

考试方式 闭卷 考试日期 考试时长 150 分钟

专业班级 学 号 姓 名

题号	一	二	三	四	五	六	总分	核对人
分值	18	27	25	30			100	
得分								

分 数	
评卷人	

一. 填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

- (1) 命题公式 $(p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$ 是_____公式。(填永真、永假或可满足)
- (2) 谓词表达式 $\forall x \exists y (x+y = xy)$ (个体域为实数集)的真值是_____.
- (3) 集合关系式 $A-B=C$ 是 $A \subseteq B \cup C$ 的_____条件。
- (4) 全体整系数二次三元多项式构成的集合_____可数集。(填是或不是)
- (5) 无向图 G 有 n 个点 m 条边, 其中 $n > m$. 则 G 至少有_____个连通分支。
- (6) 一颗满二叉树有 6 个树叶, 则其它有_____个顶点。

分 数	
评卷人	

二. 逻辑与图论解答题 (共 27 分)

(7) 求命题公式 $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ 的主合取范式。(5 分)

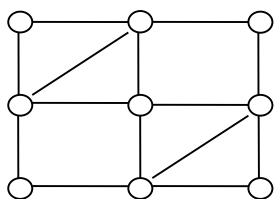
(8) 用谓词表达式将下列命题符号化：(5 分)

有人游览过中国每个省份的某些景点。

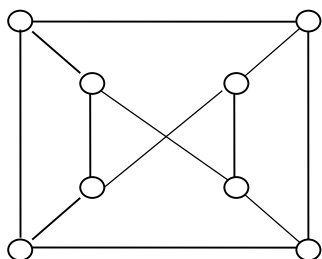
(9) 判断下式是否成立，并说明理由。(5 分)

$$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$$

(10) 下图是否是欧拉图、哈密顿图，并说明理由。(6 分)



(11) 判断下图是否为平面图，并说明理由。(6 分)。



分 数	
评卷人	

三． 集合函数关系求解题（共 25 分）

(12) 学校每年都举行秋季田径运动会。用 A 表示 2019 年秋季所有华中科技大学的在校学生的集合， B 华中科技大学 2019 年秋季运动会的所有运动项目的集合，每个人报名的项目不能多于 3 个。已知 $|B| > 10$ ，每个项目都有学生报名，并且正常进行了比赛。定义一个从 A 到 B 的幂集 $P(B)$ 的对应关系 f ，将 A 中的每一个人对应到其所报名的项目的集合。（9 分）

(a) 那么 f 是否是 A 到 $P(B)$ 的一个函数？为什么？如果是函数，那么 f 是不是单

射，是不是满射，是不是双射？为什么？

(b) 对于 B 的任一个子集 C ，它在 f 下的原像 $f^{-1}(C)$ 是 _____； $f^{-1}(\phi) =$ _____.

(c) 假设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，那么 $\{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}$ 是否是 A 的一个分划？
_____ (是或者不是)； $f(a_1) \cup f(a_2) \cup \dots \cup f(a_n) =$ _____.

(13) T 是实数集 R 上的关系： aTb 当且仅当 $|a| \leq b$. (8 分)

请问， T 具有自反性、对称性、反对称性和传递性中哪些性质，并说明理由。

(14) 下面 0-1 阵表示的集合 $A=\{a, b, c\}$ 上的二元关系: (8 分)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

写出该二元关系; 判断它是否为偏序, 是否为全序, 并说明理由; 如果是偏序, 请画出相应的 Hasse 图。

分 数	
评卷人	

四. 证明(每题 10 分, 共 30 分)

(15) 形式证明: $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ 是前提 $\neg R \rightarrow (\neg P \vee S)$, $Q \rightarrow \neg S$ 的结论。

(16) M 是全体二阶实对称方阵构成的集合, R 是其上的关系:

ARB 当且仅当存在实可逆矩阵 P 使 $P^TAP=B$. (其中 P^T 为 P 的转置)

- (a) 证明: R 是 M 上的等价关系;
- (b) 写出 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 所在的等价类;
- (c) 写出 R 的全部等价类。

(17) 简单图 G 的结点数 $n \geq 5$, 证明: G 或其补图 \bar{G} 中必包含有简单回路。