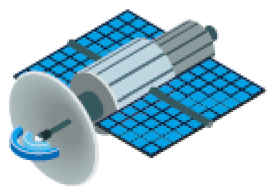
강의교안 이용 안내

- 본 강의교안의 저작권은 **김영길**과 **한빛아카데미㈜**에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(倂科)할 수도 있습니다.



기초
통신이론
디지털 통신 중심으로

CHAPTER 01

신호 및 시스템의 기초

한빛아카데미
Hanbit Academy, Inc.

Contents

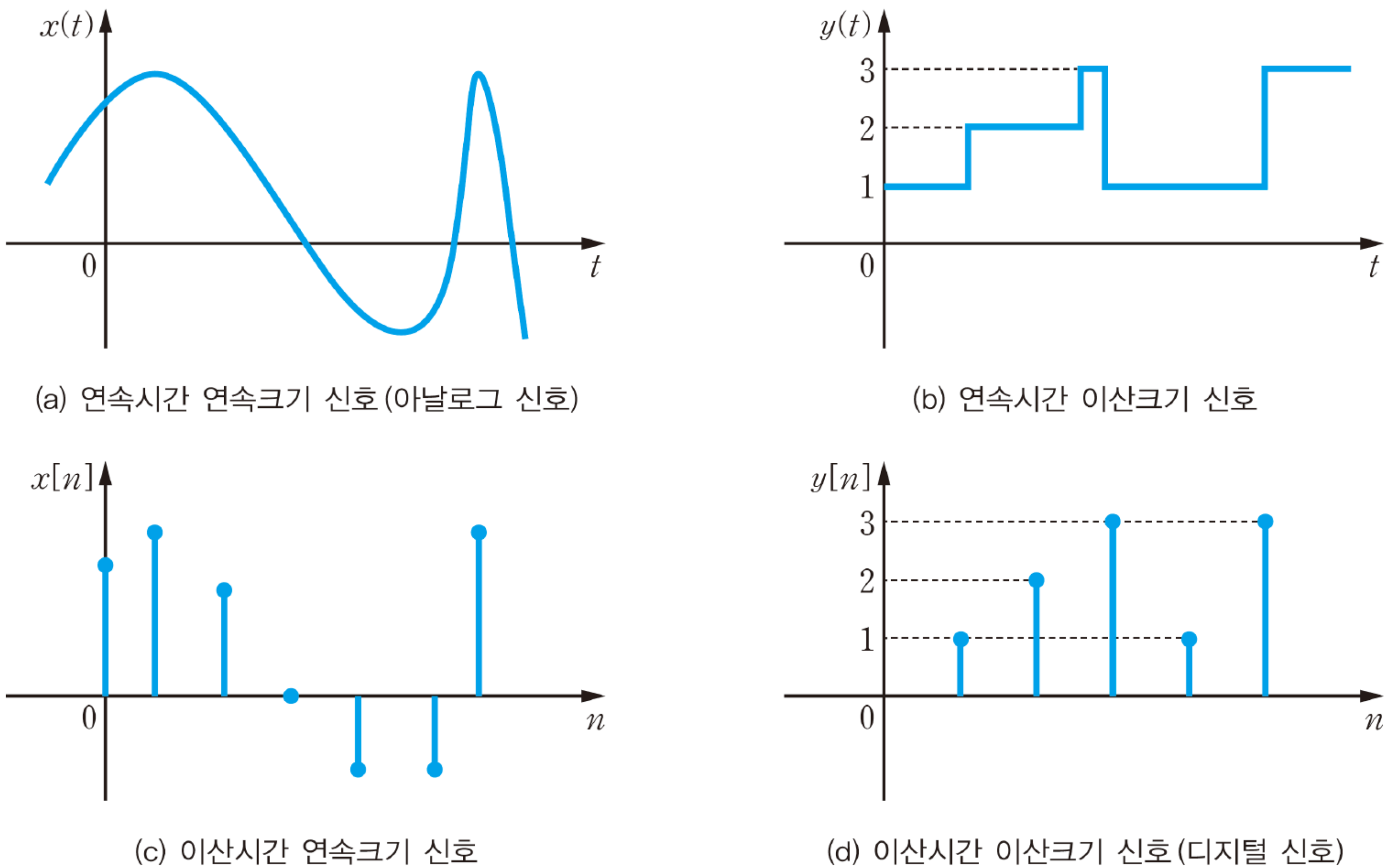
1.1 신호의 구분

신호의 구분

- **시간에 따른 구분**
  - 연속시간 신호
  - 이산시간 신호
- **크기에 따른 구분**
  - 연속크기 신호
  - 이산크기 신호
- **아날로그 신호**analog signal **:** 연속시간 신호이며 동시에 연속크기 신호
- **디지털 신호**digital signal **:** 이산시간 신호이며 동시에 이산크기 신호

연속시간 연속크기 신호(아날로그 신호) ➡ 샘플링 ➡ **이산시간 연속크기 신호** ⬇ 양자화 ⬇ **이산시간 이산크기 신호(디지털 신호)**

신호의 구분



(a) 연속시간 연속크기 신호 (아날로그 신호)

(b) 연속시간 이산크기 신호

(c) 이산시간 연속크기 신호

(d) 이산시간 이산크기 신호 (디지털 신호)

[그림 1-1] 신호의 구분

신호의 구분

예제 1-1

다음 신호들을 시간 영역, 크기 영역에서 각각 연속적인지 이산적인지 구분하시오.

