

# EXAMEN DE CÁLCULO.

## GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 22-06-2020

Se ha de contestar razonadamente. Cualquier resultado (no trivial) no visto en clase o en el material presentado en el Campus Virtual se ha de justificar; en caso contrario no se valorará. No se permite usar calculadora.

1) Sea  $f$  una función real de variable real definida en todo  $R$

a) ¿ puede tener  $f$  alguna asíntota vertical?

b) Definir, con lenguaje matemático, cuando  $f$  es inyectiva e impar en  $R$  ¿Tiene inversa la función  $f(x) = \sin(x)$  definida en  $R$  ?

(0.4p.+0.6p.)

2) Supongamos que  $f$  es derivable en el intervalo abierto  $(a, b)$  y que  $f'(x) \neq 0 \quad \forall x \in (a, b)$  ¿Cuántas raíces reales puede tener la ecuación  $f(x) = 0$  en dicho intervalo? Determinar el número máximo de raíces reales de la ecuación  $4 - x - 4/x^2 = 0$ .

(0.3p.+0.7p.)

3) Sea  $f$  la función real definida en el intervalo cerrado  $I = [-1, e^2]$  de la forma siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{si } x \in [-1, 1] \\ \log(x)/x & \text{si } x \in (1, e^2] \end{cases} \quad \log = \text{logaritmo neperiano}$$

a) Utilizar las definiciones de derivadas laterales para estudiar, sin aplicar la regla de L'Hopital, la derivabilidad de  $f$  en  $x=1$  ¿ es  $x=1$  un punto crítico de  $f$  en  $I$  ?

b) Obtener  $f'(x) \quad \forall x \in (-1, e^2)$  donde  $f$  sea derivable y determinar los puntos críticos de  $f$  en  $I$ .

c) ¿Existe  $m = \text{mínimo de } f(x)$ , si  $x \in I$  ? ¿Existe  $M = \text{máximo de } f(x)$ , si  $x \in I$  ? obténganse, en su caso.

(1p.+0.7p.+0.7p.)

4) Dada la sucesión  $\{a_n\} = \frac{1}{\sqrt{n^4+1}} + \frac{2}{\sqrt{n^4+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^4+n}}$

Obtener, paso a paso, una sucesión mayorante y otra minorante de  $\{a_n\}$  que nos permita obtener su límite.

(1.2p.)

5) Estudiar el carácter de las series numéricas siguientes:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n)}{n} \quad ; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}$$

(0.6p.+0.6p.)

6) Sea  $f(x) = \begin{cases} \sin(x/2) & \text{si } x \leq 0 \\ x^2/(x^2+4x+4) & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Obtener una función  $F(x)$  que sea una primitiva de  $f(x)$  en  $R$  y calcular la integral definida de  $f(x)$  en el intervalo  $[-\pi, 2]$  sin utilizar  $F(0)$ .

(1.7p.)

7) Obtener el área de la región del plano delimitada por la curva  $y = (x-1)e^x$ , el eje de abscisas y las rectas verticales  $x=0$  y  $x=2$ .

(1.5p.)