

# Relembrando: O que é Recursividade?

- É uma forma de resolver um problema computacional onde a solução depende de soluções menores do mesmo problema;
- Uma recursão é caracterizada por **três fatores**:
  - é baseada em uma subrotina;
  - contém uma condição de parada;
  - o contém uma condição recursiva.





# Relembrando: Observações sobre Recursividade

- Recursividade é um maneira de realizar repetições de forma funcional (i.e. por meio de subrotinas);
- Única forma de repetição disponível em algumas linguagens de programação (Prolog, Lisp, Haskell);
- Soluções baseadas em recursividade podem ser mais simples do que soluções iterativas convencionais:
  - Exemplos incluem problemas envolvendo estruturas de dados inerentemente recursivas: grafos e árvores.
- Contudo, soluções recursivas são, geralmente, mais complexas e difíceis de analisar;
- Programas recursivos têm a pilha (stack) como estrutura de dados principal;
- Programas recursivos tendem a utilizar mais memória e estão sujeitos a um problema de execução chamado Stack Overflow.

### Relembrando: Recursividade - Problema 1

• Elabore um programa recursivo que calcule o fatorial de um número inteiro n >= 0.

#### Dicas:

- Considere o caso inicial como **atômico**, *i.e.* que forneça a resposta mais simples possível;
- Para implementar o caso recursivo, pense em como reduzir o problema em partes mais simples;
- Utilize os tipo de retorno e os parâmetros da subrotina para realizar a recursão.



# Relembrando: Recursividade - Solução do Problema 1

N = 5

```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
        return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial n; scanf("%d", &n);
    fatorial_n = fatorial(n);
    printf("%d! = %d", n, fatorial n);
    return 0;
```

```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
       return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial_n; scanf("%d", &n);
    fatorial_n = fatorial(n);
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
```

5 \* fatorial(4)

```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
        return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial_n; scanf("%d", &n);
                                                                           4 * fatorial(3)
    fatorial_n = fatorial(n);
                                                                           5 * fatorial(4)
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
                                                                              Pilha
```

```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
        return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
                                                                           3 * fatorial(2)
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial_n; scanf("%d", &n);
                                                                           4 * fatorial(3)
    fatorial_n = fatorial(n);
                                                                           5 * fatorial(4)
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
                                                                               Pilha
```

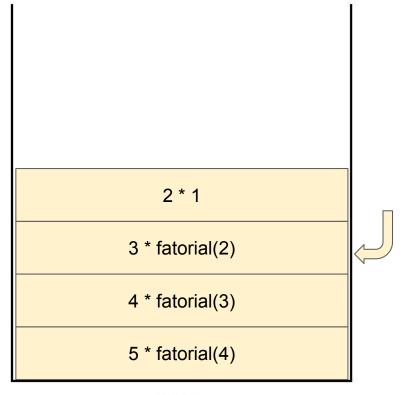
```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
       return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial_n; scanf("%d", &n);
    fatorial_n = fatorial(n);
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
```

2 * fatorial(1)
3 * fatorial(2)
4 * fatorial(3)
5 * fatorial(4)

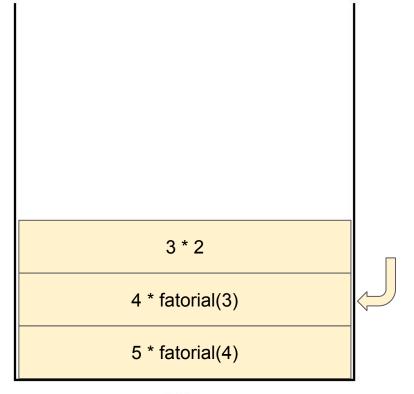
Pilho

```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
        return 1; // caso base
                                                                          1 * fatorial(0) = 1
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
                                                                            2 * fatorial(1)
int main() {
                                                                            3 * fatorial(2)
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial n; scanf("%d", &n);
                                                                            4 * fatorial(3)
    fatorial_n = fatorial(n);
                                                                            5 * fatorial(4)
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
```

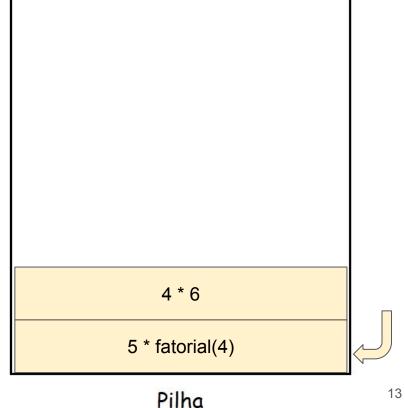
```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
       return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial n; scanf("%d", &n);
    fatorial_n = fatorial(n);
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
```



