



## Mélangeur interne à rotors engrenant

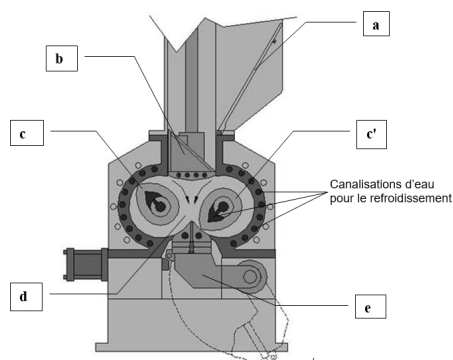
E3A PSI 2013

### Mise en situation

Un mélangeur interne à rotors engrenants est une machine utilisée dans l'industrie pour effectuer le mélange du caoutchouc et d'additifs divers. Il est, par exemple, utilisé dans la fabrication des pneumatiques. Nous nous intéresserons dans cette étude au modèle K5 de la société Farrel.

Le mélangeur est principalement constitué de :

- une porte de chargement du caoutchouc et des différents additifs (a) ;
- un fouloir permettant de pousser les différents ingrédients vers la chambre de mélangeage (b) ;
- deux rotors à axes parallèles tournant en sens inverses (c) et (c') ;
- une chambre de mélangeage (d) ;
- une porte de déchargement (e).



Le modèle K5 permet de mélanger 100 kg de matière dans une chambre ayant une contenance de 143 litres. Le mélangeur a une masse totale de 16 tonnes. La masse du moteur électrique entraînant les rotors est de 2,5 tonnes.

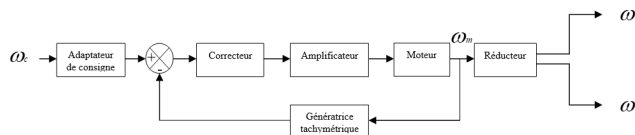
Les caractéristiques du mélange obtenu dépendent, en plus des caractéristiques des différents constituants, des conditions dans lesquelles s'effectue le mélange. Il est donc important de maîtriser, au cours des différentes phases du mélange, la vitesse de rotation des rotors et l'effort exercé par le fouloir tout en surveillant la température dans la chambre qui ne doit pas dépasser une valeur limite (pour que le mélange ne vulcanise pas dans le mélangeur).

**Objectif** Vérifier le dimensionnement de l'actionneur. Choisir et régler un correcteur pour optimiser les performances de l'asservissement de vitesse participant à l'exigence « Effectuer le mélange dans les conditions optimales ».

### Construction du schéma-blocs

**Objectif** Mise en place de la structure globale de l'asservissement de vitesse.

L'asservissement en vitesse des rotors est représenté par le schéma suivant :



$\omega_c$  : consigne de vitesse ;  $\omega_m$  : vitesse moteur ;  $\omega_1$  : vitesse rotor 1 ;  $\omega_2$  : vitesse rotor 2.

**R** Ces quatre vitesses sont des vitesses angulaires par rapport au bâti.

On donne les équations suivantes caractérisant le moteur :

1.  $C_m(t) + C_r(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt}$  ;
2.  $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$  ;
3.  $C_m(t) = k_i i(t)$  ;
4.  $e(t) = k_e \omega_m(t)$ .

On donne les équations suivantes caractérisant le moteur :

- $R$  : résistance de l'induit ;
- $L$  : inductance de l'induit ;
- $u(t)$  : tension d'alimentation du moteur ;
- $i(t)$  : courant moteur ;
- $e(t)$  : force contre électromotrice ;
- $C_m(t)$  : couple disponible sur l'arbre moteur ;
- $C_r(t)$  : couple résistant ramené sur l'arbre moteur ;
- $\omega_m(t)$  : vitesse de rotation de l'arbre moteur ;
- $J$  : moment d'inertie ramené sur l'arbre moteur ;

- $k_e$  : constante de force contre électromotrice ;
- $k_i$  : constante de couple.

On notera  $C_m(p)$ ,  $C_r(p)$ ,  $\Omega_m(p)$ ,  $U(p)$ ,  $I(p)$  et  $E(p)$  les transformées de Laplace des différentes grandeurs physiques définies ci-dessus.