(a) $\cos t$

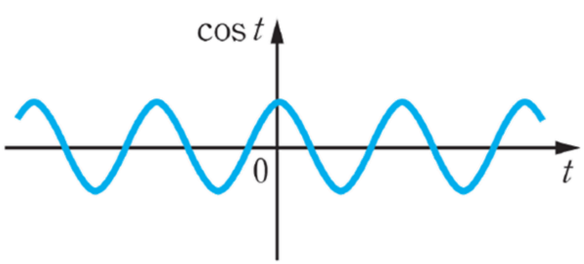
(b) 0 또는 5 V 값을 갖는 클록clock 신호

(c) $\cos n$ (단, n은 정수)

(d) 매 시간에 따라 관찰한 어떤 교실 안의 학생 수

풀이

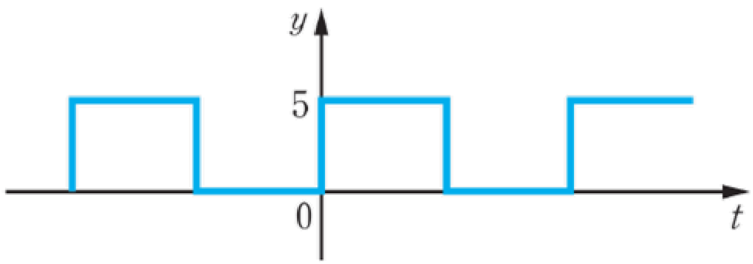
(a) 모든 t에 대해 $\cos t$ 값이 존재하므로 연속시간 신호이다. $\cos t$는 -1과 1 사이의 연속적인 모든 값을 가질 수 있으므로 연속크기 신호이다. 따라서 아날로그 신호이다.



[그림 1-2] $\cos t$ 의 그래프

신호의 구분

(b) 모든 t에 대해 값이 존재하므로 연속시간 신호이다. 0과 5의 값만을 가질 수 있으므로 이산크기 신호이다.



[그림 1-3] 0 또는 5V 값을 갖는 클록 신호

(c) 이산시간 연속크기 신호이다.

(d) 이산시간 이산크기 신호이다. 따라서 디지털 신호이다.

신호의 구분

- **명확성에 따른 구분**
  - 결정적 신호
  - 불규칙 신호

예제 1-2

다음 신호들을 결정적 신호 또는 불규칙 신호로 구분하시오.

(a) $\cos t$

(b) $\cos n$ (단, n은 정수)

(c) 매 시간에 따라 관찰한 어떤 교실 안의 학생 수

풀이

(a) t에 따라 값이 정해져 있는 결정적 신호이다.

(b) n에 따라 값이 정해져 있는 결정적 신호이다.

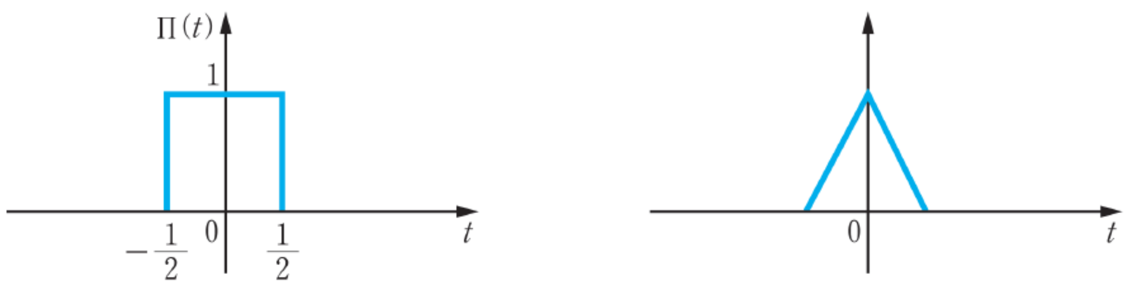
(c) 교실 안의 학생 수가 어떻게 될지 정확히 알 수는 없다. 따라서 불규칙 신호이다.

신호의 구분

- **평균 전력(P)과 에너지(E)에 따른 구분**
  - 전력 신호
  - 에너지 신호

(a) cos t (b) 클록 신호

[그림 1-4] 전력 신호의 예



(a) 정사각형 펄스 $\Pi(t)$ (b) 삼각 펄스

[그림 1-5] 에너지 신호의 예

신호의 구분

- $x(t)$: 1Ω 저항에 걸린 전압
  - $x(t)$의 순간 전력

$$\text{순간 전력} = \text{전압} \times \text{전류} = x(t) \times \frac{x(t)}{1} = x^2(t)$$

