

# Chapter 14

## 正弦稳态电路的频率响应

### 14.1 概述

### 14.2 传递函数与频率响应

Network Function and Frequency Response

### 14.3 谐振电路

Resonance

目标：

- a. 理解频率响应的意义，会计算电路的频率响应；
- b. 理解谐振现象及其特点，通过谐振电路的频率响应分析理解滤波的含义。

学时：3

## 14.1 概述

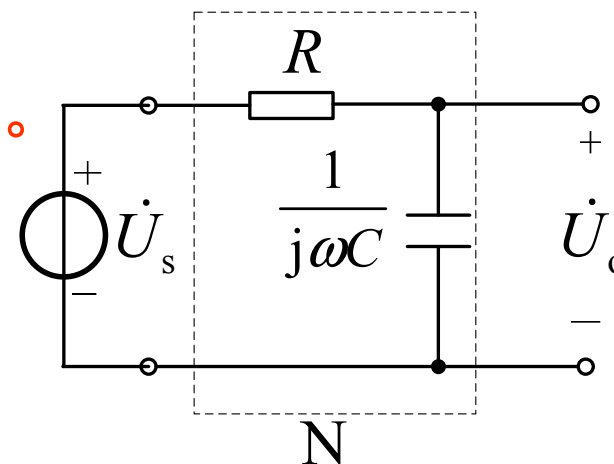
Q1: 下面的正弦稳态电路, 参数一定, 只改变电源的频率, 响应如何变化?

$$\dot{U}_o(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \times \dot{U}_s(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \dot{U}_s(\omega)$$

响应: 有效值及初相角都随角频率变化。

Q2: 找出描述响应随频率变化的方法?

$$\frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$



输出相量与输入相量之比来描述。

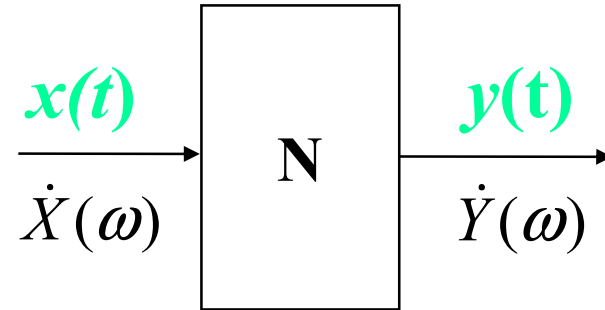
Q3: 研究响应随频率变化的特点有何意义?

$$u_s = U_{dc} + \sum_k \sqrt{2} U_k \cos(k\omega t + \phi_k) \quad \longrightarrow \quad u_o = ? \quad \text{滤波器设计}$$

## 14.2 传递函数与频率响应

### 14.2.1 传递函数（或称网络函数）定义

$$H(\omega) = \frac{\text{响应}}{\text{激励}} = \frac{\dot{Y}(\omega)}{\dot{X}(\omega)}$$



激励相量可以是电压源或者电流源，响应相量可以是端口电压或者端口电流，传递函数有以下4种类型：

$$H(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_i(\omega)} \quad \text{电压增益}$$

$$H(\omega) = \frac{\dot{I}_o(\omega)}{\dot{I}_i(\omega)} \quad \text{电流增益}$$

$$H(\omega) = \frac{\dot{I}_o(\omega)}{\dot{U}_i(\omega)} \quad \text{转移导纳}$$

$$H(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{I}_i(\omega)} \quad \text{转移阻抗}$$

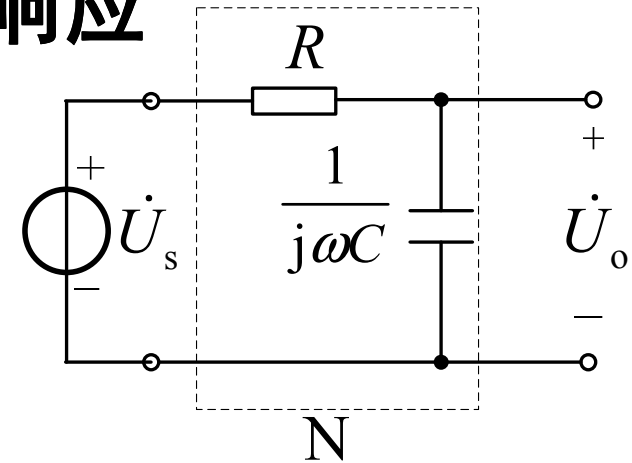
# 14.2 传递函数与频率响应

## 14.2.1 传递函数（或称网络函数）定义

$$H(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

设  $\omega_c = \frac{1}{RC}$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \angle -\arctan \frac{\omega}{\omega_c}$$



## 14.2.2 频率响应

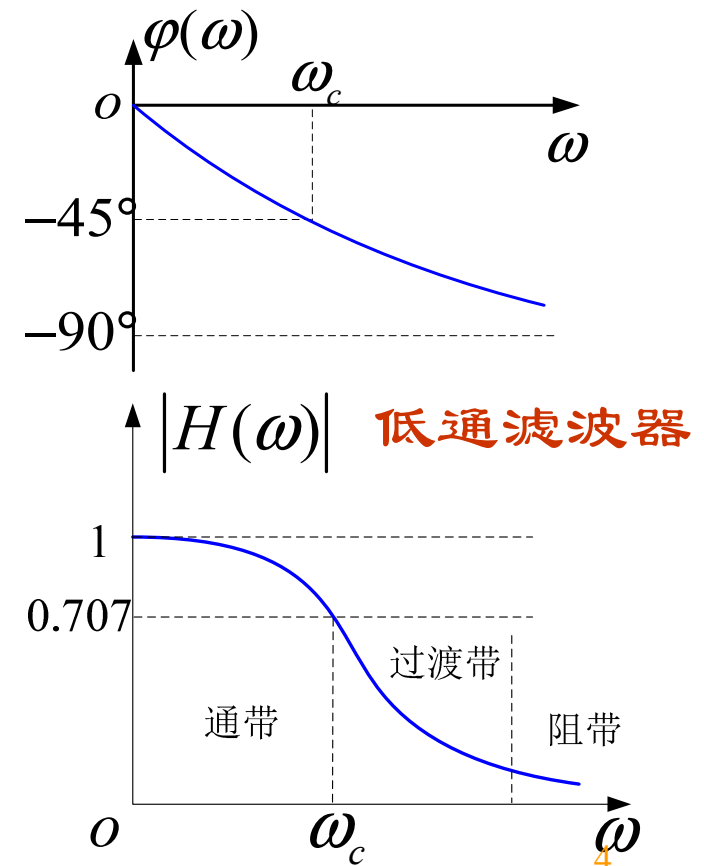
正弦稳态响应随激励频率的变化规律。

$$H(\omega) = |H(\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

幅频响应      相频响应

$$H(0) = 1 \angle 0^\circ \quad H(\infty) = 0 \angle -90^\circ$$

$$H(\omega_c) = 0.707 \angle -45^\circ$$



## 14.3 谐振电路的频率响应

### 谐振 Resonance

$$Z_{in} = R(\omega) + jX(\omega) \quad X(\omega) = 0$$

---

$$Y_{in} = G(\omega) + jB(\omega) \quad B(\omega) = 0$$

---

$\dot{U}$  与  $\dot{I}$  同相位.