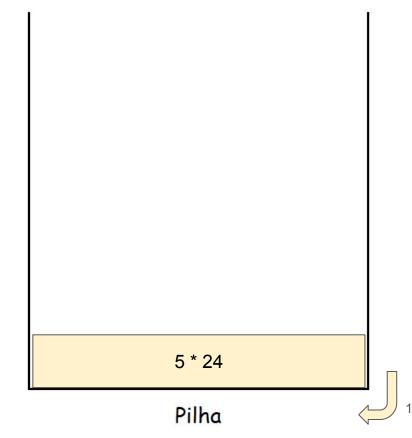
```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
       return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial_n; scanf("%d", &n);
    fatorial_n = fatorial(n);
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
```



```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
       return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial_n; scanf("%d", &n);
    fatorial_n = fatorial(n);
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
```



```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
       return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial_n; scanf("%d", &n);
    fatorial_n = fatorial(n);
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
```



```
#include <stdio.h>
int fatorial(int n) {
    if (n == 0 || n == 1)
       return 1; // caso base
    return n * fatorial(n - 1); // caso recursivo
int main() {
    printf("Digite um numero inteiro >= 0: ");
    int n, fatorial_n; scanf("%d", &n);
                                                      120
    fatorial_n = fatorial(n);
    printf("%d! = %d", n, fatorial_n);
    return 0;
```

### Recursividade - Problema 2

• Elabore um programa recursivo que localize o índice de um número em um *array* em ordem crescente. Caso não encontre o número, o programa deve retornar -1.

#### Dicas:

- Considere o caso inicial como atômico, i.e. que forneça a resposta mais simples possível;
- Para implementar o caso recursivo, pense em como reduzir o problema em partes mais simples;
- Utilize os tipo de retorno e os parâmetros da subrotina para realizar a recursão.



# Recursividade - Solução do Problema 2

```
int busca binaria(int* lista, int inicio, int fim, int numero procurado) {
    if (inicio > fim)
        return -1;
    int mid = (inicio + fim) / 2;
    if (lista[inicio] == numero procurado)
        return inicio;
    if (lista[fim] == numero procurado)
        return fim;
    if (lista[mid] == numero_procurado)
        return mid;
    if (lista[mid] < numero_procurado)</pre>
        return busca binaria(lista, mid+1, fim, numero procurado);
    if (lista[mid] > numero procurado)
        return busca binaria(lista, inicio, mid-1, numero procurado);
```

### Recursividade - Problema 3

Elabore um programa recursivo que retorne o n-ésimo termo da sequência de Fibonacci.

#### Dicas:

- Considere o caso inicial como **atômico**, *i.e.* que forneça a resposta mais simples possível;
- Para implementar o caso recursivo, pense em como reduzir o problema em partes mais simples;
- Utilize os tipo de retorno e os parâmetros da subrotina para realizar a recursão.



