

Chapter 12

三相正弦稳态电路

12.1 概述

12.2 三相电路

Three-phase circuits

12.3 对称三相电路分析

Analysis of balanced three-phase circuits

12.5 三相电路的功率

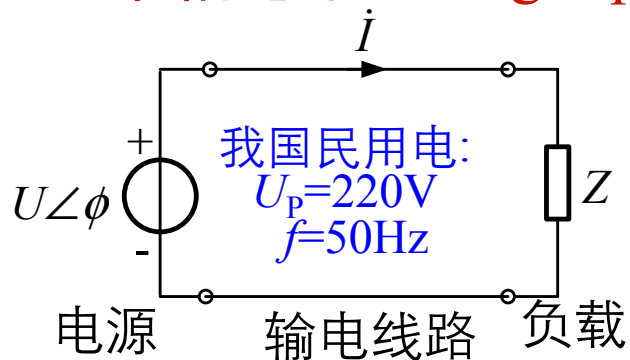
Power of three-phase circuits

12.4 不对称三相电路分析

Analysis of unbalanced three-phase circuits

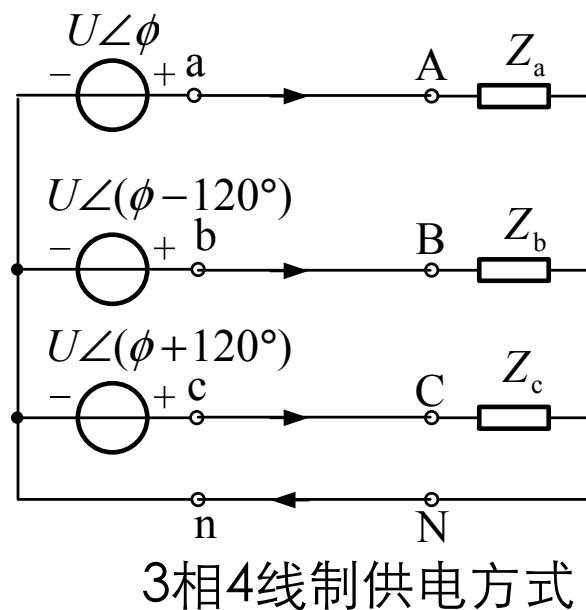
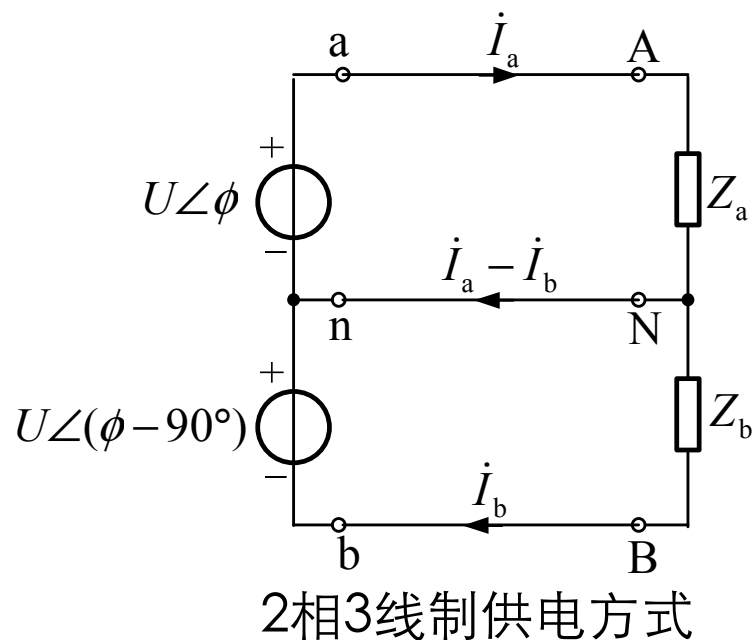
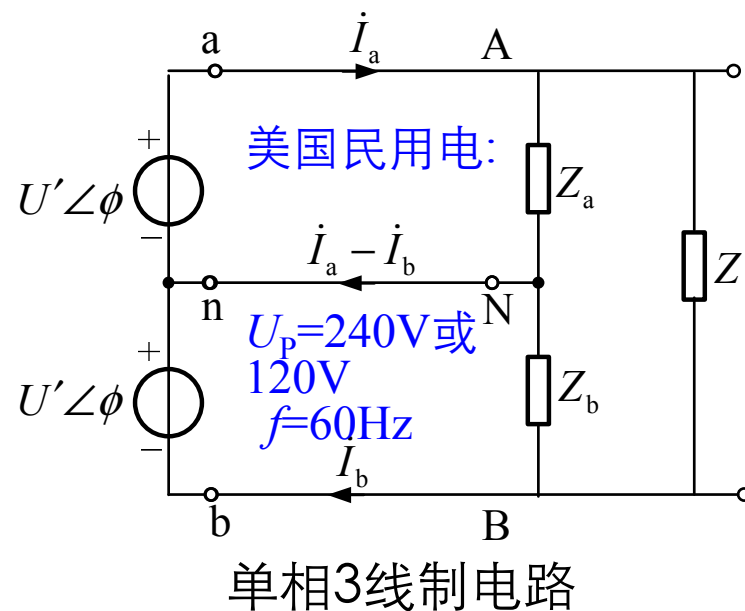
12.1 概述

1. 单相电路 Single-phase circuit



2. 多相电路 Polyphase circuit

电源不同相，频率、幅值相同



12.1 概述

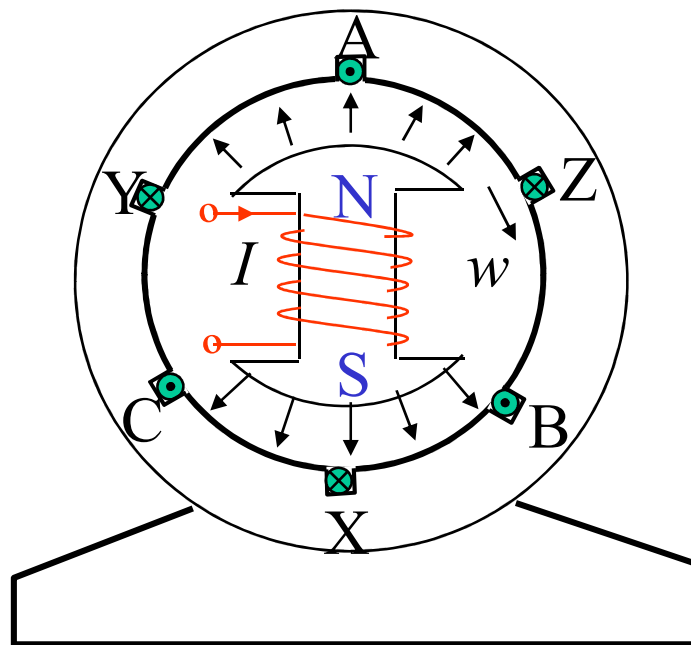
三相制相对比单相制在发电、输电、用电方面有很多优点:

- 经济: 在相同条件下(输电距离, 功率, 电压和损失)三相供电比单相输电线路更少。
- 性能好: 三相电路的瞬时功率是一个常数, 对三相电动机来说, 意味着转矩均匀。
- 三相制设备(三相异步电动机, 三相变压器)简单, 易于制造, 工作经济、可靠。
- 从三相电源可获得单相、两相电源。

12.2 三相电路 Three-phase circuits

12.2.1 三相电源

通常由三相同步发电机产生，三相绕组在空间互差 120° ，当转子转动时，在三相绕组中产生感应电压，从而形成对称三相电源。



三相发电机原理示意图

12.2.1 三相电源

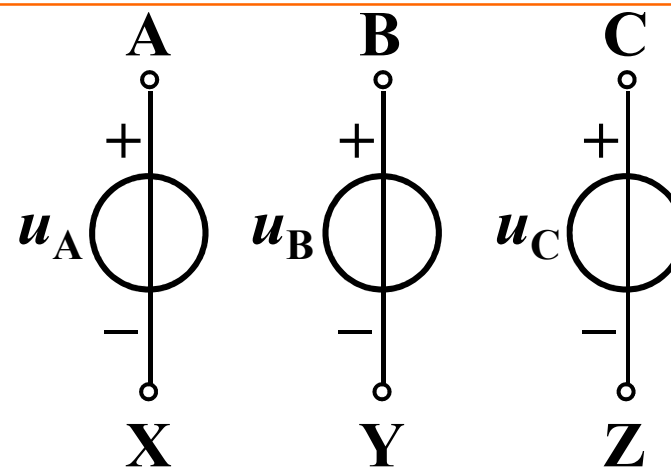
1 对称三相电压

瞬时值表达式: 三相电压幅值相等, 频率相等, 相位互差 120° 。

$$u_A = u_{AX} = \sqrt{2}U \cos \omega t$$

$$u_B = u_{BY} = \sqrt{2}U \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$\begin{aligned} u_C = u_{CZ} &= \sqrt{2}U \cos(\omega t - 240^\circ) \\ &= \sqrt{2}U \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned}$$



相量表示:

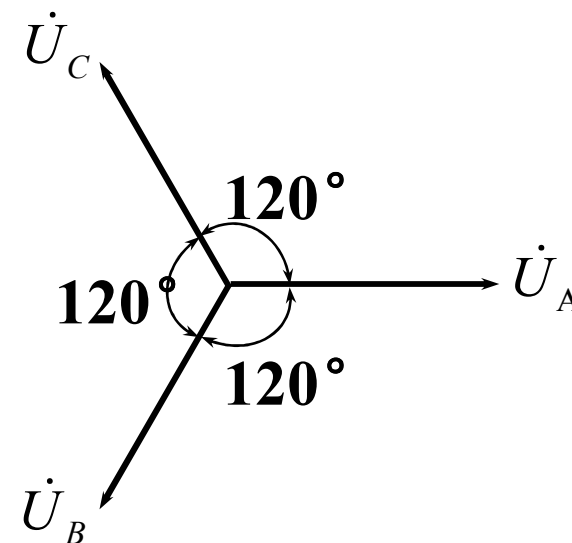
$$\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

对称三相电压的特点:

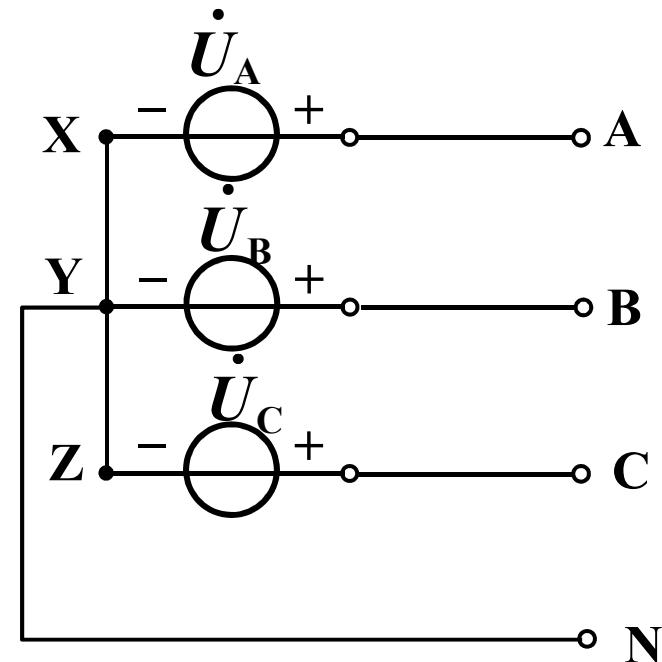
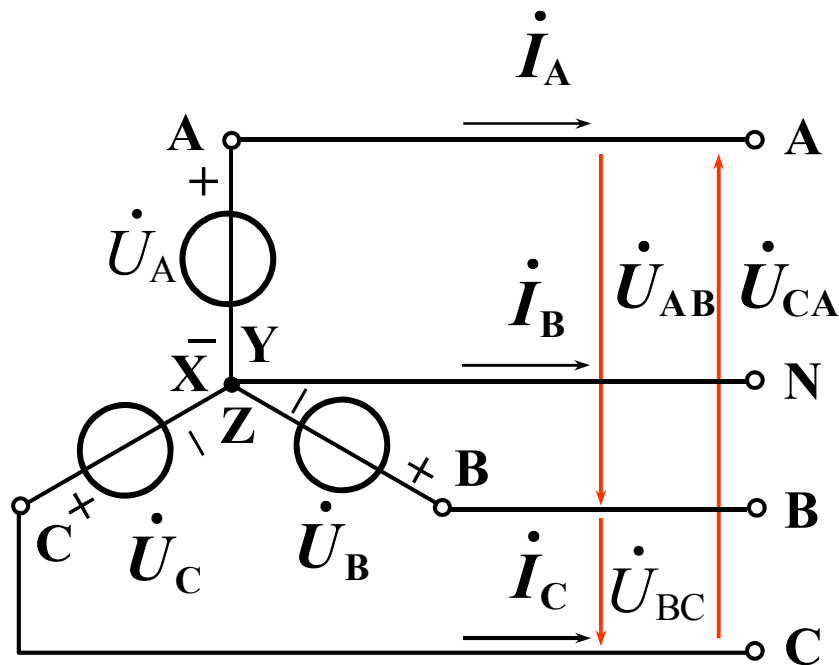
$$\begin{cases} \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0 \\ u_A + u_B + u_C = 0 \end{cases}$$



