Università degli Studi di Catania - Anno Accademico 2018/19 Corso di Laurea in Fisica Prova scritta di Analisi Matematica 2 24 aprile 2019

1. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left[\frac{\varphi(y)}{x} + \cos y\right]\mathbf{i} + \left[2y\log x - x\sin y\right]\mathbf{j}$$

determinare la funzione $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$ in modo che $\varphi(0) = 1$ e **F** sia conservativo. Del campo cosí ottenuto determinare il potenziale che si annulla nel punto $(\frac{\pi}{3}, 1)$.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y' - 6y = e^{kx}$$

al variare del parametro reale k.

3. Calcolare

$$\iiint_D (x^2 + y^2) \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z$$

essendo

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 1, \quad x^2 + y^2 + z \ge 1, \quad z \le 3 \right\}.$$

4. Data la funzione definita dalla legge

$$f(x,y) = x^2 \log(1+y) + x^2 y^2$$

- i) determinare il dominio e gli eventuali estremi relativi;
- ii) determinare, se esistono, gli eventuali estremi assoluti.