第三章 栈和队列

内容提要：

栈和队列是两种特殊的线性表，即它们都是线性数据结构，其特殊性是表现在操作定义上：插入和删除操作只能在两端进行（不允许在线性表的中间插入和删除）。

- 栈(Stack)
  - 数据结构—线性关系
  - 操作—一端固定，只允许一端插入删除
  - 特性—“先进的后出，后进的先出”
- 队列(Queue)
  - 数据结构—线性关系
  - 操作—一端只允许插入，一端只允许删除
  - 特性——“先进的先出，后进的后出”

栈：

- 栈ADT的定义（特性）
  - 数据结构
  - 操作定义
- 栈ADT的实现
  - 基于顺序存储的实现
  - 基于链式存储的实现
- 栈ADT的应用——重点

队列：

- 队列ADT的定义（特性）
  - 数据结构
  - 操作定义
- 队列ADT的实现
  - 基于顺序存储的实现
  - 基于链式存储的实现
- 队列ADT的应用——重点

3.1 栈

3.1.1 栈ADT的定义

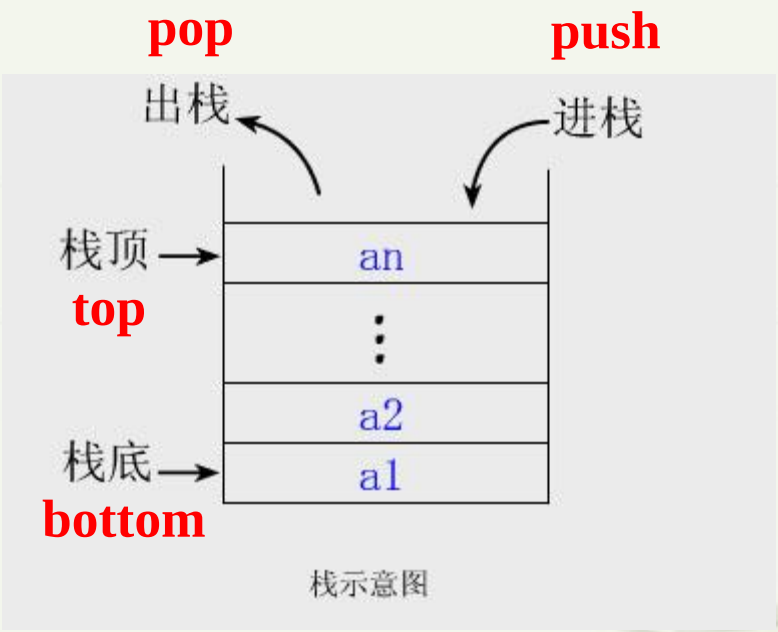
[栈 Stack] 一端固定，只允许在另一端插入和删除的线性表。

线性表的固定端—栈底

线性表的插入删除端—栈顶

线性表的插入操作—入栈
压入

线性表的删除操作—出栈
弹出



栈示意图

特性：线性表的元素符合“先进后出(FILO:First In Last Out)”
或“后进先出(LIFO-Last In First Out)”

3.1 栈

3.1.1 栈ADT的定义

栈ADT定义：

ADT Stack

data structure:

$D=\{a_i \mid a_i \in D_0 \quad i=1,2,\ldots\ldots \quad n>=0\}$

$R=\{<a_{i-1},a_i> \mid a_{i-1},a_i \in D_0 \quad i=2,3,4,\ldots\ldots\}$

D_0是某个数据对象

operations:

Initiate(S);

Push(S,x);

Pop(S);

GetTop(S,x);

IsEmpty(S);

IsFull(S)

Getsize(S);

END

3.1 栈

3.1.1 栈ADT的定义

栈ADT的
抽象类定义：

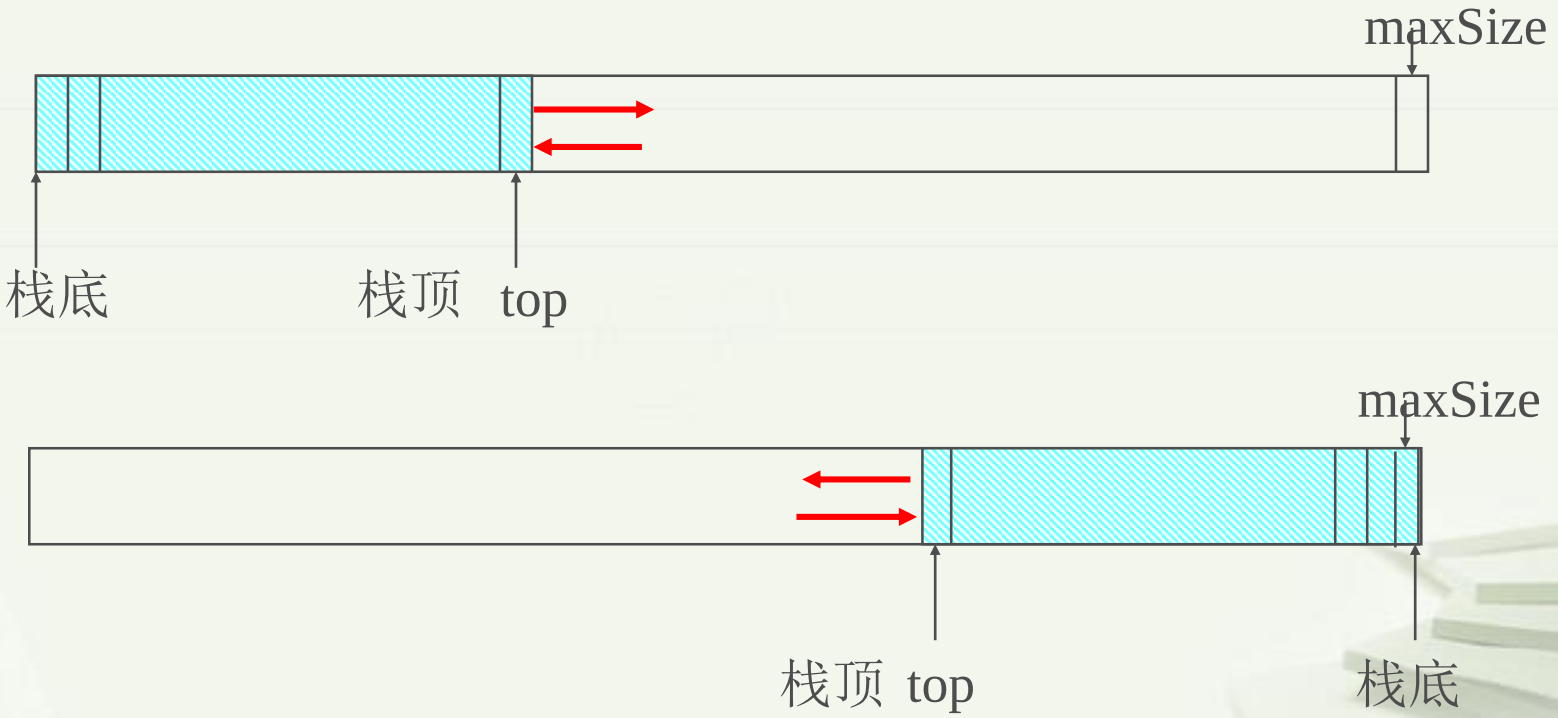
```
typedef 栈元素类型 ElemType;
class Stack
{ //栈的类定义
  public:
    Stack(){ };                          //构造函数
    ~Stack(){ };
    virtual void Push(ElemType x) ;      //进栈
    virtual bool Pop(ElemType & x);      //出栈
    virtual bool GetTop(ElemType & x);   //取栈顶
    virtual bool IsEmpty();              //判栈空
    virtual bool IsFull();               //判栈满
    virtual int GetSize( )   /栈大小
};
```

3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

1. 存储结构：同一般线性表的顺序存储结构基本一样



3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

1. 存储结构

特点：简单、方便，但易产生溢出。

- 上溢(Overflow): 栈已经满，又要压入元素；
- 下溢(Underflow)： 栈已经空，还要弹出元素；

存储结构的高级语言实现：

请同学们自己写出！

3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

2. C++类实现

顺序栈类的定义：

```
typedef 数据元素类型 ElemType;
class SeqStack
{ //顺序栈类定义
   private:
      ElemType *elements;          //数组存放栈元素
      int top;                     //栈顶指示器
      int maxSize;                 //栈最大容量
      void overflowProcess();      //栈的溢出处理
```

3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

```
    public:
        SeqStack(int sz);                          //构造函数
        ~SeqStack() { delete []elements; }         //析构函数
        void Push(ElemType &x);                    //进栈
        bool Pop(ElemType& x);                     //出栈
        bool GetTop(ElemType & x);                 //取栈顶内容
        bool IsEmpty() const { return top == -1; }
        bool IsFull() const { return top == maxSize-1; }
        int GetSize() const {return top+1;}
        void MakeEmpty(){top=-1;}
      friend ostream&operator<<(ostream&os,SeqStack &S)
};
```

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

成员函数的实现：

(1) 构造函数

```
SeqStack:: SeqStack（int sz）
{   elements=new ElemType[sz]; //申请连续空间
    assert(elements!=NULL);
    top=-1;       //栈顶指示器指向栈底
    maxSize=sz;     //栈的最大空间
}
```

时间复杂性： O(1)

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

(2) 栈溢出处理

```
void SeqStack::overflowProcess()
{//私有函数：当栈满则执行扩充栈存储空间处理
    ElemType *newArray = new ElemType [2*maxSize];
                                //创建更大的存储数组
    for (int i = 0; i <= top; i++)   //复制元素
        newArray[i] = elements[i];
    maxSize += maxSize;  //栈空间扩大
    delete [ ]elements;      //释放原来的连续空间
    elements = newArray;       //改变elements指针
};
```

时间复杂性： O(n)

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

(3) 入栈

```
void SeqStack::Push(ElemType  x)
{   //若栈满,则溢出处理，将元素x插入该栈栈顶
      if (IsFull() == true) overflowProcess( );        //栈满
      elements[++top] = x;       //栈顶指针先加1, 再元素进栈
};
```

时间复杂性： O(1)

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

(4) 出栈

```
bool SeqStack::Pop(ElemType & x)
{//若栈不空，函数退出栈顶元素并将栈顶元素的值赋给x,
 //返回true，否则返回false
     if (IsEmpty() == true) return false;
     x = elements[top--];          //先取元素，栈顶指针退1
     return true;                                  //退栈成功
};
```

时间复杂性： O(1)

其他顺序栈的操作请同学们自己写出!