  - 실수 신호 $x(t)$의 에너지 E

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt \qquad (1.1)$$

$$0 < E < \infty$$

  - 평균 전력 P

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x^2(t)\,dt \qquad (1.2)$$

$$0 < P < \infty$$

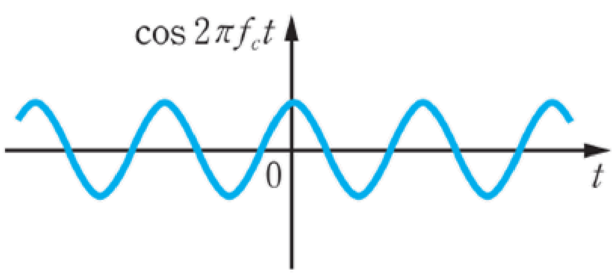
신호의 구분

예제 1-3

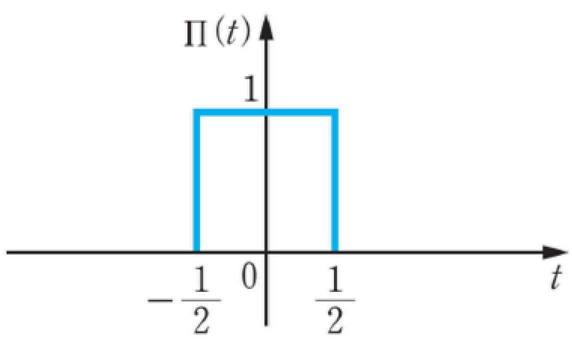
다음 신호들의 평균 전력과 에너지를 구하고, 전력 신호인지 에너지 신호인지 판별하시오.

(a) [그림 1−6(a)]의 신호 $\cos 2\pi f_c t$

(b) [그림 1−6(b)]의 정사각형 펄스 $\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \dfrac{1}{2} \\ 0, & \text{나머지 구간} \end{cases}$



(a)



(b)

[그림 1−6]

신호의 구분

풀이

(a) $\cos 2\pi f_c t$의 순간 전력은 $\cos^2 2\pi f_c t$이다. 평균 전력은 순간 전력의 평균이므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{평균 전력 } P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}(\text{순간 전력})\,dt = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\cos^2 2\pi f_c t\,dt$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\frac{1+\cos 4\pi f_c t}{2}\,dt = \frac{1}{2}$$

따라서 $\cos 2\pi f_c t$의 평균 전력은 $\frac{1}{2}$이다. 그러므로 $\cos 2\pi f_c t$는 전력 신호이다.

에너지는 순간 전력을 $-\infty$부터 ∞까지 적분한 것이다. 따라서 $\cos 2\pi f_c t$의 에너지는 다음과 같다.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty}(\text{순간 전력})\,dt = \int_{-\infty}^{\infty}\cos^2 2\pi f_c t\,dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1+\cos 4\pi f_c t}{2}\,dt = \infty$$

신호의 구분

(b) $\Pi(t)$의 순간 전력은 $\Pi^2(t)$이다. 평균 전력 P는 순간 전력의 평균이므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} (\text{순간 전력})\, dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \Pi^2(t)\, dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} = 0$$

따라서 $\Pi(t)$의 평균 전력은 0이다.

에너지는 순간 전력을 $-\infty$부터 ∞까지 적분한 것이다. 따라서 $\Pi(t)$의 에너지는 다음과 같다.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi^2(t)\, dt = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dt = 1$$

따라서 $\Pi(t)$의 에너지는 1이다. 그러므로 $\Pi(t)$는 에너지 신호이다. 일반적으로 에너지 신호의 평균 전력은 0이 된다.

신호의 구분

★ 핵심 포인트 ★

- **신호의 구분** : (시간 영역에서) 연속시간 신호, 이산시간 신호
  (크기 영역에서) 연속크기 신호, 이산크기 신호
- **아날로그 신호** : 연속시간 연속크기 신호
- **디지털 신호** : 이산시간 이산크기 신호
- **신호의 구분** : 평균 전력이 유한하면 전력 신호
  에너지가 유한하면 에너지 신호

1.2 푸리에 변환

푸리에 변환과 푸리에 역변환

- **정의**
  - $x(t)$의 푸리에 변환 (또는 $x(t)$의 스펙트럼)

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \qquad (1.3)$$

  - $X(f)$의 푸리에 역변환

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \qquad (1.4)$$

$$F\{x(t)\} = X(f) \ \text{또는}\ x(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X(f)$$

$X(f)$의 성질

- $X(f) = |X(f)|e^{j\measuredangle X(f)}$
- $x(t)$가 실수 신호이더라도 $X(f)$는 복소수 신호가 된다.
  - $x(t)$의 크기 스펙트럼: $|X(f)|$
  - $x(t)$의 위상 스펙트럼: $\measuredangle X(f)$
- $x(t)$가 실수 신호일 때 $X(f)$는 대칭성을 갖는다.
  - $|X(f)| = |X(-f)|$
  - $\measuredangle X(f) = -\measuredangle X(-f)$

