EXAMEN DE CÁLCULO.
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 22-06-2015

1) Sea $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}-1}$

a) Obtener el dominio y la imagen de f ¿es f acotada en su dominio? Razonar la respuesta.

b) Obtener, si existen, las asíntotas verticales de f (por la izquierda y/o por la derecha) y las horizontales.

(1.25p.)

2) Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} \cos(x), & \text{si } x<-\pi/2; \\ 2\cos(x), & \text{si } -\pi/2\le x<0; \\ a, & \text{si } 0\le x\le 1; \\ 1/(x-1), & \text{si } x>1 \end{cases}$$

a) Determinar el parámetro real a para que la función sea continua en el punto 0. (Desde este momento se entiende que a toma el valor para el que f es continua en 0).

b) Representarla gráficamente (realizar un esbozo).

c) Estudiar la continuidad de f en su dominio.

d) Estudiar la derivabilidad de f en su dominio y escribir la función derivada f' en los puntos donde exista. (En los puntos "conflictivos" se ha de usar la definición de función derivable en un punto).

(2p.)

3)

a) Enunciar el teorema de Weierstrass(del máximo y del mínimo) y el teorema de Rolle.

b) Sea $f(x)=x^2e^{-x}$. Determinar, si existe, el máximo absoluto de f definida en el intervalo $[0,10]$

(1.25p.)

4)

a) Calcular la integral indefinida $\displaystyle\int\frac{x^2+4}{x^2-4x+4}\,dx$

b) Obtener la derivada de la función $F(x)=\displaystyle\int_0^{\sqrt{x}}\frac{t+3}{t^6+t^4+t^2}\,dt$ en el punto $x=1$.

(1.5p.)

5)

a) Utilizar la fórmula del cambio de variable en la integral definida para obtener el área de la circunferencia de radio r.

b) Definir, con lenguaje matemático, cuando la sucesión de nº reales $\{a_n\}$ es estrictamente creciente y divergente. Escribir el término general de una sucesión divergente que no tenga límite.

(1.5p.)

6) Estudiar el carácter de las series siguientes: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\log(n)}{n}$, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n-2}\right)^{2n-1}$

(1.25p.)

7) Sea $f(x,y)=\dfrac{3x-3}{x^2+y^2-x}$

Obtener todos los límites direccionales de f, a través de rectas, en el punto $(1,0)$. Deducir, si existe, el valor del límite doble de f en el punto $(1,0)$ ó justificar la no existencia del mismo.

(1.25p.)