---

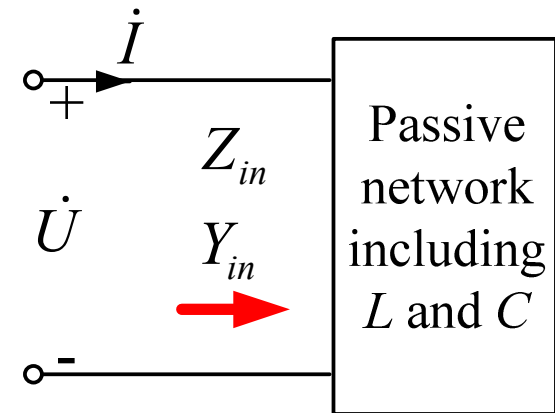
$$P = UI \quad Q = 0$$

---

改变激励源的频率.

改变  $L$  or  $C$  的数值

---



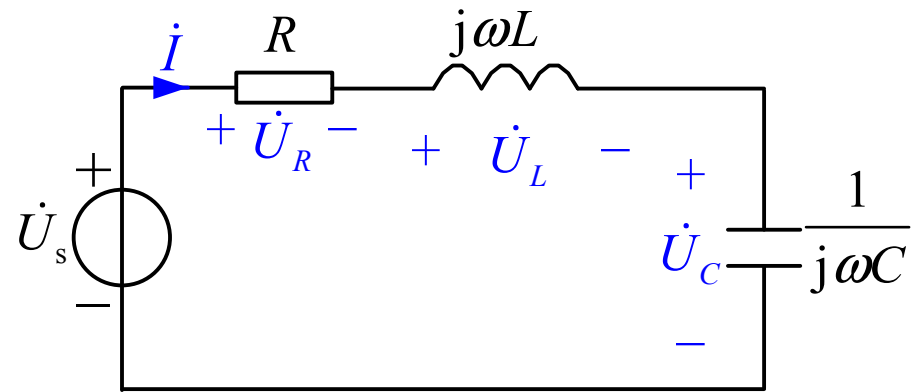
## 14.3 谐振电路的频率响应

### 14.3.1 RLC串联谐振电路

1. 谐振条件：（谐振角频率）

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + jX$$

当 $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ 时，电路发生谐振。



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

谐振角频率 (*resonant angular frequency*)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

谐振频率 (*resonant frequency*)

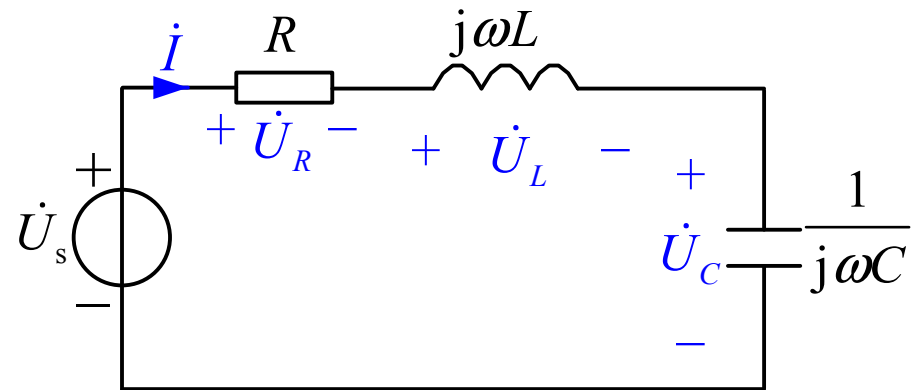
$$T_0 = 1/f_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

谐振周期 (*resonant period*)

## 14.3 谐振电路的频率响应

### 14.3.1 RLC串联谐振电路

#### 2. RLC串联电路发生谐振的条件



(1)  $L$   $C$  不变, 改变  $\omega$ 。

$\omega_0$  由电路本身的参数决定, 一个  $R L C$  串联电路只能有一个对应的  $\omega_0$ , 当外加频率等于谐振频率时, 电路发生谐振。

(2) 电源频率不变, 改变  $L$  或  $C$  (常改变  $C$ )。

通常收音机选台, 即选择不同频率的信号, 就采用改变  $C$  使电路达到谐振。

### 3 RLC串联电路谐振时的特征

(1)  $\dot{U}_s$  和  $\dot{I}_0$  同相。

(2). 端口阻抗 $Z$ 为纯电阻，即 $Z=R$ 。  
电路中阻抗值 $|Z|$ 最小。

$$|Z(\omega_0)| = R = |Z_{\min}(\omega)|$$

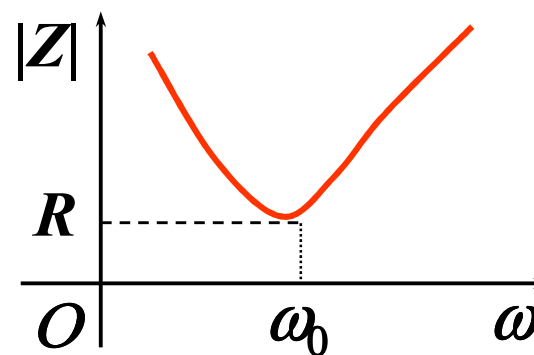
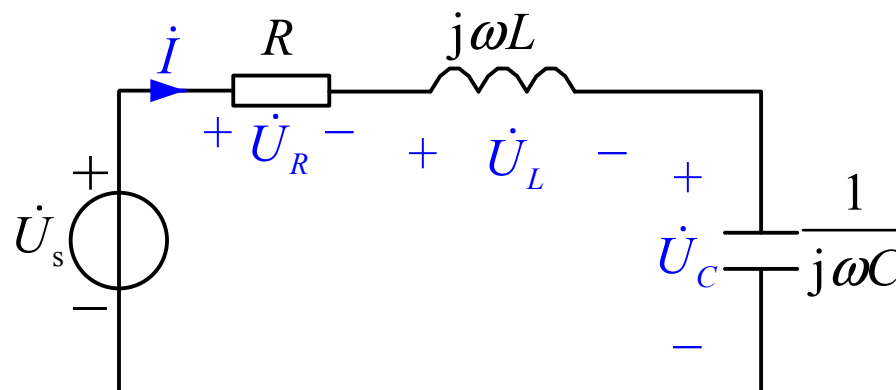
(3). 电流 $I$ 达到最大值。  $|\dot{I}_0| = \left| \frac{\dot{U}_s}{R} \right| = |\dot{I}_{\max}(\omega)|$

根据这个特征判断电路是否发生了串联谐振。

(4).  $LC$ 上串联总电压为零，即

$$\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0 \quad \text{LC相当于短路。}$$

$$\dot{U}_R = \dot{U}_s \quad \text{电源电压全部加在电阻上}$$



串联谐振时，电感上的电压和电容上的电压大小相等，方向相反，相互抵消。



### 3 RLC串联电路谐振时的特征

(4). LC上串联总电压为零，即

$$\dot{I}_{L0} = j\omega_0 L \dot{I}_0 = j \frac{\omega_0 L}{R} \dot{U}_s$$

$$\dot{I}_{C0} = -j \frac{1}{\omega_0 C} \dot{I}_0 = -j \frac{1}{\omega_0 C} / R \frac{1}{\omega_0 C} \dot{U}_s$$

