Computação Científica

Conteúdo Programático

Prof. Gabriel Resende Machado

gabrielmachado@unifeso.edu.br

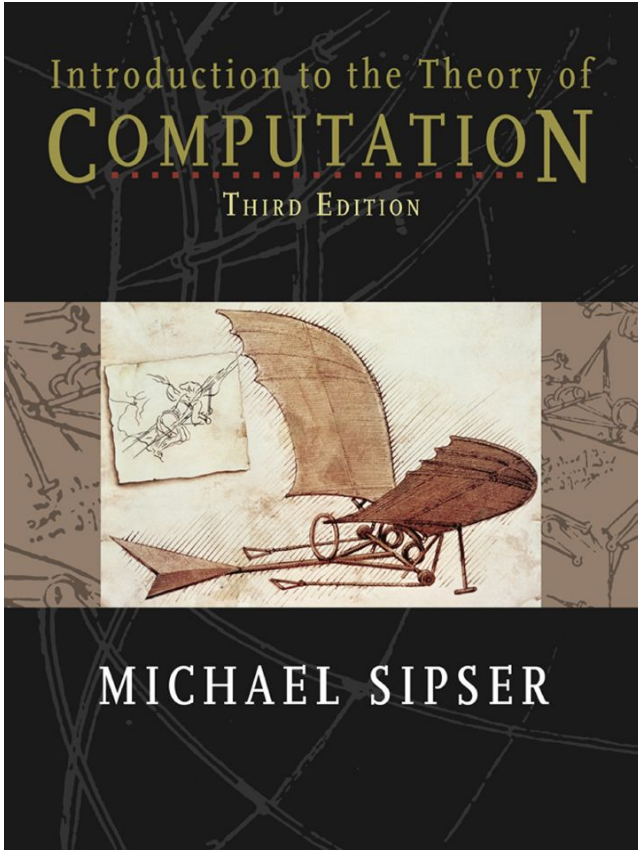
https://www.linkedin.com/in/machadogabriel