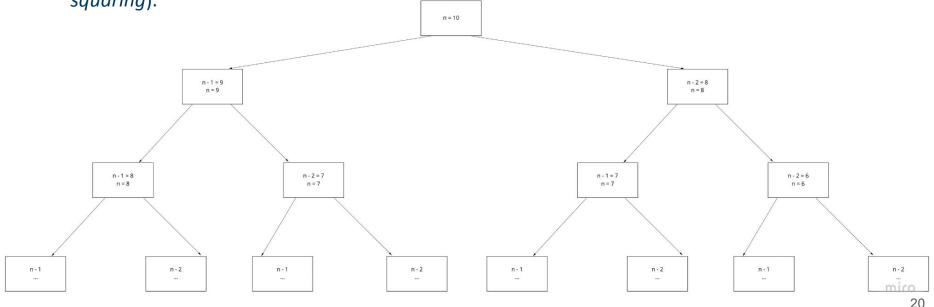
# Recursividade - Solução do Problema 3

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int fibonacci(int termo) {
    if (termo == 0)
        return 0;
    if (termo == 1)
        return 1;
    return fibonacci(termo - 1) + fibonacci(termo - 2);
int main() {
    printf("Digite o termo de Fibonacci: ");
    int termo; scanf("%d", &termo);
    printf("O termo %d de Fibonacci eh %d", termo, fibonacci(termo));
    return 0;
```

### Recursividade - Discussão do Problema 3

- Algoritmo de complexidade exponencial: O(2<sup>n</sup>);
- Repetição de soluções já computadas em passos anteriores;

Versão iterativa muito mais eficiente: O(n), porém é possível chegar a O(log<sub>2</sub>n) (recursive squaring).



# Recursividade vs. Iteração - Quando Usar?

#### Recursão:

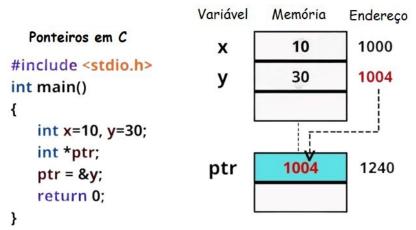
- Quando o problema pode ser dividido em subproblemas menores e similares;
- Quando o problema naturalmente exibe auto-similaridade, como fractais;
- Quando a solução se beneficia da clareza e simplicidade em detrimento de soluções iterativas.

#### Iteração:

- Quando o overhead de desempenho e memória são fatores de preocupação;
- Quando a profundidade da recursão pode ser potencialmente muito grande;
- Quando o problema pode ser resolvido de forma mais natural usando loops.

# Ponteiros em C - O que São?

- Como já visto, uma variável é o nome de uma posição na memória que pode armazenar um valor de um determinado tipo;
- Um ponteiro é uma variável que pode armazenar o endereço de uma posição na memória;
- Ponteiros podem também apontar para variável alguma, a partir do valor NULL;
- A maioria das linguagens de programação utilizam ponteiros direta ou indiretamente em seus compiladores/interpretadores.



# Exemplo de Ponteiros em C

```
int main() {
    int num = 5; // variável inteira.
    int *ptr num = NULL; // ponteiro para variável inteira.
    // 'ptr num' recebe o endereço de memória de 'num'.
    ptr num = #
    // exibe o valor armazenado em 'num'.
    printf("Valor de num: %d\n", num);
    // exibe os endereços de memória de 'num' a partir de '&'.
    printf("Endereco de num: %p\n", &num);
    // exibe o endereço de memória armazenado em 'ptr num'.
    printf("Valor de ptr num: %p\n", ptr num);
    // desreferencia o ponteiro 'ptr_num'.
    printf("Valor da variavel apontada por ptr num: %d\n", *ptr num);
    // exibe o endereço de memória de 'ptr num'.
    printf("Endereco de ptr num: %p\n", &ptr num);
    return 0;
```

Valor de num: 5
Endereco de num: 0x7ffd2c7fc18c
Valor de ptr\_num: 0x7ffd2c7fc18c
Valor da variavel apontada por ptr\_num: 5
Endereco de ptr\_num: 0x7ffd2c7fc180

### Passagem por Valor e Referência

- Até o momento do curso, os parâmetros declarados nas subrotinas receberam uma cópia dos argumentos passados nas chamadas dessas subrotinas;
- Esse mecanismo é conhecido como passagem por valor;
  - Como é realizada uma cópia de cada argumento, esse processo pode ser custoso;
- Quando se deseja (i) alterar o valor da variável diretamente na subrotina e/ou (ii) evitar a cópia dos argumentos para os parâmetros, utiliza-se a passagem por referência;
  - Nesses casos, faz-se uso da funcionalidade dos ponteiros: os parâmetros são definidos como variáveis ponteiro (\*), enquanto que, na chamada da subrotina, são passados os endereços dos argumentos (&).

# Exemplo de Código: Passagem por Valor

```
#include <stdio.h>
void passagem_por_valor(int num1, int num2) {
    printf("Valores iniciais dos parametros:\n");
    printf("num1: %d, num2: %d\n\n", num1, num1);
    num1 += 100;
   num2 += 100:
    printf("Valores finais dos parametros:\n");
    printf("num1: %d, num2: %d\n\n", num1, num1);
int main() {
    int numero1 = 1, numero2 = 2;
    printf("Valores iniciais dos argumentos:\n");
    printf("numero1: %d, numero2: %d\n\n", numero1, numero2);
    passagem por valor(numero1, numero2);
    printf("Valores finais dos argumentos:\n");
    printf("numero1: %d, numero2: %d\n\n", numero1, numero2);
    return 0;
```