3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

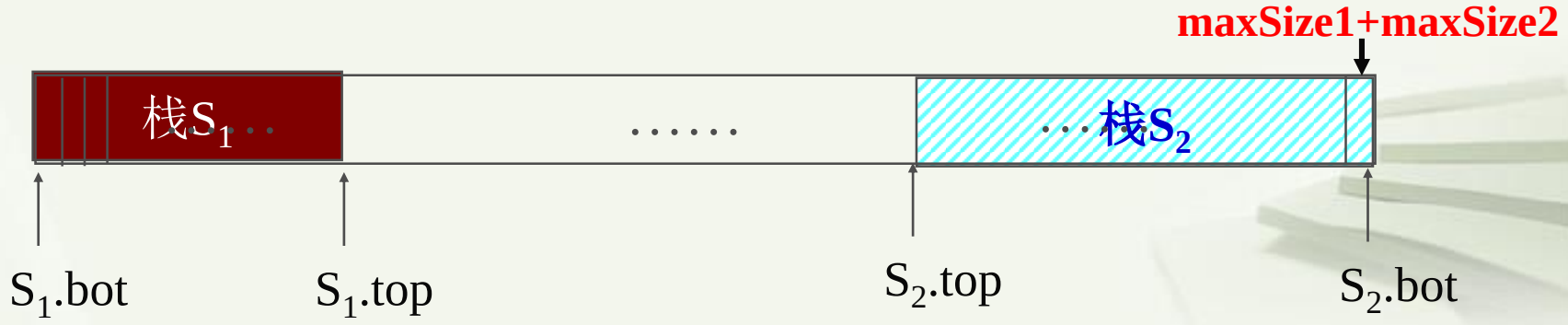
3. 栈的溢出处理

(1) 单个栈。策略：开辟更大的连续存储空间;

(2) 两个栈:

策略1：两个栈分别开辟更大的连续存储空间;

策略2：把两个栈的连续空间开辟在一起，共享空间;



3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

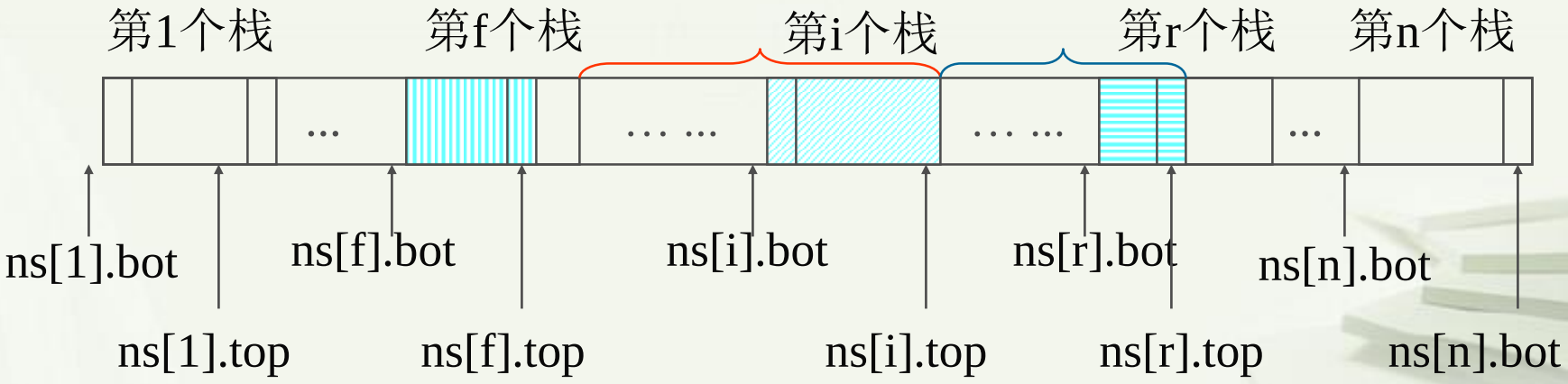
3.1.2.1 栈ADT的基于顺序存储的实现——顺序栈

3. 栈的溢出处理

(3) 多个栈:

策略1：每个栈分别开辟更大的连续存储空间;

策略2：所有栈开辟空间在一起,共享空间—浮动再分配



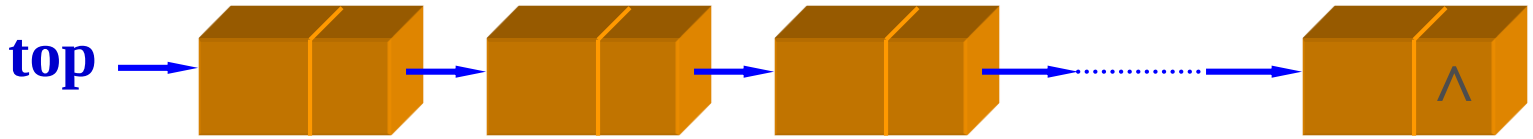
3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.2 栈ADT的基于链式存储的实现——单链栈

1. 存储结构：同一般线性表的单链式存储基本一样

那么链表的哪端应该作为栈顶？



3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.2 栈ADT的基于链式存储的实现——单链栈

1. 存储结构：

特点：栈空间易扩充，减少了溢出的可能。只有系统没有空间了，才会溢出；

存储结构的高级语言实现：

请同学们自己写出！

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.2 栈ADT的基于链式存储的实现——单链栈

2. C++类实现

链式栈类的定义：

```
typedef 数据元素类型 ElemType;
struct StackNode          //栈结点类定义
{   public:
        ElemType  data;              //栈结点数据
        StackNode *link;             //结点链指针
        StackNode(ElemType d = 0, StackNode *next =
NULL) : data(d), link(next) { }
       ~StackNode();
};
```

3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.2 栈ADT的基于链式存储的实现——单链栈

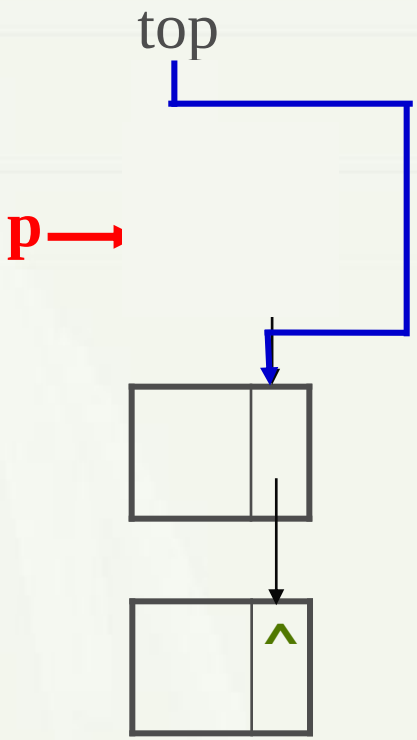
```
class LinkedStack      //链式栈类定义
{    private:
        StackNode *top;          //栈顶指针
     public:
        LinkedStack() : top(NULL) {}  //构造函数
        ~LinkedStack() { makeEmpty(); }    //析构函数
       void Push(DataType &x);        //进栈
       bool Pop(ElemType & x);        //出栈
       bool getTop(DataType & x) const;        //取栈顶 元素
       bool IsEmpty() const {  return (top == NULL)? true:false; }
       int getSize()const;
       void makeEmpty(); //清空栈的内容
      friend ostream& operator << (ostream& os, LinkedStack& s) ;
          //输出栈元素的重载操作 <<
};
```

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.2 栈ADT的基于链式存储的实现——单链栈

成员函数的实现：

（1）栈置空：同单链表置空




```
void LinkedStack::makeEmpty()
 {  //逐次删去链式栈中的元素直至栈顶指针为空。
    StackNode *p;
    while (top != NULL)
    {   //逐个结点释放
        p = top;
        top = top->link;
        delete p;   }
};
```

时间复杂性： O(n)

3.1 栈

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.2 栈ADT的基于链式存储的实现——单链栈

（2）入栈：比单链表的插入更简单，为什么？

```
void LinkedStack::Push(ElemType &x)
{   //将元素值x插入到链式栈的栈顶,即链头。
    top = new StackNode(x, top);      //创建新结点
    assert (top != NULL);      //创建失败退出
};
```

时间复杂性：O(1)

```
p=(StackNode *)malloc(sizeof(StackNode));
if(p==NULL) { cout<<“空间分配错误”;exit(1); }
else { p->data=x;
       p->link=top;
       top=p; }
```

3.1.2 栈ADT的实现

3.1.2.2 栈ADT的基于链式存储的实现——单链栈

（3）出栈：比单链表的删除更简单，为什么？

```
bool LinkedStack::Pop(ElemType & x)
{  //删除栈顶结点, 返回被删栈顶元素的值。
    if (IsEmpty() == true) return false;        //栈空返回
    StackNode *p = top;          //记录退栈结点
    top = top->link;             //退栈
    x = p->data;                 //返回退栈元素
    delete p;                    //释放结点
    return true;
};
```

时间复杂性： O(1)

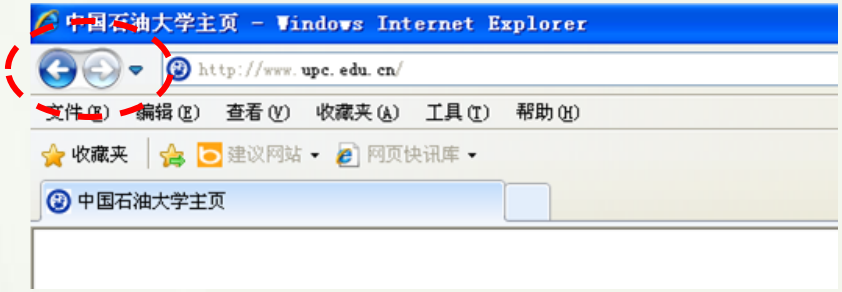
其他链栈的操作请同学们自己写出!

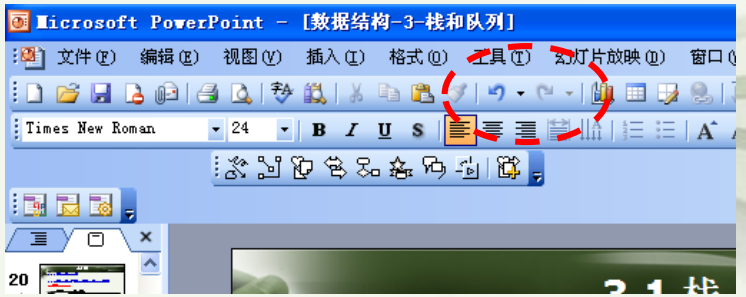
3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈数据结构由于其具有“先进后出”的特性，是一种应用非常广泛的数据结构，在人或计算机求解现实问题过程中，你可能会没意识到，但是确实使用了它！

- 你的信件管理
- 你做家务洗盘子
- 迷失了回家的路？
- 你经常用浏览器和各种编辑软件，里面有栈应用，在哪里？





3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

由于栈的“后进先出”特性，在很多实际问题中都利用栈做一个辅助的数据结构来进行求解。

栈应用举例之一： 进制转换

问题描述：将一个非负的十进制整数N转换为另一个等价的基为B的B进制数。

算法基本思想：“除留余法”

关键：最先得到的余数是转化结果的最低位，最后得到的余数是转化结果的最高位 。

如何解决：利用栈（当然也有其他方法）

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之一： 进制转换

确定数据元素类型 ElemType
用栈ADT说明一个栈 S

```
重复:
    x=N % B; // 得到一位
    S.Push(x);   //入栈
    N=N/B;   //得到商
直到 N为0
```

```
重复:
    S.Pop(x);   //出栈
    输出x;
直到S.IsEmpty()为真
```

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之二：平衡符号

问题描述：在语言中往往需要判断一些符号是否是成对出现的，比如<>,{},[],()等等，通常在C++中也只有这几种符号的对称问题。那么，如何让计算机自动判断符号是否对称？

算法基本思想：读符号，判断是对称符号，如果是“左”出现则记录下来，如果是“右”出现则匹配，看看最终是否都匹配上。

关键：“后出现的先匹配”——栈

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之二： 平衡符号

确定数据元素类型 char
用栈ADT说明一个栈 S

重复：
　　读字符ch，如果是对称符号，则：
　　“左”出现，S.Push(ch); //入栈
　　“右”出现，S.IsEmpty()为真，则失衡；
　　　　否则，则S.Pop(x); x与ch是否匹配
直到 所有字符处理完毕；

S.IsEmpty()为真，则符号平衡；
否则，则符号失衡

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： **表达式求值**

问题描述：计算机对数据的最基本处理就是表达式求值，即运算量按照运算符去执行运算操作，得到结果值。请设计算法求表达式的值。

表达式的一般形式：

运算量$_1$	运算符	运算量$_2$

- 运算量：可以常量、变量，也可以表达式
- 常量、变量可以看作是最简单的表达式
- 运算量$_1$可以没有（单目运算）

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： **表达式求值**

表达式的种类(以C语言为例)：

- 算术表达式：算术运算符 + - * / % ++ --
- 关系表达式：关系运算符 > >= < <= !=
- 逻辑表达式：逻辑运算符 && || !
- 赋值表达式：赋值运算符 = += -= *= /= %=
- 逗号表达式：逗号运算符 ，
- 条件表达式：条件运算符 ？ ：
- 成员运算表达式：成员运算符 . ->
- 指针运算表达式： 指针运算符 * &

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三：表达式求值

表达式的书写形式：**中缀式、前缀式、后缀式**

例如，表达式：a × b + (c – d / e) × f

前缀式：+ × a b × – c / d e f

中缀式：a × b + (c – d / e) × f

后缀式：a b × c d e / – f × +

1）操作数之间的相对次序不变;

