

## 5. Tri-dimenzijonalna definicija tirnice – Keplerjevi elementi tirnice

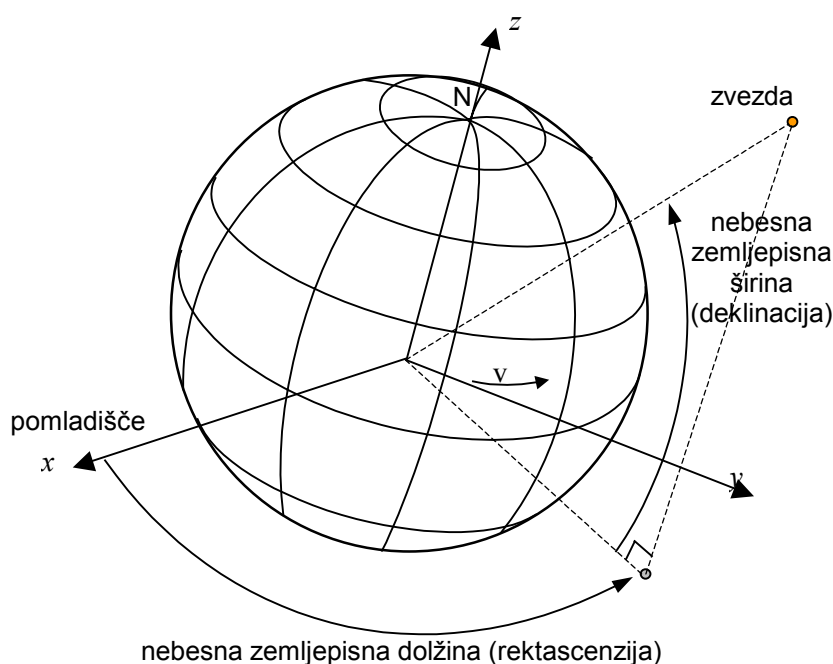
Ko enkrat določimo obliko tirnice in pozicijo umetnega satelita na njej, je naslednji korak, da natančno definiramo orientacijo tirnice glede na Zemljino ekvatorialno ravnino. Za lažje računanje smo pri vseh dosedanjih izvajanjih koordinatni sistem čimbolj poenostavili in ga prilagodili tirnici. Pri resničnem umetnem satelitu nas seveda ne zanima le oblika tirnice, pač pa tudi njena lega in orientacija v prostoru. V ta namen moramo izbrati čimbolj preprost in nazoren koordinatni sistem.

Glede na to, da nas zanimajo **Zemljini** umetni sateliti in se uporabniki in opazovalci teh satelitov nahajajo na Zemlji, je smiselno vezati koordinatni sistem na Zemljo. Os  $z$  koordinatnega sistema preprosto sovпада z osjo vrtenja Zemlje tako, da kaže na sever. Osi  $x$  in  $y$  se torej nahajata v ekvatorialni ravnini.

Žal osi  $x$  in  $y$  ne moremo vezati na ustrezne poldnevnik, ker se Zemlja vrti s periodo približno 23 ur in 56 minut. Reševanje enačbe gibanja umetnega satelita v vrtečem koordinatnem sistemu je bolj komplicirano in precej drugačno od rešitve v mirujočem koordinatnem sistemu.

Za os  $x$  mirujočega koordinatnega sistema moramo izbrati konstantno smer v vesolju, ki ni odvisna od vrtenja Zemlje. Običajna astronomska izbira je pomladišče  $\gamma$ , to je točka, kjer se nahaja Sonce na nebu ob pomladanskem enakonočju (21. marec). Astronomska izbira ni najbolj posrečena, pomladišče se zaradi precesije osi vrtenja Zemlje počasi premika in se vrne nazaj v isto točko po nekaj desetisoč letih.

Glede na razmeroma kratko življenjsko dobo umetnih satelitov je kljub počasnemu premikanju pomladišče dovolj dobra izbira. Os  $y$  koordinatnega sistema potem postavimo tako, da tvori z osmi  $x$  in  $z$  desnoročni koordinatni sistem. V astronomskih koordinatah imenujemo nebesno zemljepisno dolžino rektascenzija (angl. right ascension) in jo označimo z črko  $\Omega$ . Nebesno zemljepisno širino pa imenujemo deklinacija. Položaj zvezde na nebu potemtakem opišemo z rektascenijo in deklinacijo.