```
Valores iniciais dos argumentos:
numero1: 1, numero2: 2
Valores iniciais dos parametros:
num1: 1, num2: 2
Valores finais dos parametros:
num1: 101, num2: 102
Valores finais dos argumentos:
numero1: 1, numero2: 2
```

# Exemplo de Código: Passagem por Referência

```
#include <stdio.h>
void passagem_por_referencia(int *num1, int *num2) {
    printf("Valores iniciais dos parametros:\n");
    printf("num1: %d, num2: %d\n\n", *num1, *num2);
    *num1 += 100;
    *num2 += 100:
    printf("Valores finais dos parametros:\n");
    printf("num1: %d, num2: %d\n\n", *num1, *num2);
int main() {
    int numero1 = 1, numero2 = 2;
    printf("Valores iniciais dos argumentos:\n");
    printf("numero1: %d, numero2: %d\n\n", numero1, numero2);
    passagem por referencia(&numero1, &numero2);
    printf("Valores finais dos argumentos:\n");
    printf("numero1: %d, numero2: %d\n\n", numero1, numero2);
    return 0:
```

```
Valores iniciais dos argumentos:
numero1: 1, numero2: 2
Valores iniciais dos parametros:
num1: 1, num2: 2
Valores finais dos parametros:
num1: 101, num2: 102
Valores finais dos argumentos:
numero1: 101, numero2: 102
```

# Alocação Dinâmica de Memória

- Nem sempre é possível saber a priori o quantidade de memória necessária em tempo de compilação;
- A alocação dinâmica de memória permite ao programador alocar memória em tempo de execução, proporcionando flexibilidade no gerenciamento de recursos e às mudanças de requisitos e tamanhos de dados;
- São extremamente úteis para:
  - A criação de estruturas de dados, como filas, pilhas, listas encadeadas, árvores, etc;
  - Economia de recursos, alocando exatamente a quantidade de memória necessária para a execução do programa.
- Contudo, é necessário liberar a memória alocada manualmente para evitar vazamentos, por meio da subrotina free;
- A principal subrotina do C para essa tarefa é malloc. Há também a calloc e a realloc.

### Malloc em Detalhes

Obs.: malloc retorna NULL caso não seja possível alocar a memória solicitada.

# Exemplo de Código: Alocação Dinâmica de um Array

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main() {
   int num dezenas;
    printf("Digite quantas dezenas deseja apostar: ");
    scanf("%d", &num_dezenas);
    printf("Digite as %d dezenas de sua aposta: ", num_dezenas);
    // utiliza a função malloc para alocar
    // num_dezenas * sizeof(int) espaços na memória.
    int *aposta = (int *)malloc(num dezenas * sizeof(int));
    for (int i = 0; i < num dezenas; i++)
        scanf("%d", &aposta[i]);
    printf("Verifique sua aposta:\n");
    for (int i = 0; i < num dezenas; i++)
        printf("%d ", aposta[i]);
   // libera a memória alocada.
   free(aposta);
    return 0;
```

```
Digite quantas dezenas deseja apostar: 6
Digite as 6 dezenas de sua aposta:
44 32 55 60 12 23

Verifique sua aposta:
44 32 55 60 12 23
```

### Exemplo de Código: Alocação Dinâmica de uma Matriz

```
int **apostas;
// aloca memória para um vetor de int *.
apostas = (int **)malloc(num jogos * sizeof(int *));
for (int i = 0; i < num_jogos; i++) {
    printf("\nDigite as %d dezenas de sua Aposta %d:\n", num dezenas, i+1);
    apostas[i] = (int *)malloc(num dezenas * sizeof(int));
    for (int j = 0; j < num_dezenas; j++) {
        // aloca memória para um vetor de int.
        scanf("%d", &apostas[i][j]);
printf("\nVerifique suas apostas:\n");
for (int i = 0; i < num_jogos; i++) {
    printf("Aposta %d: ", i+1);
    for (int j = 0; j < num dezenas; j++) {
       printf("%d ", apostas[i][j]);
    printf("\n");
// libera toda a memória alocada.
for (int i = 0; i < num jogos; <math>i++)
    free(apostas[i]);
free(apostas);
```

```
Digite quantos jogos deseja apostar: 2
Digite quantas dezenas deseja apostar: 6
Digite as 6 dezenas de sua Aposta 1:
2 4 6 8 10 12
Digite as 6 dezenas de sua Aposta 2:
12 14 46 48 20 33
Verifique suas apostas:
Aposta 1: 2 4 6 8 10 12
Aposta 2: 12 14 46 48 20 33
```

