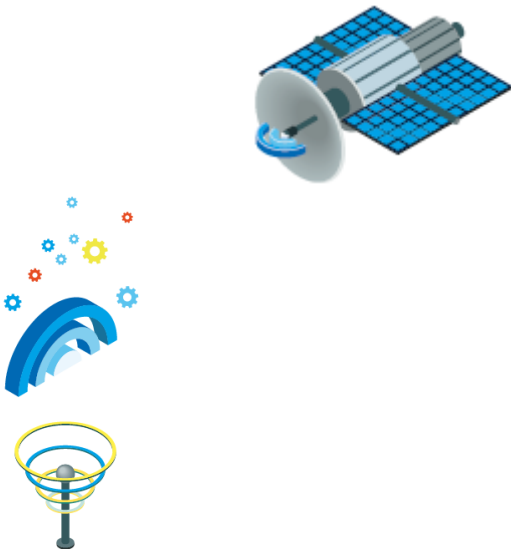


강의교안 이용 안내

- 본 강의교안의 저작권은 김영길과 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.





CHAPTER 09

패스밴드 변조

기초 통신이론

디지털 통신 중심으로

Contents

- 9.1 1차원 변조와 2차원 변조
- 9.2 BPSK
- 9.3 ASK
- 9.4 BFSK
- 9.5 MPSK
- 9.6 QAM
- 9.7 DPSK



9.1 1차원 변조와 2차원 변조

9.1 1차원 변조와 2차원 변조

- 패스밴드 1차원 변조의 신호공간

$$\{c_1 \cos 2\pi f_c t \mid c_1 \text{은 실수}\}$$

이 신호 공간의 정규 직교 베이스는 $\sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos 2\pi f_c t$

- 패스밴드 2차원 변조의 신호공간

$$\{c_1 \cos 2\pi f_c t + c_2 \sin 2\pi f_c t \mid c_1, c_2 \text{는 실수}\}$$

이 신호 공간의 정규 직교 베이스는 $\sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos 2\pi f_c t, -\sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin 2\pi f_c t$

- 4진 FSK 변조의 신호공간

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos 2\pi f_i t, \quad i = 0, 1, 2, 3$$

$$\{c_0 \cos 2\pi f_0 t + c_1 \cos 2\pi f_1 t + c_2 \cos 2\pi f_2 t + c_3 \cos 2\pi f_3 t \mid c_0, c_1, c_2, c_3 \text{ 는 실수}\}$$



9.2 BPSK

9.2 BPSK

$$s_0(t) = -A \cos 2\pi f_c t, \quad s_1(t) = A \cos 2\pi f_c t$$

- 신호공간 $\{c_1 \cos 2\pi f_c t \mid c_1 \text{은 실수}\}$
- 이 신호공간의 정규 직교 베이스

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos 2\pi f_c t$$

- 이진 변조이므로

$$\begin{aligned} E_s &= E_b \\ T_s &= T_b \end{aligned} \tag{9.1}$$

9.2 BPSK

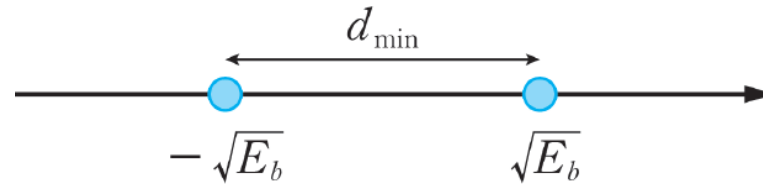
$$s_0(t) = -A\sqrt{\frac{T_b}{2}}\phi(t), \quad s_1(t) = A\sqrt{\frac{T_b}{2}}\phi(t) \quad (9.2)$$



[그림 9-1] BPSK의 신호 성상도

$$E_s = \frac{1}{2}(\|\vec{s}_0\|^2 + \|\vec{s}_1\|^2) = \frac{1}{2}\left(A^2\frac{T_b}{2} + A^2\frac{T_b}{2}\right) = \frac{A^2}{2}T_b \quad (9.3)$$

9.2 BPSK



[그림 9-2] E_b 를 이용한 BPSK의 신호 성상도

- BPSK의 최소 유클리드 거리 $= 2 \sqrt{E_b}$
- BPSK는 $s_1(t) = -s_0(t)$ 가 성립하므로 앤티포덜 변조이다.

9.2 BPSK

예제 9-1

다음 변조들의 최소 유클리드 거리를 E_b 의 함수로 구하시오.

- (a) 극성 NRZ (b) 극성 RZ (c) BPSK

풀이

(a), (b), (c) 모두 정답은 $2\sqrt{E_b}$ 이다.