Slika: Zemljepisne koordinate se vrtijo skupaj z Zemljo, zato  $x$  koordinato vežemo na pomladišče.

Umetne Zemeljski sateliti se večinoma nahajajo zelo blizu Zemlje in se hitro premikajo po nebu, zato opis z rektascenijo in deklinacijo ne pride v poštev. Velikost, položaj in obliko tirnice opišemo s šestimi podatki, ki so lahko dolžine, koti ali neimenovana števila.

Med najpomembnejše podatke tirnice satelita sodi naklon ravnine tirnice glede na ekvatorialno ravnino. Tirnico Zemljinega satelita nato narišemo v astronomskem koordinatnem sistemu, kot je to

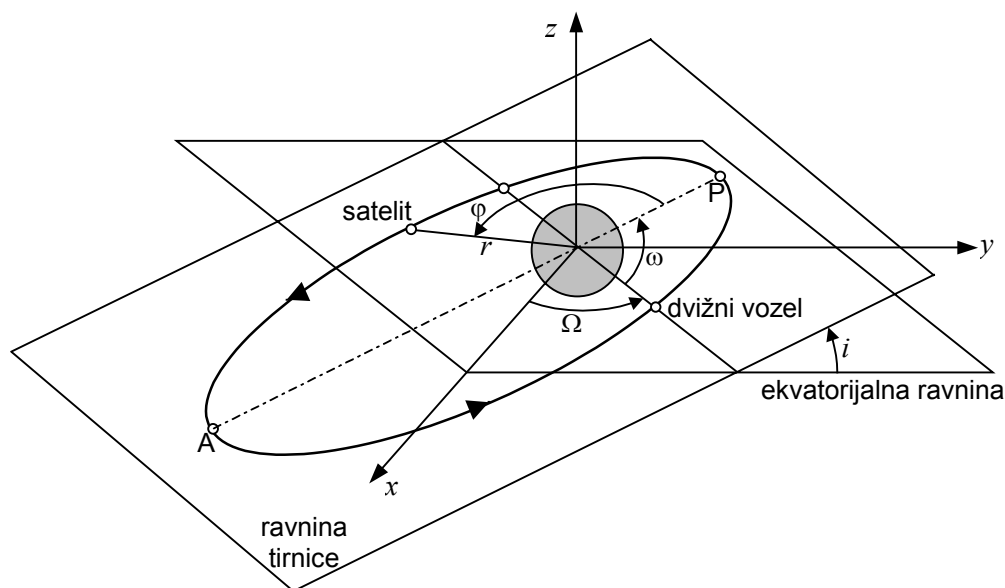
prikazano na sliki. Leko ravnine tirnice določa vektor vrtilne količine. Kot med vektorjem vrtilne količine in osjo  $z$  imenujemo **naklon tirnice  $i$**  (angl. **inclination**). Naklon tirnice hkrati ustreza kotu med ravnino tirnice in ekvatorialno ravnino.

Naklon tirnice se lahko giblje v mejah od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Naklon  $0^\circ$  pomeni ekvatorialno tirnico, kjer gre vrtenje satelita v isti smeri kot vrtenje Zemlje. Naklon  $90^\circ$  pomeni polarno tirnico, kjer satelit leti čez tečaje Zemlje. Naklon  $180^\circ$  tudi pomeni ekvatorialno tirnico, vendar gre v tem primeru za vrtenje satelita v nasprotni smeri kot se vrti Zemlja.

Tirnica s poljubnim naklonom prebada ekvatorialno ravnino v dveh točkah. Točka, kjer satelit prestopa z južne poloble nad severno poloblo, imenujemo dvižni vozle (angl. ascending node). Zasuk ravnine tirnice okoli osi  $z$  opišemo z **rektascenzijo dvižnega vozla  $\Omega$**  (angl. **Right Ascension of Ascending Node – RAAN**). Lega ravnine tirnice je natančno določena z dvema kotoma: naklonom  $i$  in rektascenzijo dvižnega vozla  $\Omega$ .