https://github.com/UNIFESO-Gabriel/computacao-cientifica

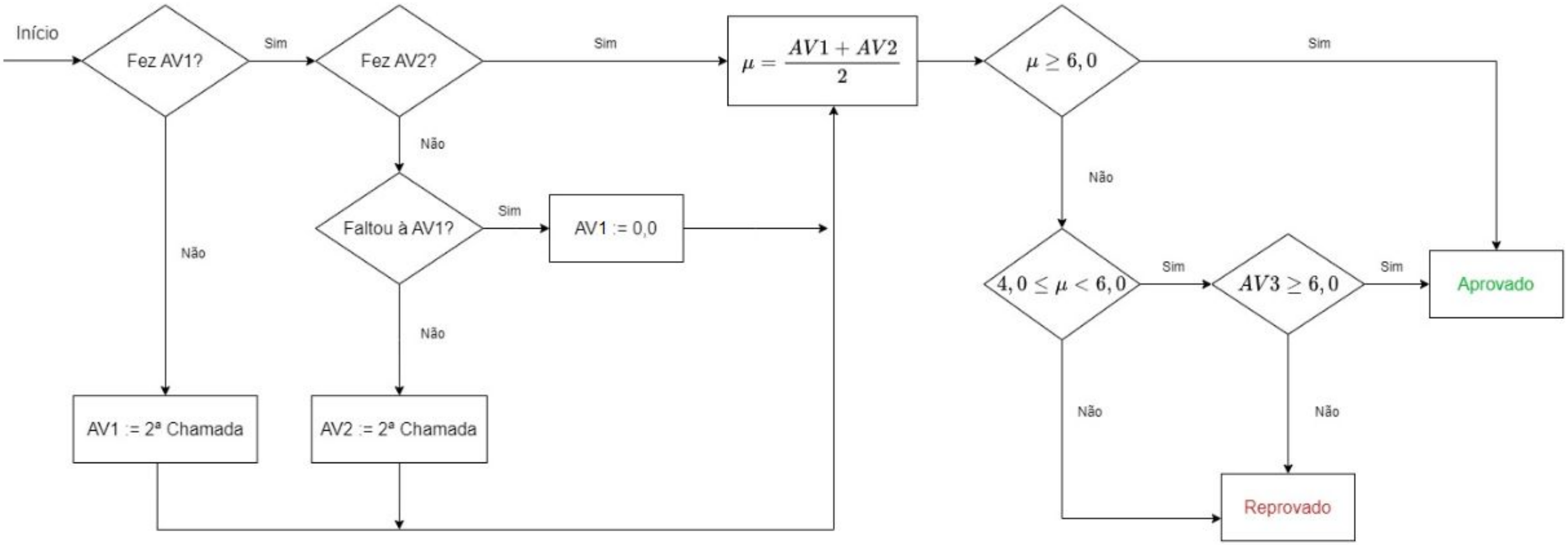
Ementa do Curso

1. Introdução aos Sistemas Formais;
2. Hierarquia de *Chomsky* e aplicações da Máquina de *Turing*;
3. Máquinas Universais;
4. Funções Computáveis (Cálculo *Lambda* e Funções de *Kleene*);
5. Tese de Church-Turing e Computabilidade;
6. Decidibilidade;
7. Redutibilidade.

Bibliografia do Curso



Avaliações



- AV1 prevista para 20/09; AV2 prevista para 22/11; 2ª Chamada: 06/12; Reavaliação: 13/12;
- Ambas AV1 e AV2 serão compostas por 10 questões objetivas e 02 discursivas;
- A AV1 ou AV2 compõem 40% da nota trimestral. 60% restantes vêm de trabalhos e/ou atividades.

Computação Científica

Introdução

Prof. Gabriel Resende Machado

gabrielmachado@unifeso.edu.br

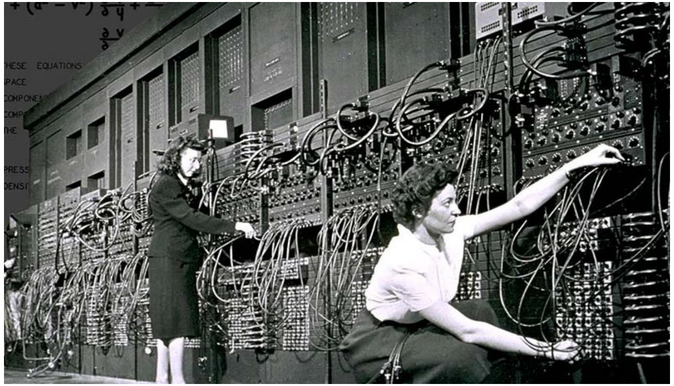
https://www.linkedin.com/in/machadogabriel

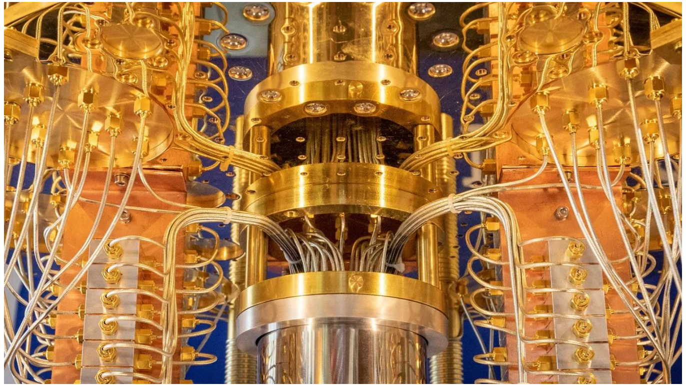
Introdução

- O interesse “moderno” pela Ciência da Computação pode ser resumido a dois importantes eventos:

    1. O desenvolvimento do computador digital, capaz de executar bilhões de cálculos por segundo;

    2. A formalização do conceito de **o que pode ou não ser computável.**





Quais são as Principais Capacidades e Limitações dos Computadores?

