



考试方式	闭卷	考试日期		考试时长	150 分钟
专业班级		学 号		姓 名	

题号	一	二	三	四	五	六	总分	核对人
分值	18	52	10	20			100	
得分								

分 数	
评卷人	

一. 填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

- (1) 一副扑克牌中 52 张 (不包含大小王), 至少要抽_____张才能保证出 1 个炸弹 (4 张牌同号);
- (2) $(a + b + c)^{10}$ 的展开式中 $a^3b^2c^5$ 的系数是_____;
- (3) 把 $2n$ 个人分成 n 组, 每组 2 人, 有_____分法;
- (4) 10 个苹果分给 3 个小孩, 每人至少一个, 有_____种分发;
- (5) $46^{550} \bmod 21 =$ _____;
- (6) 17 模 20 的逆是_____.

分 数	
评卷人	

二. 解答题 (共 52 分)

- (7) 问从 1, 4, 7,..., $3k+1$, ..., 100 中至少要取多少个数? 才能保证其中必有两数之和是 104. (6 分)
- (8) 一个人爬阶梯, 每次可以上 1 阶或 2 阶, 求与爬 n 阶阶梯的方式数有关的递推关系和初始条件. (6 分)

(9) 解递推式: $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} + 2(3^n)$, $n \geq 2$. 已知 $a_0 = 1, a_1 = 21$. (10 分)

(10) 请用生成函数法, 求方程 $x + y + z = 13$ 满足 $3 \leq x \leq 6, 3 \leq y \leq 6, 3 \leq z \leq 6$ 的整数解的个数. (8 分)

(11) A, B, C, D, E, F, G, H 等 8 人分成 3 组, 要求 A, B 同组, C, D 不同组. 问有多少种不同的分组方法? (10 分) (三个组不加区分)

(12) 求 $9!$ 的正因数的个数. (6 分)

(13) 求解同余式: $50x \equiv 15 \pmod{91}$. (6 分)

分 数	
评卷人	

三. 数论在密码学中的应用 (共 10 分)

(14) 构造 RSA 公钥密码体系的密钥, 令 $N=91$, (10 分)

(a) 以 $d=31$ 为加密密钥, 求对应的解密密钥 e ;

(b) 求密文 45 对应的明文;

(c) 求明文 8 对应的密文。

分 数	
评卷人	

四. 证明 (每题 10 分, 共 20 分)

(15) 证明: $3^{2n+2} - 8n - 9$ 能被 64 整除, 其中 $n \in \mathbb{N}$. (10 分)

(16) 下式中 m, n, j 均为正整数, 用组合分析法证明: (10 分)

$$\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \binom{n}{k+j} = \binom{m+n}{m+j}$$