Tirnica satelita je v splošnem elipsa, čeprav se pri marsikaterem satelitu trudijo, da bi dosegli čimbolj krožno tirnico. Pri eliptični tirnici imenujemo apogej točko, ko se satelit najbolj oddalji od Zemlje, ter perigej točko, ko se satelit najbolj približa Zemlji.

Da se elipsa tirnice ne more poljubno vrteti v ravnini tirnice okoli vektorja vrtilne količine, potrebujemo še en podatek. Kot med smerjo dvižnega vozla in smerjo perigeja tirnice, gledano iz središča Zemlje, imenujemo **argument perigeja  $\omega$**  (angl. **argument of perigee**). Lega tirnice v prostoru je torej določena s tremi koti  $i$ ,  $\Omega$  in  $\omega$ .



Slika: Ekvatorialna ravnina in ravnina tirnice v prostoru.

Za opis velikosti in oblike elipse potrebujemo še dva podatka. To sta običajno **velika polos elipse  $a$**  (angl. **semi-major axis**), ter **ekscentričnost  $e$**  (angl. **eccentricity**). Ekscentričnost je neimenovano število, kjer pomeni ekscentričnost nič krožnico, ekscentričnost ena pa povsem ravno črto.

Za točen opis položaja satelita manjka še šesti podatek, to je čas, ko se satelit nahaja v znani točki elipse. To lahko opišemo s **časom  $t_0$**  (angl. **epoch time**), ko gre satelit skozi perigej. Ker je gibanje satelita periodično in je obhodni čas točno poznan, čas opišemo s **srednjo anomalijo  $M$**  (angl. **mean anomaly**) v poljubnem trenutku  $t$ . Sredna anomalija je podatek, ki ima kotne enote, vendar predstavlja merilo za čas, ker nima nobene geometrijske ~~predstave~~. Drugi način zapisa je bolj splošen, saj v nekaterih tirnicah satelit nikoli ne doseže perigeja, ker prej zgori v ozračju Zemlje.

nobenega geometrijskega pomena

Nabor šestih skalarnih podatkov  $i$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $M$ ,  $e$  in  $a$  v izbranem trenutku  $t$  imenujemo Keplerjevi elementi tirnice. Pomanjkljivost Keplerjevih elementov so slaba določenost nekaterih kotov v skrajnih slučajih, kot so ekvatorialne tirnice ( $i=0$ ) oziroma krožnice ( $e=0$ ). Po drugi strani nam Keplerjevi elementi zelo nazorno predstavijo obliko in lego tirnice, dosti bolj kot pa vektor stanja, ki vključuje vektor položaja in vektor hitrosti satelita v izbranem trenutku  $t$ .

Praktični Keplerjevi elementi vsebujejo oboje: čas v običajnih časovnih enotah ter srednjo anomalijo, iz katere lahko določimo, v kateri točki elipse se je nahajal satelit ob danem času. Poleg tega se namesto velike polos elipse se običajno podaja obhodni čas oziroma frekvenca tirnice (**število tirnic v enem dnevu (angl. mean motion)**). Obhodni čas in velika polos sta sicer tesno povezana s tretjim Keplerjevim zakonom, vendar so praktični računi točnejši, če navedemo obhodni čas in iz njega izračunamo veliko polos, ker so v obratni smeri računske napake večje.

Praktični Keplerjevi elementi vsebujejo še nekaj dodatnih števil. Ta lahko opisujejo motilne pojave, naprimer trenje z zemeljskim ozračjem (angl. decay). Pri umetnih satelitih lahko tudi preštejemo **število tirnic od izstrelitve dalje (angl. revolution number)**, kar je pri računanju običajno nekoristno število.