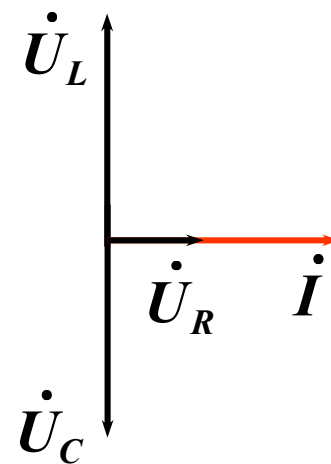
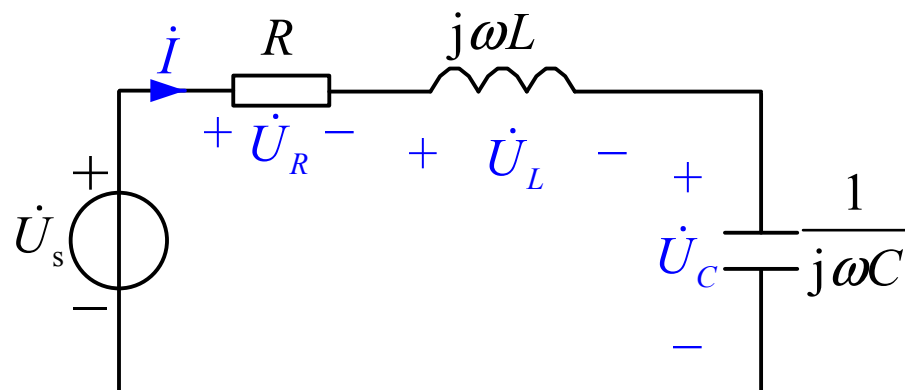
当  $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C) \gg R$  时,  $U_{L0} = U_{C0} \square U_s$

(5). 谐振时电路与电源没有交换功率

$P = I_0^2 R = U_s^2 / R$ , 电阻功率达到最大。

$$Q_L = \omega_0 L I_0^2, \quad Q_C = -\frac{1}{\omega_0 C} I_0^2 \quad Q = Q_L + Q_C = 0,$$

即L与C之间交换功率，与电源间无功率交换。



### 3 $RLC$ 串联电路谐振时的特征

(6).特性阻抗和品质因数是谐振电路的重要参数

特性阻抗 (characteristic impedance)  $\rho$

谐振时的感抗或容抗

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{单位: } \Omega$$

与谐振频率无关，仅由电路参数决定。

品质因数(quality factor) $Q$

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{无量纲}$$

它是说明谐振电路性能的一个指标，同样仅由电路的参数决定。

### 3 $RLC$ 串联电路谐振时的特征

(6).特性阻抗和品质因数是谐振电路的重要参数

品质因数的意义:

(a) 电压关系:  $U_{L0} = U_{C0} = Q U_s$

$$\dot{U}_{L0} = j\omega_0 L \dot{I}_0 = j \frac{\omega_0 L}{R} \dot{U}_s = jQ \dot{U}_s$$

$$\dot{U}_{C0} = -j \frac{1}{\omega_0 C} \dot{I}_0 = -j \frac{1}{\omega_0 C} \frac{\dot{U}_s}{R} = -jQ \dot{U}_s$$

谐振时电感电压 $U_{L0}$ (或电容电压 $U_{C0}$ )与电源电压之比。

即谐振时的电压放大倍数。

### 3 $RLC$ 串联电路谐振时的特征

(6).特性阻抗和品质因数是谐振电路的重要参数

品质因数的意义:

$U_{L0}$ 和 $U_{C0}$ 是端口电压 $Q$ 倍, 如  $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C) \gg R$ , 则  $Q$  很高,  $L$  和  $C$  上出现高电压, 这既可以利用, 有时候也要加以避免。  $U_{L0} = U_{C0} = Q U_s$

例: 某收音机  $C=150\text{pF}$ ,  $L=250\text{mH}$ ,  $R=20\Omega$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 65$$

如信号电压 $10\text{mV}$ , 电感上电压 $650\text{mV}$  这是所要的。

但是在电力系统中, 由于电源电压本身比较高, 一旦发生谐振, 会因过电压现象而击穿绝缘损坏设备。应尽量避免。

(b) 能量: 设  $u_s = \sqrt{2}U_s \cos \omega_0 t$

$$i(\omega_0) = \frac{\sqrt{2}U_s \cos \omega_0 t}{R} \quad u_C(\omega_0) = \frac{\sqrt{2}U_s \cos(\omega_0 t - 90^\circ)}{\omega_0 CR}$$

则  $w_L(\omega_0) = \frac{1}{2} L i^2(\omega_0) = \frac{1}{2} L \left( \frac{\sqrt{2}U_s \cos \omega_0 t}{R} \right)^2 = L \left( \frac{U_s}{R} \right)^2 \cos^2 \omega_0 t$

$$\begin{aligned} w_C(\omega_0) &= \frac{1}{2} C u_C^2(\omega_0) = \frac{1}{2} C \left( \frac{\sqrt{2}U_s \cos(\omega_0 t - 90^\circ)}{\omega_0 CR} \right)^2 = \frac{1}{2} C \left( \frac{\sqrt{2}U_s \sin \omega_0 t}{\omega_0 CR} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} C \frac{2}{\omega_0^2 C^2} \left( \frac{U_s}{R} \right)^2 \sin^2 \omega_0 t = L \left( \frac{U_s}{R} \right)^2 \sin^2 \omega_0 t \end{aligned}$$

电感和电容能量按正弦规律变化, 最大值相等  $W_{Lm} = W_{Cm}$ 。

$$w_{\text{总}} = w_L + w_C = L \left( \frac{U_s}{R} \right)^2 = LI_0^2$$

结论: LC总能量是常量, LC的磁场能量和电场能量相互转换。

(b) 能量：

由 $Q$ 的定义：

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \omega_0 \cdot \frac{LI_0^2}{RI_0^2} = 2\pi \cdot \frac{LI_0^2}{RI_0^2 T_0} = 2\pi \cdot \frac{w(\omega_0)}{w_R(\omega_0)}$$

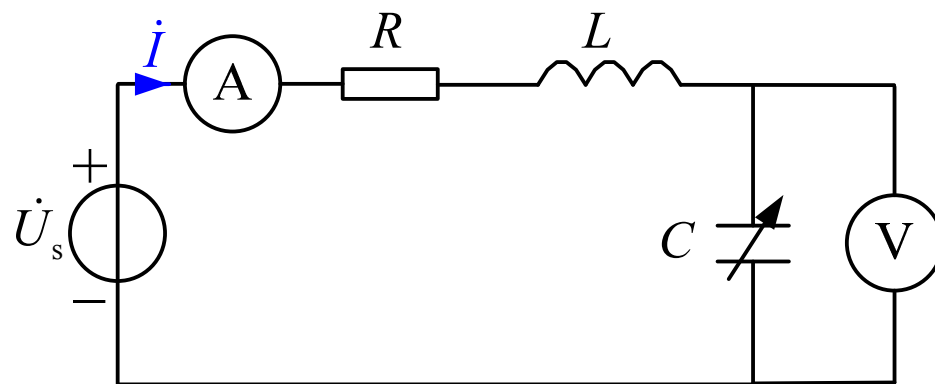
从这个定义，可以对品质因数的本质有更进一步的了解  
 $Q$ 是反映谐振回路中：