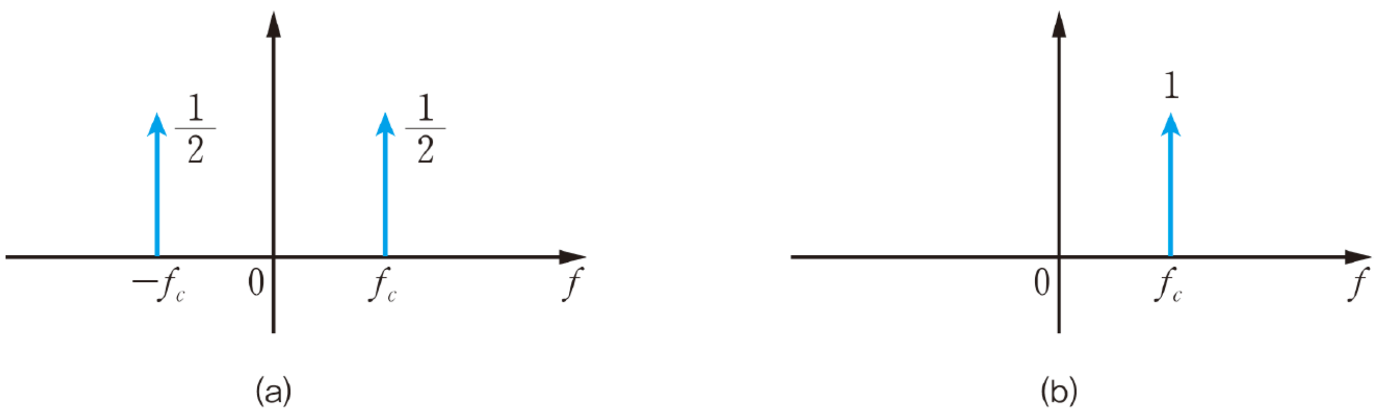
여러가지 신호에 대한 푸리에 변환

[표 1-1] 여러 가지 신호에 대한 푸리에 변환

시간 영역	주파수 영역
$\delta(t)$	1
1	$\delta(f)$
$e^{j2\pi f_c t}$	$\delta(f-f_c)$
$\cos 2\pi f_c t$	$\frac{1}{2}\delta(f-f_c)+\frac{1}{2}\delta(f+f_c)$
$\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)$	$\tau \operatorname{sinc}(\tau f)$
$\sum_{i=-\infty}^{\infty}\delta(t-iT)$	$\frac{1}{T}\sum_{i=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-i\frac{1}{T}\right)$

양측파대 스펙트럼, 단측파대 스펙트럼

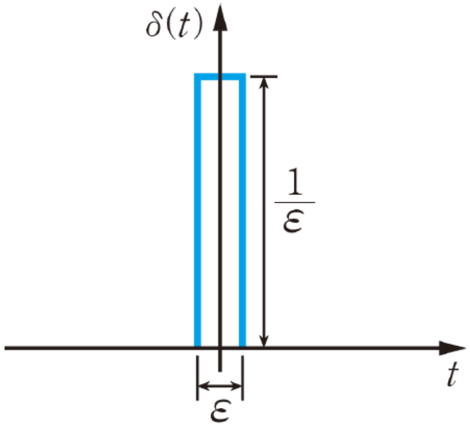
- $F\{\cos 2\pi f_c t\} = \frac{1}{2}\{\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)\}$



[그림 1-7] (a) $\cos 2\pi f_c t$의 양측파대 스펙트럼, (b) $\cos 2\pi f_c t$의 단측파대 스펙트럼

1.2.1 디랙의 델타 함수

- ε → 0 일 때 델타함수로 수렴함



[그림 1-8] 면적이 1인 직사각형 펄스

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt = 1 \qquad (1.7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0) \qquad (1.8)$$

$$F\{\delta(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)e^{-j2\pi ft}dt = e^{-j2\pi f0} = 1 \qquad (1.9)$$

1.2.1 디랙의 델타 함수

예제 1-4

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} f(2t)\ \delta(t-3)\,dt$의 값을 구하시오.

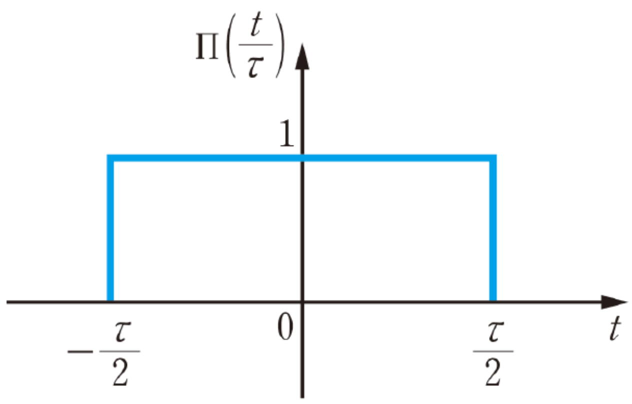
풀이

식 (1.8)에서 $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)\,dt = x(t_0)$이다. $t_0 = 3$을 대입하면 답을 구할 수 있다.

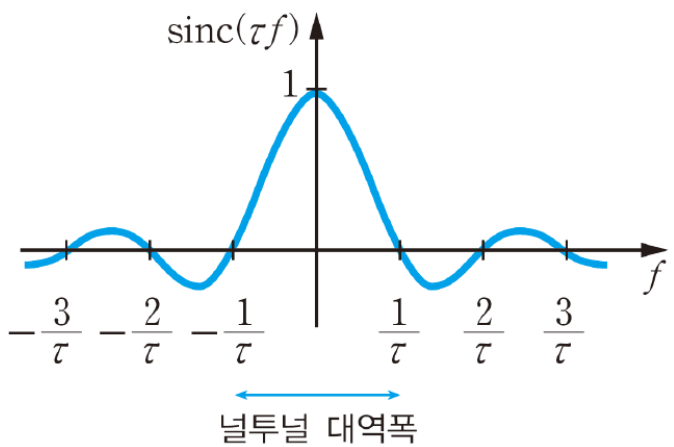
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} f(2t)\ \delta(t-3)\,dt = \frac{1}{2} f(6)$$

1.2.2 쌍대성

❶ 시간 영역에서 폭이 넓어지면 주파수 영역에서의 폭은 좁아진다. 주파수 영역에서 폭이 넓어지면 시간 영역에서의 폭은 좁아진다.