Ker tirnice umetnih satelitov nekoliko odstopajo od razmeroma preprostih Keplerjevih zakonov zaradi raznih motilnih vplivov, kot so težnostne sile drugih nebesnih teles, nepravilnosti težnostnega polja Zemlje (ki ni povsem okrogla, trenja z vrhnimi plastmi ozračja pritiska sončne svetlobe, delovanja raketnih motorjev na krovu itd, **moramo v računalniške programe za izračun položaja satelitov vstaviti vedno sveže podatke. Pri večini satelitov je smiselno, da to storimo enkrat mesečno.**

Sveže Keplerjeve elemente najlažje dobimo na s tem namenom postavljenih internetnih straneh. Ena najpogostejše uporabljenih strani je [www.celestrak.com](http://www.celestrak.com), ki vsebuje Keplerjeve elemente za vse od skorajda 50000 umetnih vesolskih predmetov.

Izvorna oblika podatkov je običajno v formatu »NASA-2-LINE«, ki vsebuje vse podatke o tirnici satelita zgoščene v dveh vrsticah števil. Bolj razsipna oblika podatkov je »AMSAT« format, kjer je vsaka veličina na dolgo in široko opisana, vendar ne vsebuje podatkov za vse satelite. Skršena oblika so podatki v formatu »UOSAT«, kjer stlačimo vse podatke o določenem satelitu v eno samo vrstico na račun rezanja za nas običajno nepomembnih decimalk.

Sodobni računalniški programi za izračun položaja satelita znajo sami sinhronizirati čas in prebrati podatke v formatu »NASA-2-LINE«. Dvovrstični elementi so v bistvu sestavljeni iz treh vrstic, pri čemer prvi 11 znakovni naslovni vrstici sledijo dve 69 znakovni vrstici, ki jih razlaga spodnja tabela.

1. vrstica	2. vrstica
1 številka vrstice (=1)	1 številka vrstice (=2)
3-7 registracijska številka satelita	3-7 registracijska številka satelita
10-11 zadnji dve cifri leta izstrelitve	9-16 naklon tirnice $i$ [°]
12-14 zaporedna številka izstrelitve v letu	18-25 rekrascenzija dvižnega vozla $\Omega$ [°]
15-17 označba kosa	27-33 ekscentričnost $e$
19-20 zadnji dve cifri leta, ko je bil satelit v perigeju	35-42 argument perigeja $\omega$ [°]
21-32 dan, ko je bil satelit v prigeju	44-51 srednja anomalija $M$
34-43 parameter povezan s hitrostjo	53-63 število tirnic v enem dnevu
45-52 parameter povezan z pospeševanjem	64-68 število tirnic od izstrelitve do podanega časa, ko je bil satelit v perigeju
54-61 ostali parametri	69 kontrolna vsota
63 tip astronomskih podatkov	
65-68 številka elementa	
69 kontrolna vsota	

**Primer:**

Analiziraj TLE iz galileo.txt.

GIOVE-A

```
1 28922U 05051A 07065.37337665 .00000007 00000-0 10000-3 0 1759  
2 28922 56.0452 179.3020 0008582 329.0700 30.8542 1.70185472 7377
```

ime satelita: GIOVE-A

registrska številka satelita: 28922

izstreljen je bil leta 2005, kot 51 izstrelitveni objekt v letu 2005

zadnjič je bil satelit v perigeju leta 2007, dne 65 (31+28+6=6. marec), ob času .37337665 (8h, 57min, 39s)

naklon tirnice  $i = 56.0452^\circ$

rekrascenzija dvižnega vozla  $\Omega = 179.302^\circ$

ekscentričnost  $e = 0.0008582$

argument perigeja  $\omega = 329.0700^\circ$

srednja anomalija  $M = 30.8542$

število tirnic v enem dnevu = 1.70185472

del dneva v katerem naredi eno tirnico = (število tirnic v enem dnevu) $^{-1} = 0,58759422$

čas v katerem naredi eno tirnico =  $0,58759422 \cdot 24\text{h} = 14,1022613258\text{h} = 14\text{h } 6\text{min } 8,14\text{s}$

število vseh tirnic od izstrelitve do podanega časa, ko je bil satelit v perigeju = 737

celoten čas satelita v orbiti =  $737 \cdot 0,58759422 = 433,057$  dni

ocenjen dan izstrelitve satelita = 29. december 2005