- LC电路储存的能量与电路在一个周期内消耗的能量之比的 $2\pi$ 倍；
- 电容电压（电感电压）与电源电压之比；
- 感抗（容抗）与电阻之比

品质因数能表现一个谐振电路的特征。在工程设计中， $Q$ 值是一个重要的指标。

**【例1】** 图示电路中，电源电压有效值为10V，角频率为 $10^4\text{rad/s}$ ，调节电容 $C$ 使电流表的读数达到最大，为0.1A，此时电压表读数为600V。确定 $R$ 、 $L$ 、 $C$ 的值。

解：电路处于串联谐振状态



$$R = \frac{U_s}{I} = \frac{10}{0.1} = 100\Omega$$

$$\omega_0 L = \frac{U_L}{I}$$

$$L = \frac{U_L}{I\omega_0} = \frac{600}{0.1 \times 10^4} = 0.6H$$

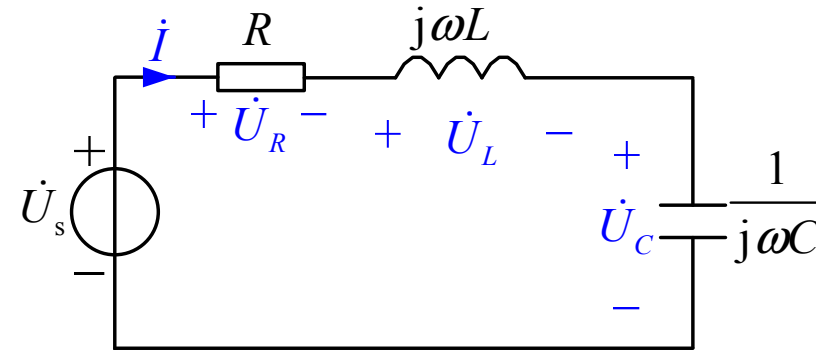
$$Q = \frac{U_C}{U_s} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

$$C = \frac{1}{QR\omega_0} = \frac{1}{60 \times 100 \times 10^4} = 0.017\mu F$$

### 14.3.2 RLC串联谐振电路的频率响应

(a) 频率响应曲线

$$\begin{aligned}
 |H_R(\omega)| &= \left| \frac{\dot{U}_R(\omega)}{\dot{U}_S(\omega)} \right| = \left| \frac{R}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \right| \\
 &= \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC})^2}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_0 L}{R} \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 CR} \cdot \frac{\omega_0}{\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (Q \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - Q \cdot \frac{\omega_0}{\omega})^2}}
 \end{aligned}$$



为了方便与不同谐振回路之间进行比较，把谐振曲线的横坐标除以 $\omega_0$ ，即

$$\omega \rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = \eta \quad |H_R(\eta)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\eta - \frac{1}{\eta})^2}}$$



幅频响应曲线:

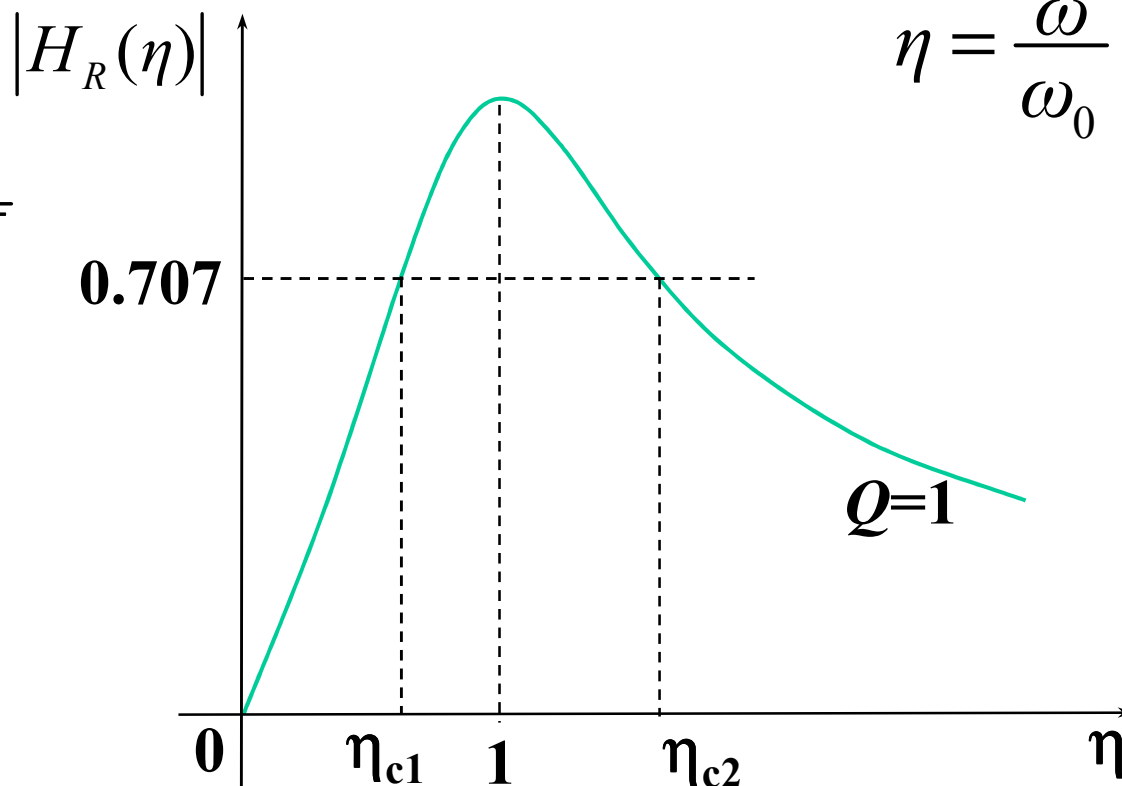
$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$|H_R(\eta)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)^2}}$$

$$|H_R(0)| = 0 \quad |H_R(\infty)| = 0$$

$$|H_R(1)| = 1$$

$$|H_R(j\eta)| = 1/\sqrt{2} = 0.707$$



做一条水平线，与谐振曲线交于两点，对应横坐标分别： $\eta_{c1}$ 和 $\eta_{c2}$

$$\eta_{c1} = \frac{\omega_1}{\omega_0}, \quad \eta_{c2} = \frac{\omega_2}{\omega_0}, \quad \omega_{c2} > \omega_{c1}. \quad U_R(\omega_{c1}, \omega_{c2}) = \frac{U_s}{\sqrt{2}}$$

$$P(\omega_{c1}, \omega_{c2}) = \left(\frac{U_s}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{R} = \frac{1}{2} P(\omega_0) \quad \omega_{c2}, \omega_{c1} \quad \text{称为半功率频率}$$