2）运算符的相对次序不同（决定着求值的顺序）;

3）中缀式有操作符的优先级问题，还有可加括号改变运算顺序的问题，所以编译程序一般不使用中缀表示处理表达式;

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： 表达式求值

4）前缀式的运算规则为:

连续出现的两个操作数和在它们之前且紧靠它们的运算符构成一个最小表达式; 运算符出现的顺序与运算顺序相反。

5）后缀式的运算规则为:

每个运算符和在它之前出现且紧靠它的两个操作数构成一个最小表达式。运算符在式中出现的顺序恰为表达式的运算顺序;

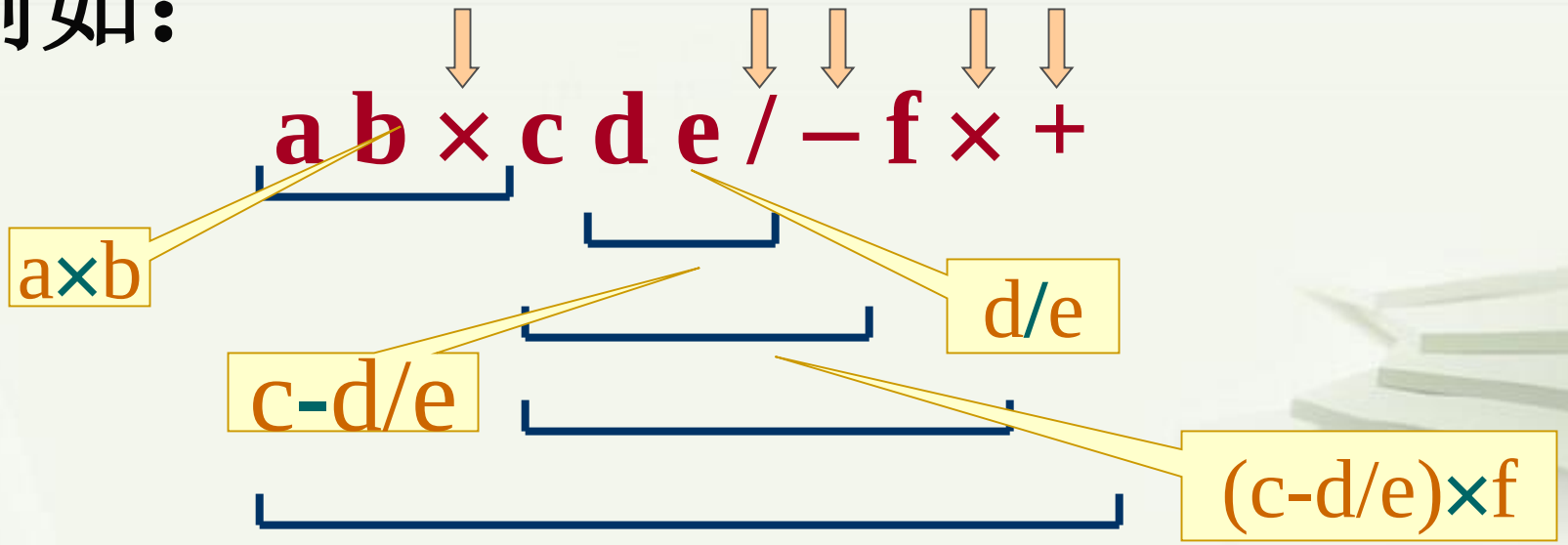
3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： **表达式求值**

■ 后缀表达式求值

求值规则：运算符前面相邻的运算量参加该运算符的运算，结果是一个运算量。

例如：



3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

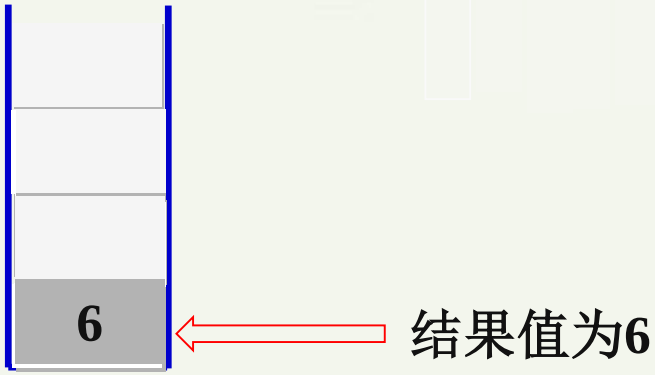
栈应用举例之三： 表达式求值

算法基本思想：从左边读表达式，遇到运算符时，取前面刚刚读过去的两个运算量参加运算，结果是一个新的运算量参与后面的运算。

关键：用一个栈来辅助，存放运算量。

例如，计算机后缀表达式：1 2 + 8 2 - 7 4 - / * 的值

求值过程：



3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： 表达式求值

算法步骤：

（1） 设置一栈，辅助求值。开始置空SeqStack S(50)
（2）从左向右，读入表达式的每一个项t
（3）如果t是运算量，则压入堆栈S.Push(t)
（4）如果t是运算符，则从堆栈中弹出此运算符需要用到的运算量，S.Pop(b),S.Pop(a)，进行相应运算得到结果值c，压入堆栈S.Push(c)
（5）如果表达式处理完毕，栈中的数据就是表达式的值 S.getTop(x)

见教材 P98 程序3.10

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

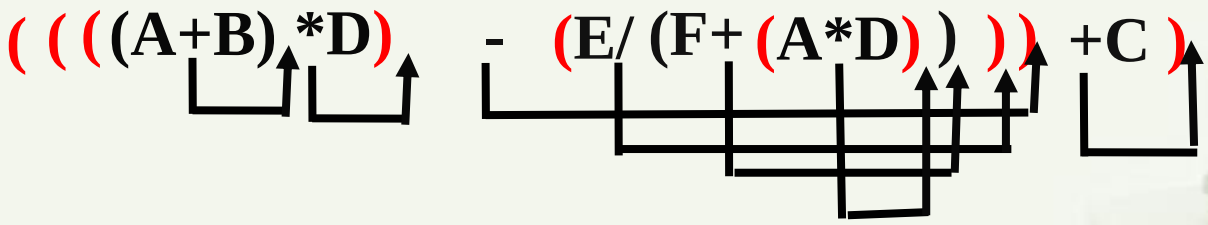
栈应用举例之三： 表达式求值

■ 中缀式求值

方法1：把中缀表达式转换为后缀表达式，求值。

▪中缀变后缀的人工方法：先对中缀表达式按“运算优先次序”加上括号，再把操作符后移到所在层右括号的后面，最后将所有括号消去。

例：(A+B)*D-E/(F+A*D)+C



后缀表示： A B +D*EFAD*+/-C+

后缀形式唯一吗？

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： 表达式求值

■ 中缀式求值

▪中缀变后缀的计算机方法：—“算符优先法”：优先级高的先计算。

基本思想：确定算符的优先级，只有确定一个算符的优先级比左右的优先级高，它才可以运算—输出算符。

对于两个相继出现的算符θ_1（栈内）、θ_2（栈外），
它们优先关系为：

$\theta_1<\theta_2$： θ_1的优先级低于θ_2，或θ_2的优先级高于θ_1；
$\theta_1=\theta_2$： θ_1的优先级等于θ_2（特殊情况）
$\theta_1>\theta_2$： θ_1的优先级大于θ_2

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三：表达式求值

■ 中缀式求值

θ_1是刚读过去的算符，θ_2是当前正读到的算符，于是：

$\theta_1 < \theta_2$：θ_1不能运算（输出），虽然它的优先级比前面的算符大，但比θ_2优先级小，同时θ_2也不能运算（输出），因为它与后面的算符还没比较；

$\theta_1 = \theta_2$：表达式结束或括号处理

$\theta_1 > \theta_2$：θ_1可以运算（输出），因为它比前面的算符的优先级大且比θ_2的优先级也大。

所以：表达式转换（求值）的前提，必须知道算符间的优先关系！

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： **表达式求值**

■ 中缀式求值

单个算符的优先级

由高到低

优先级	运算符
1	括号()
2	负号-
3	乘方**
4	乘*，除/，求余%
5	加+，减-
6	小于<，小于等于<=，大于>，大于等于>=
7	等于==，不等于!=
8	逻辑与&&
9	逻辑或||

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： **表达式求值**

■ 中缀式求值

两个算符的优先级比较

θ_1 \ θ_2	+	-	*	/	(	)	#
+	>	>	<	<	<	>	>
-	>	>	<	<	<	>	>
*	>	>	>	>	<	>	>
/	>	>	>	>	<	>	>
(	<	<	<	<	<	=	X
)	>	>	>	>	X	>	>
#	<	<	<	<	<	X	=

θ_1、θ_2是相继出现的两个算符。

θ_1—栈内

θ_2—栈外

注：为了处理方便，用#作为表达式的界符。

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三：表达式求值

关键：用栈辅助存放算符，确定算符优先级。

算法：
见教材程序
3.11

① 操作符栈初始化，将界符‘#’压进栈。然后读入中缀表达式字符流的首字符ch。

② 重复执行a，b步骤，直到ch = ‘#’，同时栈顶的操作符也是‘#’，停止循环，执行③。

a. 若ch是运算量，则直接输出，读入下一个字符ch。

b. 若ch是运算符，判断ch和栈顶操作符op的优先级
若 ch> op，则ch进栈，读入下一个字符ch。
若 ch< op， op优先级高，op退栈，输出。
若 ch= op，op是“(”，退栈，读入下一个字符ch。