**Question 1** En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles, donner les quatre équations précédentes dans le domaine de Laplace.

**Question 2** Remplir les fonctions de transfert des cases d, e, f et g ainsi que les trois grandeurs physiques manquantes (zones grisées) sur le schéma-bloc fourni sur le cahier réponses.

Le schéma cinématique et les caractéristiques du réducteur sont fournis en annexe B. \*\*\*\*

**Question 3** Donner la valeur algébrique des rapports de réduction  $r_1 = \frac{\omega_1}{\omega_m}$  et  $r_2 = \frac{\omega_2}{\omega_m}$  en fonction des nombres de dents  $Z_i$ . Faire les applications numériques.

**Question 4** Quelle doit être la fonction de transfert  $K_a$  de l'adaptateur de consigne (case a) si l'on veut que l'écart  $\varepsilon$  soit nul quand la vitesse  $\omega_1$  est égale à la vitesse de consigne  $\omega_c$  ? Remplir la case a du document réponse page 5\*\*\*\*.

Dans un premier temps nous considérerons que le correcteur est proportionnel de fonction de transfert  $k_c$ .

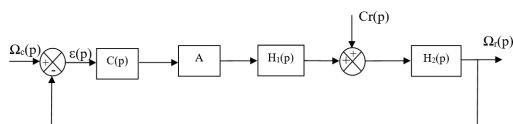
**Question 5** Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$  de suivi de

consigne ( $C_r(p) = 0$ ) en fonction de  $A$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $J$ ,  $k_i$ ,  $k_e$ ,  $k_g$  et  $k_c$ . La lettre sous la forme d'un système canonique d'ordre 2 et identifier les constantes caractéristiques.

## Étude de l'asservissement de vitesse

**Objectif** Choisir et régler un correcteur pour répondre au cahier des charges.

Pour cette partie, on utilisera le schéma-blocs à retour unitaire suivant :



On a  $H_1(p) = \frac{3000}{1 + 1,6 \cdot 10^{-2}p}$ ,  $H_2(p) = \frac{5,7 \cdot 10^{-5}(1 + 1,6 \cdot 10^{-2}p)}{1 + 2,9 \cdot 10^{-2}p + 4,6 \cdot 10^{-4}p^2}$  et  $A = 5$  (sans unité). Les valeurs numériques sont dans les unités du système international.

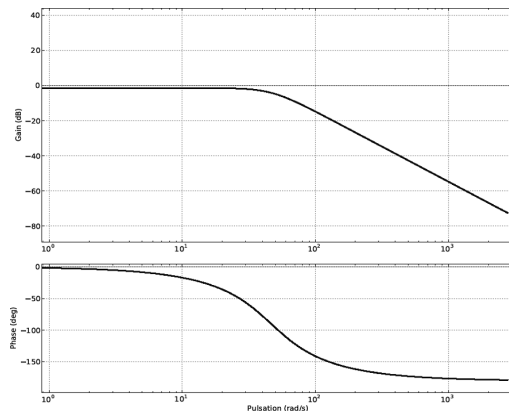
Le cahier des charges impose les conditions suivantes.

Critères	Niveaux
<b>Stabilité</b>	$M_0 = 10$ dB minimum $M_p = 40^\circ$ minimum
<b>Précision :</b>	
- En suivi de consigne, pour une entrée en échelon de vitesse	- Ecart nul en régime établi
- En régulation :	
- Pour une perturbation en échelon de couple	- Ecart nul en régime établi
- Pour une perturbation en rampe de couple	- Ecart maximum de 0,5 tr/min en régime établi pour une rampe de pente -50 N.m/s
<b>Rapidité</b>	
- Temps de réponse à 5 %	- 0,5 s maximum
<b>Amortissement</b>	
- Dépassement	- Pas de dépassement de la consigne

R

- La perturbation en échelon de couple modélise une variation brusque du couple résistant au niveau des rotors due à la mise en action du fouloir.
- La perturbation en rampe de couple modélise une variation lente du couple résistant liée à la variation de température du mélange.

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système non corrigé ( $C(p) = 1$ ) est donné ci-dessous.