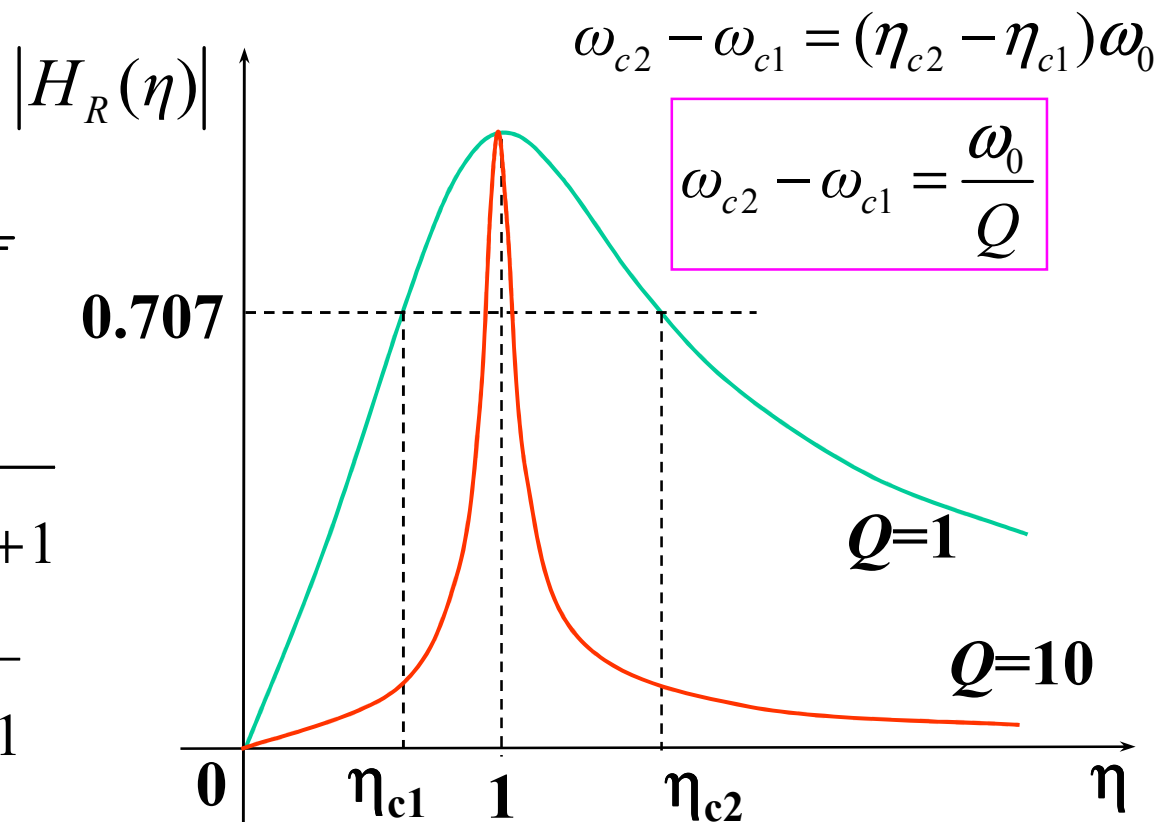
$\omega_{c2} - \omega_{c1}$  称为**通频带BW** (Band Width), 即电路允许通过频率

幅频响应曲线：

$$|H_R(\eta)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)^2}}$$

解出：

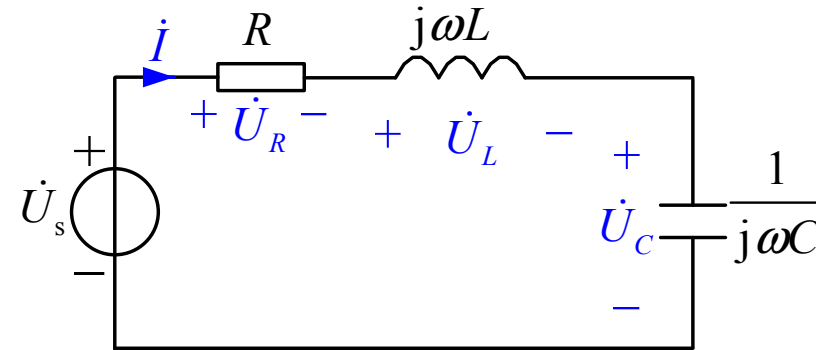
$$\begin{cases} \eta_{c1} = -\frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \\ \eta_{c2} = \frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \end{cases}$$



- 当稍微偏离谐振点时，曲线就急剧下降，电路对非谐振频率下的输入信号具有较强的抑制能力，所以选择性好。
- $Q$ 越大，谐振曲线越尖，电路的通频带就越窄，对信号的选择性越好。
- $Q$ 是反映谐振电路性质的一个重要指标。

### 14.3.2 RLC串联谐振电路的频率响应

#### RLC串联谐振电路重要指标



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$BW = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{\omega_0}{Q} \quad BW = \frac{R}{L}$$

$$Q = \frac{X_{L0}}{R} = \frac{X_{C0}}{R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R} \quad Q = \frac{U_{L0}}{U_S} = \frac{U_{C0}}{U_S} \quad Q = 2\pi \frac{w_0}{w_{R0}} \quad Q = \frac{\omega_0}{BW}$$

$$\omega_{c1,c2} = \mp \frac{\omega_0}{2Q} + \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} = \mp \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$
$$\omega_{c1,c2} \approx \omega_0 \pm \frac{BW}{2} \quad (\text{For } Q \geq 10)$$

**【例2】** 设计RLC串联谐振电路  $BW=20 \text{ rad/s}$  ,  $\omega_0 = 1000 \text{ rad/s}$ . (1) 计算  $Q$ . (2)已知  $C=5\mu\text{F}$ , 求  $L$ 、 $R$ . (3)计算截止频率。

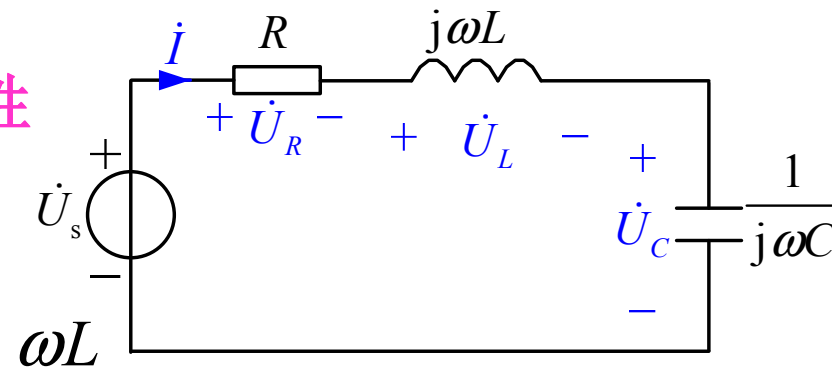
$$BW = \frac{\omega_0}{Q} \rightarrow Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{1000}{20} = 50$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1000 \quad L = 200\text{mH}$$

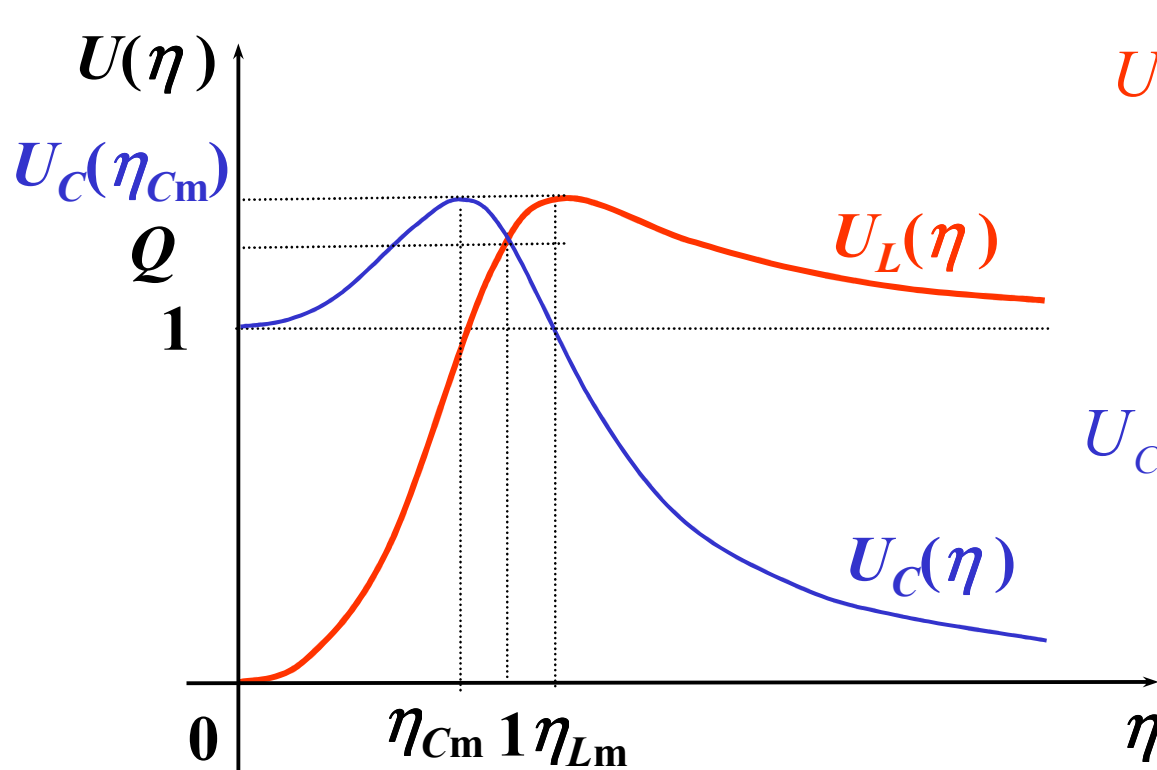
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \rightarrow R = \frac{\omega_0 L}{Q} = 4\Omega$$