[그림 1-9] 폭이 τ인 직사각형 펄스 $\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)$

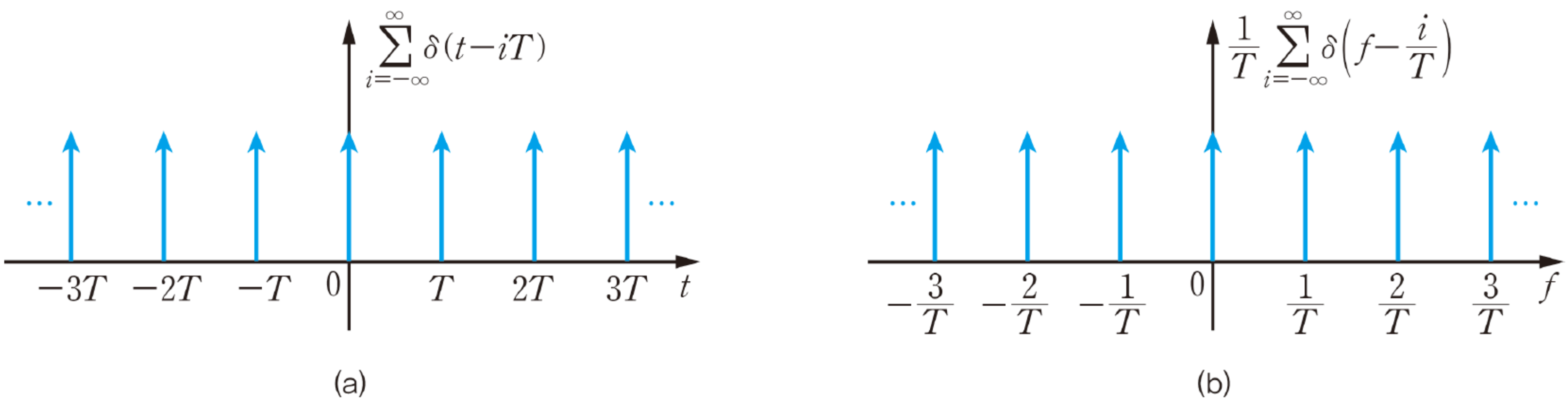


[그림 1-10] $\mathrm{sinc}(\tau f)$

$$\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) \xleftrightarrow{F} \tau\,\mathrm{sinc}(\tau f)$$

1.2.2 쌍대성

❷ 시간 영역에서 이산적이면 주파수 영역에서 주기적이다. 주파수 영역에서 이산적이면 시간 영역에서 주기적이다.



[그림 1-11] (a) $\sum_{i=-\infty}^{\infty}\delta(t-iT)$, (b) $\frac{1}{T}\sum_{i=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{i}{T}\right)$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty}\delta(t-iT) \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{T}\sum_{i=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{i}{T}\right)$$

1.2.3 선형성

- **선형시스템 H**

$$H\{ax_1(t)+bx_2(t)\}=aH\{x_1(t)\}+bH\{x_2(t)\} \tag{1.10}$$

- **선형성 : 중첩의 원리**

1) 가산성

$$H\{x_1(t)+x_2(t)\}=H\{x_1(t)\}+H\{x_2(t)\} \tag{1.11}$$

2) 비례성

$$H\{ax_1(t)\}=aH\{x_1(t)\} \tag{1.12}$$

푸리에 변환은 선형성을 만족한다.

$$F\{ax_1(t)+bx_2(t)\}=aX_1(f)+bX_2(f) \tag{1.13}$$

1.2.4 컨볼루션 정리

- $x_1(t)$와 $x_2(t)$의 컨볼루션

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_2(t-\tau) d\tau \qquad (1.14)$$

- 시간영역에서 컨볼루션은 주파수 영역에서 곱하기

$$x_1(t) * x_2(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X_1(f) X_2(f)$$

- 시간영역에서 곱하기는 주파수 영역에서 컨볼루션

$$x_1(t) x_2(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X_1(f) * X_2(f)$$

1.2.4 컨볼루션 정리

예제 1-5

다음 컨볼루션을 구하시오.

(a) $x(t) * \delta(t)$

(b) $x(t) * \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t-iT)$

풀이

(a) $x(t) * \delta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = x(t)$

(b)
$$x(t) * \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t-iT) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t-\tau-iT)d\tau$$
$$= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau-iT)d\tau$$
$$= \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(t-iT)$$

1.2.4 컨볼루션 정리

예제 1-6

다음 신호의 스펙트럼을 구하시오.