③ 结束。输出序列即为后缀表达式。

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： 表达式求值

例如：写出中缀表达式 #(a+b)/5-x*y/c#的后缀形式

运算符栈

(a + b) / 5 - x * y / c

a b + 5 / x y * c / -

练习：

把表达式 A+B*(C-D)-E/F 转换为后缀形式

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： **表达式求值**

■ 中缀式求值

方法2：直接对中缀表达式求值。

基本思想：思想和中缀转换为后缀基本一样。
设置两个栈：一个存放运算符的栈 OPTR，
一个存放运算量的栈 OPND；

在方法1中，把运算量的输出改为“入OPND栈”，把运算符的“输出”改为“计算”：根据运算符，出栈需要的运算量，计算值，结果作为运算量再入栈。其他不需要变化。

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： 表达式求值

算法如右

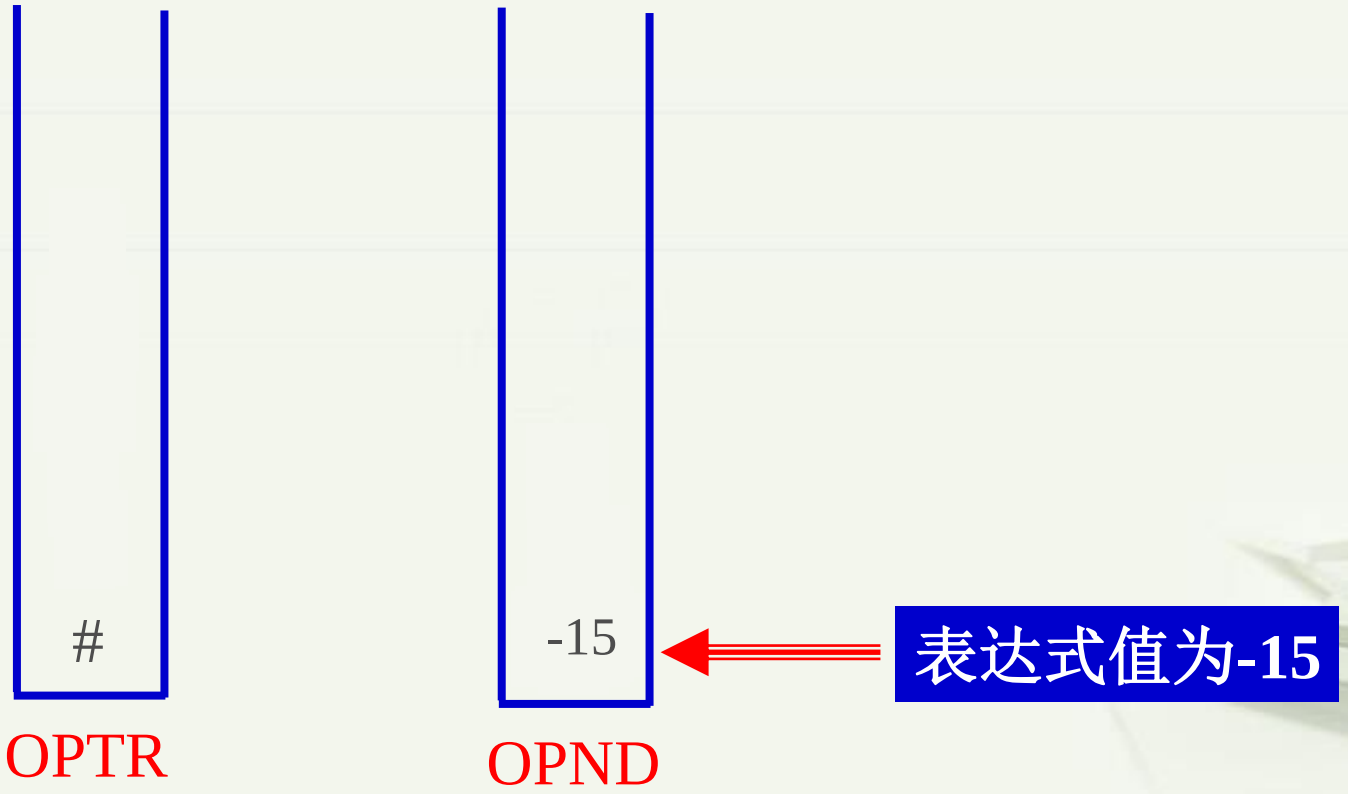
```
OperandType EvaluateExpression()
{  //OP为运算符集合
   InitStack(OPTR);  Push(OPTR,’#’);
   InitStack(OPND);  c=getchar();
   while(c!=‘#’||GetTop(OPTR)!=‘#’)
   { if(!In(c,OP)) { Push(OPND,c); c=getchar(); }
     else switch (Precede(GetTop(OPTR),c))
          { case  ‘<‘:  Push(OPTR,c); c=getchar(); break;
            case  ‘=‘:  Pop(OPTR,x); c=getchar(); break;
            case  ‘>’:  Pop(Optr,theta); Pop(OPND,b); Pop(OPND,a);
                        Push(OPND,Operate(a,theta,b)); break;
          }
    }
   return(Gettop(OPND);
}
```

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之三： 表达式求值

例如：# -3*((7-2)+5)/2#



3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数嵌套调用—递归处理

■ 递归的基本概念

1. 递归的定义：

如果一个事物或对象*部分*地由它自身构成或定义。

2. 递归过程（函数）：

过程（函数）直接或间接调用自己。

3. 递归举例

- ♥ n=n(n-1)!
- ♥ Hanoi塔问题
- ♥ 求n个数的和(一个数加上其他n-1个数的和)

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

■ 递归的基本概念

在以下三种情况常常用到递归方法：

- 定义是递归的，例如 n!=n*(n-1)!
- 数据结构是递归的，例如 树
- 问题的解法是递归的，例如 Hanoi

4. 递归与非递归

一方面：某些非递归问题可以化为递归；

凡是用自然数变化控制的循环都可以改为递归，但是，并非所有的递归比非递归简单！

另一方面：递归问题都可以化为非递归；

递归都可以用栈来模拟成非递归！

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

■ 递归的基本概念

5. 递归与递推

分析问题、解决问题的着眼点不同！

*递归：*从一般问题入手，将复杂问题逐次归结为较为简单的问题，直到简单问题的解决，然后由简单问题的解，逐步求出复杂问题的解。

*递推：*从最简单问题入手，由简单问题的解逐步推出较复杂问题的解。

举例：登高望远

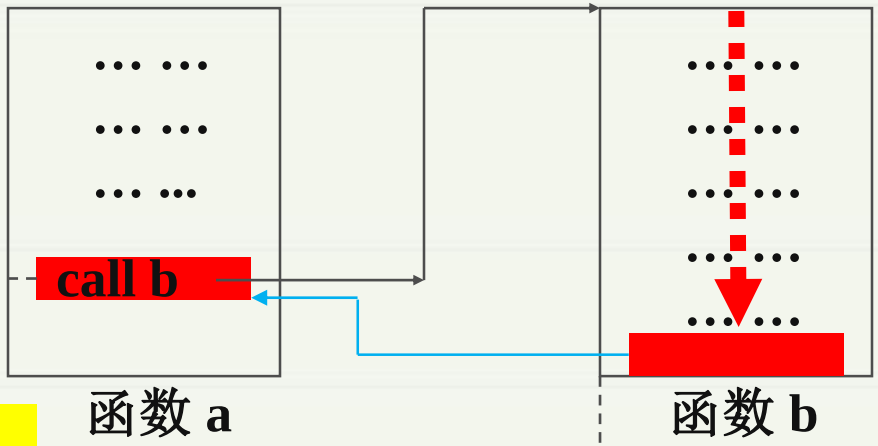
3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

- 递归函数的处理

1. 一般函数调用的处理



调用前：

- 参数、返回地址等信息保存
- 为被调用函数的局部变量分配存储区
- 将控制转移到被调用函数入口

调用后（返回）：

- 保存返回参数值（包括函数值）
- 释放被调用函数的存储区
- 将控制转移到调用函数的返回地址处

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

- 递归函数的处理

*因此：计算机在处理函数调用时，必须开辟内存空间保存“现场”。*而且为了确保不会导致调用混乱，应该遵循*“后调用的先返回”*的原则，所以保存现场的存储空间的组织应该遵循 “栈”结构，即*“先保存的现场后恢复”*。

栈工作记录：一次调用保存的信息（现场），称为一个工作记录（栈元素）。包括：返回地址、参数、局部变量。

3.1 栈

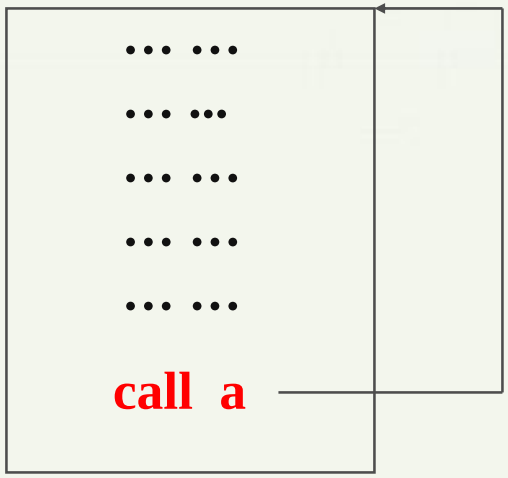
3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

- 递归函数的处理

2. 递归函数调用的处理

递归函数调用与一般函数调用类似，而且每次都是调用自己，只是现场非常“相似”而已，所以管理更要准确！



递归函数 a

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

■ 递归过程的处理

2. 递归函数调用的处理

递归调用：——压入一工作记录

- 参数、返回地址等信息保存
- 为被调用函数的局部变量分配存储区
- 将控制转移到被调用函数入口

递归返回：——弹出一工作记录

- 保存返回参数值（包括函数值）
- 释放被调用函数的存储区
- 将控制转移到调用函数的返回地址处

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

- 递归过程的处理

3. 递归化为非递归（递归过程的模拟）

有的语言支持递归函数，有的不支持递归函数。为什么呢？

我们理解了递归函数的执行过程，就可以用“栈”来辅助我们递归地求解问题。——递归化非递归

或者，如果语言不支持递归，我们可以自己设立栈，辅助我们执行递归算法。——递归过程模拟

关键：栈的应用

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

■ 递归过程的处理

4. 递归的特点

- ◆结构清晰、可读性强；
- ◆算法正确性易证明（数学归纳法）；
- ◆运行效率低（时间—栈操作、空间—栈空间）

在算法中消除递归，可以提高效率，但是仅仅是机械地用栈来模拟递归，并不能达到目的（因为栈的空间、操作没变），而应该根据具体递归算法特点对递归调用工作栈进行优化（减少栈操作、压缩栈空间）

3.1 栈

3.1.3 栈ADT的应用

栈应用举例之四： 函数调用—递归处理

注：递归部分要求：

（1）对递归概念的理解；

（2）能设计递归算法；

（2）了解递归算法的执行过程（栈的作用）

3.2 队列

3.2.1 队列ADT的定义

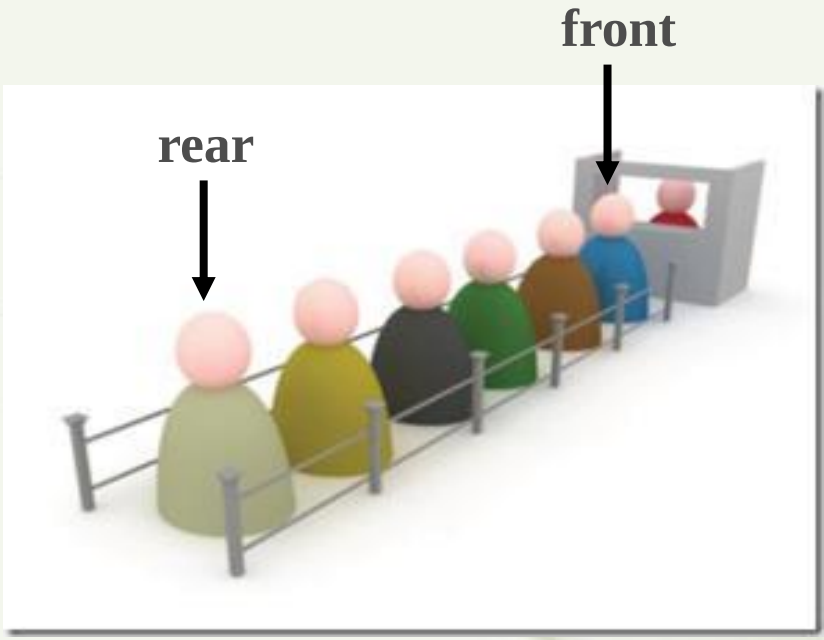
[队列 Queue] 是一种特殊的线性表（数据元素之间的关系是线性关系），其插入、删除操作分别在表的两端进行，一端只能插入、另一端只能删除。

队首(front): 进行删除的一端；

队尾(rear): 进行插入的一端；

入队: 在队尾插入一个元素；

出队: 在队首删除一个元素；



特性:元素的操作顺序符合“**先进先出(FIFO)**”或“**后进后出(LILO)**”。

3.2 队列

3.2.1 队列ADT的定义

队列ADT定义：

ADT Queue

data structure:

$D=\{a_i \mid a_i \in D_0 \quad i=1,2,\ldots\ldots \quad n>=0\}$

$R=\{<a_{i-1},a_i> \mid a_{i-1},a_i \in D_0 \quad i=2,3,4,\ldots\ldots\}$

D_0是某个数据对象

operations:

Iniqueue(Q);

Enqueue(Q,x);

Dequeue(Q,x);

GetFront(Q,x);

IsEmpty(Q);

Current_size(Q);

Clear(Q);

