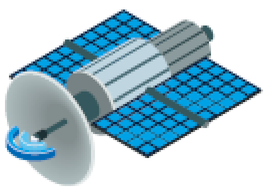
강의교안 이용 안내

- 본 강의교안의 저작권은 **김영길**과 **한빛아카데미㈜**에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(倂科)할 수도 있습니다.



기초
통신이론
디지털 통신 중심으로

CHAPTER 06

아날로그 통신 시스템 성능 분석

한빛아카데미
Hanbit Academy, Inc.

Contents

6.1 신호 대 잡음비(SNR)

6.1 신호 대 잡음비(SNR)

- **신호 대 잡음비(Signal-to-Noise Ratio)**

$$\mathbf{SNR} = \frac{\text{신호 전력}}{\text{잡음 전력}}$$

  - **베이스밴드 통신시스템**

$$\boldsymbol{r(t) = m(t) + n(t)}$$

$\boldsymbol{n(t)}$: **AWGN이고 전력밀도함수** $\boldsymbol{S_n(f) = \frac{N_0}{2}}$ **로 가정.**

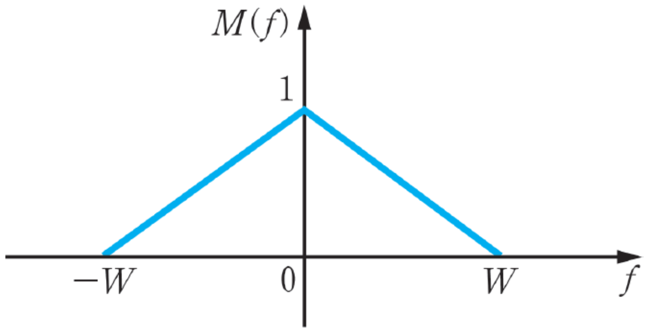
$\boldsymbol{m(t)}$: **대역폭이** $\boldsymbol{W}$**인 신호**

$\Rightarrow$ **수신단은 대역폭이** $\boldsymbol{W}$**인 low pass filter로 구성**

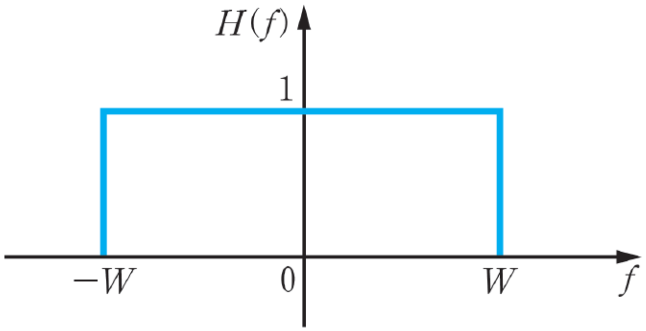
  - **Low pass filter 통과 후**

$$r_1(t) = m(t) + n_1(t) \qquad (6.1)$$

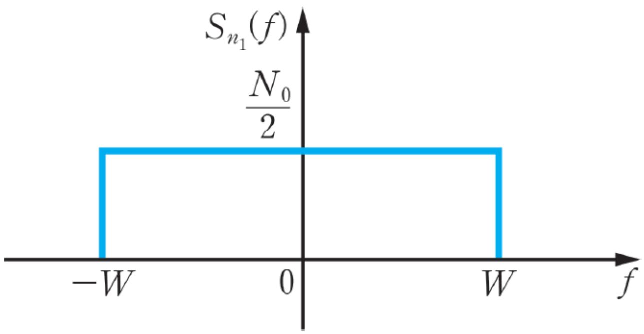
6.1 신호 대 잡음비(SNR)



[그림 6–1] 베이스밴드 신호 $m(t)$의 스펙트럼 $M(f)$



[그림 6–2] 로우패스 필터의 주파수 응답 $H(f)$



[그림 6–3] 로우패스 필터를 통과하고 난 다음, 잡음 $n_1(t)$의 전력밀도함수 $S_{n_1}(f)$

6.1 신호 대 잡음비(SNR)

- $m(t)$의 전력 $= E[m^2(t)]$
- $n_1(t)$의 전력
- $\int_{-W}^{W} S_{n_1}(f)df = \frac{N_0}{2} 2W = N_0 W$