**Question 6** Le système modélisé ainsi est-il stable ? Justifier votre réponse.

**Question 7** Si l'on considère dans un premier temps que le correcteur est proportionnel de fonction de transfert  $C(p) = K$ , donner la valeur que prend l'écart (en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $K$  s'il est constant) dans chacun des trois cas proposés (on ne demande pas de développer de calculs sur la copie). Le cahier des charges est-il respecté ?

**Question 8** Parmi les quatre correcteurs proposés, cocher celui (ou ceux) qui peut (peuvent) permettre de répondre aux trois critères de précision du cahier des charges.

**Question 9** Pour la suite nous utiliserons un correcteur de fonction de transfert  $C(p) = K \frac{1 + Tp}{Tp}$ .

**Question 10** Donner le nom de ce correcteur et tracer le diagramme de Bode (asymptotique et allure du diagramme réel) du correcteur seul. Indiquer les pentes et points caractéristiques en fonction de  $K$  et  $T$ .

On choisit la valeur de  $T$  de telle façon que la valeur de la pulsation conduisant à un déphasage de  $-45^\circ$  pour le correcteur seul soit dix fois plus petite que la pulsation

pour laquelle la FTBO non corrigée présente un déphasage de  $-90^\circ$ .

**Question 11** Déterminer la valeur de  $T$  correspondante.

**Question 12** Tracer, sur le cahier réponses, le diagramme asymptotique de Bode de la FTBO corrigée avec  $K = 1$  et votre valeur de  $T$ . Indiquer les pentes et points caractéristiques.

On donne, sur le cahier réponses, le diagramme de Black de la FTBO corrigée avec  $T$  déterminé à la question précédente et  $K = 1$ .

**Question 13** Déterminer la plus grande valeur de  $K$  (notée  $K_{stab}$ ) permettant de satisfaire au critère de stabilité. Vous porterez sur la courbe les tracés que vous jugerez utiles.

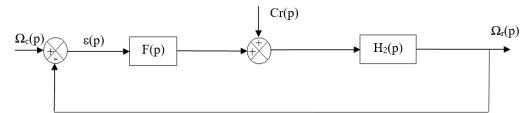
**Question 14** On donne, sur le cahier réponses, les courbes de la réponse du système à une entrée en échelon unitaire ( $\omega_c(t) = u(t)$ ) pour  $K$  prenant les valeurs 1; 2; 3; 3,5 et 4.

**Question 15** La valeur de  $K_{stab}$  trouvée à la question précédente est-elle compatible avec les critères de précision en suivi de consigne, d'amortissement et de rapidité? Justifiez votre réponse.

**Question 16** Choisir pour  $K$  une valeur permettant de respecter à la fois les critères de stabilité, amortissement,

rapidité et précision en suivi de consigne. Vous justifierez vos réponses et porterez sur la courbe les tracés que vous jugerez utiles.

Le correcteur ayant été dimensionné, le schéma-bloc peut se mettre sous la forme suivante :



On a  $F(p) = \frac{2,25 \cdot 10^5 (1 + 10,2p)}{p(1 + 1,6 \cdot 10^{-2}p)}$  et  $H_2(p) = \frac{5,7 \cdot 10^{-5} (1 + 1,6 \cdot 10^{-2}p)}{1 + 2,9 \cdot 10^{-2}p + 4,6 \cdot 10^{-4}p^2}$ . Les valeurs numériques sont dans les unités du système international.

Nous nous intéressons maintenant à la précision en régulation du système modélisé ainsi. L'étude sera donc faite pour une consigne nulle  $\omega_c(t) = 0$ .

**Question 17** Déterminer l'expression de  $\varepsilon(p)$  en fonction de  $C_r(p)$ ,  $F(p)$  et  $H_2(p)$ .

**Question 18** Que vaut  $\varepsilon_1 = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$  pour une perturbation en échelon  $C_r(t) = b u(t)$ ? Justifier votre réponse et conclure quant au respect du cahier des charges.

**Question 19** Que vaut  $\varepsilon_2 = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$  pour une perturbation en rampe  $C_r(t) = c t u(t)$ ? Le cahier des charges est-il respecté (justifier par l'application numérique).