$$\omega_{c1,c2} \approx \omega_0 \mp \frac{BW}{2} = 990\text{rad/s}, 1010\text{rad/s}$$

\* (b) 自学  $U_L(\omega)$ 与 $U_C(\omega)$ 的频率特性



$$\begin{aligned}
 U_L(\omega) &= \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{R}{\sqrt{1 + (\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC})^2}} \\
 &= \frac{\frac{\omega_0 L}{R} \frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_0 L}{R} \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 RC} \frac{\omega}{\omega_0})^2}} = \frac{Q\eta}{\sqrt{1 + Q^2(\eta - \frac{1}{\eta})^2}} \\
 U_C(\omega) &= \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{\frac{Q}{\eta}}{\sqrt{1 + Q^2(1 - \frac{1}{\eta})^2}}
 \end{aligned}$$



$$U_L(\eta) = \frac{Q\eta}{\sqrt{1 + Q^2(\eta - \frac{1}{\eta})^2}}$$

$$U_C(\eta) = \frac{\frac{Q}{\eta}}{\sqrt{1 + Q^2(1 - \frac{1}{\eta})^2}}$$

类似可讨论  $U_C(\omega)$ 。

$U_L(\omega)$ : 当  $\omega=0$  时,  $\eta=0$ ,  $U_L(\eta)=0$ ;

$0 < \omega < \omega_0$ ,  $U_L(\eta)$  增大;

$\omega = \omega_0$ ,  $\eta = 1$ ,  $U_L(\eta) = Q$ ;

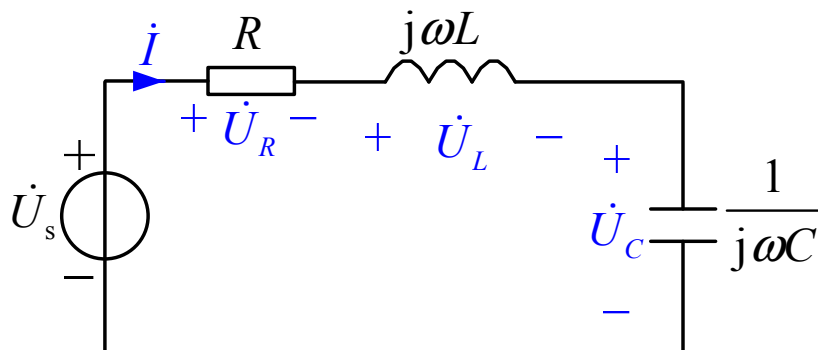
$\omega > \omega_0$ , 电流开始减小, 但速度不快,  $X_L$  继续增大,  $U_L(\eta)$  仍有增大的趋势, 但在某个  $\omega$  下  $U_L(\omega)$  达到最大值, 然后减小。  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $X_L \rightarrow \infty$ ,  $U_L(\infty) = 1$ 。

由于电压最大值出现在谐振频率附近很小的范围内，因此同样可以用串联谐振电路来选择谐振频率及其附近的电压，即对电压也具有选择性。

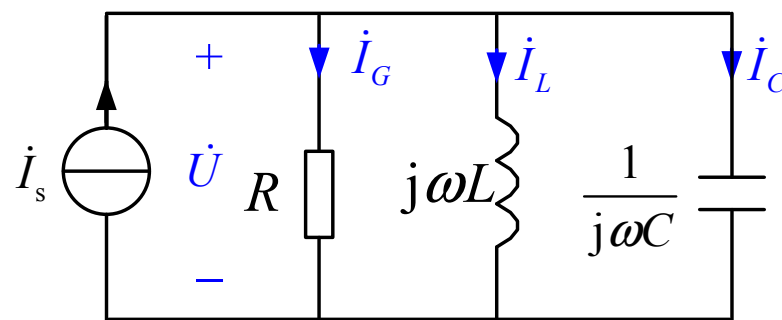
上面得到的都是由改变频率而获得的，如改变电路参数，则变化规律就不完全与上相似。

上述分析原则一般来讲可以推广到其它形式的谐振电路中去，但不同形式的谐振电路有其不同的特征，要进行具体分析，不能简单搬用。

### 14.3.3 RLC并联谐振电路



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$U_L(\omega_0) = U_C(\omega_0) = Q U_s$$

$$I_L(\omega_0) = I_C(\omega_0) = Q I_s$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 GL} = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$|Z(\omega_0)| = R = |Z_{\min}(\omega)|$$

$$|Y(\omega_0)| = G = |Y_{\min}(\omega)|$$

$$|\dot{I}(\omega_0)| = |\dot{I}_{\max}(\omega_0)|$$

$$|\dot{U}(\omega_0)| = |\dot{U}_{\max}(\omega_0)|$$

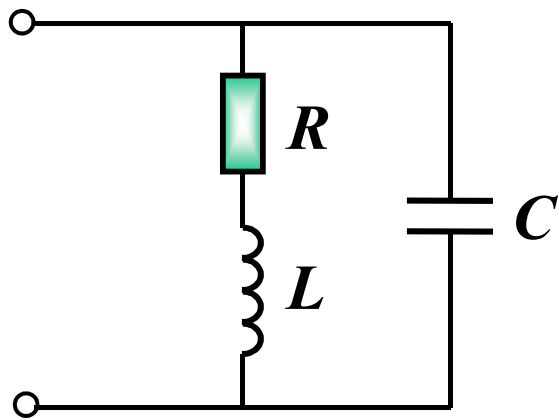
$$BW = \omega_0 / Q$$

$$BW = \omega_0 / Q$$



### \* 14.3.4 其他谐振电路

上面讨论的电流谐振现象实际上是不可能得到的，因为电感线圈总是存在电阻的，于是电路就变成了混联，谐振现象也就较为复杂。



$$\begin{aligned} Y &= j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} \\ &= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right) \\ &= G + jB \end{aligned}$$

谐振时  $B=0$ ，即  $\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0$  求得

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_2}} \sqrt{1 - \frac{C_2 R_1^2}{L_1}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} \quad \text{由电路参数决定。}$$