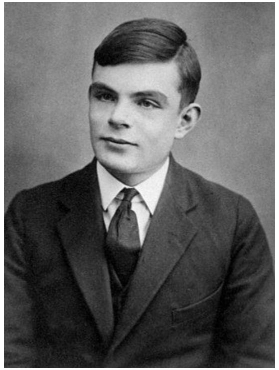
- A Teoria da Computação possui três diferentes abordagens para responder esta pergunta:

1. **Complexidade:** o que torna alguns problemas computacionalmente fáceis (ordenação de valores) e outros difíceis (reorganização de agenda, criptografia)?
2. **Teoria dos autômatos:** como definir precisamente um computador por meio de propriedades de modelos matemáticos computacionais?
3. **Computabilidade:** há solução para um problema a partir de procedimentos sequenciais bem definidos, mais conhecidos como *algoritmos*?

Computabilidade - História

- **O Problema da Decisão (*Entscheidungsproblem*):**
    - Proposto por *David Hilbert* e *Wilhelm Ackermann* em 1928;
    - **Em suma:** há um algoritmo capaz de responder ***sim*** ou ***não*** para um determinado enunciado lógico de primeira ordem, levando em consideração sua validade universal (*i.e.* satisfazendo os seus axiomas)?
- Alan Turing e Alonzo Church provaram em 1936 que esse problema é indecidível, levando à criação da ***Tese de Church-Turing***.
- Alan Turing, por si só, provou a sua teoria a partir de uma máquina teórica que posteriormente recebeu seu nome: **Máquina de *Turing****.

David Hilbert em 1912.



Alan Turing em 1928.

* On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem, Proceedings of the London Mathematical Society, Series 2, 42 (1936–7), pp 230–265.

Computação Científica

AULA 1 - Sistemas Formais

Prof. Gabriel Resende Machado

gabrielmachado@unifeso.edu.br

https://www.linkedin.com/in/machadogabriel

“NÃO EXISTE NADA MAIS SOFISTICADO DO QUE A SIMPLICIDADE.”

Estevão Carlos Garcia

O Sistema Formal da Geometria Euclidiana

- Provavelmente, o primeiro sistema formal foi introduzido por Euclides, em aproximadamente 300 a.C.;

    - A partir de algumas **definições**, **noções comuns** e **<u>cinco postulados</u>***, Euclides construiu toda a base matemática para a geometria de sua época, conhecida posteriormente como **Geometria Euclidiana**.

- Depois da Bíblia, **Os Elementos** é considerado o livro mais traduzido, lido e publicado da história.

Euclides, o geômetra.

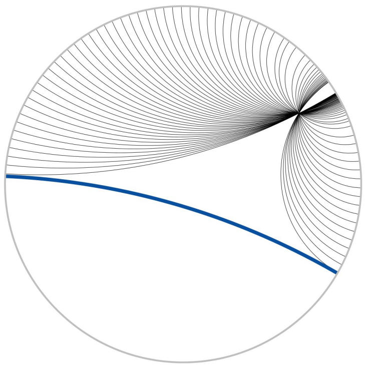
*Postular significa “pedir para aceitar”.

O Sistema Formal da Geometria Euclidiana

- Na obra de Euclides havia 23 **definições**; alguns exemplos:
  - **Ponto:** aquilo que não tem partes;
  - **Reta:** um comprimento sem largura;
  - **Superfície:** formada apenas por comprimento e largura.
- **Axiomas:** Para Euclides, possuem caráter geral, proposições evidentes: (coisas iguais a uma outra coisa são iguais entre si; o todo é sempre maior que uma de suas partes);
- **Os Cinco Postulados:**
  1. Uma reta pode ser traçada a partir de dois pontos;
  2. Um segmento de reta pode ser prolongado infinitamente para construir uma reta;
  3. É possível descrever um disco com qualquer raio e centro;
  4. Todos os ângulos retos são iguais;
  5. <u>Por um ponto fora de uma reta *r*, é possível traçar uma única reta paralela à reta *r*.</u>

O Sistema Formal da Geometria Euclidiana

- O quinto postulado levantou suspeitas de sua veracidade ao longo dos séculos;
- J. Bolyai (1802-1860) e de N. Lobachevsky (1793-1856) conseguiram demostrar que o quinto postulado apresentava falhas, surgindo a **Geometria Não-Euclidiana**;
- São componentes da Geometria Não-Euclidiana:
  - Geometria Hiperbólica;
  - Geometria Esférica.
- Hilbert também fez algumas contribuições, ao definir os chamados **termos primitivos** e uma nova definição para os axiomas ao unificá-los com os postulados:
  - Axiomas **não são necessariamente sempre verdadeiros**, apenas definem o "papel" dos termos primitivos com a finalidade de derivação de teoremas.