(a), (b), (c)의 신호 공간은 다르지만 모두 이진 1차원 변조이며, 앤티포털 변조로서 신호 성상도는 [그림 9-2]와 같다. 신호 성상도가 같으므로 당연히 최소 유클리드 거리가 $2\sqrt{E_b}$ 로 같다. 또, 최소 유클리드 거리가 같기 때문에 이후에 배율 가산성 가우시안 잡음 채널에서 BER이 같다.



9.3 ASK

9.3 ASK

$$s_0(t) = 0, \quad s_1(t) = A \cos 2\pi f_c t$$

- 신호공간 $\{c_1 \cos 2\pi f_c t \mid c_1 \text{은 실수}\}$
- 이 신호공간의 정규 직교 베이스

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos 2\pi f_c t$$

- 이진 변조이므로

$$E_s = E_b$$

$$T_s = T_b$$

9.3 ASK

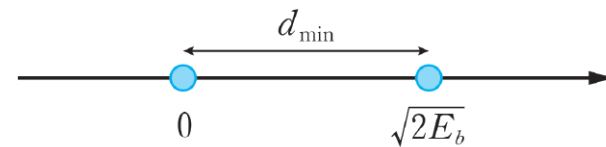
$$s_0(t) = 0 \cdot \phi(t)$$

$$s_1(t) = A \sqrt{\frac{T_b}{2}} \phi(t) \quad (9.4)$$



[그림 9-3] ASK의 신호 성상도

$$\begin{aligned} E_s &= \frac{1}{2} (\|\vec{s}_0\|^2 + \|\vec{s}_1\|^2) \\ &= \frac{1}{2} \left(0 + A^2 \frac{T_b}{2} \right) = \frac{A^2}{4} T_b \end{aligned} \quad (9.5)$$



[그림 9-4] E_b 를 이용한 ASK의 신호 성상도

9.3 ASK

예제 9-2

ASK를 사용하면서 BPSK와 같은 BER을 얻고 싶다. 비트 에너지를 몇 배 증가시켜야 하는가?

풀이

같은 BER을 얻기 위해서는 최소 유클리드 거리가 같아야 한다. ASK의 최소 유클리드 거리는 $\sqrt{2E_b}$ 이고, BPSK의 최소 유클리드 거리는 $2\sqrt{E_b}$ 이다. 따라서 ASK를 사용하면서 비트 에너지를 2배 증가시키면, 즉 3dB 증가시키면 BPSK와 같은 BER 성능을 얻을 수 있다.



9.4 BFSK

9.4 BFSK

$$s_0(t) = A \cos 2\pi f_0 t, \quad s_1(t) = A \cos 2\pi f_1 t$$

- **신호공간** $\{c_0 \cos 2\pi f_0 t + c_1 \cos 2\pi f_1 t \mid c_0, c_1 \text{은 실수}\}$
- **이 신호공간의 정규 직교 베이스**

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos 2\pi f_0 t, \quad \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos 2\pi f_1 t$$

- **이진 변조이므로**

$$E_s = E_b$$

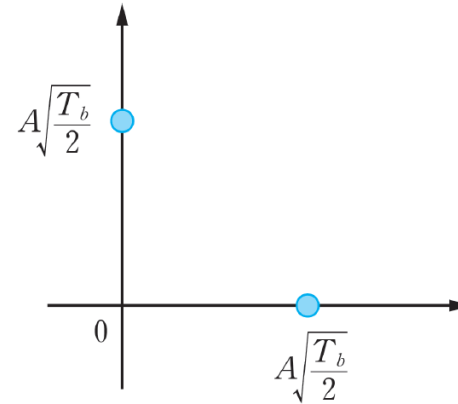
$$T_s = T_b$$

9.4 BFSK

$$s_0(t) = A \sqrt{\frac{T_b}{2}} \phi_1(t)$$

$$s_1(t) = A \sqrt{\frac{T_b}{2}} \phi_2(t)$$

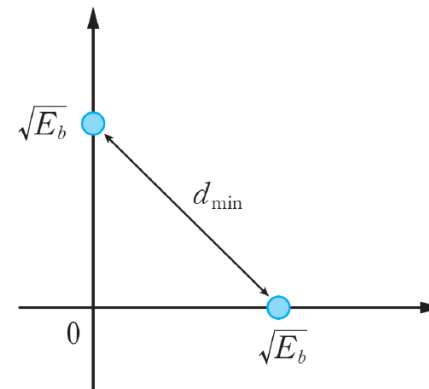
(9.6)



[그림 9-5] BFSK의 신호 성상도

$$\begin{aligned} E_s &= \frac{1}{2} (\|\vec{s}_0\|^2 + \|\vec{s}_1\|^2) \\ &= \frac{1}{2} \left(A^2 \frac{T_b}{2} + A^2 \frac{T_b}{2} \right) = \frac{A^2}{2} T_b \end{aligned}$$