### \* 14.3.4 其他谐振电路

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2}$$

此电路参数发生谐振是有条件的，参数不合适可能不会发生谐振。

在电路参数一定时，改变电源频率是否能达到谐振，要由下列条件决定：

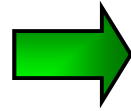
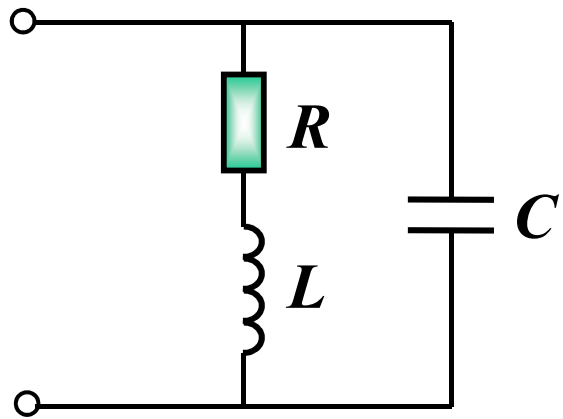
当  $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{L}\right)^2$ ，即  $R < \sqrt{\frac{L}{C}}$  时，可以发生谐振

当  $R > \sqrt{\frac{L}{C}}$  时，不会发生谐振，因  $\omega_0$  是虚数。

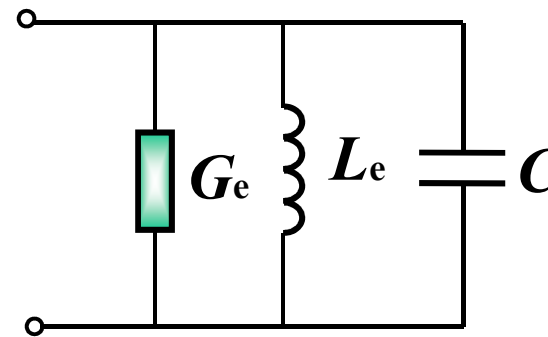
当电路发生谐振时，电路相当于一个电阻：

$$Z(\omega_0) = R_0 = \frac{R^2 + (\omega_0 L)^2}{R} = \frac{L}{RC}$$

### \* 14.3.4 其他谐振电路



等效电路:



$$Y = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + \mathbf{j}(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}) \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{L})^2}$$

$$G_e = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{RC}{L}$$

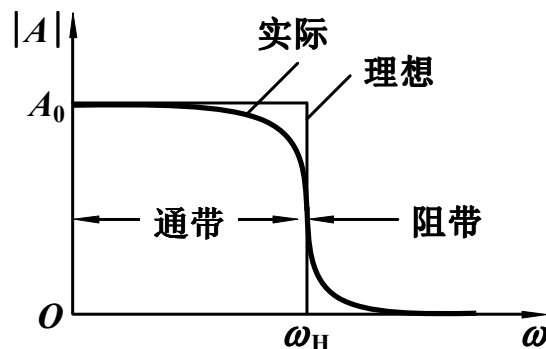
$$G_e = \frac{RC}{L}$$

$$\frac{1}{\omega L_e} = \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$$

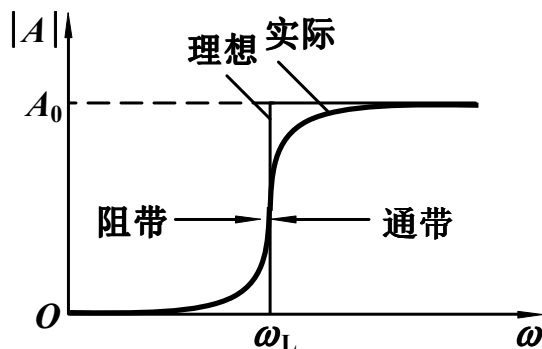
$$L_e = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{\omega^2 L}$$

C不变。

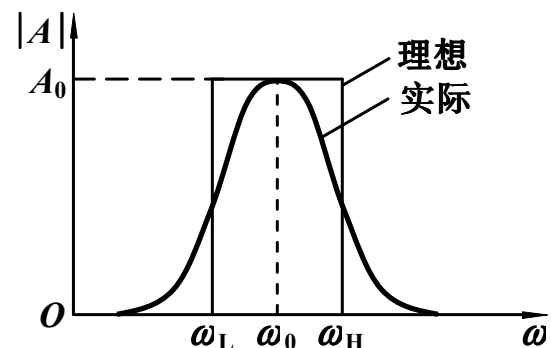
## \* (自学) 14.4 滤波器



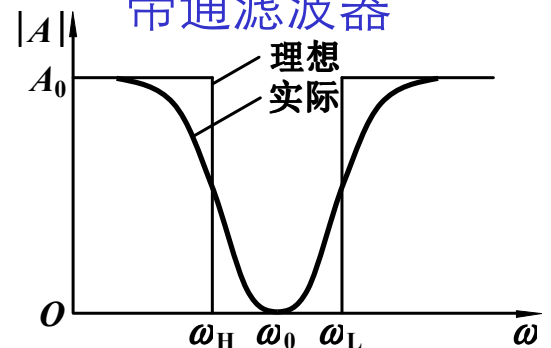
低通滤波器



高通滤波器



带通滤波器



带阻滤波器

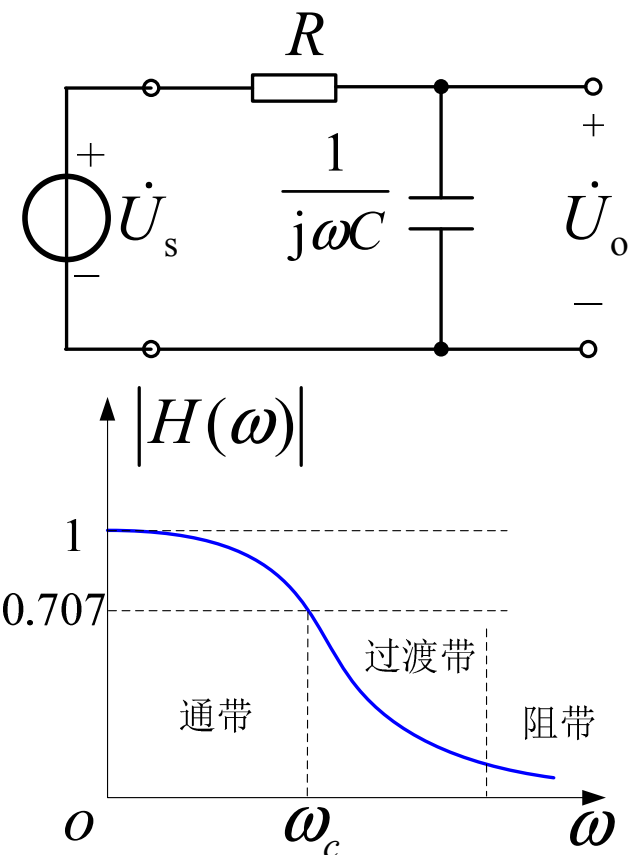
- ▶ **低通滤波器**用于工作信号为低频（或直流），并且需要削弱高次谐波或频率较高的干扰和噪声等场合——整流后滤波。
- ▶ **高通滤波器**用于信号处于高频，并且需要削弱低频的场合——阻容放大器的耦合。
- ▶ **带通滤波器**用于突出有用频段的信号，削弱其它频段的信号或干扰和噪声——载波通信。
- ▶ **带阻滤波器**用于抑制干扰。