END

3.2 队列

3.2.1 队列ADT的定义

队列ADT的抽象类定义：

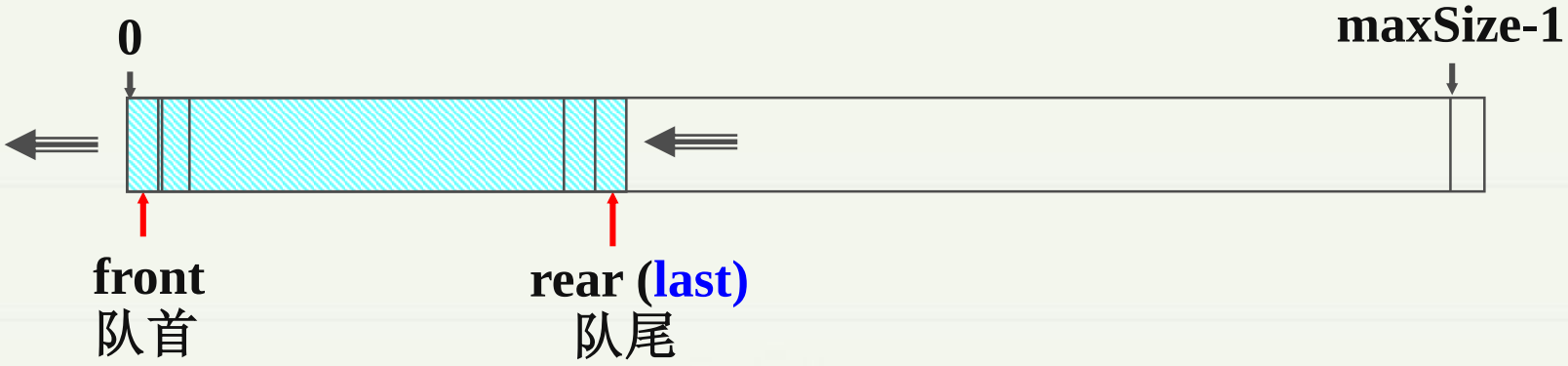
```
typedef 数据元素类型 ElemType;
class Queue
{  public:
       Queue() { };              //构造函数
       ～Queue() { };            //析构函数
       virtual bool EnQueue(ElemType x) = 0;       //进队列
       virtual bool DeQueue(ElemType& x) = 0;   //出队列
       virtual bool GetFront(ElemType& x) = 0;     //取队头
       virtual bool IsEmpty() const = 0;                  //判队列空
       virtual bool IsFull() const = 0;             //判队列满
};
```

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

1. 存储方式：同一般线性表的顺序存储结构完全相同。



与栈不同，两端都有操作，为了方便，需设置两个指示器；

队列顺序存储的具体实现：

```
#define  maxSize 队列最大长度
typedef  数据元素类型   ElemType;
typedef struct
 {   ElemType  elem[maxSize];    //连续空间
     int   front;              //队首指示器
     int   rear;               //队尾指示器
 } SeqQueue;
```

3.2 队列

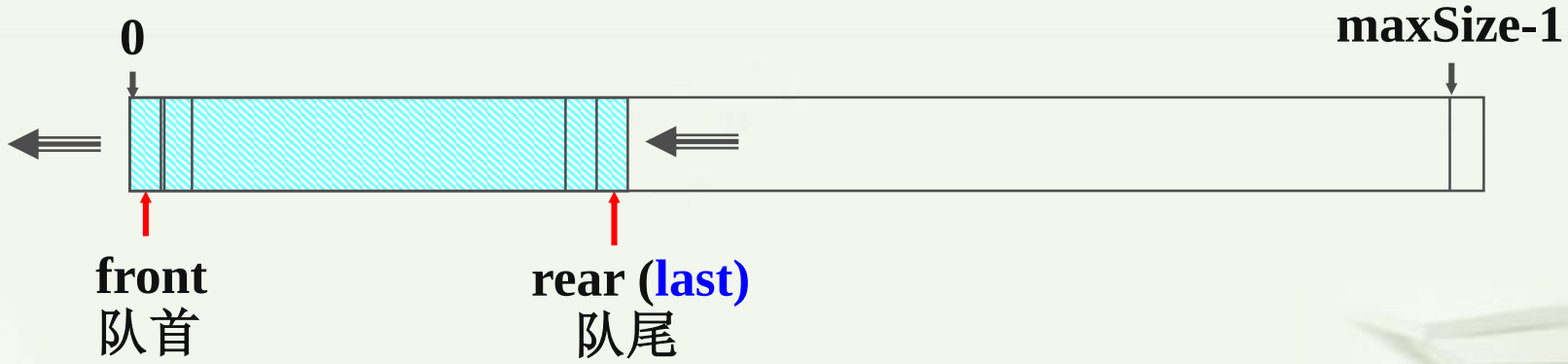
3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

1. 存储方式：同一般线性表的顺序存储结构完全相同。

例如： SeqQueue q, que;

那么，队列的头、尾如何设置？



队首在低端：

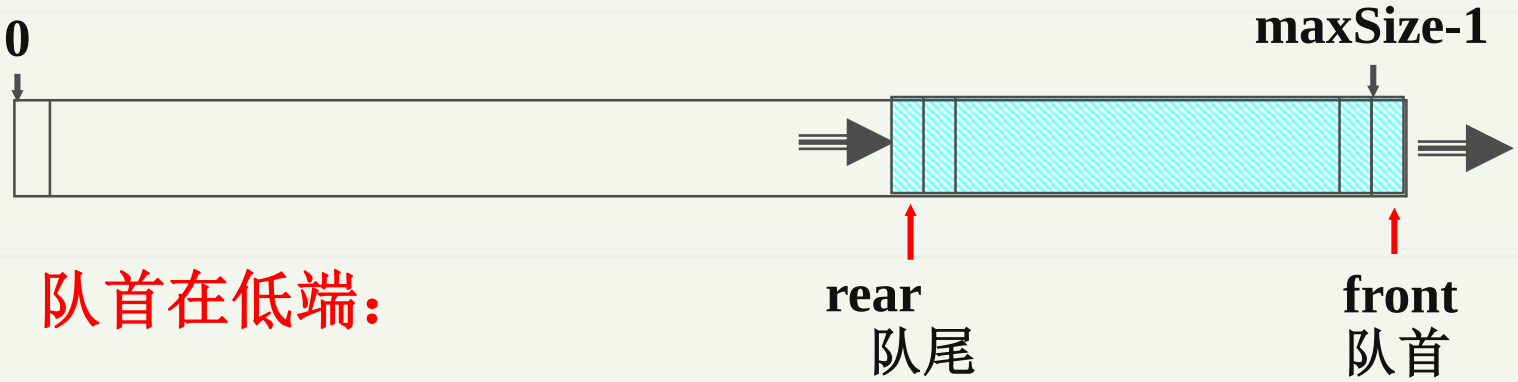
入队： q.rear++; q.elem[q.rear]=x;

出队： x=q.elem[q.fornt]; q.front++;

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列



队首在低端：

入队：`q.rear--;  q.elem[q.rear]=x;`

出队：`x=q.elem[q.fornt];  q.front--;`

可以看出，对于队列的操作，都很容易实现。但是.....

队列空：是什么样？

队列满：是什么样？

3.2 队列

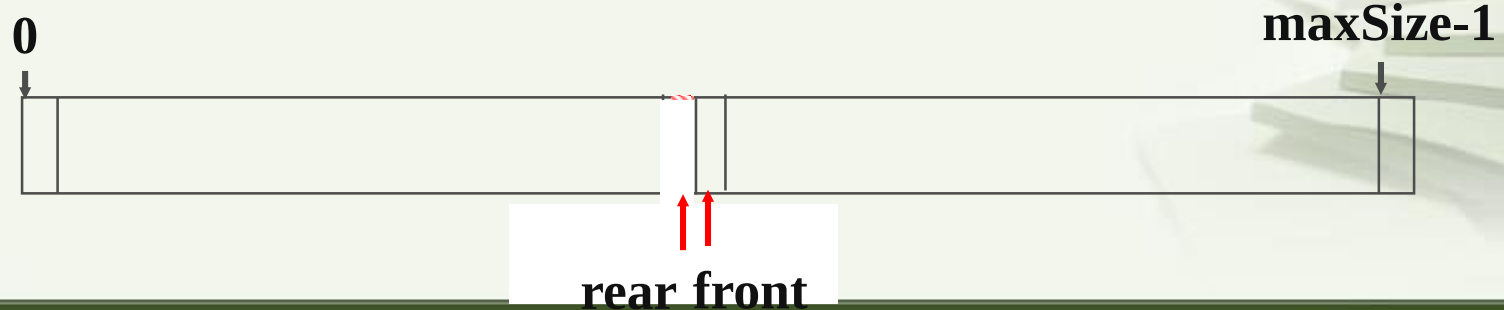
3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

我们假设队首在地址低端，队尾在地址高端。（相反情况类似！）：

开始时队列空，即初始化后：**q.front=-1; q.rear=-1;**

在操作过程中队列为空：**q.rear==q.front-1**

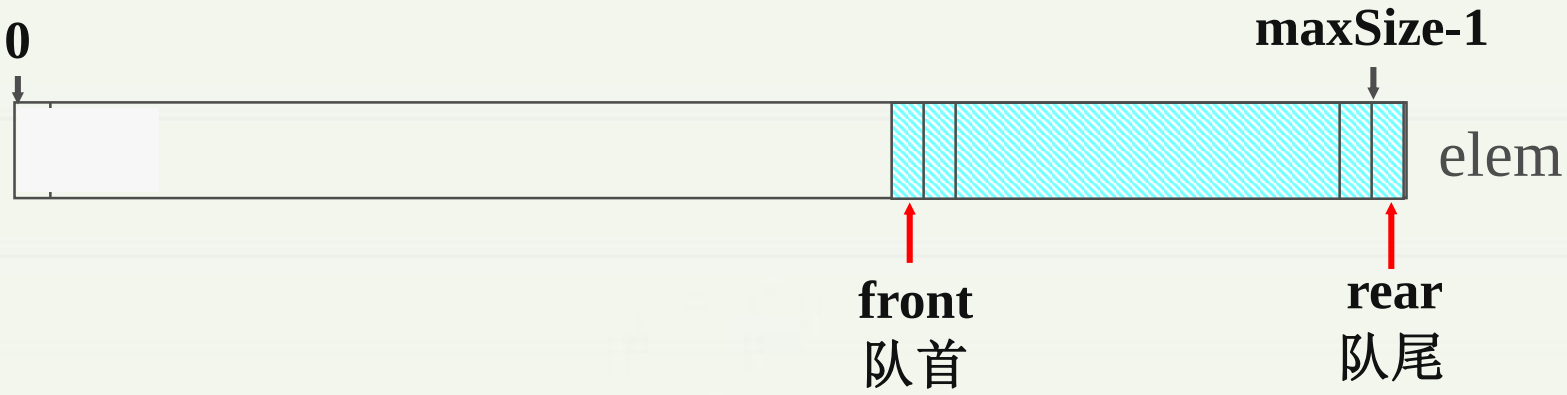


3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

队列满： **q.rear==maxSize-1**



假溢出！！

这样的存储形式下，队列空和满都有些问题需要解决！

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

解决方案有很多，下面介绍常用的方案：

（1）如何判断空队列：开始两个指示器相等是空；操作过程中指示器相等时不是空；队列空应特殊处理！

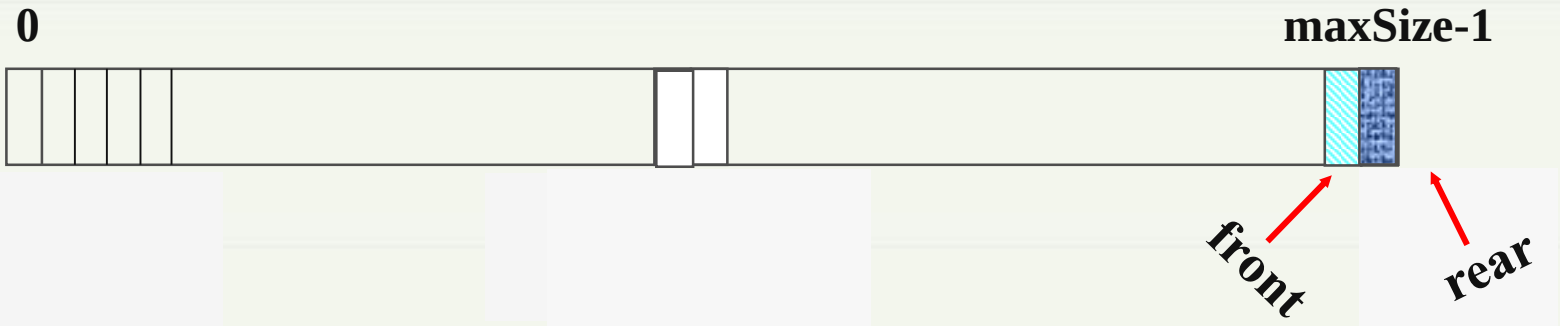
解决办法：让队尾指示器指示目前队尾元素的下一个位置（要入队元素存放的位置）队首指示器指示队首元素。