12.2.1 三相电源

2 对称三相电源：有两种连接方式

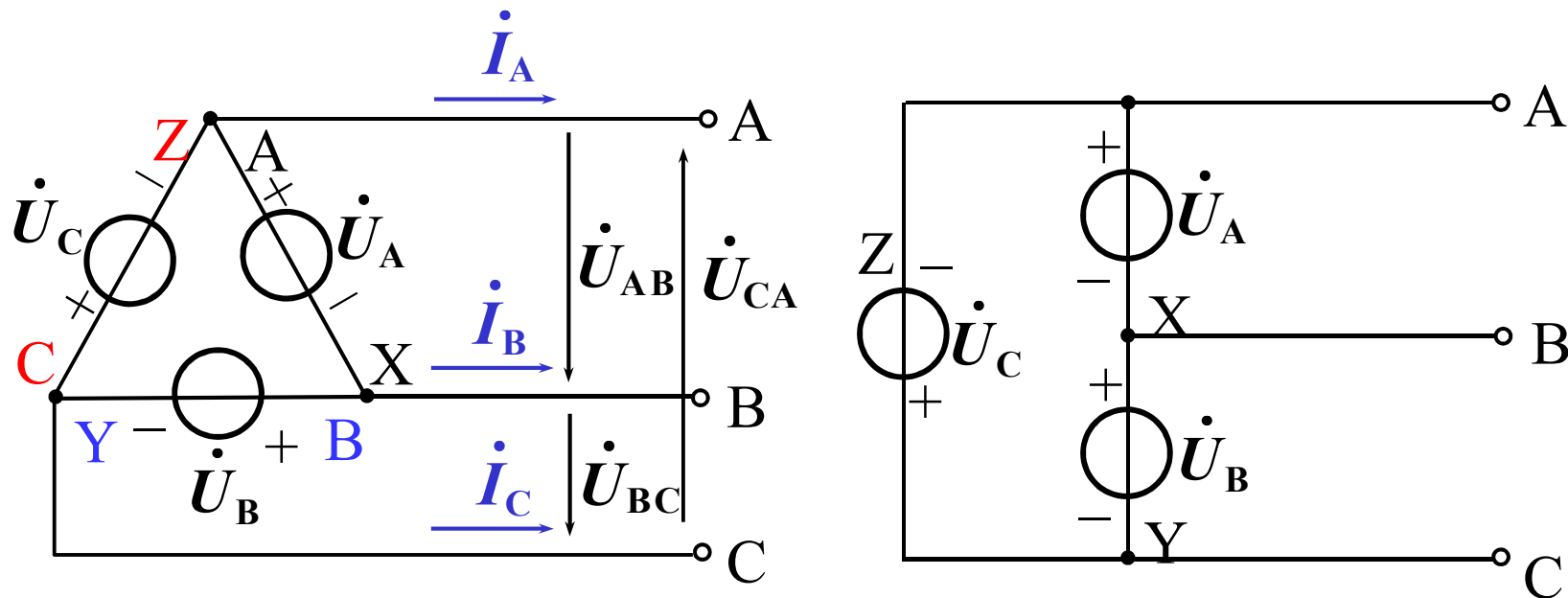
- (1) 星形联接：(Y connection)：把三个绕组的末端 X, Y, Z 接在一起，把始端 A, B, C 引出来。



12.2.1 三相电源

2 对称三相电源：有两种连接方式

(2) 三角形联接 (Δ 接): 三个绕组始末端分别对应相接。



名词介绍:

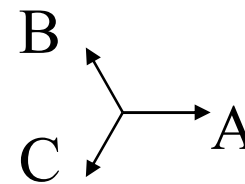
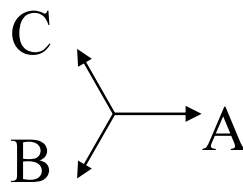
- 端线(火线): A, B, C 三端引出线。
- 中线: 中性点N引出线(接地时称地线), Δ 接无中线。
- 三相三线制与三相四线制。

12.2.1 三相电源

3 对称三相电源的相序

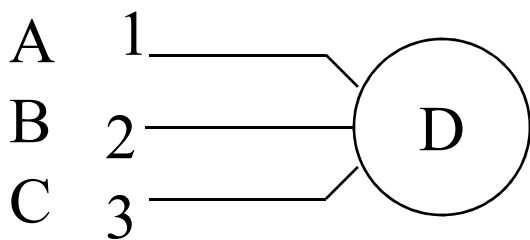
三相电源中各相电源经过同一值(如最大值)的先后顺序

正序(顺序): A—B—C—A

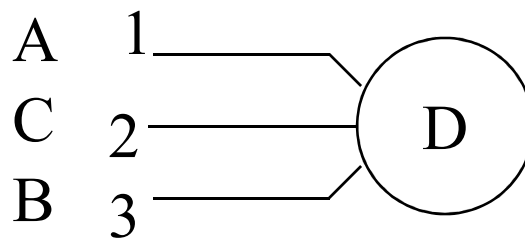


负序(逆序): A—C—B—A

相序的实际意义: 对三相电动机, 如果相序反了, 就会反转。



正转



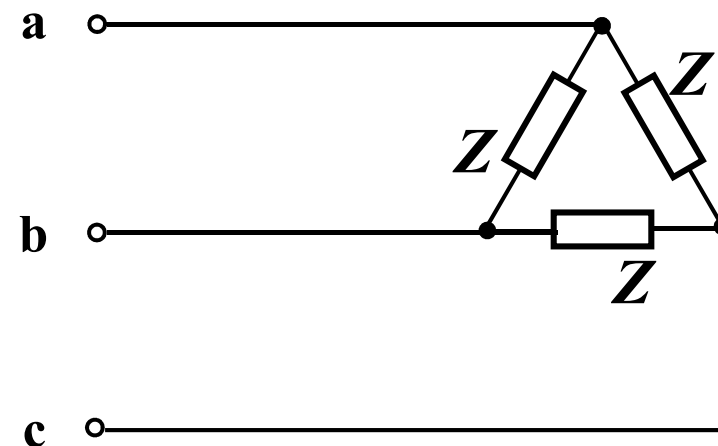
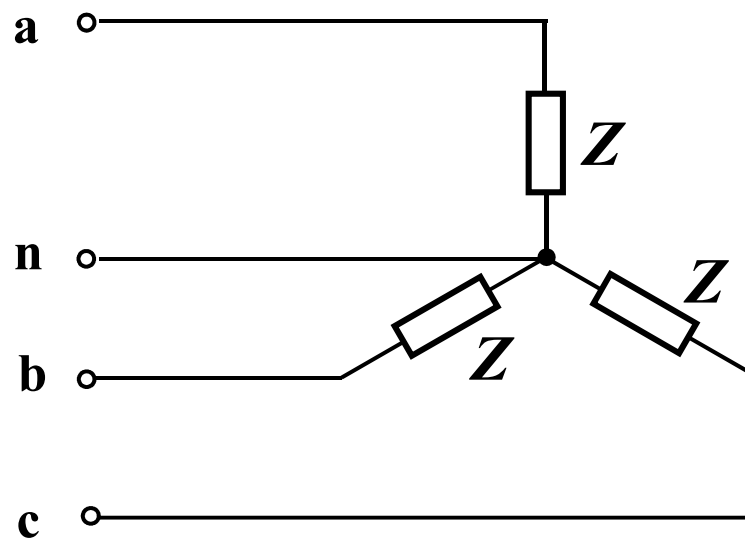
反转

以后如果不加说明, 一般都认为是正相序。

12.2.2 三相负载

三相负载：由三相电源供电的负载。电梯、机床、大功率空调等大型用电设备一般都是三相负载。

- 对称三相负载(平衡三相负载)：三个相同负载(负载阻抗模及阻抗角相同)以一定方式联接起来。
- 对称三相负载有两种基本联接方式：



12.2.3 三相电路的连接

➤ 5种连接方式

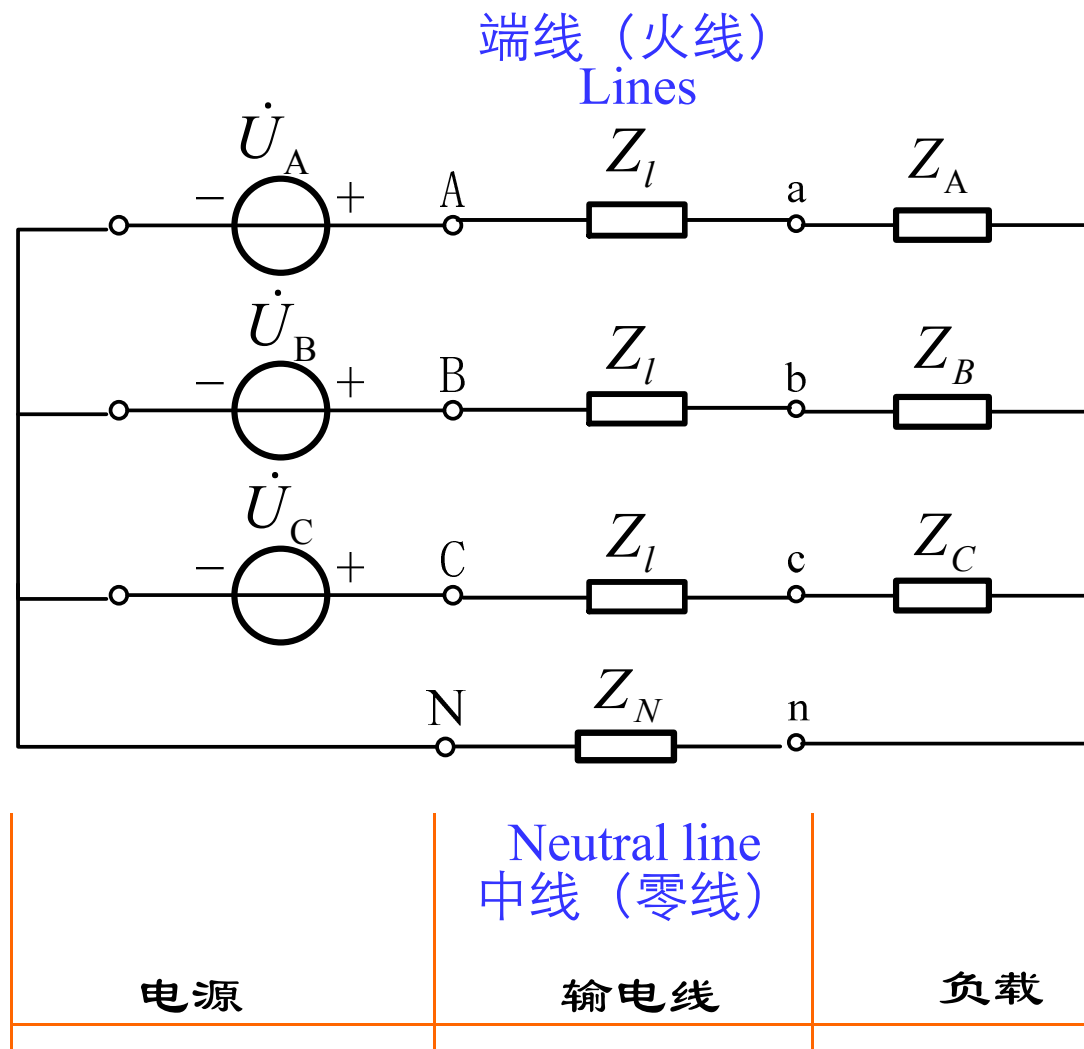
$Y_N - Y_n$

$Y - Y$

$Y - \Delta$

$\Delta - Y$

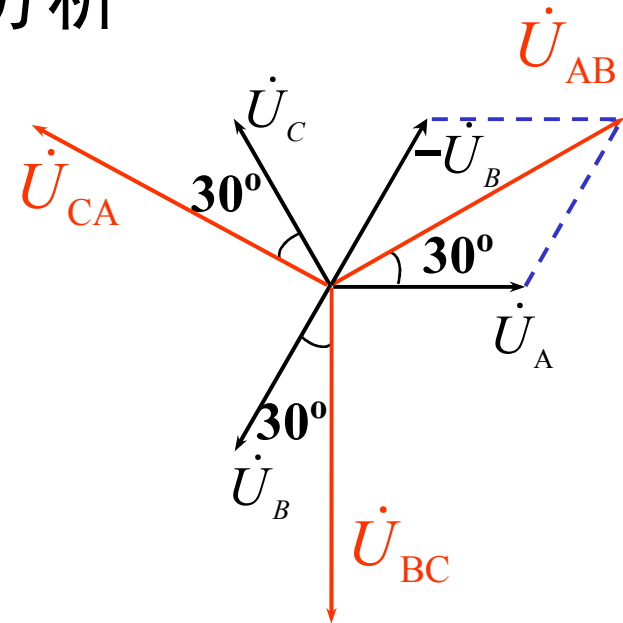
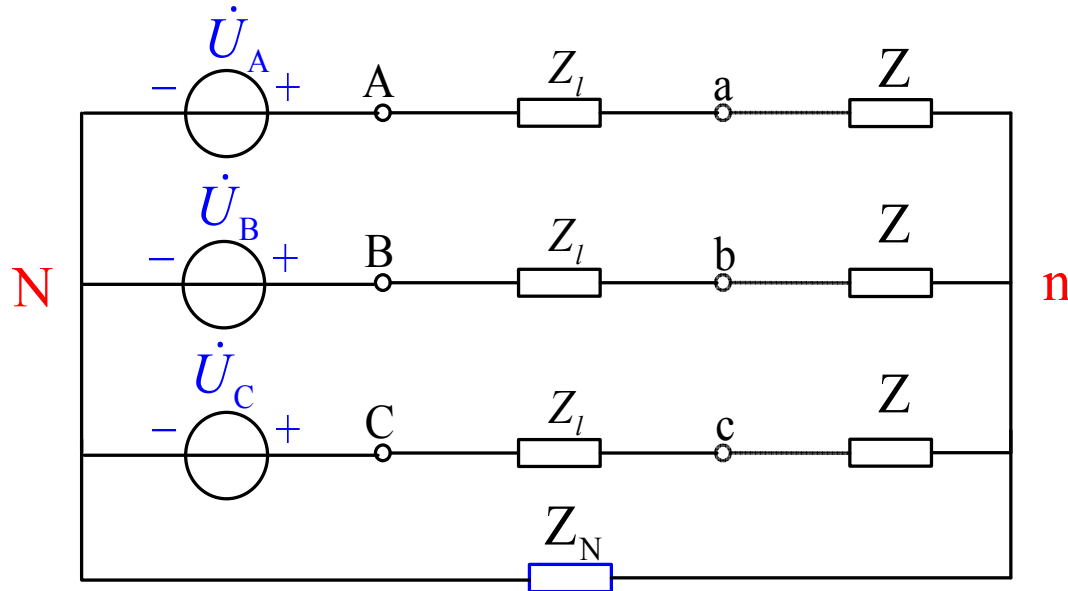
$\Delta - \Delta$



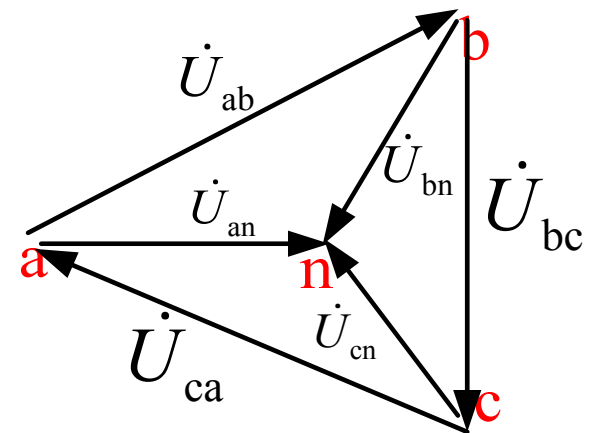
12.3 对称三相电路分析

12.3.1 相电量与线电量：

1. 星形连接下线电量与相电量的关系



$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ$$



$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3}\dot{U}_a \angle 30^\circ$$

$$\text{已知 } \dot{U}_A = U \angle 0^\circ, \quad \dot{U}_B = U \angle -120^\circ, \quad \dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = U \angle 0^\circ - U \angle -120^\circ = \sqrt{3}U \angle 30^\circ$$

