merjenja signala (DGPS) [4].

Napake te vrste je moč zmanjšati na več načinov. Prvi način je, da se hkrati primerja relativni hitrosti dveh signalov z različnima frekvencama, saj je napaka, ki jo dobimo pri merjenju časa, obratno sorazmerna z kvadratom frekvence [11]. Za ta način se izkorišča signala L1 in L2, ki sta različni frekvenci in zato je zamuda pri obeh signalih različna in tako lahko pridobimo natančnejšo meritev, ki je reda 1 m [11].

Drug način, kateri odpravi vpliv atmosfere, je DGPS (diferencialni GPS). To pa je sistem, kjer imamo nek stacionarni GPS sprejemnik, katerega lokacija je točno znana in s pomočjo znane lokacije izračuna napake, ki jih vsebujejo psevdorazdalje.

## Odboj signala

Napake se lahko pojavijo tudi takrat, kadar se signal satelita odbije od površin, kot so zgradbe, jezera, kanjoni... Rezultat je, da signal prepotuje daljšo pot in s tem sporoči napačno oddaljenost (slika 9).



Slika 9: Signal satelita se lahko odbije od različnih objektov in s tem prepotuje večjo razdaljo, kar GPS sprejemnik razume kot večjo oddaljenost od satelita [4].

## ***DGPS – diferencialni GPS***

Kot sem že omenil, DGPS deluje na merjenju psevdorazdalj. Če sta referenčna postaja in sprejemnik uporabnika oddaljena med seboj manj kot 500 km, sprejemata signal oddan z istih satelitov. Zato naj bi imela tudi položaj zaradi napak, ki imajo svoj izvor v satelitu, enako napačen. Referenčna postaja izračunava popravke na podlagi razlike med izmerjenimi psevdorazdaljami in znanimi razdaljami do satelitov. Te popravke nato posreduje uporabniku (slika 10). Uporabnik lahko te podatke takoj uporabi, da popravi signal ali pa podatke naknadno obdeli [11].

### Naknadna obdelava podatkov

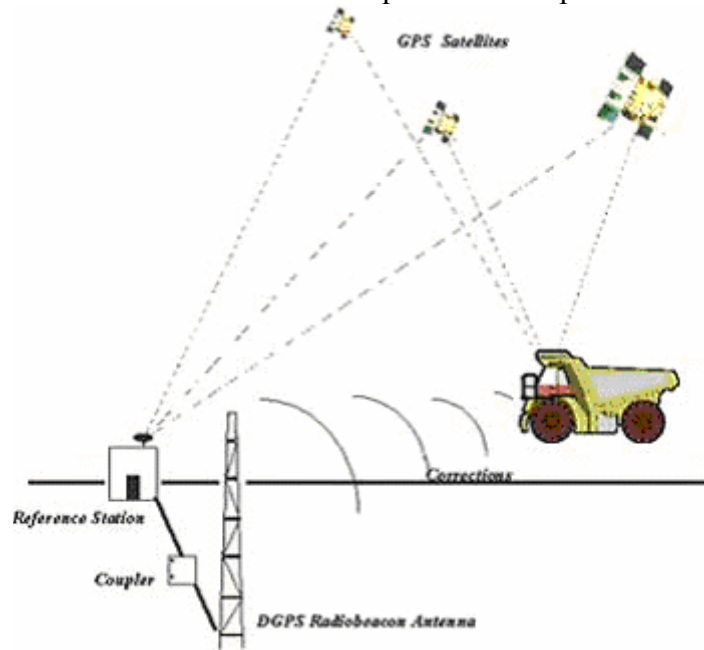
Naknadno obdelavo podatkov lahko definiramo kot uporabo popravkov opazovanj po opravljenih opazovanjih. Tako popravljene položaje pridobimo z ustrezno obdelavo podatkov, pridobljenih v istem času na referenčni postaji in na uporabnikovem sprejemniku [12].

### Diferencialne korekcije v realnem času

Postopek je podoben kot pri naknadni obdelavi podatkov, le da se tu obdelava opazovanj sedaj izvaja v realnem času. Uporabnik mora torej pridobivati potrebne podatke v času opazovanj. Za izvedbo pošiljanja korekcij je zato potrebna ustrezna komunikacijska

zveza med referenčnim in uporabnikovim sprejemnikom. Uporabnik korekcije sprejme in jih mora ustrezno obdelati med opazovanji.

DGPS v veliki meri zmanjšuje napake, ki jih lahko obravnavamo za vse sprejemnike, ki izvajajo opazovanja na nekem območju v istem času. To so predvsem napake satelita, napake zaradi vpliva SA, precej pa odpravi tudi napake zaradi vpliva ionosfere in troposfere na sam signal. Natančnost je odvisna tudi od oddaljenosti od referenčne postaje, saj se z oddaljenost spreminjajo razmere, v katerih sta sprejemnik in referenčni oddajnik. Z načinom DGPS lahko natančnost povečamo na približno 5 m [12].



Slika 10: Referenčna postaja, katera ima natančno določeno pozicijo, izračuna popravke na podlagi razlike med psevdorazdaljami in znanimi razdaljami, te pa potem pošlje do uporabnika. S temi podatki lahko uporabnik določi svojo pozicijo na 5 m natančno [13].

## Zaključek

GPS sistemi postajajo vedno bolj cenejši in zato dostopni skoraj vsakemu. Za splošno uporabo lahko trdim, da so najbolj razširjeni sistemi navigacije GPS, katere uporabnik sem tudi sam.

Da se bo tehnologija GPS še bolj uporabljala, bo potrebno, da bo imel GPS signal veliko pokritost in da bo SA ostal izključen. Potreben pa je tudi še en kanal za civilno uporabo, s katerim bodo lahko sprejemniki popravili napako ionosfere. Hkrati z nadgradnjo sistema GPS je v razvoju tudi sistem GALILEO, ki bo imel natančnost reda 1 m [14].



# Viri

- [1] [http://en.wikipedia.org/wiki/Global\\_Positioning\\_System](http://en.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System)
- [2] <http://www.gpsreview.net/next-gps-satellite-to-launch-monday/>
- [3] <http://en.wikipedia.org/wiki/LORAN>
- [4] W. Schofield in M. Breach, *Engineering surveying* (Elsevier, Burlington, 2007).
- [5] J. Triglav, *Geomatika – Mozaik merskih enot* (Tehniška založba Slovenije, Ljubljana, 1996).
- [6] [http://www.u-blox.com/customersupport/docs/GPS\\_Compndium\(GPS-X-02007\).pdf](http://www.u-blox.com/customersupport/docs/GPS_Compndium(GPS-X-02007).pdf)
- [7] <http://www.colorado.edu>
- [8] D. Matko, *Uporaba vesoljskih tehnologij* (Didakta, Ljubljana, 1996).
- [9] B. Hofmann in H. Lichtenegger, *GPS – Theory and Practice* (Springer, Wien, 2001).
- [10] A. Likar, *Osnove fizikalnih merenj in merilnih sistemov* (DMFA, Ljubljana, 1992).
- [11] B. Stopar in M. Kuhar, *Geodetski vestnik*, **41**, 304 (1997).
- [12] B. Forssell, *Radionavigation Systems* (Prentice Hall International Ltd, New York, 1991)
- [13] <http://www.ofcom.org.uk/static/archive/ra/topics/pbr/pbrnews/images1/dgps.jpg>
- [14] [http://ec.eurioa.eu/dgs/energy\\_transport/galileo](http://ec.eurioa.eu/dgs/energy_transport/galileo)