那么，队列空（即，出队快于入队时）
队列满（即，入队快于出队时）
是什么情形呢？

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列



队列开始空(置空)： q.front=q.rear=0

判断队列是否空： q.front==q.rear ？

这样，队列满的情况是： q.rear==maxSize ？

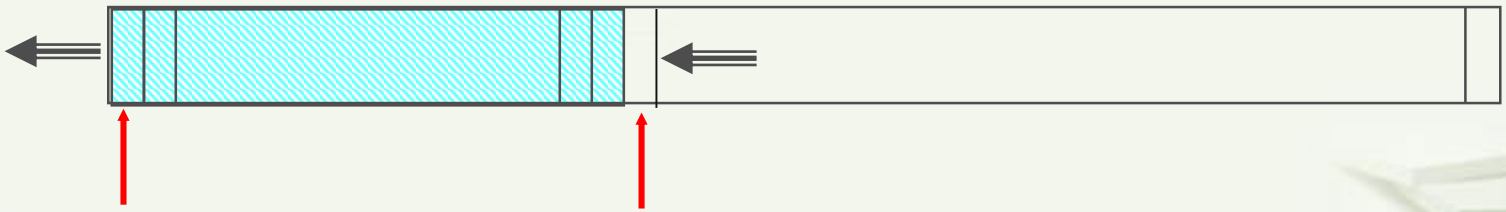
3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

（2）假溢出问题：后面空间占满了，而由于有出队，前面还有空间。——假溢出

解决办法之一：固定队首位置，每出队一个元素，队列中的其他元素前移动



队列空: front==rear==0
队列真满: rear==maxsize

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

解决办法之二：把地址空间“人为”形成环状，即后面满了，但如果前面因出队还有空间的话，就把地址“接”上。——环队列

模运算%可实现空间“形成环”：

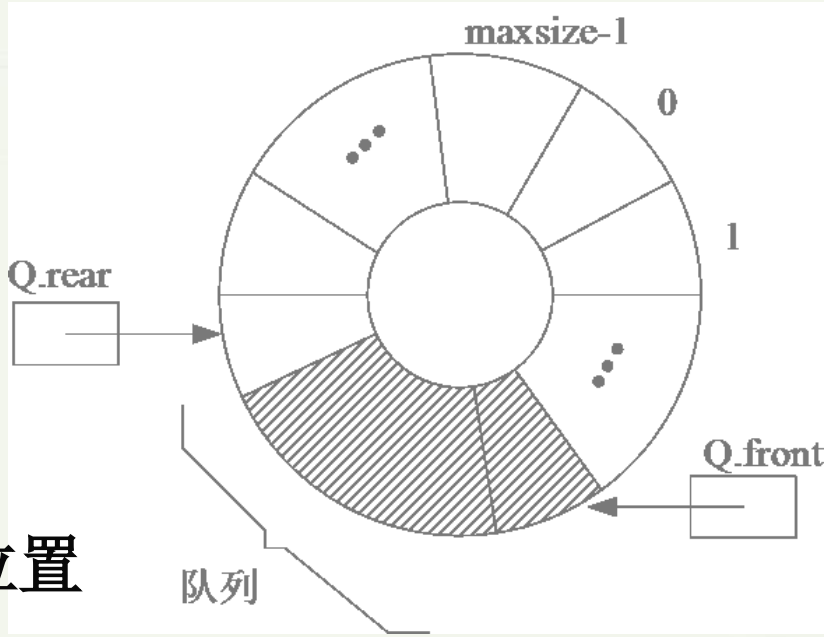
i % maxSize

队首指示器**front**：

——指向队列队首元素

队尾指示器**rear**：

——指向最后一个元素的后一个位置



3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

队列初始化：

q.front =q.rear = 0;

队空条件：

q.front == q.rear;

队列满是什么情况呢？

出队：

y=q.elem[q.front]

q.front = (q.front+1) % maxSize;

入队：

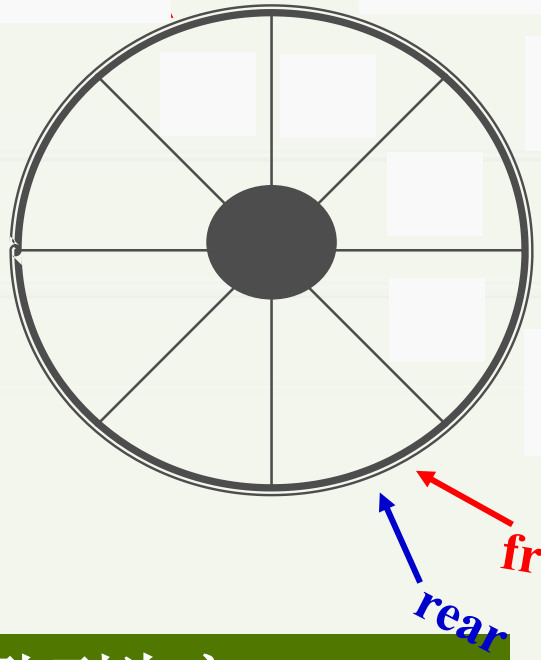
q.elem[q.rear] =x

q.rear=(q.rear+1)% maxSize;

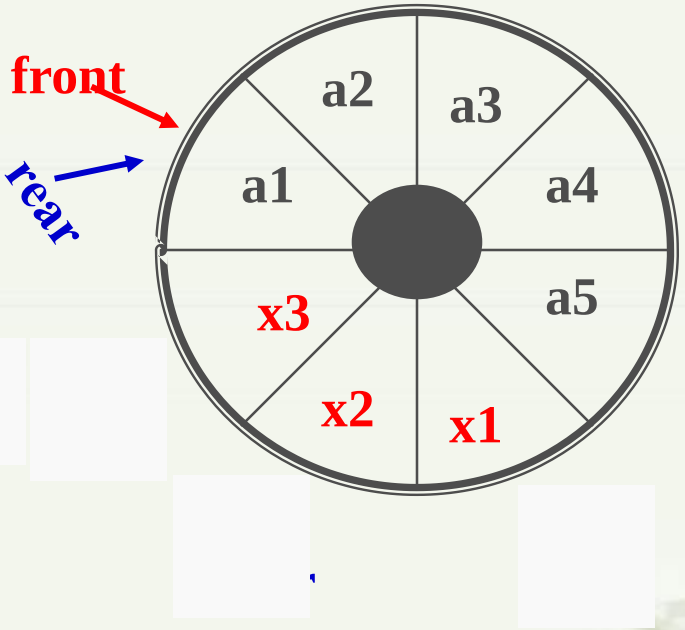
3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列



队列为空：
q.front==q.rear



队列为满：
q.front==q.rear

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

显然：在这种情况下，又无法区分队列是空还是满！！

处理方法有两种：

其一：设一个布尔变量来注明队列是空还是满；

其二：约定队列元素达到 maxsize-1个时，队列为满

即rear+1=front

判断队列空：

rear==front

判断队列满：

(rear+1)%maxSize==front

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

2. 具体实现——循环队列类定义

```
typedef  数据元素类型  ElemType;
class SeqQueue          //队列类定义
{    protected:
        int rear, front;                    //队尾与队头指示器
        ElemType *elements;                 //队列存放数组
        int maxSize;                        //队列最大容量
     public:
        SeqQueue(int sz = 10);                          //构造函数
        ～SeqQueue() { delete[ ] elements; }    //析构函数
```

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

2. 具体实现——循环队列类定义

```
        bool EnQueue(ElemType x);       //元素入列
        bool DeQueue(ElemType& x);      //队头元素出队
        bool getFront(ElemType& x);     //取队头元素值
        void makeEmpty() { front = rear = 0; }  //初始化
        bool IsEmpty() const { return front == rear; }  //队列空
        bool IsFull() const
            { return ((rear+1)% maxSize == front); }  //队列满
        int getSize() const
            { return (rear-front+maxSize) % maxSize; } //长度
};
```

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

（1）构造函数

```
SeqQueue::SeqQueue(int sz)   //构造函数
{    front=0; rear=0; maxSize=sz;
     elements = new DataType[maxSize];
     assert ( elements != NULL );
};
```

（2）入队

```
bool SeqQueue::EnQueue(ElemType x)
{   if (IsFull() == true) return false;
    elements[rear] = x;
    rear = (rear+1) % maxSize;
    return true;
};
```

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.1 队列ADT的基于顺序存储的实现——顺序队列

（3）出队

```
bool SeqQueue::DeQueue(ElemType& x)
{    if (IsEmpty() == true) return false;
     x = elements[front];
     front = (front+1) % maxSize;
     return true;
};
```

其他函数自己写出，略！

3.2 队列

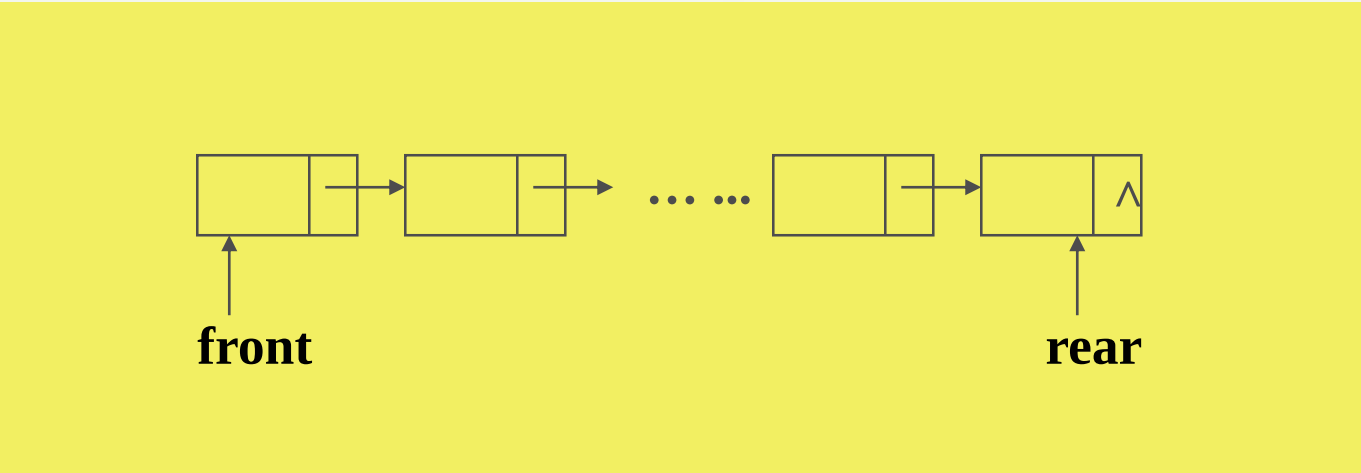
3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.2 队列ADT的基于单链存储的实现——链队列

1. 存储方式：同一般线性表的不带头结点的单链存储一样

但是由于插入、删除在两端进行，需要两个指针front、rear分别指向队列的两端。

队首队尾设置有两种形式：哪个好？



3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.2 队列ADT的基于单链存储的实现——链队列

2. C++类实现

链队列的类定义：

```
#include <iostream.h>
typedef 数据元素类型  ElemType;
struct QueueNode     //队列结点类定义
{  private:
       ElemType  data;        //队列数据元素
       QueueNode *link;      //结点链指针
   public:
       QueueNode(ElemType d , QueueNode
     *next = NULL) : data(d), link(next) { }
};
```

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.2 队列ADT的基于单链存储的实现——链队列

```
class LinkedQueue    //队列类定义
{  private:
      QueueNode *front, *rear;       //队头、队尾指针
   public:
      LinkedQueue() : rear(NULL), front(NULL) { } //构造函数
      ~LinkedQueue(MakeEmpty());    //析构函数
      bool EnQueue(ElemType x);    //入队
      bool DeQueue(ElemType & x);    //出队
      bool GetFront(ElemType & x);    //取队首元素
      void MakeEmpty();      // 队列置空
      bool IsEmpty() const { return (front == NULL)?true:false ;}  //队列空
      int GetSize( )const;   // 求队列长度
      friend ostream& operator<<(ostream&os, LinkedQueue &Q)
};
```