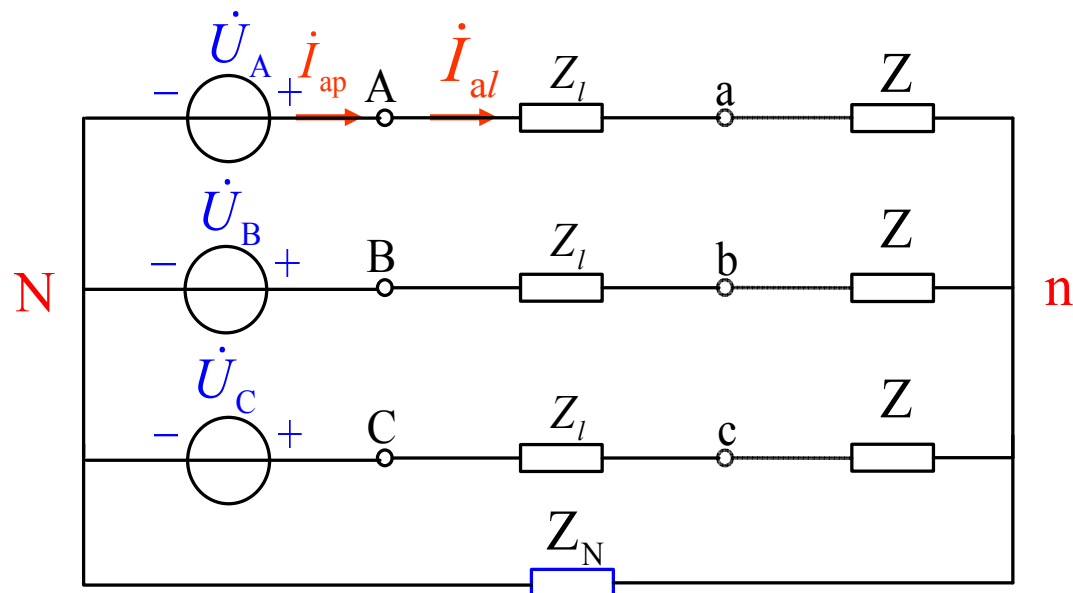
$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = U \angle -120^\circ - U \angle 120^\circ = \sqrt{3}U \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = U \angle 120^\circ - U \angle 0^\circ = \sqrt{3}U \angle 150^\circ$$

12.3 对称三相电路分析

12.3.1 相电量与线电量:

1. 星形连接下线电量与相电量的关系



$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3}\dot{U}_a \angle 30^\circ$$

$$\dot{I}_{ap} = \dot{I}_{al}$$

结论： 对Y接法的对称三相电源

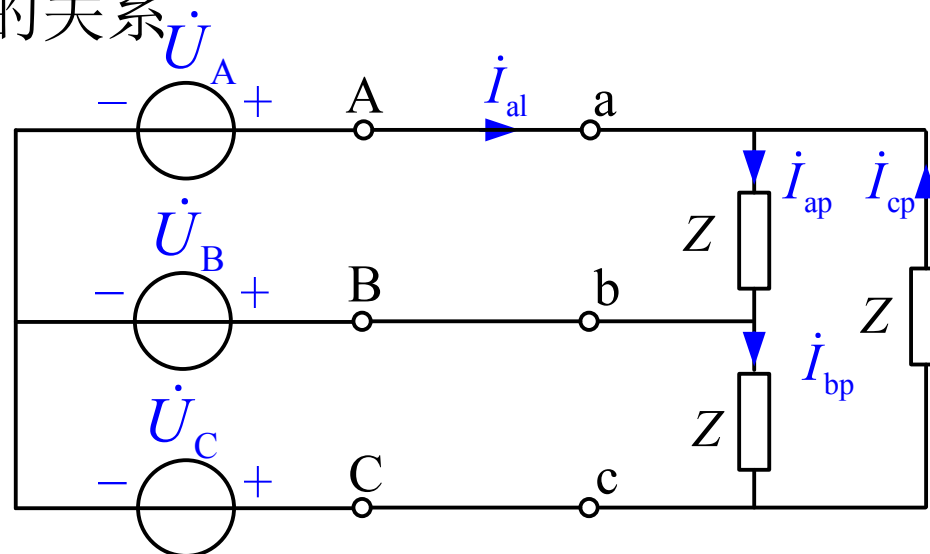
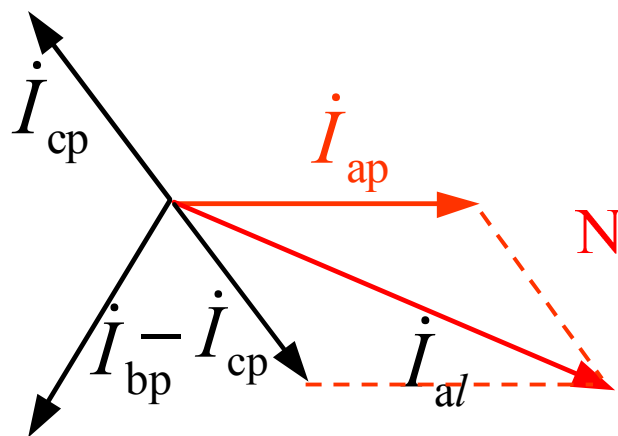
- 相电压对称，则线电压也对称。
- 线电压大小等于相电压的 $\sqrt{3}$ 倍，即 $U_l = \sqrt{3}U_p$ 。
- 线电压相位超前对应相电压 30° 。

12.3 对称三相电路分析

12.3.1 相电量与线电量:

2. 三角形连接下线电量与相电量的关系

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ap} &= \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} \\ \dot{I}_{bp} &= \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} \\ \dot{I}_{cp} &= \frac{\dot{U}_{CA}}{Z} \end{aligned}$$



Δ connection:

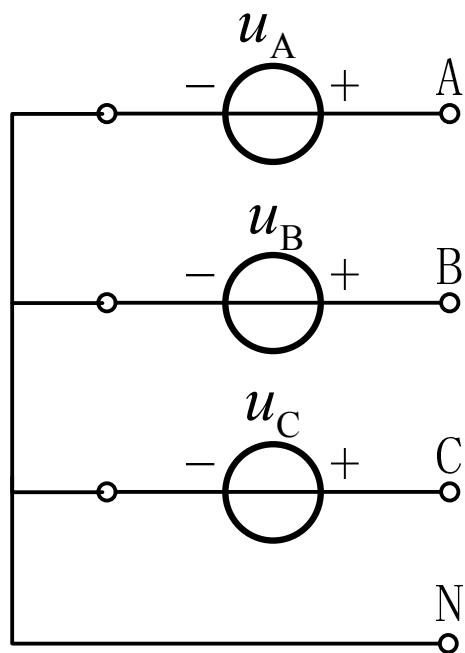
$$\dot{I}_{al} = \sqrt{3} \dot{I}_{ap} \angle -30^\circ$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a$$

结论:

- 相电流也是对称的。
- 线电流大小是相电流的 $\sqrt{3}$ 倍，相位落后相应相电流 30°
- 负载上相电压与线电压相等，且对称。

练习

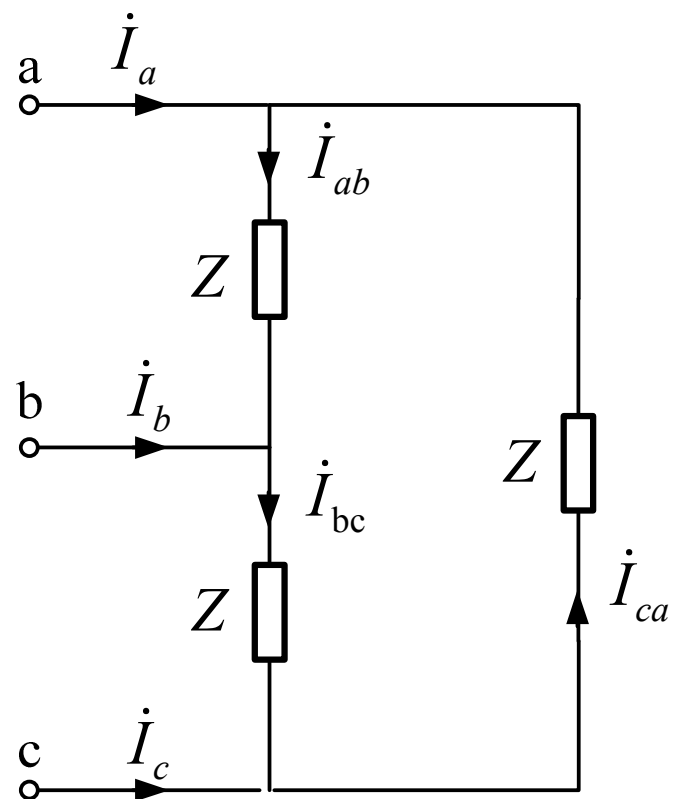


$$u_A = 220\sqrt{2} \sin(100\pi t + 30^\circ) \text{V}$$

$$u_{BC} = ?$$

$$u_{AB} = 220\sqrt{3}\sqrt{2} \sin(100\pi t + 60^\circ) \text{V}$$

$$u_{BC} = 220\sqrt{3}\sqrt{2} \sin(100\pi t - 60^\circ) \text{V}$$



$$\dot{I}_{bc} = 10 \angle 0^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_a = ?$$

$$\dot{I}_b = 10\sqrt{3} \angle -30^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_a = 10\sqrt{3} \angle 90^\circ \text{A}$$

12.3.2 分相计算法

1 Y-Y接 对称三相电路

已知 $\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$

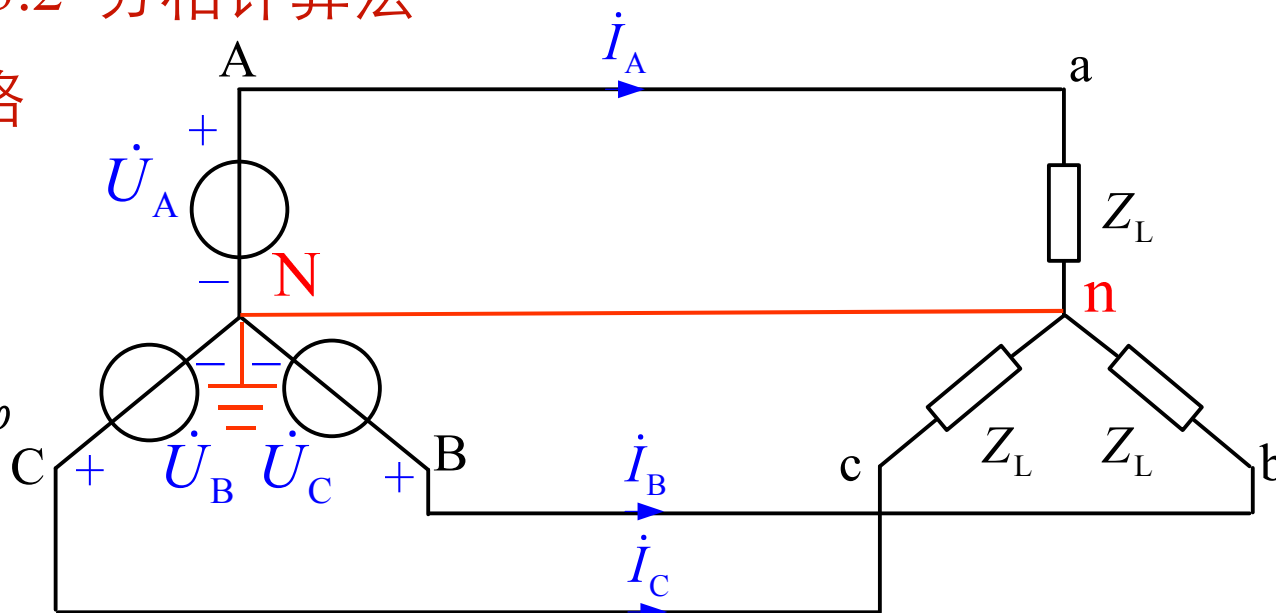
$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$

$\dot{U}_C = U \angle 120^\circ$, $Z_L = |Z_L| \angle \varphi$

以N点为参考点，对
n点列写结点方程：

$$\left(\frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_L}\right) \dot{U}_{nN} = \frac{1}{Z_L} \dot{U}_A + \frac{1}{Z_L} \dot{U}_B + \frac{1}{Z_L} \dot{U}_C$$

$$\dot{U}_{nN} = 0$$



因n, N两点等电位，**可将其短路，且其中电流为零**。这样便可将三相电路的计算化为一相电路的计算。当求出相应的电压、电流后，再由对称性，可以直接写出其它两相的结果。

问：如果中线有阻抗，则中线电压是否为0？

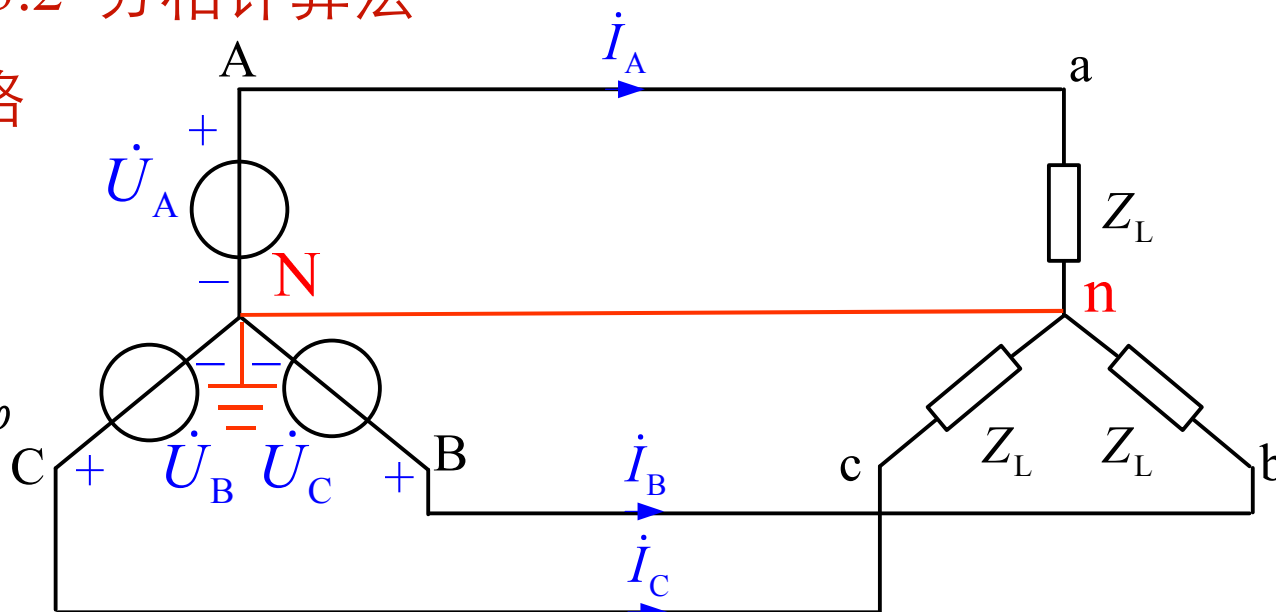
12.3.2 分相计算法

1 Y-Y接 对称三相电路

已知 $\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$

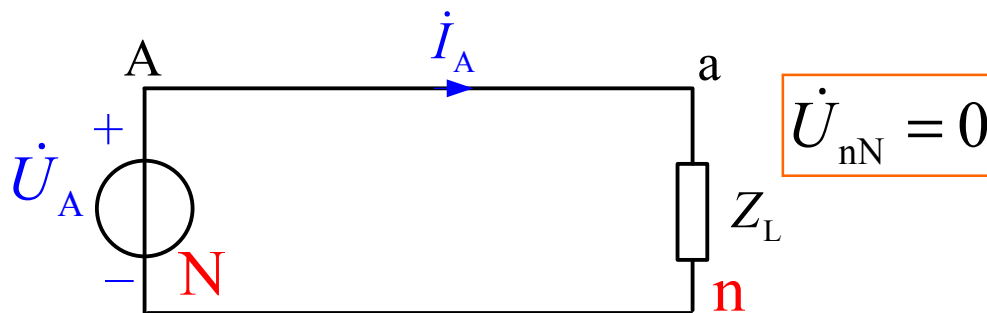
$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$