(a) $x(t) * \delta(t)$

(b) $x(t) * \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT)$

풀이

(a) 컨볼루션한 것의 스펙트럼은 각각의 스펙트럼의 곱이므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F\{x(t) * \delta(t)\} = X(f) \cdot 1 = X(f)$$

(b) $$F\left\{x(t) * \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT)\right\} = X(f) \cdot \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{i}{T}\right)$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} X\left(\frac{i}{T}\right) \delta\left(f - \frac{i}{T}\right)$$

1.2.5 시간 이동 정리와 주파수 이동 정리

- 시간 영역에서 t_0 이동

$$x(t-t_0) \overset{F}{\longleftrightarrow} X(f)e^{-j2\pi t_0 f} \quad (1.15)$$

- 주파수 영역에서 f_c 이동

$$x(t)e^{j2\pi f_c t} \overset{F}{\longleftrightarrow} X(f-f_c) \quad (1.16)$$

- 시간영역에서 $\cos 2\pi f_c t$ 곱하기

$$\cos 2\pi f_c t = \frac{e^{j2\pi f_c t} + e^{-j2\pi f_c t}}{2}$$ 이므로

$$x(t)\cos 2\pi f_c t \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{X(f-f_c)+X(f+f_c)}{2} \quad (1.17)$$

1.2.6 미분 정리

- 시간영역에서 미분은 주파수 영역에서 $j2\pi f$ 곱하기

$$\frac{d}{dt}x(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} j2\pi f X(f) \qquad (1.18)$$

1.2.7 파스발의 정리

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \tag{1.19}$$

- **시간영역에서 계산한 에너지 = 주파수 영역에서 계산한 에너지**

1.2.8 에너지 밀도 함수

- **에너지 밀도 함수** $G(f)$

$$G(f) = |X(f)|^2 \qquad (1.20)$$

- $x(t)$가 실수 신호일 때 주파수 $[f_1, f_2]$구간의 에너지

$$2\int_{f_1}^{f_2} G(f)df \qquad (1.22)$$

- 에너지 밀도 함수를 적분하면 에너지

  (확률밀도함수를 적분하면 확률)

★ 핵심 포인트 ★

- 푸리에 변환의 쌍대성

시간 영역	주파수 영역
넓어짐	좁아짐
좁아짐	넓어짐
이산적	주기적
주기적	이산적

- 푸리에 변환에서 선형성과 컨볼루션 정리

시간 영역	주파수 영역
덧셈	덧셈
상수배	상수배
곱셈	컨볼루션
컨볼루션	곱셈

- $x(t)\cos 2\pi f_c t \overset{F}{\longleftrightarrow} \dfrac{X(f-f_c)+X(f+f_c)}{2}$
- **파스발의 정리** : $x(t)$의 에너지를 시간 영역에서 계산한 것과 주파수 영역에서 계산한 것은 같다.

1.3 푸리에 급수

1.3 푸리에 급수

- $\boldsymbol{X(t)}$**가 주기** $\boldsymbol{T}$ **인 주기함수일 때**

$$X_n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)e^{-j2\pi n f_0 t}dt \qquad (1.23)$$

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{j2\pi n f_0 t} \qquad (1.24)$$

$$x(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X_n \qquad (1.25)$$

- **푸리에 급수의 성질**

$$ax(t) + by(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} aX_n + bY_n$$

$$x(t) * y(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X_n Y_n$$

$$\frac{1}{T_0}\int_{t_0}^{t_0+T_0} |x(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |X_n|^2$$

1.3 푸리에 급수

예제 1-7

주기가 T인 임펄스 트레인 $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$의 푸리에 급수 X_n을 구하시오.

풀이

임펄스 트레인 $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$는 $\delta(t)$가 T마다 반복되는 형태를 갖는다. 푸리에 급수는 주기 함수 $x(t)$에 $\frac{1}{T}e^{-j2\pi nf_0 t}$을 곱한 후 한 주기 동안 적분한 값이다. 한 주기를 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$로 잡아주면, 푸리에 급수 X_n은 다음과 같다.

$$X_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t)e^{-j2\pi nf_0 t}dt=\frac{1}{T}, \qquad n=\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots$$

1.4 선형 시불변 시스템

1.4 선형 시불변 시스템 (Linear Time Invariant System)

- **선형 시스템 *H***

$$H\{ax_1(t)+bx_2(t)\}=aH\{x_1(t)\}+bH\{x_2(t)\}$$

- **시불변 시스템 *H***

$y(t)=H\{x(t)\}$ 이면 $y(t-t_0)=H\{x(t-t_0)\}$ (1.26)

1.4.1 임펄스 응답 : $h(t)=H\{\delta(t)\}$

1.4.1 임펄스 응답

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \qquad (1.27)$$

- **입력신호가 $x(t)$ 일때 LTI 시스템 H의 출력신호**

$$y(t) = H\left\{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau\right\} \qquad (1.28a)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} H\{x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau\} \qquad (1.28b)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)H\{\delta(t-\tau)\}d\tau \qquad (1.28c)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \qquad (1.28d)$$

1.4.1 임펄스 응답

- **입력신호가 $x(t)$ 일때 연속시간 LTI 시스템 H의 출력신호**

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

- **입력신호가 $x[\mathrm{n}]$ 일때 이산시간 LTI 시스템 H의 출력신호**

$$\begin{aligned} y[n] &= x[n] * h[n] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \end{aligned} \qquad (1.29)$$

단, $\boldsymbol{h[n]} = \boldsymbol{H\{\delta[n]\}}$, $\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$

1.4.1 임펄스 응답

예제 1-9

LTI 시스템의 입력 신호가 $x(t)$이고 임펄스 응답 $h(t)$가 다음과 같을 때, 출력 신호 $y(t)$를 구하시오.

