EXAMEN DE CÁLCULO.
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 20-06-2016

1) Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} 1, & \text{si } x\in(-\infty,-\pi/2); \\ 2-sen(x), & \text{si } x\in[-\pi/2,0); \\ 2, & \text{si } x\in[0,e); \\ \log(x), & \text{si } x\in[e,+\infty), \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de f en su dominio.

b) Estudiar la derivabilidad de f en su dominio y escribir la función derivada $f\,'$ en los puntos donde exista

c) Representar gráficamente la función f (realizar un esbozo).

(2p.)

2)

a) Calcular las integrales definidas

(a.1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{5x}{\left(4+x^2\right)^2}dx$ (a.2) $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x^5+2x}\left(5x^4+2\right)dx$ (a.3) $\displaystyle\int_{-2}^2 x\sqrt{3x^4-2x^2}\,dx$

cambiando los límites de integración se se aplica un cambio de variable.

b) Calcular $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{sen(x)} 3y^2dy}{x^2}$

(1.75p.)

3)

a) Enunciar el teorema de Weierstrass (del máximo y del mínimo).

b) Determinar, si existen, el máximo y el mínimo absoluto de $f(x)=x(x-2)^6$ definida en $[1,3]$.

c) Aplicando la definición de mínimo local, ¿se puede asegurar que la función $g(x)=x(x-1)^{10}$, alcanza en $x=1$ un mínimo local? Razonar la respuesta.

(1.75)p.

4)

a) Enunciar el teorema de la sucesión intermedia.

b) Calcular el límite de la sucesión $\{a_n\}=\dfrac{n}{\sqrt{2n^4+1}}+\dfrac{n}{\sqrt{2n^4+2}}+\ldots+\dfrac{n}{\sqrt{2n^4+n}}$

(1.5p.)

5)

a) Demostrar que la serie geométrica $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ es convergente si $r\in(-1,1)$ y obtener la suma de la serie ¿Para qué valor o valores de r es oscilante ? Justifíquese la respuesta.

b) Dada la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n^2+1)\,3^{\alpha.n}}{n^2+100}$ $(\alpha\in R)$, estudiar su carácter para valores de α menores que cero.

(1.5p.)

6) Sea $f(x,y)=\dfrac{x^2+y^2-1}{y-1}$, $y\neq 1$

a) Obtener todos los límites direccionales de f, a través de rectas, en el punto $(0,1)$.

c) Usar coordenadas polares para deducir, si existe, el valor del límite doble de f en el punto $(0,1)$ ó justificar la no existencia del mismo.

(1.5p.)