- **로우패스 필터를 거치기 전의 SNR**

$$\text{SNR} = \frac{E[m^2(t)]}{\infty} = 0$$

- **로우패스 필터를 거친 후의 SNR**

$$\text{SNR} = \frac{E[m^2(t)]}{E[n_1^2(t)]} = \frac{E[m^2(t)]}{N_0 W} \qquad (6.3)$$

6.1 신호 대 잡음비(SNR)

예제 6-1

아날로그 베이스밴드 통신 시스템이 있다. 수신 신호는 $r(t)=m(t)+n(t)$이다. 메시지 신호 $m(t)$의 전력은 1이고, 대역폭은 10 Hz이다. 또한 잡음 $n(t)$의 자기상관함수가 $0.01\,\delta(\tau)$이고, 대역폭이 10 Hz인 베이스밴드 필터로 수신단을 구현하였다. 다음 물음에 답하시오.

(a) 베이스밴드 필터 통과 전의 SNR을 구하시오.

(b) 베이스밴드 필터 통과 후의 SNR을 구하시오.

풀이

(a) $\text{SNR} = \dfrac{1}{\infty} = 0$

(b) $\text{SNR} = \dfrac{E[m^2(t)]}{0.01 \cdot 10 \cdot 2}\,\dfrac{1}{0.2} = 5$

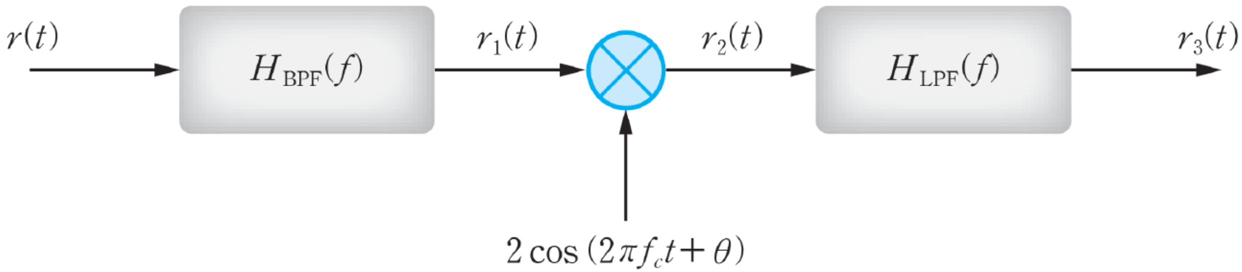
6.2 DSB-SC 통신 시스템의 SNR

6.2 DSB-SC 통신시스템의 SNR

- **수신신호**

$$r(t) = A\,m(t)\cos(2\pi f_c t + \theta) + n(t) \qquad (6.4)$$

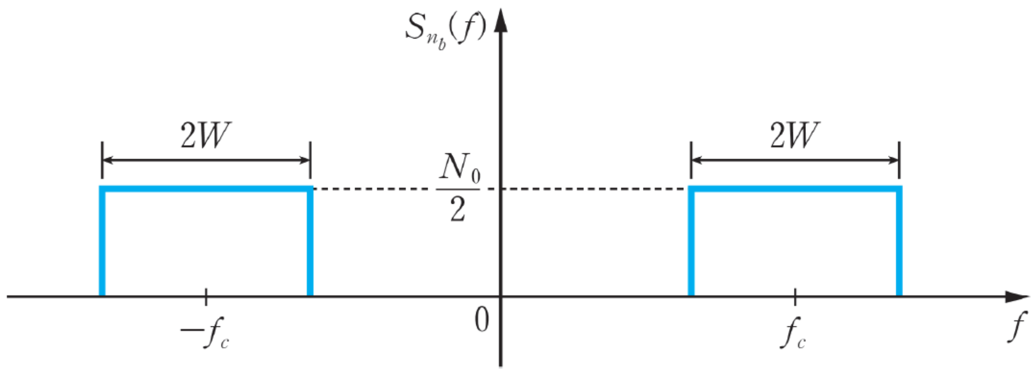
- **DSB-SC의 복조과정**



[그림 6-4] DSB-SC의 복조 과정

6.2 DSB-SC 통신시스템의 SNR

- **밴드패스필터 통과 후의 잡음 $n_b(t)$의 전력밀도함수**



[그림 6-5] $n_b(t)$의 전력밀도함수 $S_{n_b}(f)$

6.2 DSB-SC 통신시스템의 SNR

- **$r(t) = Am(t)\ cos\ (2\pi f_c t + \theta) + n(t)$의 SNR**

신호 $Am(t)\ \cos(2\pi f_c t + \theta)$의 전력 = $\frac{A^2}{2}E[m^2(t)]$

잡음 $n(t)$의 전력 = $E[n^2(t)] = R_n(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f)df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2}df = \infty$ (6.5)