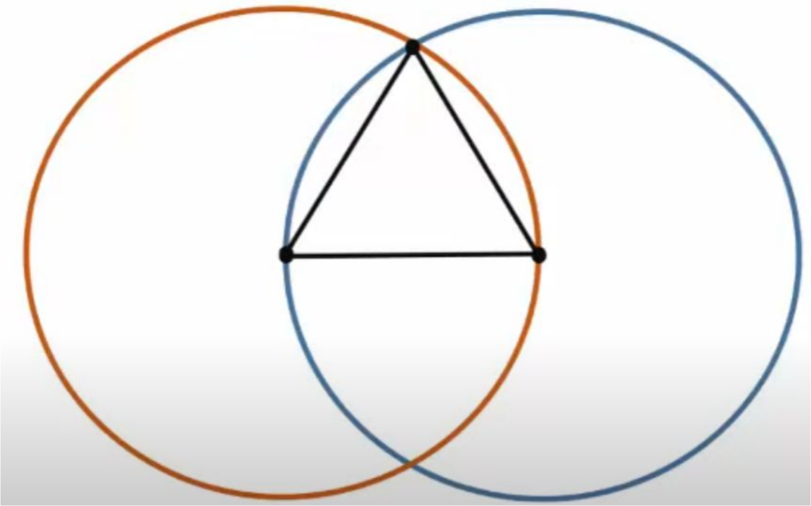


Disco de Poincaré.

Exemplo 1: Demonstrar o seguinte Teorema:

"Dada uma reta finita, é possível construir sobre ela um triângulo equilátero."

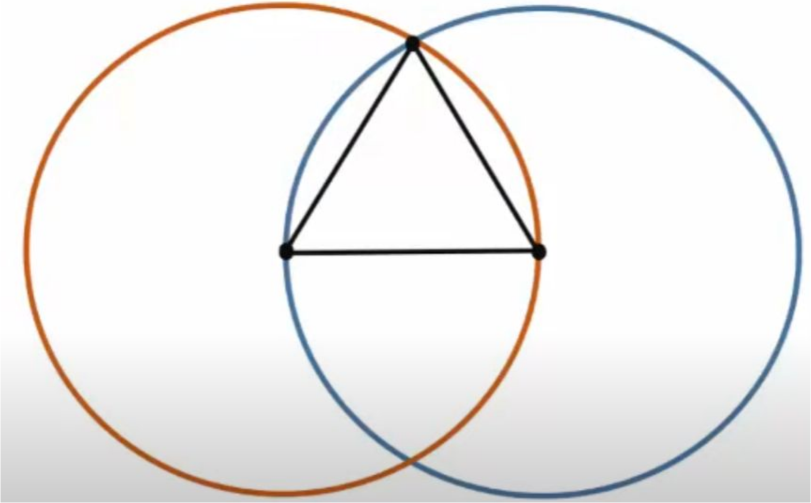
- Utilizar os postulados de Euclides.



Exemplo 1: Demonstrar o seguinte teorema:

"Dada uma reta finita, é possível construir sobre ela um triângulo equilátero."

1. Postulado 1;
2. Postulado 3;
3. Postulado 3;
4. Postulado 1;
5. Postulado 1.



Mas, enfim: o que é um Sistema Formal?

- Um **sistema formal** é uma estrutura abstrata **sintática** utilizada para inferir **teoremas** a partir de **axiomas**, de acordo com um **conjunto de fórmulas bem formadas (fbf’s)**.
    - Um sistema formal também é essencialmente um **sistema axiomático**.
- Um sistema formal se concentra na **forma** em que as proposições são trabalhadas no intuito de se evitar **ambiguidades**.
    - Com isso, cria-se uma linguagem constituída por um conjunto bem definido de símbolos e de regras de derivação permitindo construir novos objetos a partir dos já existentes.