(a) $h(t)=\delta(t-3)$

(b) $h(t)=\delta(t-t_0)+\delta(t+t_0)$

풀이

LTI 시스템에서 출력 신호 $y(t)$는 입력 신호 $x(t)$와 임펄스 응답 $h(t)$와의 컨볼루션이다.

(a) $y(t)=x(t)*\delta(t-3)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)\delta(t-\tau-3)d\tau=x(t-3)$

(b) $y(t)=x(t)*\{\delta(t-t_0)+\delta(t+t_0)\}=x(t-t_0)+x(t+t_0)$

1.4.2 주파수 응답

- **주파수 응답 $H(f)$: 임펄스 응답의 푸리에 변환**

$$H(f) = F\{h(t)\}$$

- **시간영역에서 컨볼루션은 주파수 영역에서 곱이 되므로**

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$Y(f) = X(f)H(f)$$

1.4.2 주파수 응답

예제 1-10

입력 신호의 스펙트럼이 $X(f)$이고 LTI 시스템의 임펄스 응답이 $h(t)$일 때, 출력 신호의 스펙트럼 $Y(f)$를 구하시오.

(a) $h(t) = \dfrac{d\delta(t)}{dt}$ (b) $h(t) = e^{j2\pi f_c t}$

풀이

출력 신호 $y(t)$의 스펙트럼 $Y(f)$는 입력 신호의 스펙트럼 $X(f)$와 주파수 응답 $H(f)$의 곱이다.

(a) 주파수 응답 $H(f) = j2\pi f$이므로 $Y(f) = F\left\{\dfrac{d\delta(t)}{dt}\right\}X(f) = j2\pi f\, X(f)$이다.

(b) 주파수 응답 $H(f) = \delta(f - f_c)$이므로 $Y(f) = \delta(f - f_c)X(f) = \delta(f - f_c)X(f_c)$이다.

1.5 샘플링 정리

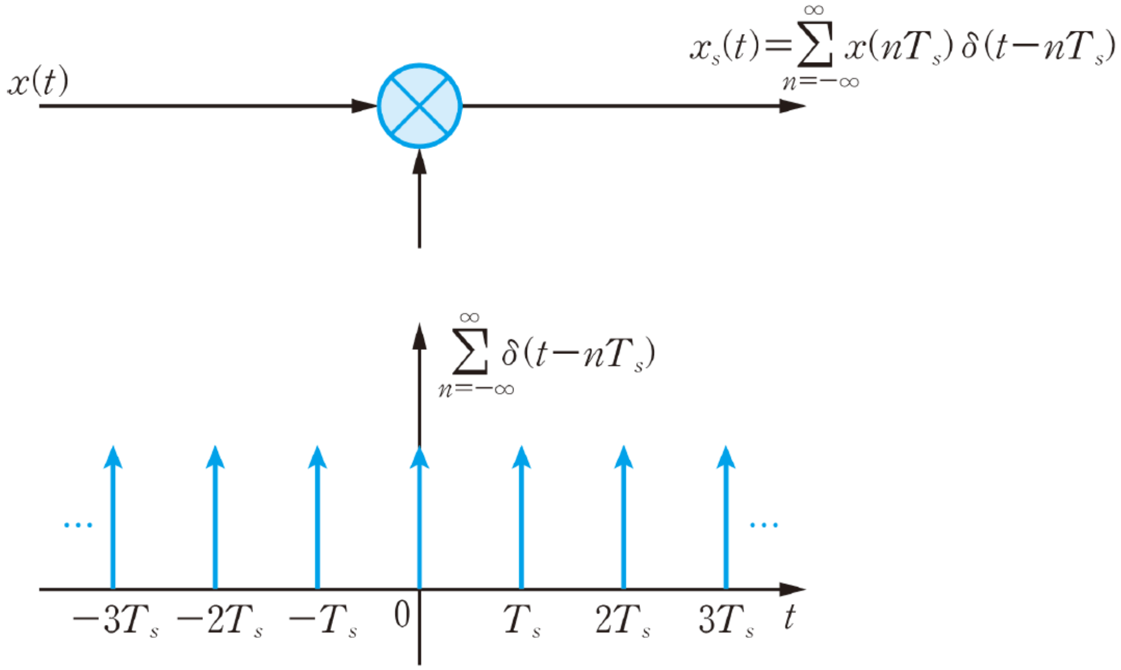
1.5 샘플링 정리

- **$x(t)$의 샘플링된 신호 $x[n]$으로 $x(t)$를 복원할 수 있는가?**

- **나이퀴스트의 샘플링 정리**
  - $\boldsymbol{x(t)}$가 대역폭이 $\boldsymbol{W}$로 제한된 신호이고
  - 샘플링 주파수가 $\mathbf{2}\boldsymbol{W}$ 이상이면
  - $x(t)$의 샘플링된 신호 $x[n]$ 으로 $x(t)$를 복원할 수 있다.