$\therefore$ $r(t)$의 SNR = 0

- **$r_1(t) = Am(t)\ \cos(2\pi f_c t + \theta) + n_b(t)$의 SNR**

신호 $Am(t)\ \cos(2\pi f_c t + \theta)$의 전력 = $\frac{A^2}{2}E[m^2(t)]$

잡음 $n_b(t)$의 전력 = $E[n_b^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{n_b}(f)df = 2N_0W$ (6.7)

$\therefore$ $r_1(t)$의 SNR = $\frac{A^2E[m^2(t)]}{4N_0W}$

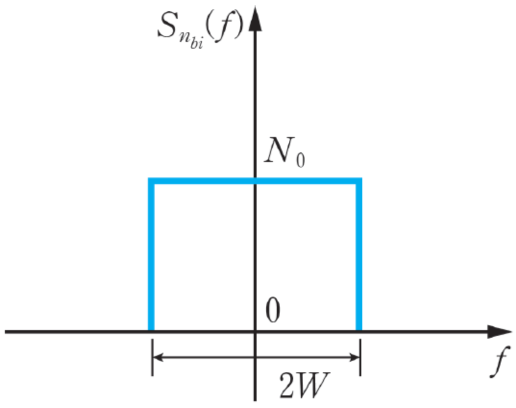
6.2 DSB-SC 통신시스템의 SNR

- $$\begin{aligned} r_2(t) &= [Am(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)+n_b(t)]\,2\cos(2\pi f_c t+\theta) \\ &= [Am(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)+n_{bi}(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)-n_{bq}(t)\sin(2\pi f_c t+\theta)] \\ &\quad \cdot 2\cos(2\pi f_c t+\theta) \\ &= Am(t)[1+\cos(4\pi f_c t+2\theta)]+n_{bi}(t)[1+\cos(4\pi f_c t+2\theta)] \\ &\quad - n_{bq}(t)\sin(4\pi f_c t+2\theta) \end{aligned} \tag{6.8}$$

- **$r_2(t)$를 로우패스 필터링 하면 $r_3(t)$**

$$r_3(t) = Am(t)+n_{bi}(t) \tag{6.9}$$

6.2 DSB-SC 통신시스템의 SNR



[그림 6-6] $n_{bi}(t)$의 전력밀도함수 $S_{n_{bi}}(f)$

- $\boldsymbol{r_3(t) = Am(t) + n_{bi}(t)}$**의 SNR**

잡음 $\boldsymbol{n_{bi}(t)}$의 전력 = $E[n_{bi}^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{n_{bi}}(f)df = 2N_0 W$ (6.10)

$\therefore$ $\boldsymbol{r_3(t)}$의 SNR = $\dfrac{A^2 E[m^2(t)]}{2N_0 W}$

6.2 DSB-SC 통신시스템의 SNR

예제 6-2

DSB−SC의 수신단이 [그림 6−4]와 같이 구성되어 있다. 수신 신호 $r(t)$는 $m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)+n(t)$이고, 메시지 신호 $m(t)$의 전력은 $E[m^2(t)]$, 대역폭 W는 1 MHz이다. 잡음 $n(t)$의 자기상관함수 $E[n(t)n(t+\tau)]=10^{-6}\delta(\tau)$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(a) 잡음 $n(t)$의 전력밀도함수 $S_n(f)$를 구하시오.

(b) $r(t)$가 대역폭이 2MHz인 밴드패스 필터를 통과한 신호 $r_1(t)=m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)+n_b(t)$에서 신호 성분 $m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)$의 전력을 구하시오.

(c) $r_1(t)=m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)+n_b(t)$에서 잡음 성분 $n_b(t)$의 전력을 구하시오.

(d) $r_1(t)=m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)+n_b(t)$의 SNR은 몇 dB인가?

(e) $r_1(t)=m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)+n_b(t)$에 $2\cos(2\pi f_c t+\theta)$를 곱한 후 로우패스 필터를 거치면 얻을 수 있는 신호 $r_3(t)$를 구하시오(단, 협대역 잡음 $n_b(t)$는 $n_{bi}(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)-n_{bq}(t)\sin(2\pi f_c t+\theta)$와 같이 표현할 수 있다).