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.2 队列ADT的基于单链存储的实现——链队列

成员函数的实现：

① 置空队列操作：同单链表释放

```
LinkedQueue::MakeEmpty( )
{   //释放链表中所有结点
    QueueNode *p;
    while (front != NULL) //逐个释放结点
    { p = front;  //记下要释放的结点
      front = front->link;  //从链上摘下
      delete p;   //释放
    }
};
```

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.2 队列ADT的基于单链存储的实现——链队列

② 入队

```
bool LinkedQueue::EnQueue(ElemType x)
{   if (front == NULL)  //创建第一个结点
    {    front = rear = new QueueNode (x);
         if (front == NULL) return false; }     //分配失败
    else //队列不空, 插入
     {   rear->link = new QueueNode(x);
         if (rear->link == NULL) return false; //分配失败
         rear = rear->link;    }
     return true;
};
```

3.2 队列

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.2 队列ADT的基于单链存储的实现——链队列

③ 出队

```
bool LinkedQueue::DeQueue(ElemType & x)
{
    if (IsEmpty() == true) return false;        //判队空
    QueueNode *p = front;
    x = front->data;
    front = front->link;
    delete p;
    return true;
};
```

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.2 队列ADT的基于单链存储的实现——链队列

④ 取队首元素

```
bool LinkedQueue::GetFront(ElemType & x)
{
    if (IsEmpty() == true) return false;
    x = front->data;
    return true;
};
```

3.2.2 队列ADT的实现

3.2.2.2 队列ADT的基于单链存储的实现——链队列

⑤ 求队长度：同求不带头结点的单链表长度

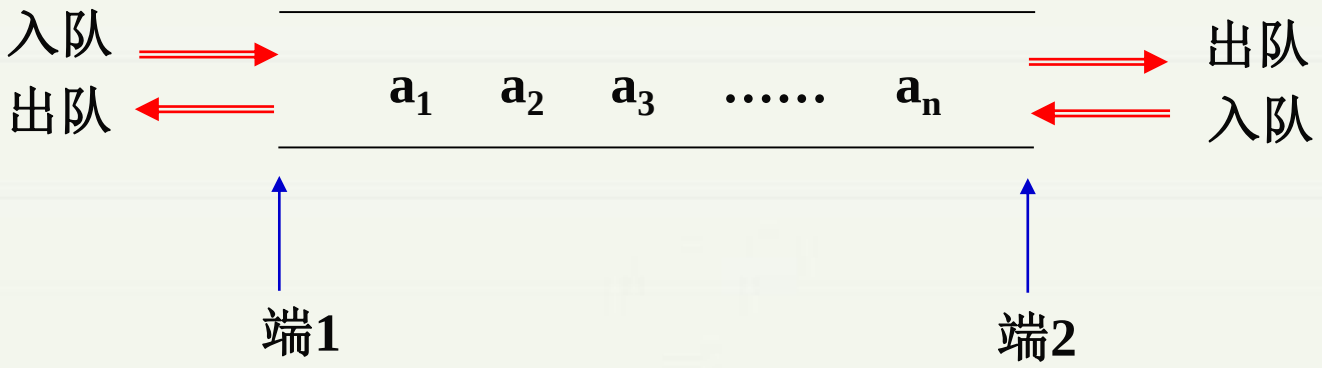
```
int LinkedQueue::GetSize( )const
{
    QueueNode *p = front;
    int k=0;
    while(p!=NULL)
    {  k++;
       p= p->link; }
    return k;
};
```

3.2 队列

3.2.3 队列的变形

3.2.3.1 双端队列

[双端队列 Double-ended Queue] 可以在两端进行插入、删除的队列。



端1操作：

- 取队首元素
- 入队
- 出队

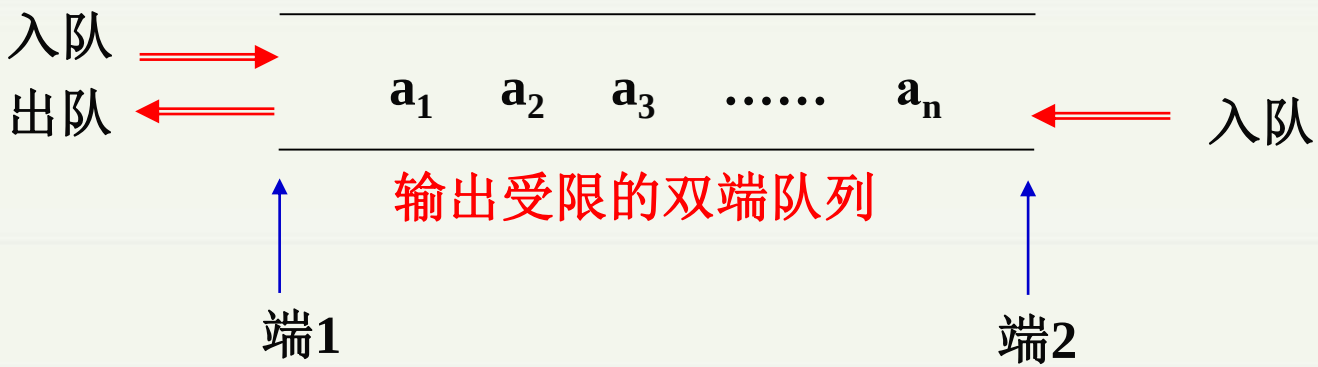
端2操作：

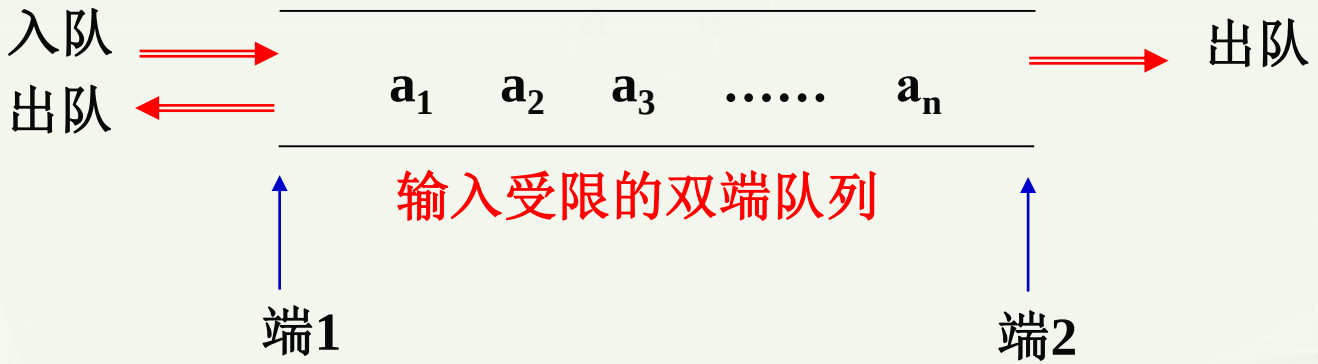
- 取队尾元素
- 入队
- 出队

3.2 队列

3.2.3 队列的变形

3.2.3.1 双端队列





双端队列的实现：顺序存储，链式存储。 p126-131, 不要求！

3.2 队列

3.2.3 队列的变形

3.2.3.2 优先队列

[优先队列 Priority Queue] 同一般队列类似，在一端进行插入、一端进行删除。但是每个元素有优先级（优先数），优先级高的先出队。

操作：

- 取队首元素：优先级最高的元素
- 入队：把元素插入在队尾，同时根据优先数调整顺序
- 出队：删除队首元素（优先数最高的）

关键：

- 始终保持优先数高的元素在队首。即，元素出、入队后，应该对队列中的元素进行调整！

3.2.3 队列的变形

3.2.3.2 优先队列

调整的方法：

（1）把优先数最高的调整到前面，—求最大（小）值。对每个元素而言，时间：**O(n)**。

（2）将队列元素按优先数排序。

排序方法很多，常用插入排序方法：

“在一个有序序列中插入一个元素，使其仍然有序”

对每个元素而言，时间为：**O(n)**

（3）当有元素入队后，调整成“堆”，根据堆的性质：堆顶的元素就是优先数最高的元素。调整时间：$O(\log_2 n)$

一般队列是优先队列的一种！

3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列由于具有“先进先出”的特性，也是一种应用非常广泛的线性数据结构。

例如，计算机主机与外部设备之间速度不匹配的问题的处理。

策略：设置一个“先进先出”打印数据缓冲区，主机把要打印输出的数据送入缓冲区（入队），队满后就暂停输出，继而去做其它的事情，打印机则从缓冲区中取出数据并打印（出队）。打印完后再向主机发出请求，主机接到请求后再向缓冲区写入打印数据，这样利用队列既保证了打印数据的正确，又使主机提高了效率。

3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之一： 打印杨辉三角

问题描述：将二项式$(a+b)^i$展开，其系数构成杨辉三角。现要求把前n行打印出来。

				1		1					$i=1$	
			1		2		1				2	
		1		3		3		1			3	
	1		4		6		4		1		4	
1		5		10		10		5		1	5	
1		6		15		20		15		6		1

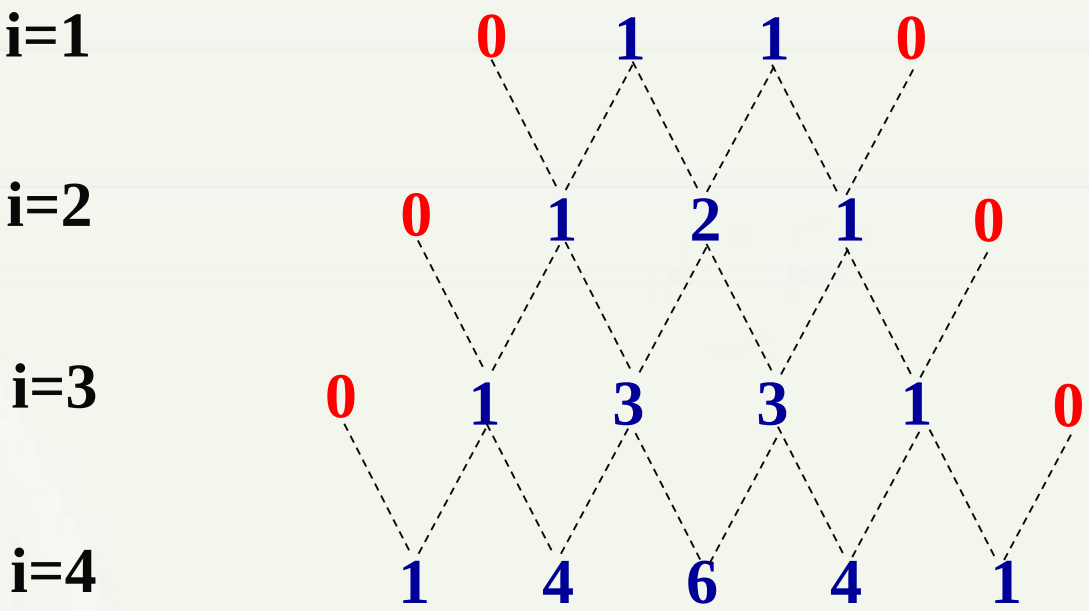
3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之一： 打印杨辉三角