(9.7)

[그림 9-6] E_b 를 이용한 BFSK의 신호 성상도



9.5 MPSK

9.5 MPSK

- **MPSK : M-ary phase shift keying**

$$\begin{aligned}
 s_m(t) &= \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi m}{M}\right) \\
 &= \sqrt{E_s} \cos \frac{2\pi m}{M} \cdot \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos 2\pi f_c t - \sqrt{E_s} \sin \frac{2\pi m}{M} \cdot \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin 2\pi f_c t
 \end{aligned}$$

(단, $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$) (9.9)

- **신호공간** $\{c_0 \cos 2\pi f_c t + c_1 \sin 2\pi f_c t \mid c_0, c_1 \text{은 실수}\}$
- **이 신호공간의 정규 직교 베이스**

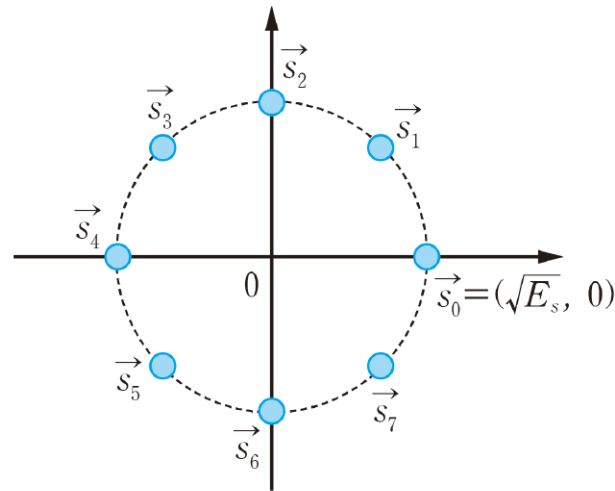
$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos 2\pi f_c t, \quad \phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin 2\pi f_c t$$

- **M진 변조이므로** $T_s = T_b \cdot \log_2 M$
 $E_s = E_b \cdot \log_2 M$ (9.8)

9.5 MPSK

$$s_m(t) = \sqrt{E_s} \cos \frac{2\pi m}{M} \cdot \phi_1(t) + \sqrt{E_s} \sin \frac{2\pi m}{M} \cdot \phi_2(t) \quad (9.10)$$

인페이즈 성분은 $\sqrt{E_s} \cos \frac{2\pi m}{M}$, 쿼드러처 성분은 $\sqrt{E_s} \sin \frac{2\pi m}{M}$



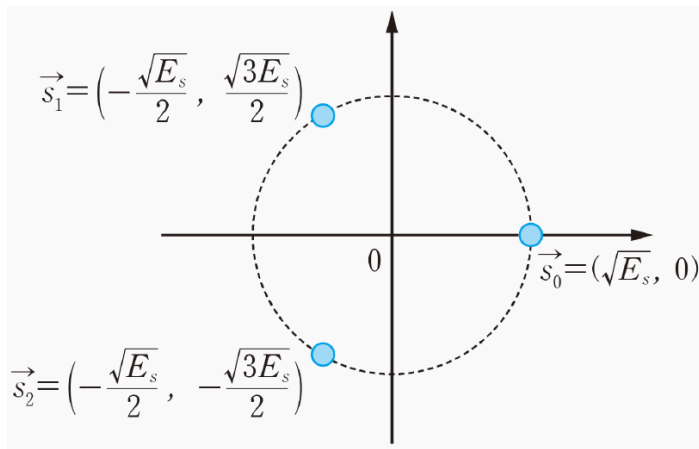
[그림 9-7] 8-PSK의 신호 성상도

9.5 MPSK

예제 9-3

3-PSK의 신호 성상도를 그리고, 최소 유클리드 거리 d_{\min} 을 구하시오. 그리고 비트 에너지 E_b 를 심볼 에너지 E_s 의 함수로 구하시오.