(f) $r_3(t)$의 SNR을 dB로 구하시오.

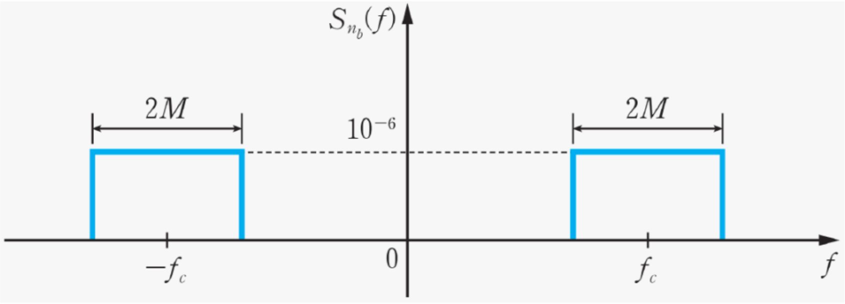
6.2 DSB-SC 통신시스템의 SNR

풀이

(a) 전력밀도함수는 자기상관함수의 푸리에 변환이므로 10^{-6}이다.

(b) $m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)$의 전력은 $m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)$의 제곱의 평균이다. $\cos^2(2\pi f_c t+\theta)$의 평균은 $\frac{1}{2}$이므로 $r_1(t)$의 신호 성분 $m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)$의 전력은 $\frac{1}{2}E[m^2(t)]$이다.

(c) $n_b(t)$의 전력은 전력밀도함수 $S_{n_b}(f)$를 [그림 6-7]과 같이 그린 다음, 그것의 면적을 구하면 된다. $n_b(t)$의 대역폭은 2 MHz이므로 $n_b(t)$의 전력은 $10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{6}\cdot 2=4$이다.



[그림 6-7] $n_b(t)$의 전력밀도함수 $S_{n_b}(f)$

6.2 DSB-SC 통신시스템의 SNR

풀이

(d) $r_1(t)$의 SNR은 $\frac{1}{2}\cdot\frac{E[m^2(t)]}{4}=\frac{E[m^2(t)]}{8}$가 된다. dB로 환산하면 $r_1(t)$의 SNR은 $10\log_{10}\frac{E[m^2(t)]}{8}$ dB이다.

(e) $[m(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)+n_b(t)]2\cos(2\pi f_c t+\theta)$를 로우패스 필터에 통과시키면 $r_3(t)=m(t)+n_{bi}(t)$를 얻을 수 있다.

(f) $r_3(t)$의 신호 성분 $m(t)$의 전력은 $E[m^2(t)]$이고, 잡음 성분 $n_{bi}(t)$의 전력은 $2\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{6}=4$이다. 따라서 $r_3(t)$의 SNR은 $10\log_{10}\frac{E[m^2(t)]}{4}$ dB이다.

6.3 FM 통신시스템의 잡음 제거

6.3 FM 통신시스템의 잡음 제거

- **미분기의 특성**

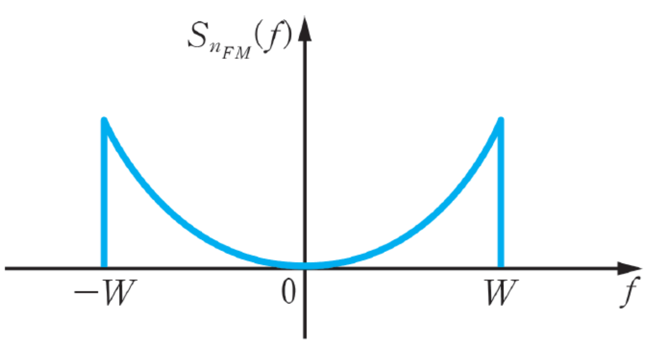
미분기의 입력을 $x(t)$, 출력을 $y(t)$로 할 때

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$Y(f) = j2\pi f\, X(f) \qquad (6.11)$$