$\dot{U}_C = U \angle 120^\circ, Z_L = |Z_L| \angle \varphi$



由A相电路可得：

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{an}}{Z_L} = \frac{\dot{U}_A}{Z_L} = \frac{U}{|Z_L|} \angle -\varphi$$



由对称性可写出：

$$\dot{I}_B = \frac{U}{|Z|} \angle -\varphi - 120^\circ$$

$$\dot{I}_C = \frac{U}{|Z|} \angle -\varphi + 120^\circ$$

12.3.2 分相计算法

1 Y-Y接 对称三相电路

对称三相电路分相计算法结论：

① $U_{nN}=0$ ，中线电流为零。

Y-Y接电路与 Y_N-Y_n 接(有中线)电路计算方法相同。有无中线对电路情况没有影响，没有中线(Y-Y接，三相三线制)，可将中线连上。因此，中线有阻抗时可短路掉。

② 对称情况下，各相电压、电流都是对称的，只要算出某一相的电压、电流，则其他两相的电压、电流可直接写出。

【例1】 已知电源线电压为380V， $Z_l=3+j4\Omega$ ， $Z=6.4+j4.8\Omega$ 。 求负载Z的相电压、线电压和电流。

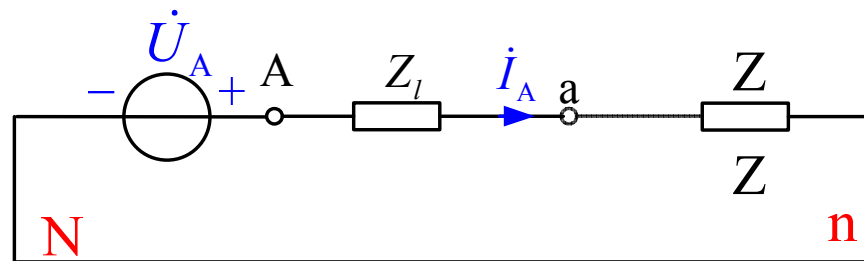
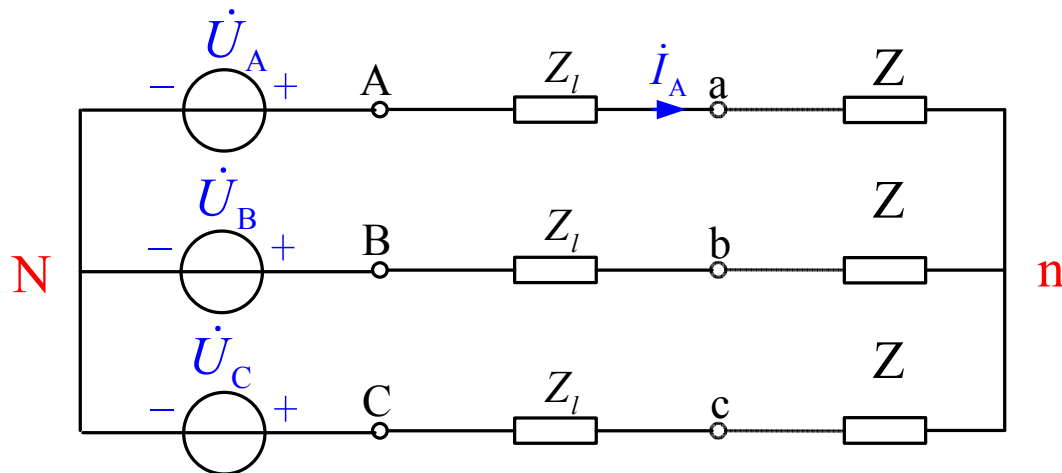
解：

$$\text{设 } \dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\text{则 } \dot{U}_A = 220\angle -30^\circ \text{ V}$$

A相电路为：

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_A}{Z + Z_l} = \frac{220\angle -30^\circ}{9.4 + j8.8} \\ &= 17.1\angle -73.1^\circ \text{ A} \end{aligned}$$



$$\dot{U}_{an} = \dot{I}_A \cdot Z = 17.1\angle -73.1^\circ \cdot 8\angle 36.9^\circ = 136.8\angle -36.2^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3}\dot{U}_a \angle 30^\circ = \sqrt{3} \times 136.8\angle -6.2^\circ \text{ V} = 236.9\angle -6.2^\circ \text{ V}$$

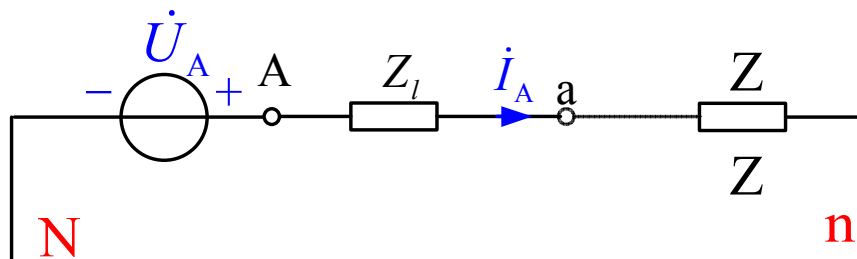
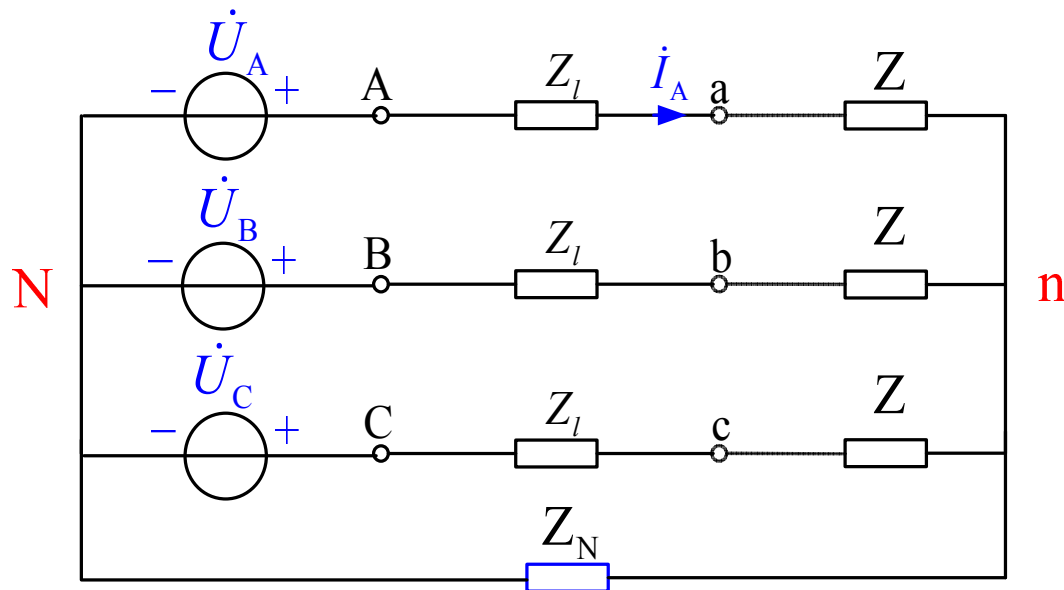
【例1】已知电源线电压为380V， $Z=3+j4\Omega$ ， $Z_l=6.4+j4.8\Omega$ 。求负载Z的相电压、线电压和电流。

思考：中线有阻抗 Z_N ？

$$\dot{U}_{Nn} = 0$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z + Z_l}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A \angle -120^\circ$$



12.3.2 分相计算法

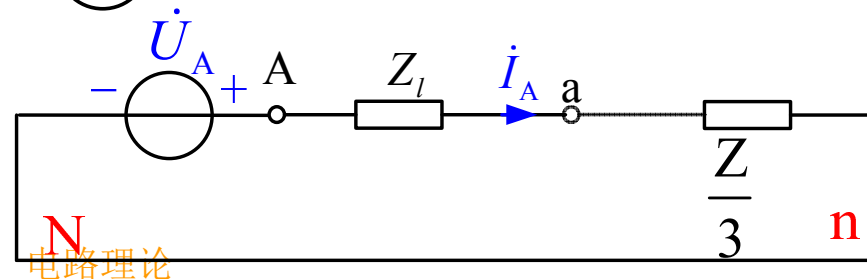
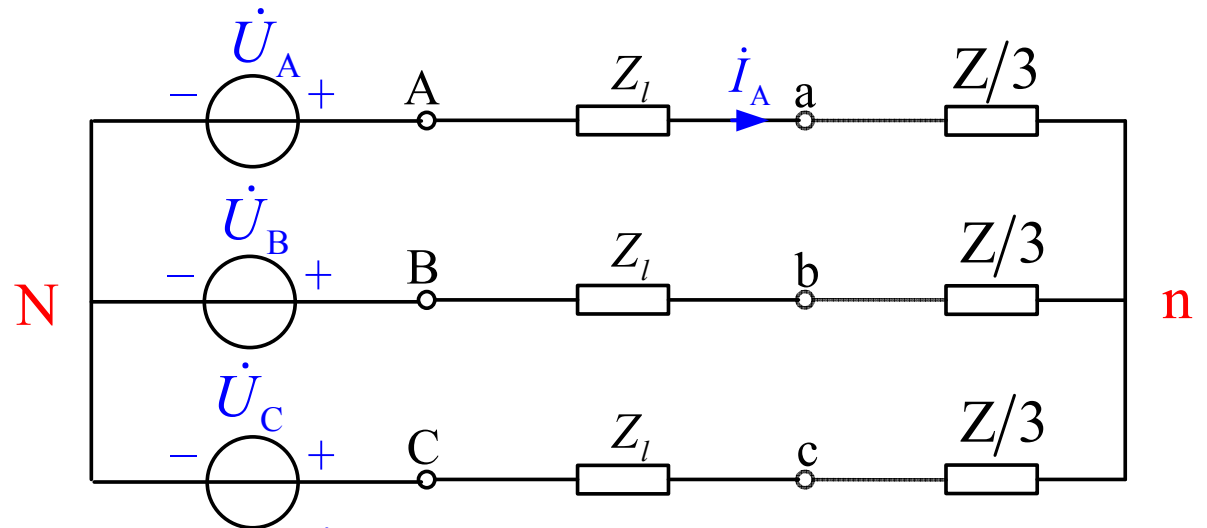
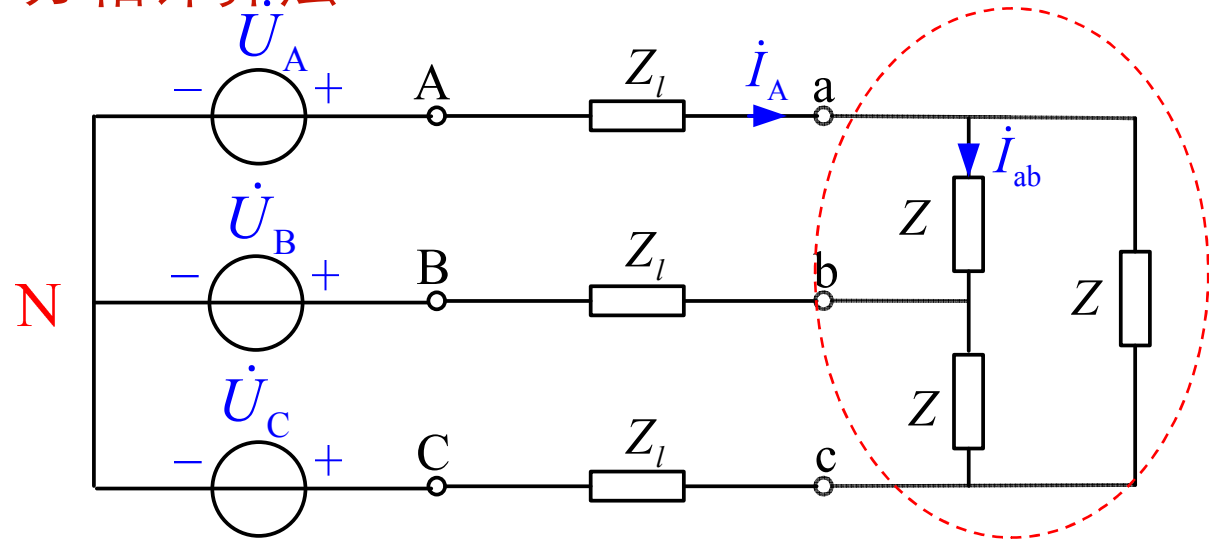
2 Y-Δ接 对称三相电路

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\frac{Z}{3} + Z_l}$$

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{I}_A \angle 30^\circ}{\sqrt{3}}$$