分析：由前一行系数可以生成下一行的系数。

第 i 行元素与第 i+1行元素的关系如下：

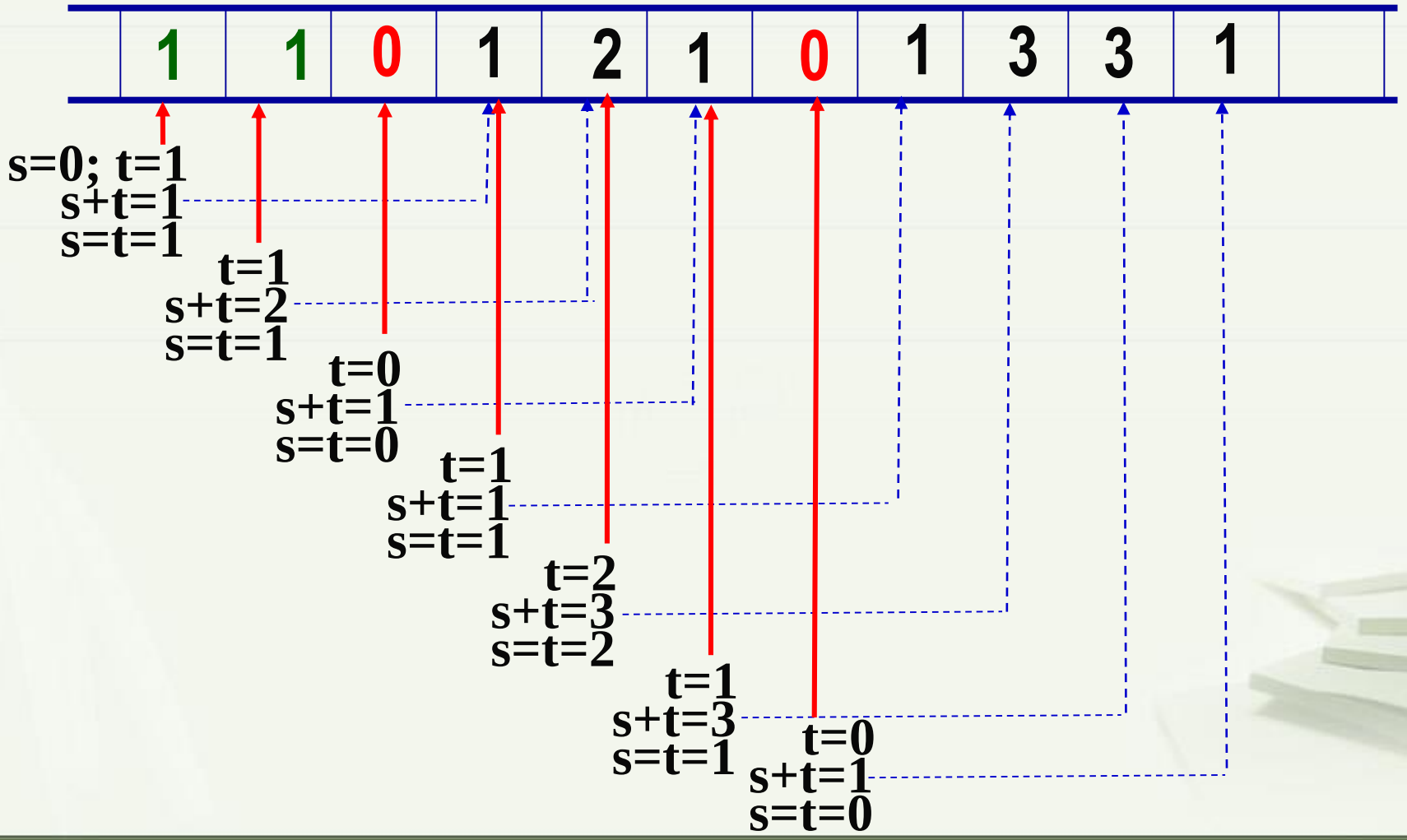


对于这种“逐层”求解、下层与上层有关系的问题，队列是一个重要的辅助工具。

3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之一： 打印杨辉三角



3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之一： 打印杨辉三角

程序(见P121)：

```
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include "queue.h"
void YANGHUI(int n)
{   SeqQueue q(n+2);      //建立队列对象并初始化
    q.EnQueue(1);   //入队第一行
    q.EnQueue(1);
    int s = 0, t;    //s是记当前行的已经出对的系数
```

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之一： 打印杨辉三角

```
    for (int i = 1; i <= n; i++)   //逐行计算并输出
    {    cout << endl;
         q.EnQueue(0);  //每行开始加入一个0
        for (int j = 1; j <= i+2; j++)   //得到下一行，逐个入队
        {  q.DeQueue(t);     //当前行系数出队
           q.EnQueue(s + t);   //计算出下行的系数，入队
            s = t;
            if (j != i+2)        //输出当前行的一个系数
               cout << s << ' ';  }
    }
}
```

3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之一： 打印杨辉三角

思考：

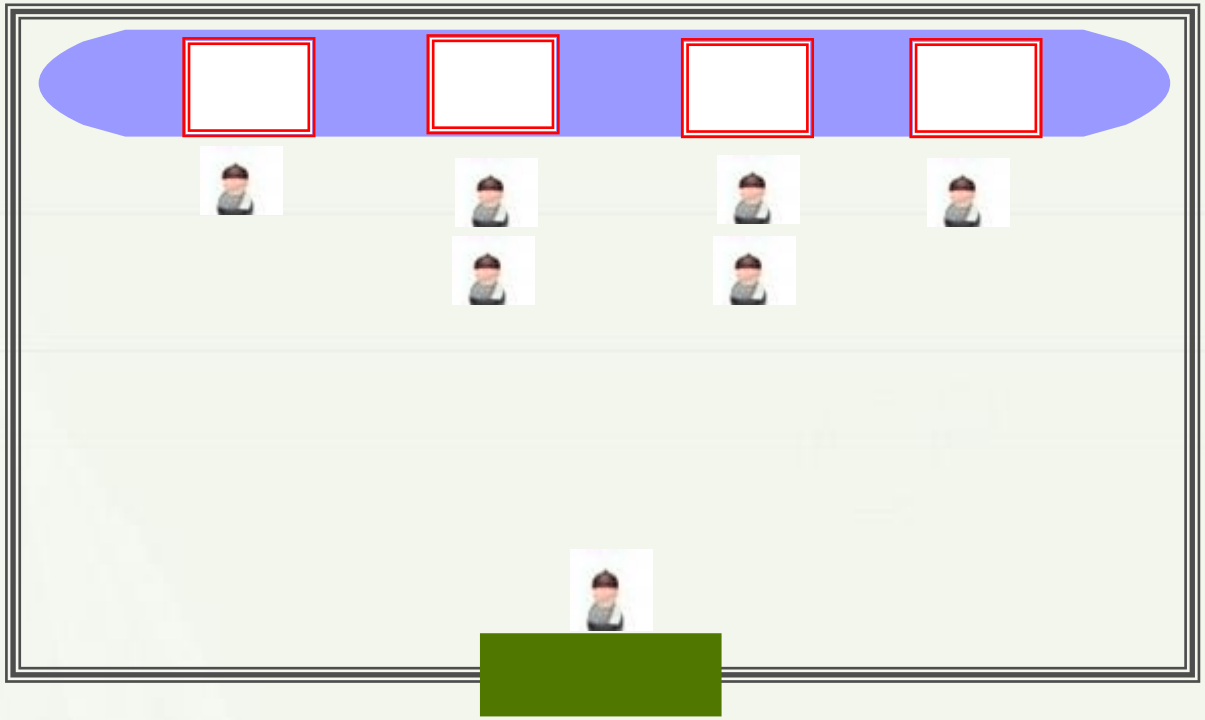
1. 如何按照规定的格式输出？

2. 用两个队列如何解决该问题？

3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之二： 现实生活中服务大厅的模拟



上班时间到：开门
工作人员就位：窗口打开

有顾客进来：排队，等待办理业务
业务办理完毕：离队

快到下班时间：停止进入
处理完当前业务
下班时间到：关门

事件驱动：到达事件
离开事件

要实现逼真的模拟，首先要能准确地描述场景（故事）

3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之二： 现实生活中服务大厅的模拟

所以，模拟出来的基本功能有：

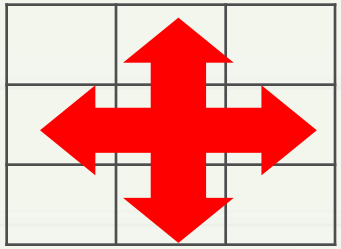
1. 上班时间到，开始营业，窗口队列初始化
   下班时间到，停止营业，处理完队列里的业务，关门
   上班、下班时间可以自己设定。
2. 服务窗口的个数可以自己定义
3. 顾客达到的时间随机产生，办理业务的时间随机产生
4. 可以定义VIP客户及其等级

3.2 队列

3.2.4 队列ADT的应用

队列应用举例之三： 广度遍历

电路布线问题：



3	2		14	13	12	13
2	1			12	11	12
1	a0	1			10	11
2	1	2			b9	10
	2	3	4		8	9
			5	6	7	8
			6	7	8	9

在学习树结构、图结构时再介绍。

本章小结

重点和难点：

1. 栈是特殊线性数据结构，特殊在哪里？
   - 栈的特性

2. 栈ADT 的实现：注意栈顶、栈底，栈空、栈满
   - 顺序栈：溢出问题
   - 链式栈

3. 栈ADT 应用（重点）：利用栈的特点辅助我们解决问题
   - 表达式求值
   - 递归处理

本章小结

重点和难点：

4. 队列是特殊线性数据结构，特殊在哪里？
   - 队列的特性
   - 优先队列
   - 双端队列

5. 队列ADT 的实现：注意队首、队尾，队列空、队列满
   - 顺序队列：队列空，假溢出，循环存储的队列
   - 链式队列

6. 队列的 应用（重点）：利用队列的特点辅助我们解决问题
   - 广度遍历

补充练习

1. 队列采用顺序存储时，在什么情况下会出现“假溢出”现象？ 如何解决？并分析各种情况下队列空和满的条件。

2. 设站S和队列Q的初始状态为空，元素按e1,e2,e3,e4,e5,e6的顺序入栈，一个元素出栈后即进入队列Q。若六个元素出队的序列是e2,e4,e3,e6,e5,e1,则栈S的容量至少为多少？

3. 元素a,b,c,d,e依次进入初始为空的栈中，若元素进栈后可停留、可出栈，直到所有元素都出栈，则在所有可能的出栈序列中，以元素d开头的序列有多少个？分别写出。

4. 若元素a,b,c,d,e,f依次进栈，允许进栈、出栈交替进行，但不允许连续3次进行出栈操作，则不可能得到的出栈序列是哪个？ (1)dcebfa (2)cbdaef (3)bcaefd (4)afedcb

补充练习

5. 假设队列采用顺序循环存储在A[0..n-1]空间中，且队列非空时front和rear分别指向队首和队尾元素。若初始时队列为空，且要求第一个元素进队后存储在A[0]位置，则初始时front和rear的值是什么？

6. 设计算法，利用两个栈来模拟一个队列。其中栈的操作包括入栈、出栈、判断栈空、判断栈满，队列的操作包括入队、出队、判断队列空。

7. 教材 P131-134

3-1，3-2，3-3，3-6，3-7，3-14，3-15，3-19,3-20

补充实习

1. 问题描述：

设计实现一个简单的计算器，可以接受中缀数值表达式，并进行求值。

2. 要求

（1）至少应该包括加、减、乘、除4种运算和括号处理；

（2） 运算量可以自己约束（整数、实数等）；

（3）有能力的同学可以仿照WINDOWS计算器界面；


END

课堂练习

1. 表达式的书写形式有几种？ 有什么不同？

2. 后缀表达式如何求值？

3. 中缀表达式如何转化为后缀表达式？ 写出下面表达式的后缀表达式。
（人工做、计算机做） a+b*c+(d*e+f)*g

4. 中缀表达式如何直接求值？

5*(2+6)/4-((8-4)/2+7)*2

课堂练习

5. 阅读下面的算法，指出其功能，分析时间复杂性。

```
sum(int A[ ],int n)
{
    return n<1? 0: sum(A,n-1)+A[n-1]);
}
```

O(n)

```
void sum(int A[ ], int lo, int hi)
{
  if(lo==hi)  return A[lo];
  int mi=(lo+hi)>>1;
  return sum(A,lo,mi)+sum(A,mi+1,hi);
}
```

O(n)

```
void reserve(int *A, int lo, int hi)
{
  if(lo<hi) { Swap(A[low],A[hi]);  reserve(A,lo+1,hi-1);
}
```

O(n)