## 14.4.1 无源低、高通滤波电路

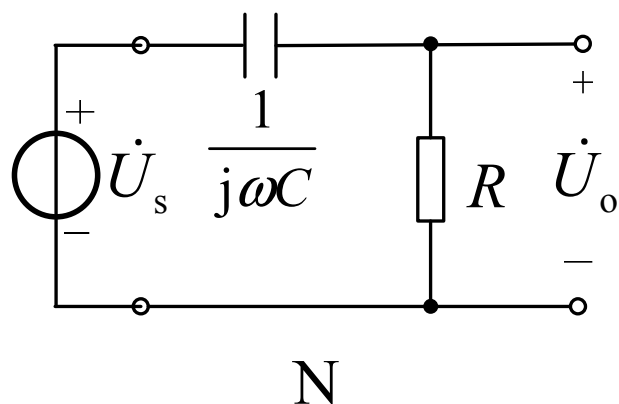
### 1 低通滤波器

$$H_C(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\text{设 } \omega_c = \frac{1}{RC} \quad |H_C(0)| = 1 \quad |H_C(\infty)| = 0$$



### 2 高通滤波器



$$H_R(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}} = \frac{1}{1 - j\frac{\omega_c}{\omega}}$$

$$|H_R(0)| = 0 \quad |H_R(\infty)| = 1 \quad |H_R(\omega_c)| = 0.707$$

【例3】：确定图示电路的电压增益，该电路是何种滤波器？

$$H(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega L}{R}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\text{设 } \omega_c = \frac{R}{L} \quad = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \angle -\arctan \frac{\omega}{\omega_c}$$

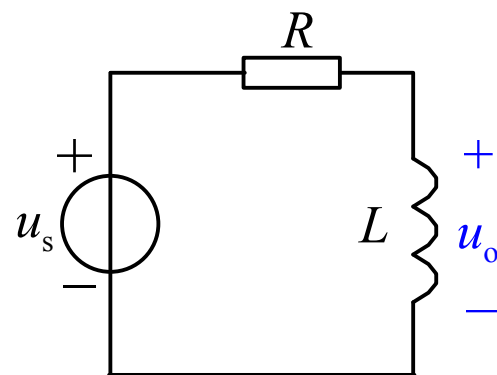
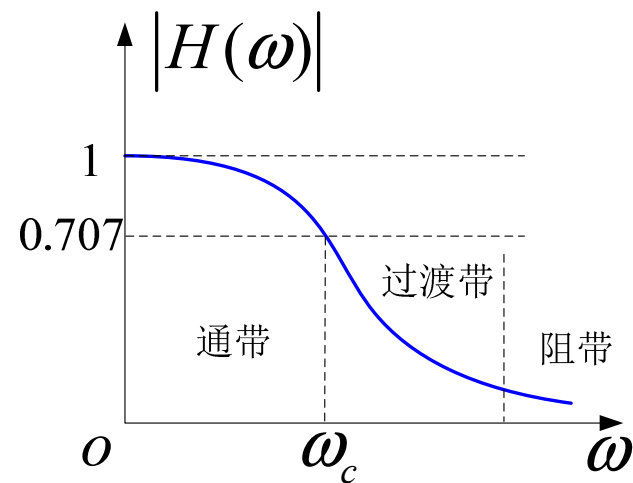
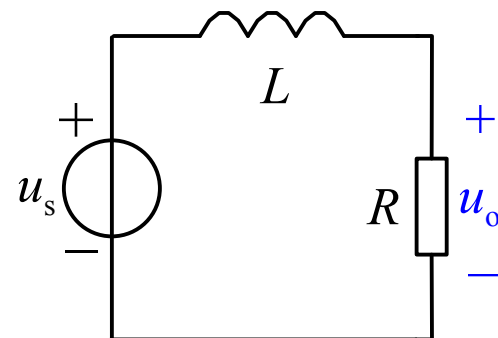
$$|H(0)| = 1 \quad |H(\infty)| = 0 \quad |H(\omega_c)| = 0.707$$

低通滤波器

$$H(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + \frac{R}{j\omega L}} = \frac{1}{1 - j\frac{\omega_c}{\omega}}$$

$$|H(0)| = 0 \quad |H(\infty)| = 1 \quad |H(\omega_c)| = 0.707$$

高通滤波器



## 14.4.2 有源滤波电路

传递函数

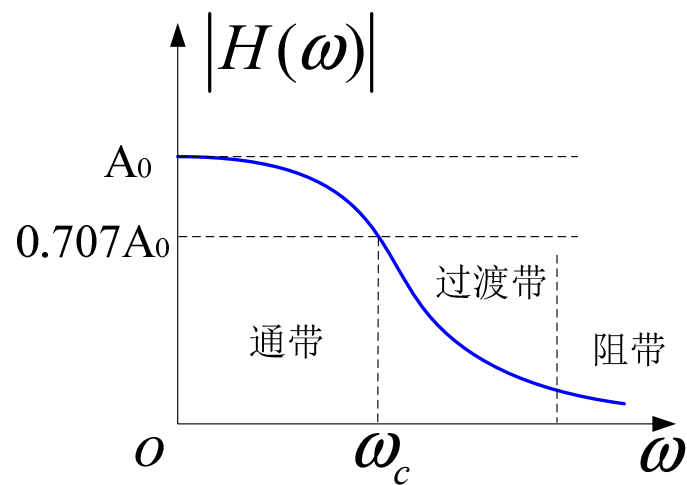
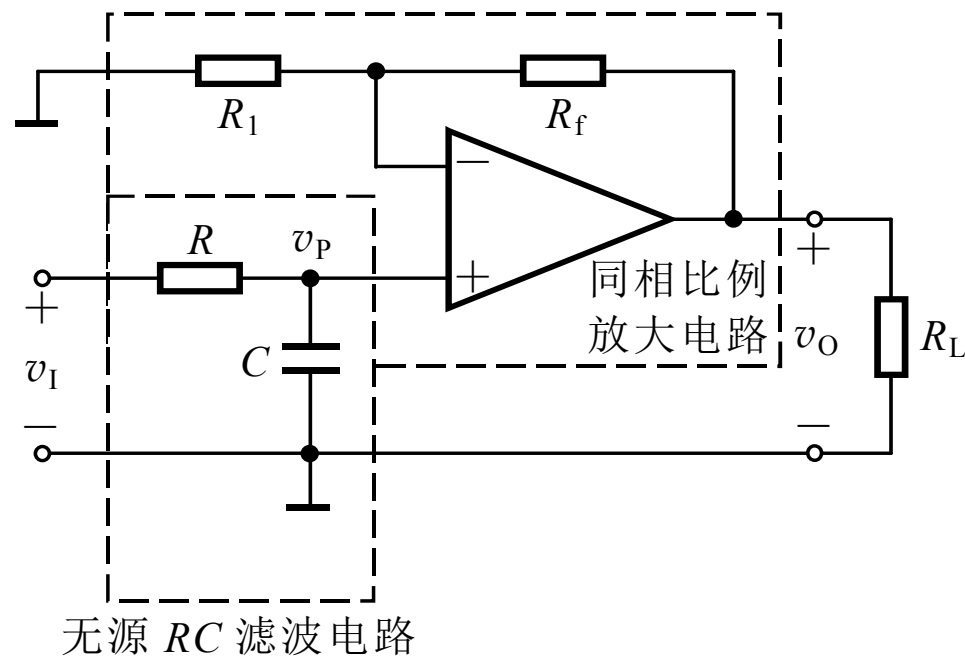
$$\frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \quad \text{特征角频率}$$

$$\Rightarrow H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega C} \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)$$

故，幅频响应为

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} A_0$$



计划学时：3学时；课后学习6学时

作业：

14-9， 14-10 /谐振

14-26 /综合分析

超纲：选做14-14， 14-21 /滤波器