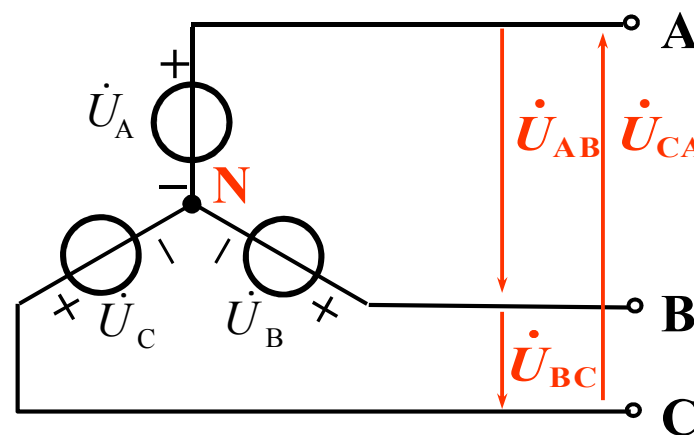
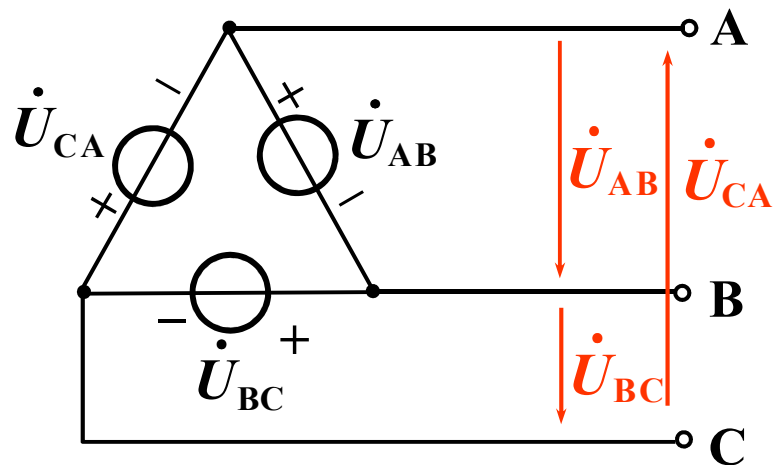
$$\dot{U}_{an} = \dot{I}_A \times \frac{Z}{3}$$

$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3} \dot{U}_a \angle 30^\circ$$



12.3.2 分相计算法

3 Δ - Δ , Δ -Y 对称三相电路的计算



将 Δ 接电源用Y接电源等效替代，保证其线电压不变，再根据上述Y-Y方法计算。

$$\dot{U}_A = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ$$

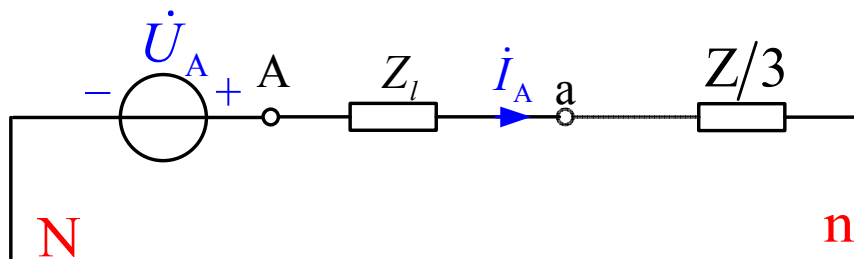
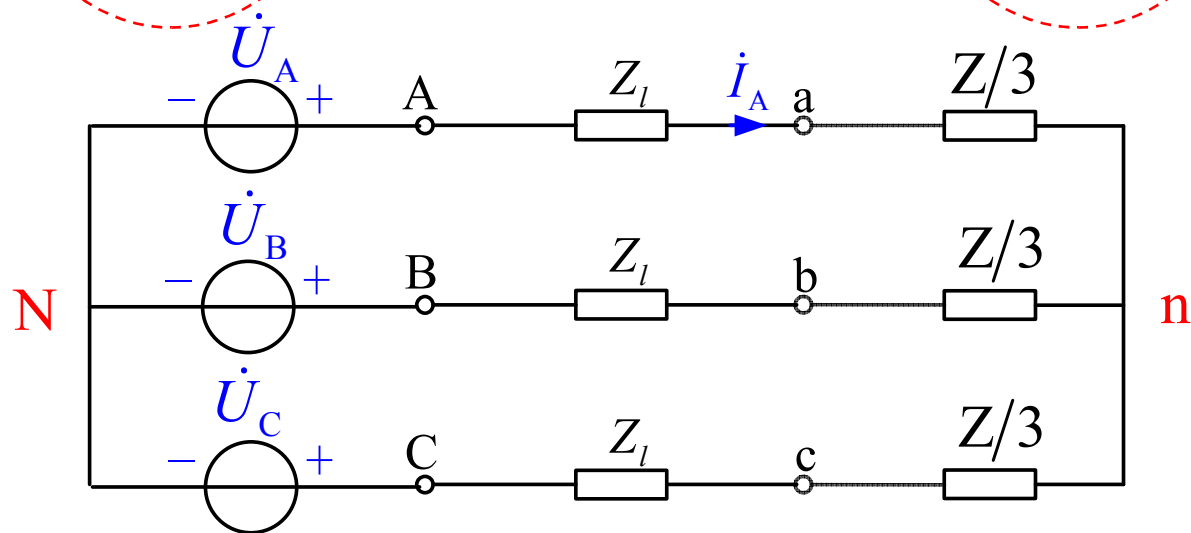
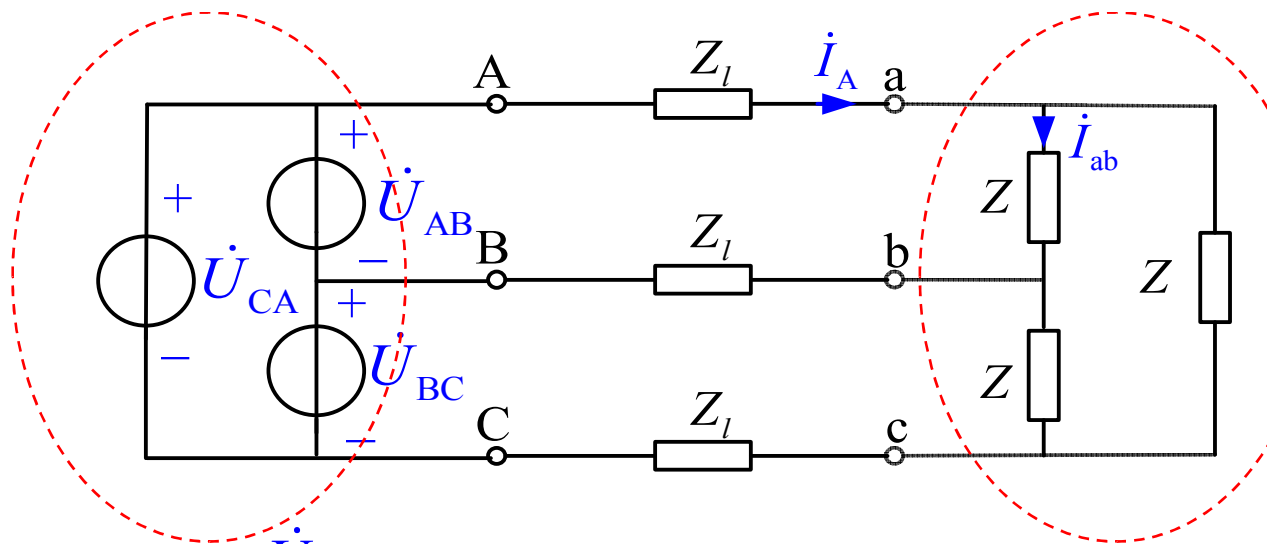
$$\dot{U}_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{BC} \angle -30^\circ$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{CA} \angle -30^\circ$$

【例】1:

$$\dot{U}_A = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\frac{Z}{3} + Z_l}$$



对称三相电路的一般计算方法

- (1) 将所有三相电源、负载都化为等值Y—Y接电路；
- (2) 连接各负载和电源中点 nN ，中线上若有阻抗可不计；
- (3) 画出A相计算电路，求出A相的电压、电流：

A相电路中的电压为Y接时的相电压。

A相电路中的电流为线电流。

- (4) 根据 Δ 接、Y接时 线量、相量之间的关系，求出原电路的电流电压。（如：负载为 Δ 接时，计算出线电流。）
- (5) 由对称性，得出其它两相的电压、电流。

【例2】 如图对称三相电路，电源线电压为380V， $|Z_1|=10\Omega$ ， $\cos\varphi_1=0.6$ (滞后)， $Z_2=-j50\Omega$ ， $Z_N=1+j2\Omega$ 。求线电流、相电流。

解：设 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$

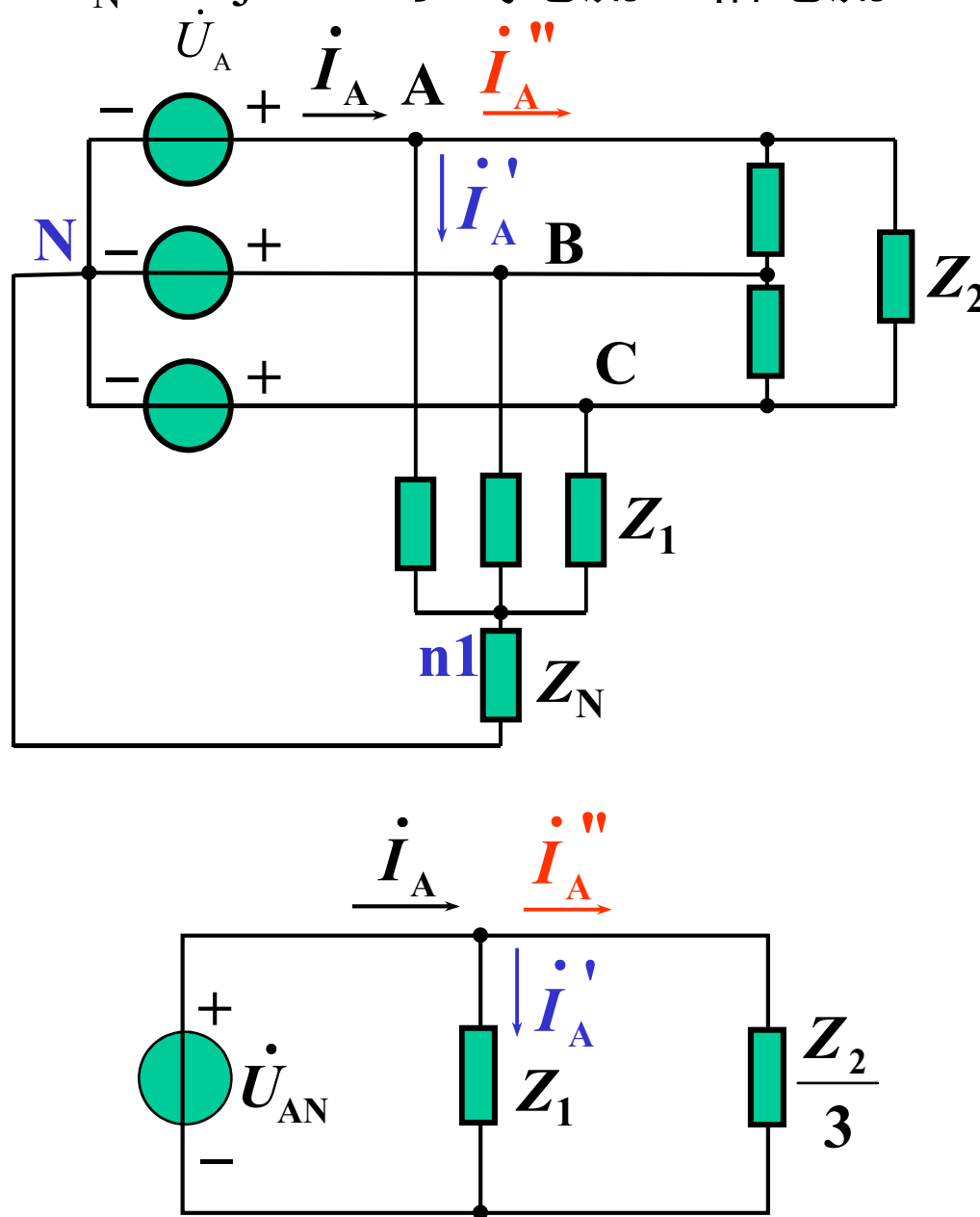
$$Z_1 = 10\angle\varphi_1 = 6 + j8\Omega$$

$$Z_2' = \frac{1}{3}Z_2 = -j\frac{50}{3}\Omega$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_1 // \frac{Z_2}{3}} = 13.9\angle -18.4^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_A' = \frac{220\angle 0^\circ}{10\angle 53.13^\circ} = 13.2 - j17.6 \text{A}$$

$$\dot{I}_A'' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2'} = \frac{220\angle 0^\circ}{-j50/3} = j13.2 \text{A}$$

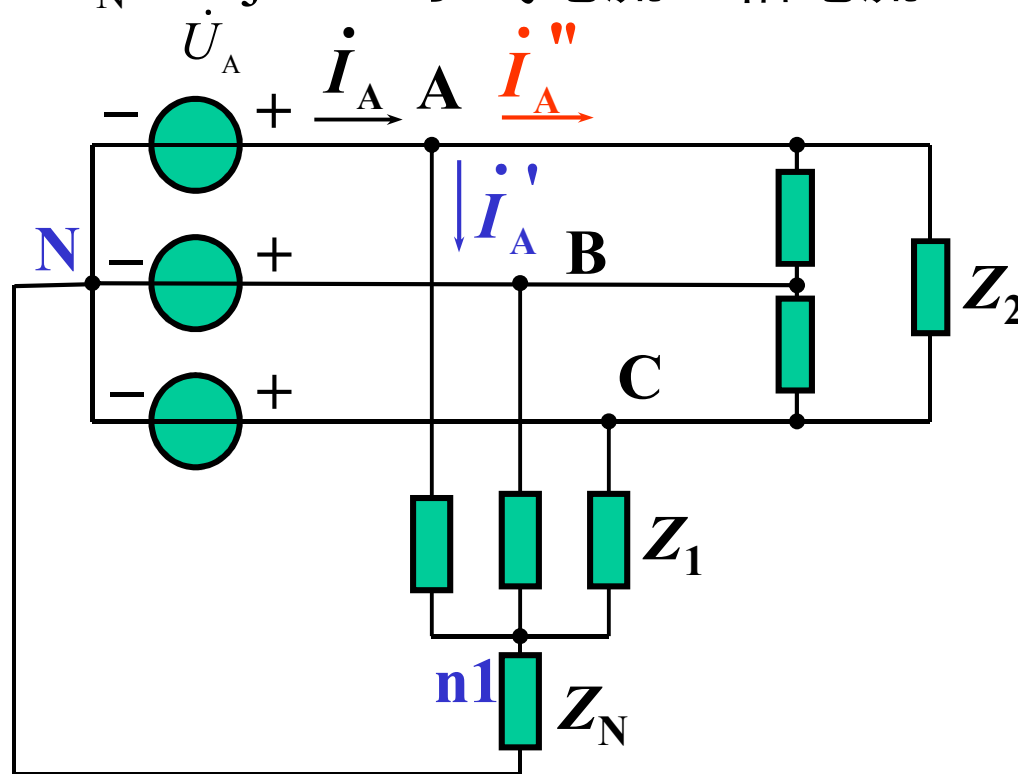


【例2】 如图对称三相电路，电源线电压为380V， $|Z_1|=10\Omega$ ， $\cos\varphi_1=0.6$ (滞后)， $Z_2=-j50\Omega$ ， $Z_N=1+j2\Omega$ 。求线电流、相电流。