#### Ponteiros void

- Como visto, variáveis ponteiro precisam saber a priori o tipo esperado da variável que terá seu endereço armazenado;
  - Contudo, isso cria uma forte dependência de tipagem.
- Uma alternativa para contornar essa dependência é declarar variáveis ponteiro do tipo
   void \*;
- Os ponteiros void \* permitem, principalmente, criar subrotinas genéricas sem que seja necessário repetir sua funcionalidade para cada tipo de variável em C;
- Em C há várias subrotinas que fazem uso dos ponteiros void, entre elas a qsort, a malloc, a calloc e a realloc;
- Variáveis do tipo void \* não podem ser desreferenciadas diretamente. É preciso realizar um type casting.

### Ponteiros void

```
#include <stdio.h>
void mostrar ptr void(void *var) {
    // realiza o type casting para int *.
    int *numero = (int *)var;
    // desreferencia o ponteiro para exibir seu valor.
    printf("%d\n", *numero);
    // O código abaixo produz um erro.
    // printf("%d\n", *var); // ERRO!
int main() {
    int numero = 50;
    mostrar_ptr_void(&numero);
    return 0;
```

# **Ponteiros para Subrotinas**

- A partir de ponteiros, é possível adicionar novas funcionalidades a uma subrotina sem alterar sua implementação original;
  - Isso é conhecido como injeção de dependência;
- Uma subrotina pode receber como parâmetro uma outra subrotina a partir da utilização de ponteiros;
- A subrotina recebida como parâmetro estende a funcionalidade da subrotina original ao executar uma funcionalidade específica;
- Tem-se total generalização quando usa-se ponteiros do tipo void;
- Em C, temos o exemplo principal da subrotina para ordenação de arrays qsort.

# Ponteiros para Subrotinas: Exemplo 1

```
#include <stdio.h>
#include <stdbool.h>
bool is freezing celsius();
bool is freezing fahrenheit();
// declara uma subrotina que recebe um ponteiro
// como parâmetro de uma outra subrotina, que retorna
// um valor do tipo booleano.
void read temperature(bool (*is freezing)()) {
    if (is freezing())
        printf("IS FREEZING!");
    else
        printf("Is not freezing.");
int main() {
    // a subrotina 'read temperature' pode
    // receber tanto 'is freezing fahrenheit'
    // quanto 'is freezing celsius' como argumento.
    read temperature(is freezing fahrenheit);
    return 0;
```



Type the temperature in Fahrenheit: 32 IS FREEZING!

### Ponteiros para Subrotinas: Exemplo 2

void qsort(void \*base, size t num elems, size t size elem, int (\*compar)(const void \*, const void \*));

```
int crescente(const void *num1, const void *num2) {
    int *n1 = (int *)num1;
   int *n2 = (int *)num2;
   return *n1 - *n2;
int decrescente(const void *num1, const void *num2) {
   int *n1 = (int *)num1;
   int *n2 = (int *)num2;
    return *n2 - *n1;
int main() {
    int lista[] = \{8, 7, 4, 5, 1, 0, 12, -1, 9, 2\};
    int num elementos = sizeof(lista) / sizeof(int);
   // ordena a lista em ordem 'crescente' ou 'decrescente'.
    qsort(lista, num_elementos, sizeof(int), crescente);
    for (int i = 0; i < num elementos; <math>i++)
       printf("%d ", lista[i]);
    return 0:
```

-1 0 1 2 4 5 7 8 9 12

### **Aritmética de Ponteiros**

- A aritmética de ponteiros é uma técnica em linguagens de programação do C que permite manipular ponteiros usando operadores aritméticos, como adição, subtração e desreferenciamento;
- Isso é útil para navegar em arrays e estruturas de dados de forma eficiente e conveniente.

```
int main() {
   int array[] = \{10, 20, 30, 40, 50\};
   int *ptr = array; // ptr aponta para o primeiro elemento do array
   ptr++; // Incrementa ptr para apontar para o próximo elemento
   printf("%d\n", *ptr); // Saida: 20
   ptr--; // Decrementa ptr para apontar para o elemento anterior
   printf("%d\n", *ptr); // Saida: 10
   int *ptr1 = &array[0]; // ptr1 aponta para o primeiro elemento do array
    int *ptr2 = &array[3]; // ptr2 aponta para o quarto elemento do array
    // Saída:número de elementos entre os ponteiros
   printf("%ld\n", ptr2 - ptr1);
    return 0;
```