1.5 샘플링 정리

- **[그림 1-13] 샘플링과정**



[그림 1-13] 샘플링 과정

$$x_s(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)\delta(t - nT_s) \qquad (1.30)$$

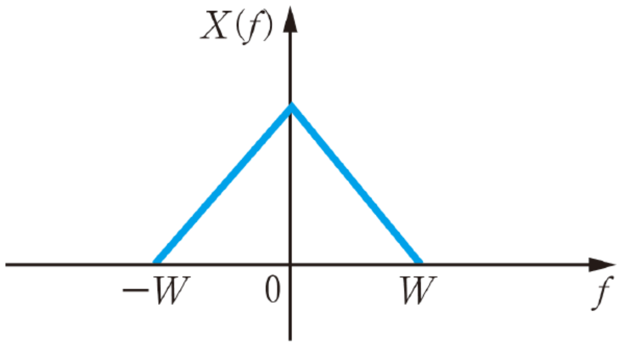
1.5 샘플링 정리

- **샘플링한 후의 신호 $x_s(t)$의 스펙트럼**

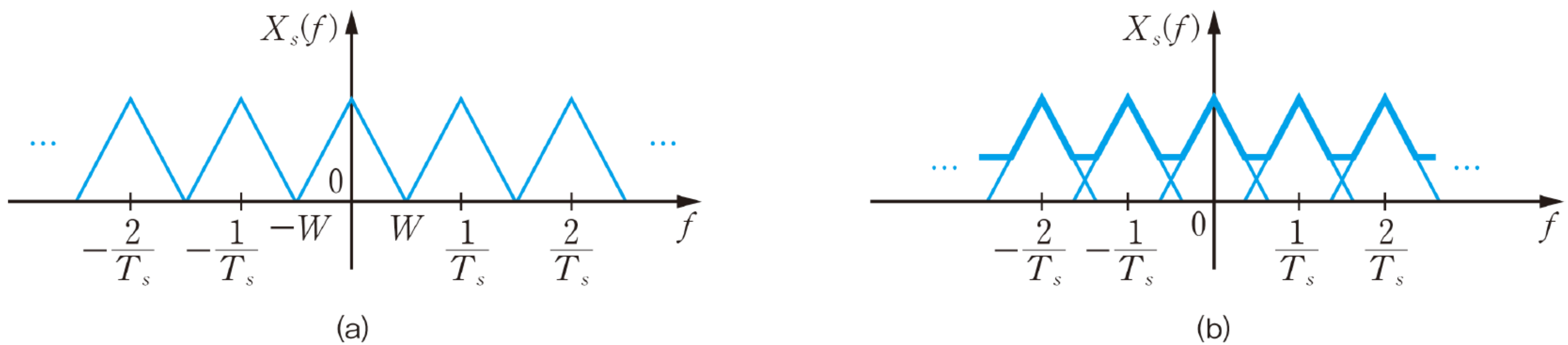
$$
\begin{aligned}
X_s(f) &= X(f) * \frac{1}{T_s} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{i}{T_s}\right) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} X(\tau) \frac{1}{T_s} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{i}{T_s} - \tau\right) d\tau \\
&= \frac{1}{T_s} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(\tau) \delta\left(f - \frac{i}{T_s} - \tau\right) d\tau && (1.31\text{a}) \\
&= \frac{1}{T_s} \sum_{i=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{i}{T_s}\right) && (1.31\text{b})
\end{aligned}
$$

1.5 샘플링 정리

- **대역폭이 W로 제한된 신호의 스펙트럼 $X(f)$**



[그림 1-12] 대역폭이 W로 제한된 신호의 스펙트럼



[그림 1-14] (a) $\frac{1}{T_s}=2W$일 때 $X_s(f)$, (b) $\frac{1}{T_s}<2W$일 때 $X_s(f)$

에일리어싱aliasing

1.5 샘플링 정리

예제 1-11

음성 신호의 경우 대역폭을 4kHz로 가정한다. 샘플링 주파수 f_s를 얼마 이상으로 해야 샘플링한 음성 샘플로부터 원래 음성 신호를 복원할 수 있는가?

풀이

나이퀴스트의 샘플링 정리로부터 샘플링 주파수는 원래 신호의 대역폭의 2배 이상이어야 하므로, 샘플링 주파수를 8kHz 이상으로 해야 원래 음성 신호를 복원할 수 있다.

$$f_s \geq 8\,\text{kHz}$$

1.6 이산 푸리에 변환

1.6 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform)

- **시간영역에서 이산적이고 주기적인 신호 $x[n]$의 DFT**

$$X[k] = \mathrm{DFT}\{x[n]\} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} \qquad (1.32)$$

$$x[n] = \mathrm{IDFT}\{X[k]\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{\frac{j2\pi kn}{N}} \qquad (1.33)$$

- **$N = 2^m$ 일때 DFT의 빠른 구현 방법: Fast Fourier Transform**

$$X[k] = \mathrm{FFT}\{x[n]\} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}, \quad N = 2^m$$

$$x[n] = \mathrm{IFFT}\{X[k]\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{\frac{j2\pi kn}{N}}, \quad N = 2^m$$

Q & A

수고하셨습니다.