解：设 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$

$$\begin{aligned}\dot{I}_A' &= \frac{220\angle 0^\circ}{10\angle 53.13^\circ} = 13.2 - j17.6 \text{A} \\ &= 22\angle -53.1^\circ \text{A}\end{aligned}$$

$$\dot{I}_A'' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2'} = \frac{220\angle 0^\circ}{-j50/3} = j13.2 \text{A}$$



第一组负载的相电流：

$$\dot{I}_A' = 22\angle -53.1^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_B' = 22\angle -173.1^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_C' = 22\angle 66.9^\circ \text{A}$$

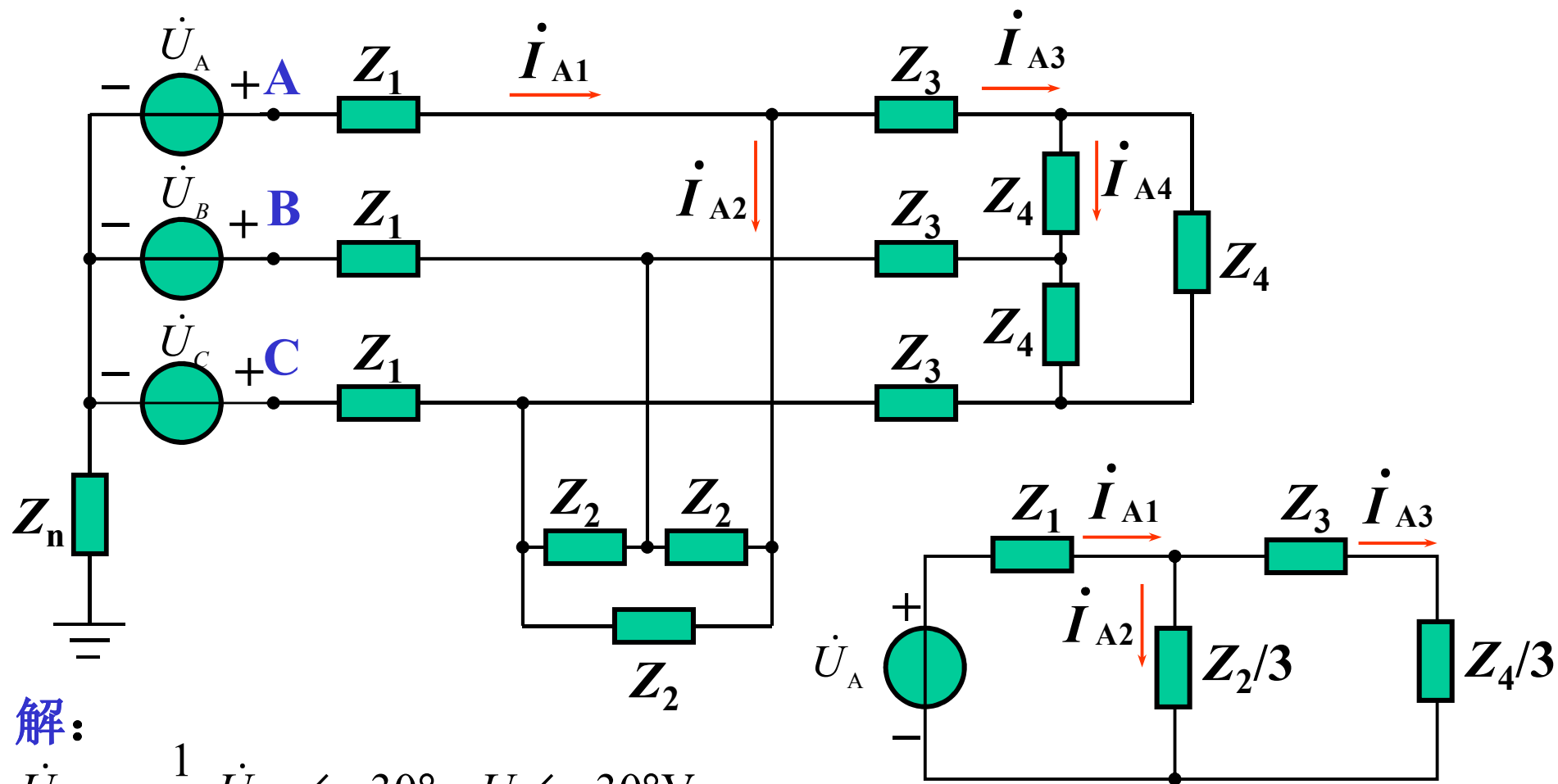
第二组负载的相电流：

$$\dot{I}_{ab2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A'' \angle 30^\circ = 7.62\angle 120^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{bc2} = 7.62\angle 0^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{ca2} = 7.62\angle -120^\circ \text{A}$$

【练习】已知 $\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U \angle 0^\circ$ V, 求: \dot{I}_{A1} , \dot{I}_{A2} , \dot{I}_{A3} , \dot{I}_{A4} .

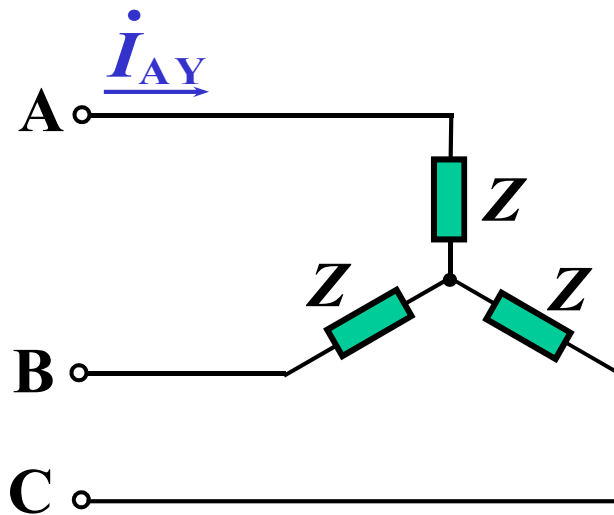


解:

$$\dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ = U \angle -30^\circ \text{ V}$$

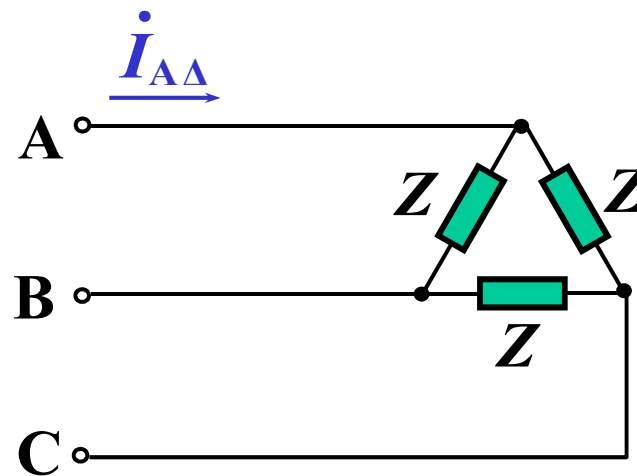
$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A}{Z_1 + \frac{1}{3} Z_2 // (Z_3 + \frac{1}{3} Z_4)}, \quad \dot{I}_{A2}, \dot{I}_{A3} \text{ 可由分流得到. } \quad \dot{I}_{A4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_{A3} \angle 30^\circ$$

【例3】.一对称三相负载分别接成Y接和 Δ 接。分别求线电流。



解:
$$\dot{I}_{AY} = \frac{\dot{U}_A}{Z}$$

$$\therefore I_{\Delta} = 3I_Y$$



$$\dot{I}_{A\Delta} = \frac{\dot{U}_A}{Z/3} = 3\frac{\dot{U}_A}{Z}$$

应用: Y- Δ 降压起动。

* (了解) 12.5 不对称三相电路示例

不对称 { 电源不对称程度小(由系统保证)。
电路参数(负载)不对称情况很多。

讨论对象：电源对称，负载不对称(低压电力网)。

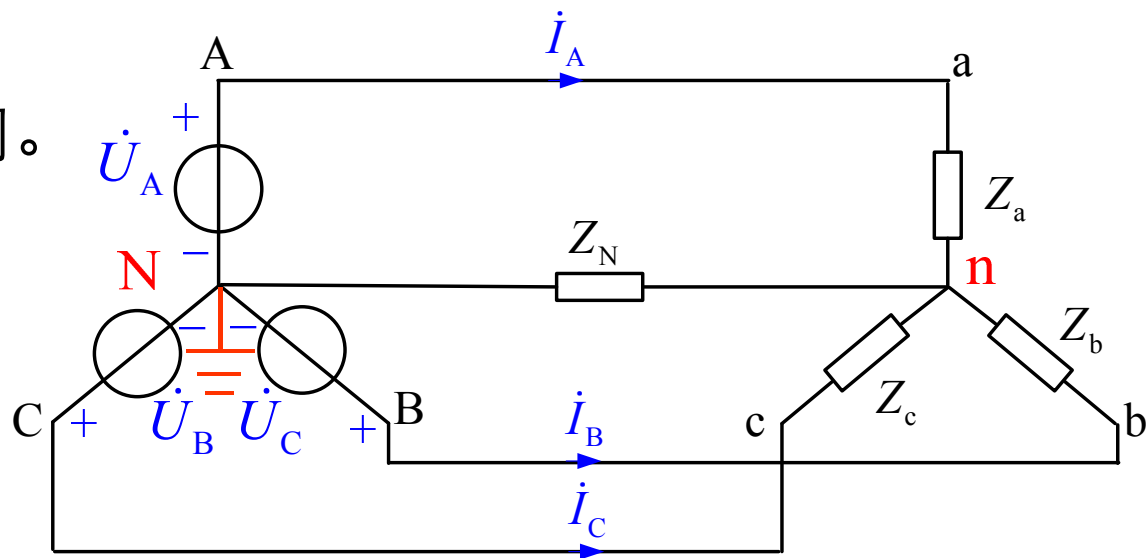
分析方法： { 不能抽单相。
复杂交流电路分析方法。

主要了解：中性点位移。

三相负载 Z_a 、 Z_b 、 Z_c 不相同。

$$\left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{nN} =$$

$$\frac{1}{Z_a}\dot{U}_{AN} + \frac{1}{Z_b}\dot{U}_{BN} + \frac{1}{Z_c}\dot{U}_{CN}$$



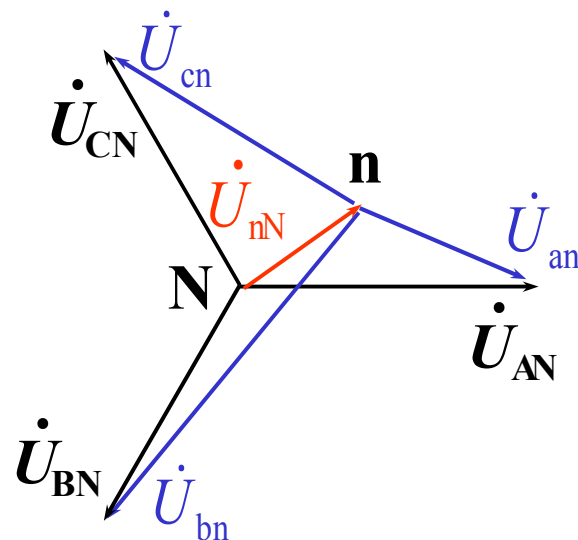
$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_{AN}/Z_a + \dot{U}_{BN}/Z_b + \dot{U}_{CN}/Z_c}{1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c + 1/Z_N} \neq 0$$

负载各相电压：

$$\dot{U}_{an} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{nN}$$

$$\dot{U}_{bn} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{nN}$$

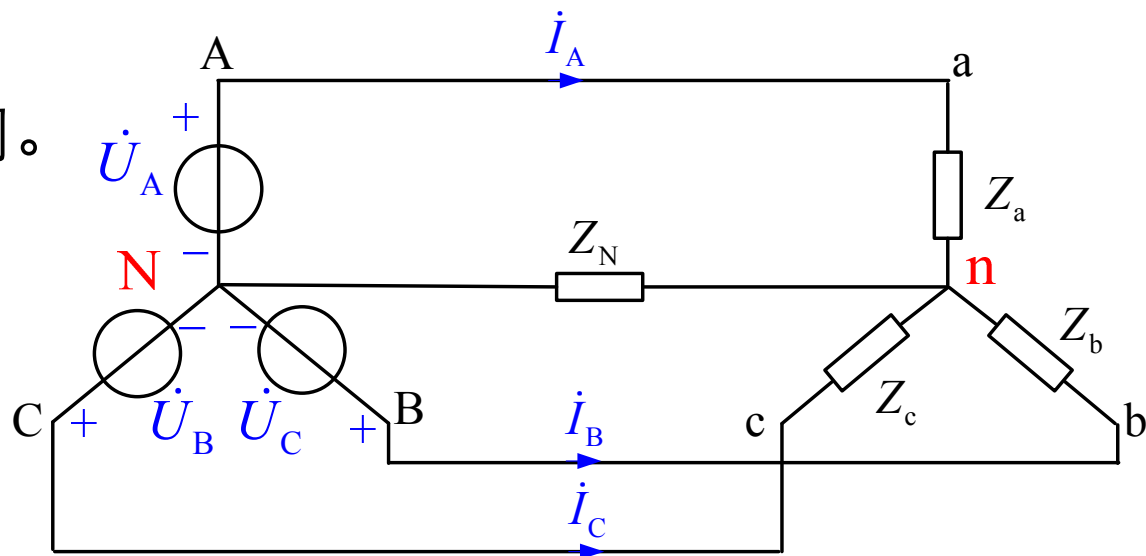
$$\dot{U}_{cn} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{nN}$$



三相负载 Z_a 、 Z_b 、 Z_c 不相同。

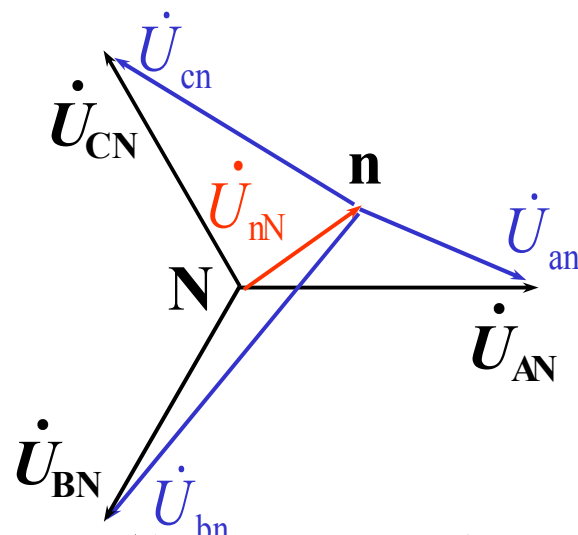
$$\left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{nN} =$$

$$\frac{1}{Z_a}\dot{U}_{AN} + \frac{1}{Z_b}\dot{U}_{BN} + \frac{1}{Z_c}\dot{U}_{CN}$$