- **$x(t)$가 전력밀도함수가 $N_0/2$인 가우시안 잡음일 때**

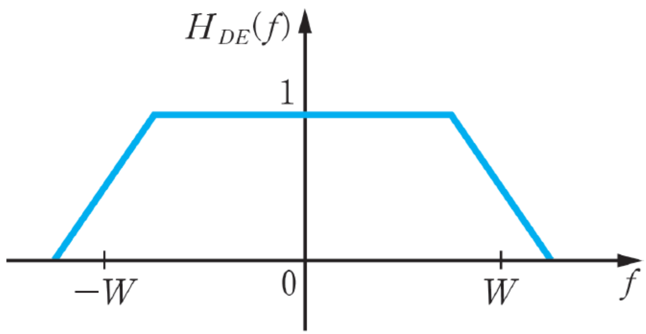
$$S_Y(f) = (2\pi f)^2\, S_X(f) \qquad (6.12)$$



[그림 6-8] FM 복조가 끝난 후, 잡음의 전력밀도함수 $S_{n_{FM}}(f)$

6.3 FM 통신시스템의 잡음 제거

- **잡음을 많이 제거하려면 로우패스필터 (디엠퍼시스 필터) 필요**

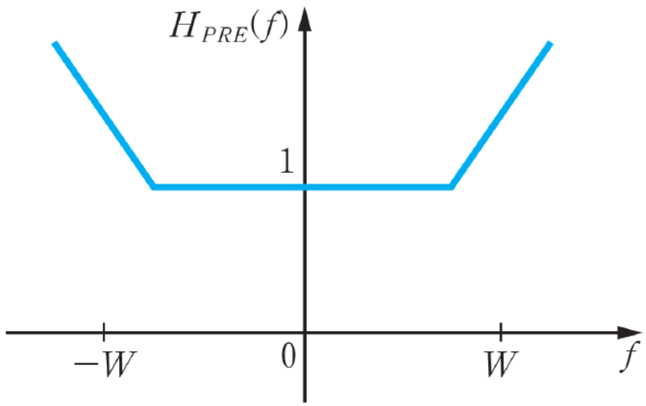


[그림 6-9] FM 복조 후의 로우패스 필터(디엠퍼시스 필터)

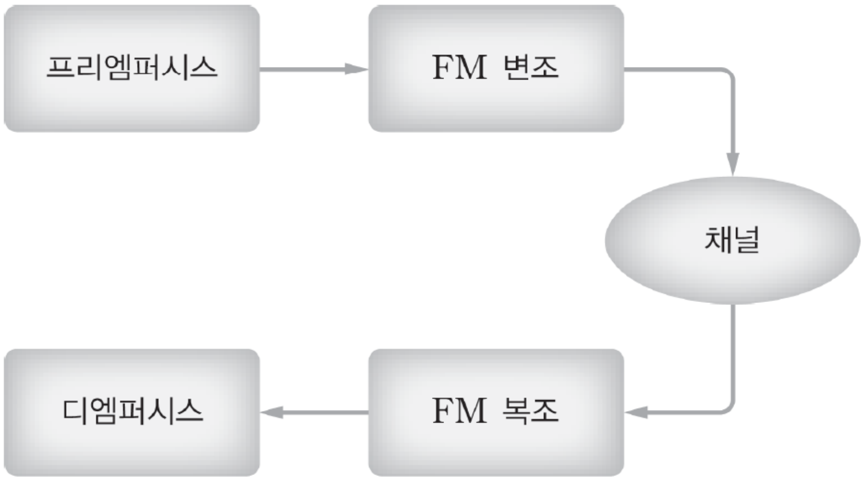
메시지 신호의 고주파 성분까지 디엠퍼시스 필터에 의해 제거되므로 이것을 송신단에서 미리 보상해준다.

6.3 FM 통신시스템의 잡음 제거

- **프리엠퍼시스 필터**



[그림 6-10] FM 변조 전의 프리엠퍼시스 필터



[그림 6-11] FM 통신 시스템의 블록도

6.3 FM 통신시스템의 잡음 제거

예제 6-3

FM 송신단에서 프리엠퍼시스 필터의 주파수 응답 $H_{PRE}(f)$가 $1+j2\pi f$라고 가정할 때, FM 수신단에서 디엠퍼시스 필터의 주파수 응답 $H_{DE}(f)$를 구하시오.

풀이

$H_{DE}(f) = \dfrac{1}{H_{PRE}(f)}$ 이므로 $H_{DE}(f) = \dfrac{1}{1+j2\pi f}$ 이다.