Exemplo de um Sistema Formal: o Sistema MIU

- **Um alfabeto Σ** é um conjunto finito de símbolos, tal que **Σ = {‘M’, ‘I’, ‘U’}** e **|Σ| > 1**;
- **Uma *string* (ou expressão)** é uma **sequência finita** de símbolos pertencentes a **Σ**:
  - ‘MMI’, ‘MIU’, ‘U’, ‘IU’, …;
  - Linguagem Σ^* = {ε, ‘M’, ‘I’, ‘U’, ‘MI’, …}; $\Sigma^+ = \Sigma^* - \{\varepsilon\}$;
- **Fórmulas bem formadas** são um conjunto não vazio de expressões que obedecem a certas regras de construção, conhecidas como **gramáticas**.
  - Uma gramática “M*” define um conjunto **F** das fbf’s que começam com a letra ‘M’ no sistema MIU.
- **Os axiomas** são um subconjunto do conjunto **F;**
- **Regras de inferência:** regras que permite a geração de novas fórmulas a partir das existentes.

O Sistema MIU

- **Alfabeto:** Σ = {‘M’, ‘I’, ‘U’};
- **Axioma:** “MI”;
- **Regra de inferência I**: “nI” $\rightarrow$ “nIU”;
- **Regra de inferência II**: “Mx” $\rightarrow$ “Mxx”;
- **Regra de inferência III**: “nIII” $\rightarrow$ “nU”;
- **Regra de inferência IV**: “nUU” $\rightarrow$ “n”;

O Sistema MIU

- **ک = (A, F, R);**
- **Exemplo de teorema desse sistema formal: $\vdash_{MIU}$ ‘MUIU’:**

1. Axioma = “MI”;
2. Regra 2 = “MII”;
3. Regra 2 = “MIIII”;
4. Regra 3 = “MUI”;
5. Regra 1 = “MUIU”.

O Sistema SOMA

- **Alfabeto:** Σ = {+, =, *};
- Axioma = * + * = **;
- **Fórmulas bem formadas:**
  - x + y = z, onde x, y e z (metavariáveis) são expressões formadas pelo símbolo *;
    - ** + * = *** é uma fbf;
    - * + + *** = * não é uma fbf;
- Regras de inferência:

1. $$\frac{x + y = z}{x * + y = z*}$$

2. $$\frac{x + y = z}{y + x = z}$$

O Sistema SOMA

- **ک = (A, F, R);**
- **Exemplo de teorema desse sistema formal: $\vdash_{SOMA}$ *** + *** = ******.**

1. Axioma = * + * = **;
2. Regra 1 = ** + * = ***;
3. Regra 1 = *** + * = ****;
4. Regra 2 = * + *** = ****;
5. Regra 1 = ** + *** = *****
6. Regra 1 = *** + *** = ******

Exercícios (entrega para o dia 30/08)

Exercício 1: tente demonstrar o teorema: $\vdash_{\text{SOMA}}$ ** + *** = *****.

Exercício 2: construa um sistema formal MULT, similarmente a SOMA, cujos teoremas sejam fórmulas verdadeiras acerca da multiplicação dos números naturais. Depois, mostre que ** ✖ *** = ******.

Exercício 3: Seja o alfabeto Σ = {I, V, X, L, C, M}. Σ^* é um conjunto de cardinalidade $\aleph_0$. Abaixo mostram-se alguns elementos: Σ^* = {I, II, III, IIII, V, VV, VVV, VVVV, VXL, XL,...} que em termos dos símbolos usados para geração com símbolos arábicos significam: 1, 2, 3, ?, 5, ?, ?, ?, ?, 40,... As sequências às quais não corresponde valor, expresso pelo símbolo '?', não são números romanos, isto é, não pertencem à linguagem dos números romanos. Gere as regras de derivação que permitem gerar somente as cadeias que podem ter significado como números romanos.

Computação Científica

Aula 1 - Sistemas Formais

Prof. Gabriel Resende Machado

gabrielmachado@unifeso.edu.br

https://www.linkedin.com/in/machadogabriel

https://github.com/UNIFESO-Gabriel/computacao-cientifica