$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_{AN} / Z_a + \dot{U}_{BN} / Z_b + \dot{U}_{CN} / Z_c}{1 / Z_a + 1 / Z_b + 1 / Z_c + 1 / Z_N} \neq 0$$

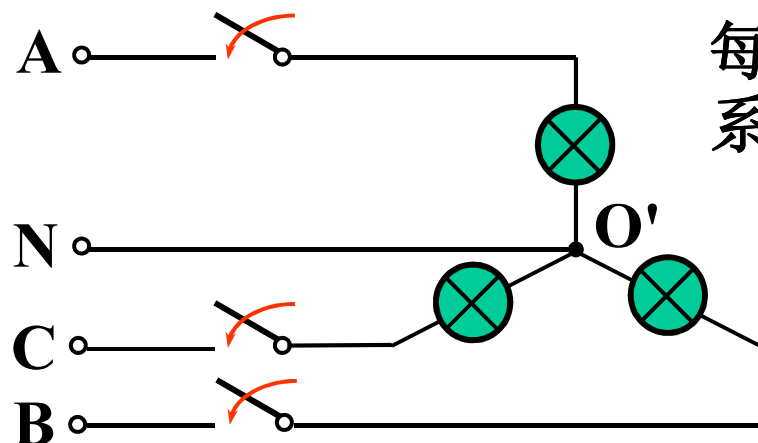
负载中点 n 与电源中点 N 不重合，
这个现象称为中性点位移。



在电源对称情况下，可以根据中性点位移的情况来判断负载端不对称的程度。当中性点位移较大时，会造成负载相电压严重不对称，可能使负载的工作状态不正常。

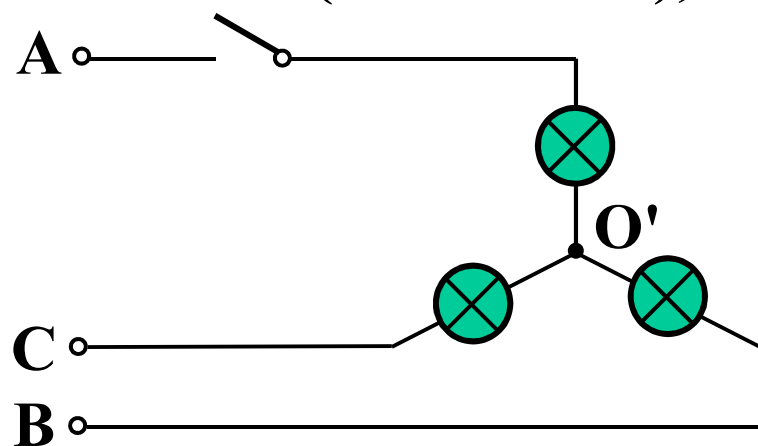
【例1】. 照明电路:

(1) 正常情况下, 三相四线制, 中线阻抗约为零。



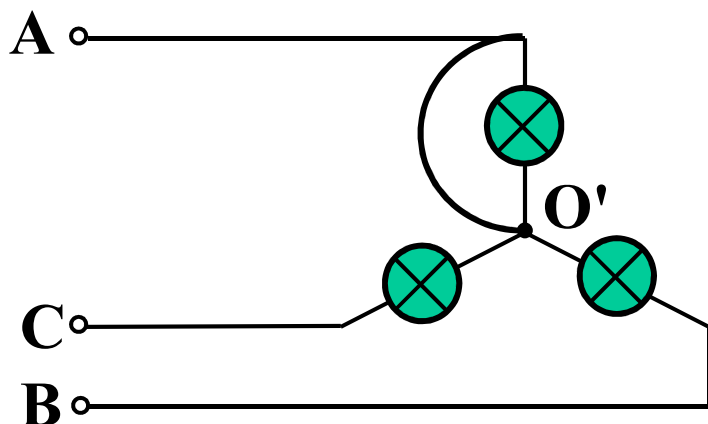
每相负载的工作情况没有相互联系, 相对独立。

(2) 假设中线断了(三相三线制), A相电灯没有接入电路(三相不对称)



灯泡未在额定电压下工作, 灯光昏暗。

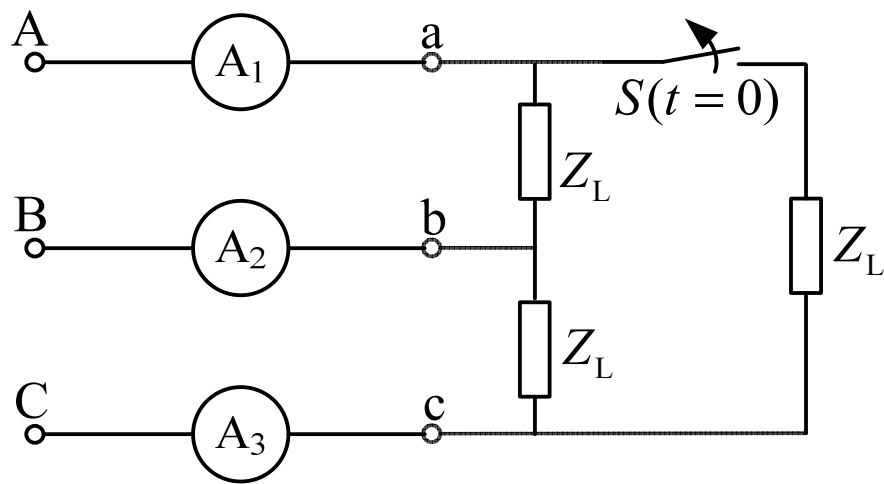
(3) A相短路



超过灯泡的额定电压，灯泡可能烧坏。

- 结论：(a) 照明中线不装保险，并且中线较粗。一是减少损耗，二是加强强度(中线一旦断了，负载就不能正常工作)。
- (b) 要消除或减少中点的位移，尽量减少中线阻抗，且适当调整负载，使负载接近对称情况。

【例2】 如图电路中，电源三相对称。当开关S闭合时，电流表的读数均为5A。求：开关S打开后各电流表的读数。



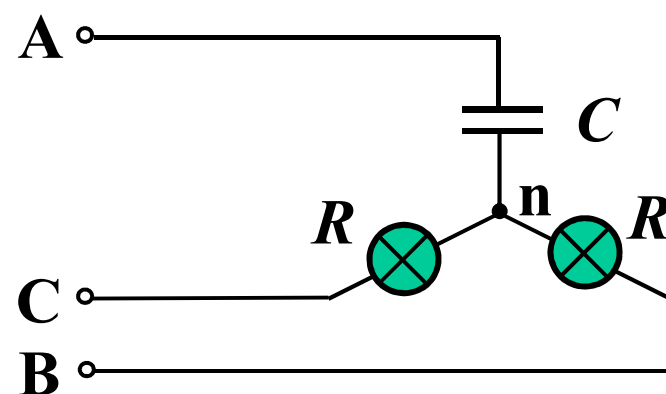
解： 开关S打开后，电流表 A_2 中的电流与负载对称时的电流相同。
而 A_1 、 A_3 中的电流相当于负载对称时的相电流。

电流表 A_1 、 A_3 的读数= $5 / \sqrt{3} = 2.89\text{A}$

电流表 A_2 的读数=5A

【例3】. 相序测量仪电路。已知 $1/(\omega C)=R$ ，三相电源对称。求：灯泡承受的电压。P500例12-5-3

解：设 $\dot{U}_A = U \angle 0^\circ \text{V}$ ，正序三相电源



$$(j\omega C + \frac{1}{R} + \frac{1}{R})\dot{U}_{nN} = j\omega C\dot{U}_A + \frac{1}{R}\dot{U}_B + \frac{1}{R}\dot{U}_C$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{j\omega C\dot{U}_A + \frac{1}{R}\dot{U}_B + \frac{1}{R}\dot{U}_C}{j\omega C + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = \frac{j\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{2 + j1} = 0.632U \angle 108.4^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{Bn} = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = U \angle -120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 1.5U \angle -101.5^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{Cn} = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = U \angle 120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 0.4U \angle 138.4^\circ \text{V}$$

若以接电容一相为A相，则B相电压比C相电压高。B相等较亮，C相较暗(正序)。据此可测定三相电源的相序。

12.4 三相电路的功率

1. 瞬时功率

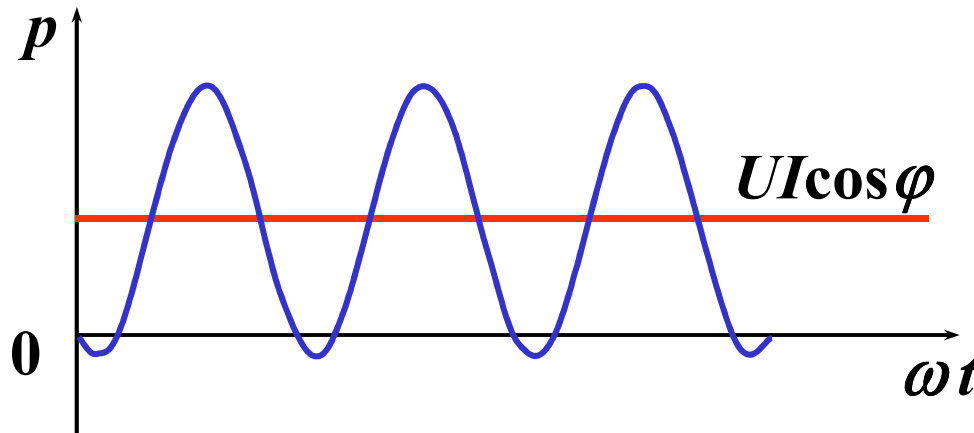
$$\text{设 } u_A = \sqrt{2}U_p \cos \omega t, \quad i_A = \sqrt{2}I_p \cos(\omega t - \varphi)$$

$$p_A = u_A i_A = U_p I_p \cos \varphi - U_p I_p \cos(2\omega t - \varphi)$$

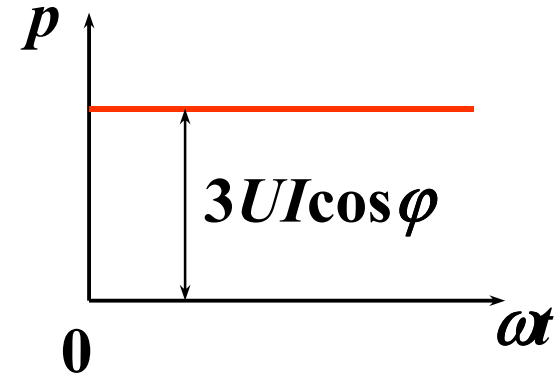
$$p_B = u_B i_B = U_p I_p \cos \varphi - U_p I_p \cos[(2\omega t - 120^\circ) - \varphi]$$

$$p_C = u_C i_C = U_p I_p \cos \varphi - U_p I_p \cos[(2\omega t + 120^\circ) - \varphi]$$

$$p(t) = p_A + p_B + p_C = 3U_p I_p \cos \varphi$$



单相：瞬时功率脉动



三相：瞬时功率平稳，
转矩 $m \propto p$
可以得到均衡的机械力矩。

12.4 三相电路的功率

2. 对称三相电路的平均功率P

对称三相负载 $Z\angle\varphi$

$$P_p = U_p I_p \cos\varphi$$

$$\text{三相总功率 } P = 3P_p = 3U_p I_p \cos\varphi$$

$$\text{Y接: } U_l = \sqrt{3}U_p, I_l = I_p$$

$$P = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} U_l I_l \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

$$\Delta \text{ 接: } U_l = U_p, I_l = \sqrt{3}I_p$$

$$P = 3U_l \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} I_l \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

φ 为相电压与相电流的相位差角(相阻抗角), 不要误以为是线电压与线电流的相位差。

12.4 三相电路的功率

3. 对称三相电路的其他功率

$$P = 3U_p I_p \cos \varphi$$

$$Q = 3U_p I_p \sin \varphi$$

$$S = 3U_p I_p$$

$$\tilde{S} = 3\dot{U}_p \dot{I}_p^*$$

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$$

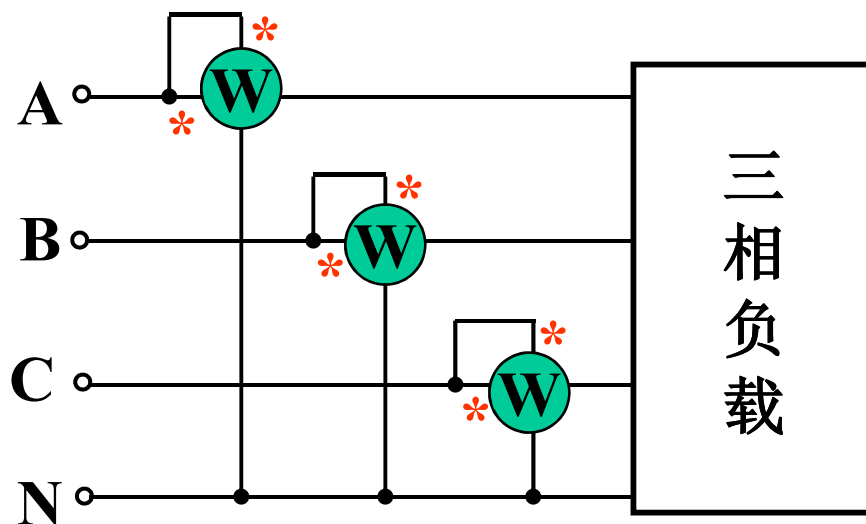
$$Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3}U_l I_l$$