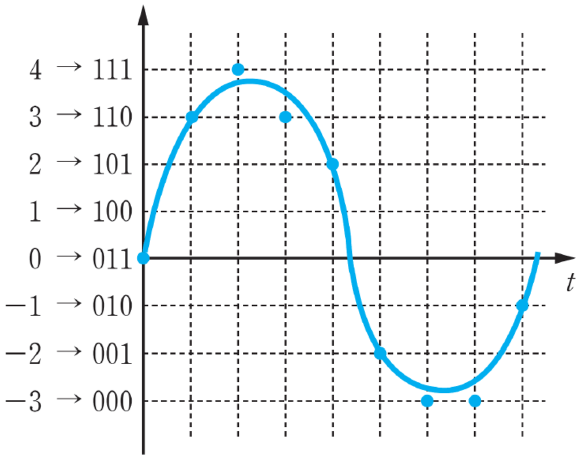
6.4 PCM

6.4 PCM

- **Pulse Code Modulation**

  아날로그 신호에서 디지털 신호로 바꾸는 과정을 A/D 변환이라고 하는데, A/D 변환을 통해서 만들어지는 비트들

- **A/D 변환 과정은 샘플링, 양자화, 부호화를 거쳐 PCM 포맷을 만드는 과정이다.**



[그림 6-12] A/D 변환과 PCM 포맷의 예

6.4 PCM

예제 6-4

아날로그 신호를 PCM 포맷으로 변환하고 있다. 8-비트 양자화를 사용한다면 몇 레벨 양자화를 사용하는 것인가?

풀이

l-비트 양자화는 2^l-레벨 양자화이므로 8-비트 양자화는 256-레벨 양자화에 해당한다.

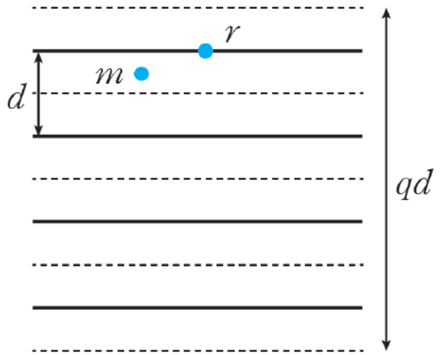
6.5 양자화 과정에서 잡음 분석

6.5 양자화 과정에서 잡음 분석

- **양자화된 신호 r은 메시지 신호 m에 양자화 잡음 n이 더해진 것으로 생각할 수 있다.**

$$r = m + n \tag{6.14}$$

$$n \sim \mathrm{Uniform}\left[-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}\right]$$



[그림 6-13] 양자화 레벨의 수가 q, 양자화 레벨 사이의 거리가 d인 양자화 과정

$$E[n] = \int_{-d/2}^{d/2} x \frac{1}{d} dx = 0$$

$$Var[n] = E[n^2] - (E[n])^2 = \int_{-d/2}^{d/2} x^2 \frac{1}{d} dx = \frac{1}{12} d^2$$

$$\mathrm{SNR} = \frac{E[m^2]}{E[n^2]} = 12 \frac{E[m^2]}{d^2} \tag{6.15}$$

6.5 양자화 과정에서 잡음 분석

- **양자화된 샘플의 SNR**

$$10\log_{10} 12\frac{E[m^2]}{d^2} = 10\log_{10}(12E[m^2]) - 20\log_{10} d \quad [\mathrm{dB}] \qquad (6.16)$$

- **신호의 범위 R은 $R = qd$가 된다. l-비트 양자화를 한다는 것은 2^l-레벨 양자화를 한다는 것과 같기 때문에 $2^l = q$가 된다.**

$$10\log_{10}(12E[m^2]) - 20\log_{10}\frac{R}{2^l} = 10\log_{10}\frac{12E[m^2]}{R} + 20l \cdot \log_{10} 2$$

- **l-비트 양자화 대신 $(l+1)$-비트 양자화를 사용하게 되면 SNR이 $20 \cdot \log_{10} 2 = 6\mathrm{dB}$ 만큼 좋아진다.**

6.5 양자화 과정에서 잡음 분석

예제 6-4

A/D 변환을 하고 있다. 복잡도를 줄이기 위해 양자화 레벨의 수를 64개에서 16개로 줄이려고 한다. 이 경우, 양자화된 신호의 SNR은 얼마나 감소하는가?

풀이

64-레벨 양자화는 6-비트 양자화이고, 16-레벨 양자화는 4-비트 양자화이다. 비트 수를 2개 줄이므로 SNR은 약 12dB 감소한다.

Q & A

수고하셨습니다.