

EXAMEN DE CÁLCULO.
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 20-06-2019

Se ha de contestar razonadamente. Cualquier resultado (no trivial) no visto en clase o en el material presentado en el Campus Virtual se ha de justificar; en caso contrario no se valorará. No se permite usar calculadora.

1)

a) Como corolario del teorema de Rolle, demostrar el siguiente resultado: si f es derivable en (a, b) y $f'(x) \neq 0 \quad \forall x \in (a, b)$, se verifica que en dicho intervalo la ecuación $f(x) = 0$ tiene, a lo sumo, una raíz.

b) Sea $f(x) = x^5 - 5x - 99$. Usar el resultado anterior para determinar el número máximo de raíces reales de la ecuación $f(x) = 0$.

(0.6p.+0.65p.)

2) Sea $f(x) = (x-1)\exp\left(\frac{1}{x-1}\right)$ si $x \neq 1$ y $f(1) = 0$

a) Obtener, si existen y sin aplicar la regla de L'Hôpital, las ecuaciones de las asíntotas verticales de f (por la izquierda y/o por la derecha) y las horizontales (en el $-\infty$ y/o en el $+\infty$).

b) ¿Es f derivable por la izquierda en $x=1$? Determinar, con justificación, los puntos críticos de f .

c) ¿Alcanza f un extremo local en $x=1$?

(1p.+1p.+0.5p.)

3)

a) Definir, con rigor, cuando una sucesión de números reales $\{a_n\}$ es divergente.

b) Sea $\{a_n\} = (-1)^n + \frac{n}{n+1}$. Obtener una sucesión mayorante de $|a_n|$ que sea convergente y utilizarla para justificar que la sucesión $\{a_n\}$ no es divergente ¿es convergente? ¿es oscilante?

(0.25p.+1p.)

4)

a) De la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se conoce que la sucesión de sumas parciales $\{S_n\}$ viene dada por $S_n = \frac{3n+2}{n+4}$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Obtener a_1 y el término general $a_n \quad \forall n \geq 2$ ¿es convergente esta serie?

b) Estudiar el carácter de las dos series numéricas siguientes:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n \quad ; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n}$$

(0.75p.+1.25p.)

5) Sea $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(\pi x) & \text{si } x \leq 0 \\ \log(x^2 + 1) & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Obtener una función $F(x)$ que sea una primitiva de $f(x)$ en \mathbb{R} y calcular la integral definida de $f(x)$ en el intervalo $[-1, 1]$ sin utilizar $F(0)$.

(1.5p.)

6) Calcular el área determinada por la curva $y = \frac{x-1}{1+\sqrt{x}}$, las rectas $x=0$, $x=4$ y el eje de abscisas (usando la fórmula del cambio de variable en la integral definida).

(1.5p.)