$$\tilde{S} \neq \sqrt{3}\dot{U}_l \dot{I}_l^*$$

12.6 三相功率的测量

1 三瓦特表法：三相四线制电路

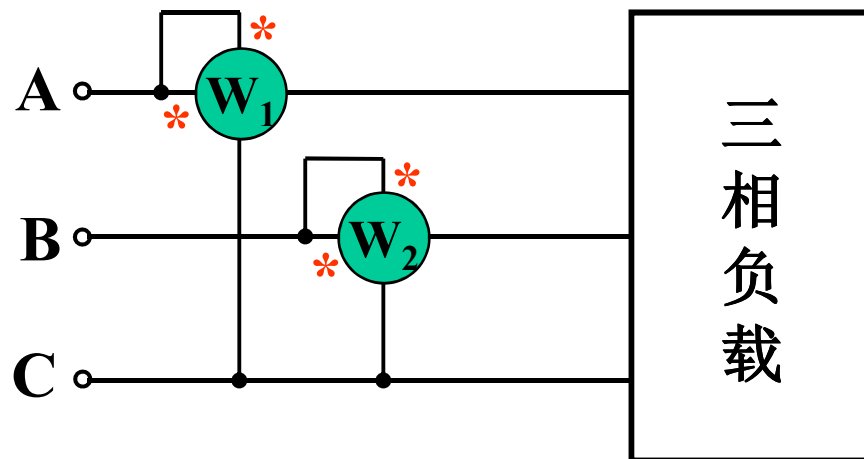


$$p = u_{AN} i_A + u_{BN} i_B + u_{CN} i_C$$

$$P = P_A + P_B + P_C$$

若负载对称，则需一块表，读数乘以 3。

2 二瓦特表法：三相四线制电路



这种量测线路的接法是将两个功率表的电流线圈接到任意两相中，而将其电压线圈的公共点接到另一相没有功率表的线上。

若 W_1 的读数为 P_1 ， W_2 的读数为 P_2 ，则 $P=P_1+P_2$ 即为三相总功率。

2 二瓦特表法：三相四线制电路

证明：

$$P = P_1 + P_2$$

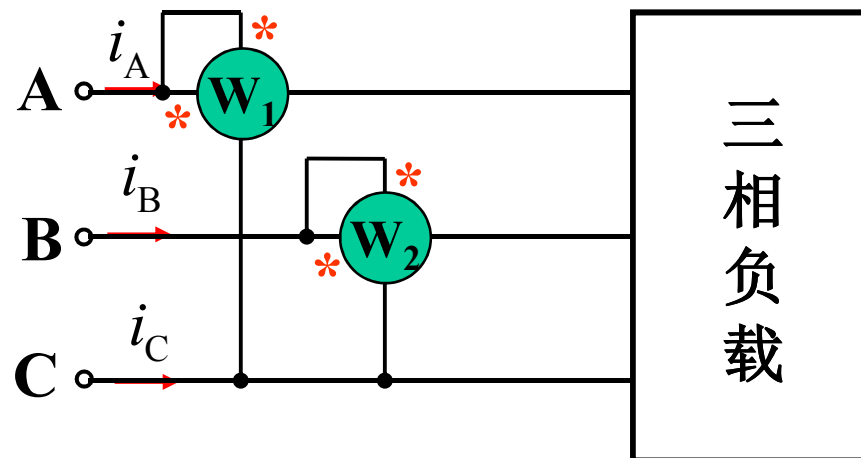
$$\begin{aligned} p(t) &= u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C \\ &= u_A i_A + u_B i_B + u_C (-i_A - i_B) \\ &= (u_A - u_C) i_A + (u_B - u_C) i_B \\ &= u_{AC} i_A + u_{BC} i_B \end{aligned}$$

$$P = U_{AC} I_A \cos \varphi_1 + U_{BC} I_B \cos \varphi_2$$

φ_1 : u_{AC} 与 i_A 的相位差, φ_2 : u_{BC} 与 i_A 的相位差。

上面两块表的接法正好满足了这个式子的要求, 所以两个功率表的读数的代数和就是三相总功率。

最后表达式仅与线电压有关, 所以也适用 Δ 接。



2 二瓦特表法：三相四线制电路

注意：

1. 只有在 $i_A + i_B + i_C = 0$ 这个条件下，才能用二表法(即Y接不能用于不对称三相四线制)。
2. 两块表读数的代数和为三相总功率，每块表的单独读数无意义。
3. 接正确极性接线时，二表中可能有一个表的读数为负，此时读数应记为负值。
4. 两表法测三相功率的接线方式有三种，注意功率表的同名端。

例: $U_l = 380\text{V}$, $Z_1 = 30 + j40\Omega$, 电动机 $P = 1700\text{W}$, $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。

求: (1) 线电流和电源发出总功率;

(2) 用两表法测电动机负载的功率, 画接线图, 求两表读数。

解: (1) $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + j40} = 4.41\angle -53.1^\circ \text{ A}$$

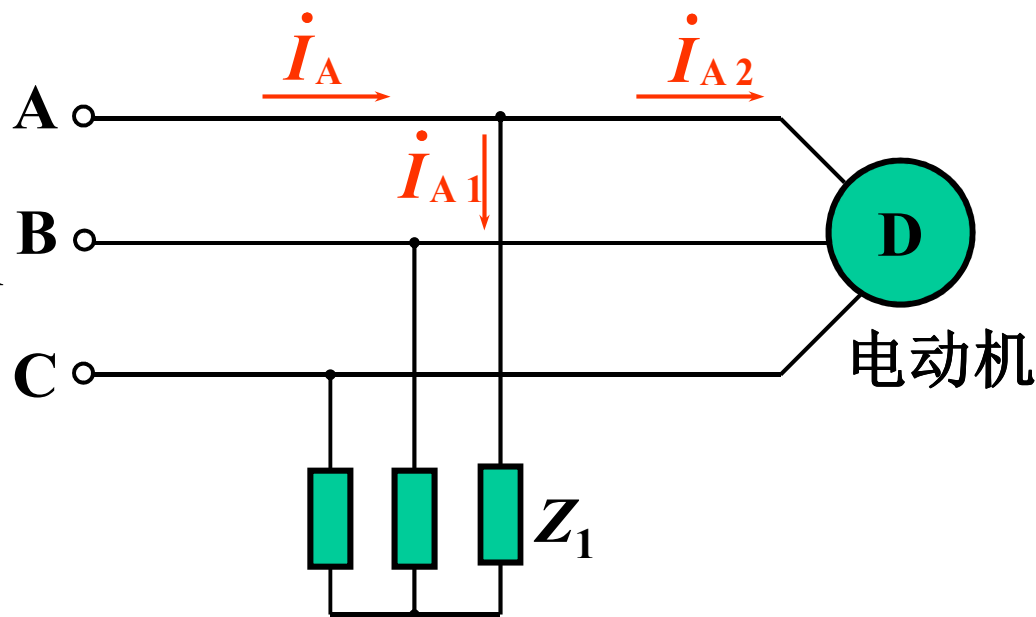
电动机负载:

$$P = \sqrt{3}U_l I_{A2} \cos\varphi = 1700\text{W}$$

$$I_{A2} = \frac{P}{\sqrt{3}U_l \cos\varphi} = \frac{P}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.23\text{A}$$

$$\cos\varphi = 0.8, \quad \varphi = 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$



例: $U_l = 380\text{V}$, $Z_1 = 30 + j40\Omega$, 电动机 $P = 1700\text{W}$, $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。

求: (1) 线电流和电源发出总功率;

(2) 用两表法测电动机负载的功率, 画接线图, 求两表读数。

解: (1) $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + j40} = 4.41\angle -53.1^\circ \text{ A}$$

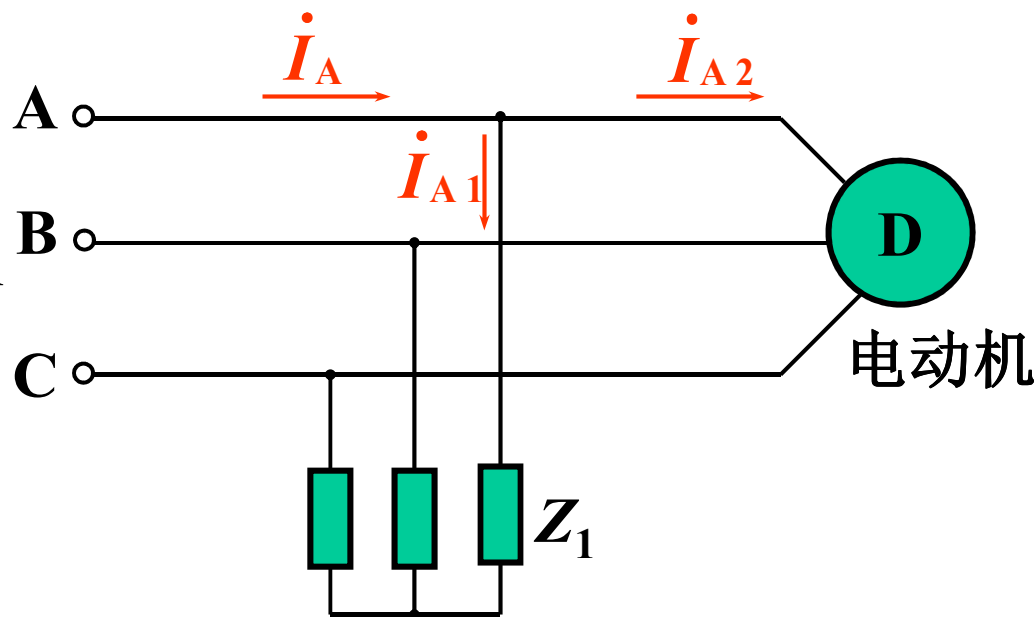
$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

总电流:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} \\ &= 4.41\angle -53.1^\circ + 3.23\angle -36.9^\circ = 7.56\angle -46.2^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$P_{Z_1} = 3 \times I_{A1}^2 \times R_1 = 3 \times 4.41^2 \times 30 = 1740\text{W}$$

$$\text{或者 } P_{\text{总}} = \sqrt{3}U_l I_A \cos\varphi_{\text{总}} = \sqrt{3} \times 380 \times 7.56 \cos 46.2^\circ = 3440\text{W}$$



(2) 两表的读数如图。

$$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AC} &= -\dot{U}_{CA} = -380\angle 150^\circ \text{ V} \\ &= 380\angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

$$\dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ \text{ V}$$

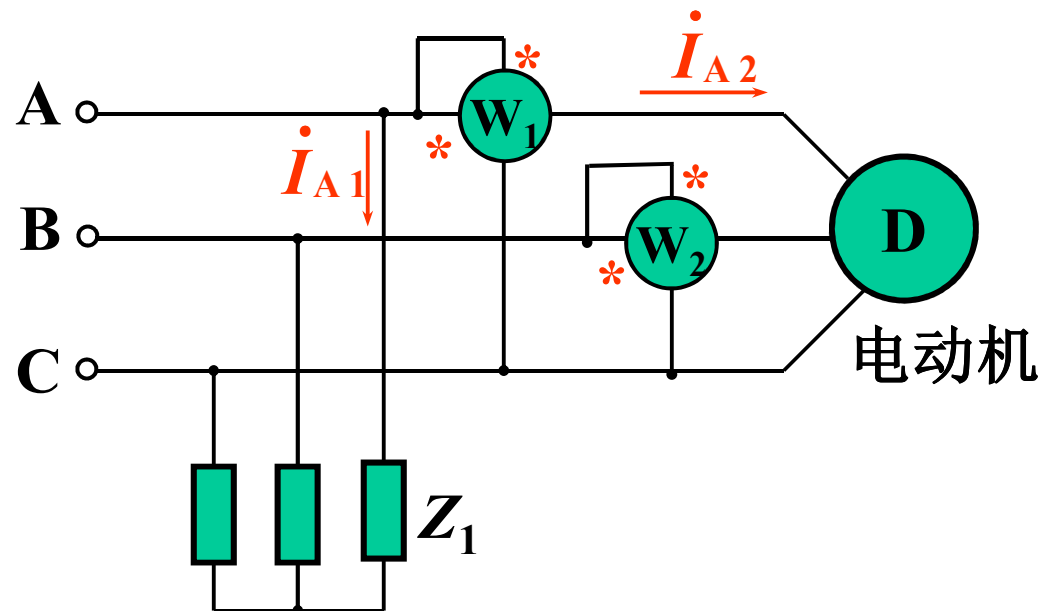
$$\dot{I}_{B2} = 3.23\angle -156.9^\circ \text{ A}$$

表 W_1 的读数 P_1 :

$$P_1 = U_{AC} I_{A2} \cos \varphi_1 = 380 \times 3.23 \cos(-30^\circ + 36.9^\circ) = 1218.5 \text{ W}$$

表 W_2 的读数 P_2 :

$$P_2 = U_{BC} I_{B2} \cos \varphi_2 = 380 \times 3.23 \cos(-90^\circ + 156.9^\circ) = 481.5 \text{ W}$$



例：一台三相电动机额定电压为380V，作三角形连接时，额定线电流为19A，额定功率为10kW。（1）求电动机的功率因数及每相阻抗，并求其在额定状态下的无功功率；（2）如果把这台电动机改为星形（每相阻抗不变）仍接到线电压为380V的对称三相电源上，则线电流及电动机吸收的功率将如何改变？

解:(1)当电动机作三角形连接时,若在额定电压下工作,则:

$$U_l=U_p=380\text{V}, I_l=19\text{A}, P_A=10\text{kW}$$

$$\text{功率因数: } \cos \varphi_p = \frac{P_\Delta}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{10 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 19} = 0.8$$

$$\text{每相阻抗的辐角: } \varphi_p = \arccos 0.8 = 36.9^\circ$$

$$\text{相电流: } I_p = \frac{I_l}{\sqrt{3}} = \frac{19}{\sqrt{3}} = 11A$$

$$\text{每相阻抗的模为: } |Z_p| = \frac{U_p}{I_p} = \frac{380}{11} = 34.6\Omega$$

$$\text{每相阻抗为: } |Z_p| = |Z_p| \angle \varphi_P = 34.6 \angle 36.9\Omega$$

电动机吸收的无功功率为:

$$Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi_p = \sqrt{3} \times 380 \times 19 \times \sin 36.9^\circ = 7.503\text{kvar}$$

(2) 电动机改为星形连接时, 相电压为:

$$U_p' = \frac{U_l'}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220V$$

$$\text{则: } I_l' = I_p' = \frac{U_p'}{|Z_p|} = \frac{220}{34.6} = 6.36A$$

电机吸收的功率为：

$$P_Y = \sqrt{3}U_1 I_1 \cos \varphi_p = \sqrt{3} \times 380 \times 6.36 \times 0.8 = 3.34 kW$$

结论：一个对称的三相负载，当它分别连接成Y或 Δ 并在相同对称三相电源的激励下，三角形负载吸收的平均功率是星形负载吸收的平均功率的3倍。

$$\therefore P_{\Delta} = 3P_Y$$

$$I_{\Delta} = 3I_Y$$

应用：Y- Δ 降压启动。先将电动机接成Y形，待电机启动后，再自动控制转为 Δ 接法下运行。降低大功率的电动机大的启动电流对电网和周围设备的影响。

计划学时：4学时；课后学习8学时

作业：

12-8 /简单对称三相分析

12-20 /复杂对称三相分析

12-26 /不对称三相

12-28/三相功率

12-34 /综合分析