

Anno Accademico 2021/22

Corso di Laurea in Fisica

Recupero/Prova intermedia di Analisi Matematica 1

4 marzo 2022

Teoria

- (1) Enunciare e dimostrare il teorema sull'esistenza delle radici n-esime di un numero complesso.
- (2) Sia $\{a_n\}$ una successione numerica. Dire **giustificando le risposte** quali relazioni intercorrono tra la convergenza e la limitatezza di $\{a_n\}$.

ESERCIZI

1 Determinare il dominio delle funzioni definite dalle seguenti leggi

$$f(x) = \sup \left\{ \left(x^{2\log \frac{1}{x}} \right)^n, \quad n \in \mathbb{N} \right\};$$
$$g(x) = \sqrt{x^2 - x|x|} \arctan \frac{x}{x - 1}.$$

2 Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{2^x - 2 + \cos x + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x \sin x}} \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x} - 2 \arctan x^3}{x^2 + 3x} \sin^2 x.$$

3 Scrivere in forma algebrica le soluzioni complesse della seguente equazione

$$z^4\overline{z}(1+i) = |z|^2.$$

 $\boxed{\mathbf{4}}$ Studiare il carattere della successione $\{a_n\}$ definita da

$$a_1 = \frac{5}{2}, \quad a_{n+1} = (1 + a_n)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

N.B.

Gli studenti che devono recuperare la **prima verifica** devono rispondere alla domanda (1) di teoria e svolgere gli esercizi 1 e 3.

Gli studenti che devono recuperare la **seconda verifica** devono rispondere alla domanda (2) di teoria e svolgere gli esercizi 2 e 4.