풀이



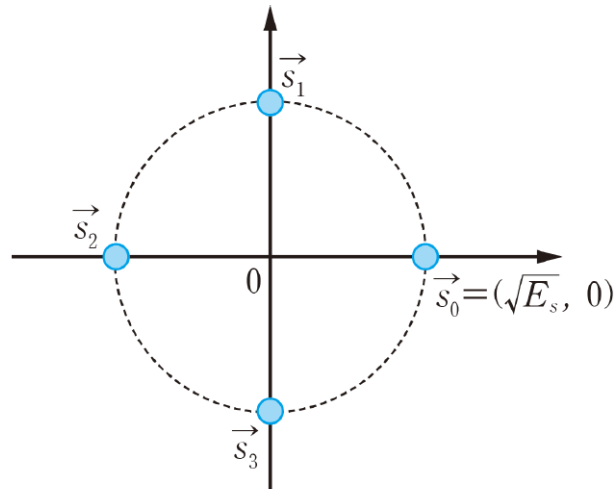
[그림 9-8] 3-PSK의 신호 성상도

최소 유클리드 거리는 $\sqrt{3E_s}$

$$E_s = E_b \cdot \log_2 3$$

9.5 MPSK

- QPSK : Quadrature phase shift keying



[그림 9-9] QPSK의 신호 성상도

- MPSK의 최소 유클리드 거리 = $2\sqrt{E_s} \sin \frac{\pi}{M}$



9.6 QAM

9.6 QAM

QAM: quadrature amplitude modulation

$$s_m(t) = I_m \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos 2\pi f_c t - Q_m \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin 2\pi f_c t$$

- **신호공간** $\{c_0 \cos 2\pi f_c t + c_1 \sin 2\pi f_c t \mid c_0, c_1 \text{은 실수}\}$
- **이 신호공간의 정규 직교 베이스**

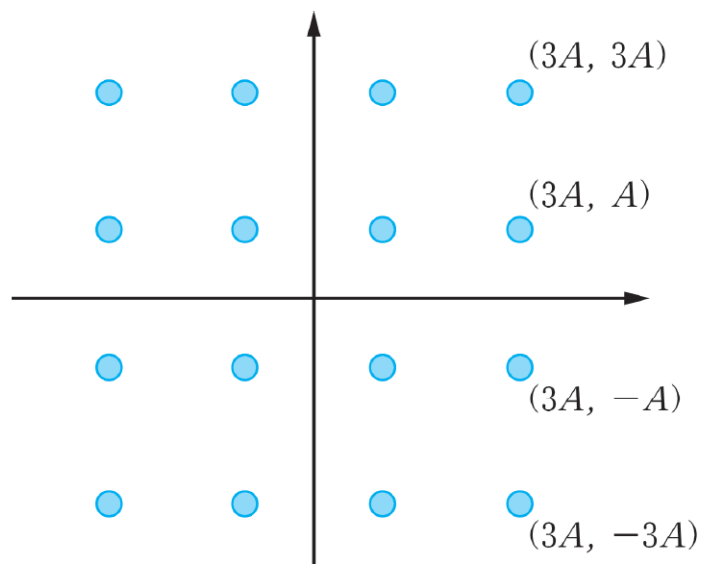
$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos 2\pi f_c t, \quad \phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin 2\pi f_c t$$

- **M 진 변조이므로**

$$T_s = T_b \cdot \log_2 M$$

$$E_s = E_b \cdot \log_2 M$$

9.6 QAM



[그림 9-11] 16-QAM의 신호 성상도

$$E_s = \frac{1}{16} \{ 4(A^2 + A^2) + 8(9A^2 + A^2) + 4(9A^2 + 9A^2) \} = 10A^2 \quad (9.13)$$



9.7 DPSK

9.7 DPSK

- 8-DPSK의 경우 전송되는 심볼

$$x[k] = (x[k-1] + s[k]) \bmod 8, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (9.16)$$

- 수신심볼이 $y[k]$ 일 때 복조된 심볼

$$\hat{s}[k] = (y[k] - y[k-1]) \bmod 8 \quad (9.18)$$

[표 9-1] 8-DPSK의 예 (mod8 정수로 해석)

보내려는 데이터 심볼 $s[k]$		2	3	5	7	0
실제로 전송된 심볼 $x[k]$	기준 0	$0+2=2$	$2+3=5$	$5+5=10$ $\bmod 8 = 2$	$2+7=9$ $\bmod 8 = 1$	$1+0=1$
수신된 심볼 $y[k]$	2	4	7	4	3	3
복조된 심볼 $\hat{s}[k]$		$4-2=2$	$7-4=3$	$4-7=-3$ $\bmod 8 = 5$	$3-4=-1$ $\bmod 8 = 7$	$3-3=0$

9.7 DPSK

[표 9-2] 8-DPSK의 예 (위상으로 해석)

보내려는 데이터 위상 $\phi_s[k]$		$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	0
실제로 전송된 위상 $\phi_x[k]$	기준 0	$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$
수신된 위상 $\phi_y[k]$	$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$
복조된 위상 $\hat{\phi}_s[k]$		$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	0

★ 핵심 포인트 ★

- DPSK : 비동기식 복조를 사용하는 변조 방식
- 수신단에서 현재 받은 신호의 위상에서 이전 신호의 위상을 빼는 것으로 복조한다.



Q & A

수고하셨습니다.