LB

(curs 3 - S3)

Sisteme de numere poziționale

☐ **Sistem pozițional** - un număr este reprezentat printr-un şir de cifre, unde fiecare poziţie a unei cifre este asociată o anumită contributie (pondere).

$$D = \underset{\text{MSD}}{\underset{\uparrow}{d_{m-1}}}\, d_{m-2} \ldots d_1\, \underset{\text{Virgula fixă}}{\underset{\uparrow}{d_0 .}}\, d_{-1}\, d_{-2} \ldots \underset{\text{LSD}}{\underset{\uparrow}{d_{-n}}}$$

Sisteme de numere binare

$$b = \underset{\text{MSB}}{\underset{|}{b_{m-1}}}\, b_{m-2} \ldots b_1\, \underset{\text{virgulă fixă}}{\underset{|}{b_0 .}}\, b_{-1}\, b_{-2} \ldots \underset{\text{LSB}}{\underset{|}{b_{-m}}}$$

$$b = \sum_{i=-m}^{n-1} b_i \cdot r^i$$, unde $r = 2$ radix (bază)

Ex.: $N=11001.011_2$

$N= 1*2^4+1*2^3+0*2^2+0*2^1+1*2^0+ 0*2^{-1}+1*2^{-2}+1*2^{-3}=25.375_{10}$

☐ Baza 8 corespunde sistemului octal. cifre {0,1,2,3,4,5,6,7}

☐ Baza 16 corespunde sistemului hexazecimal.

cifre {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}

☐ Conversia din binar în hexazecimal

Ex: 010011110111.101001010

- Partiţionarea numărului binar în grupuri de 4 pornind de la virgulă şi inaintand spre dreapta sau stanga :

  0100_1111_0111 . 1010_0101_0000

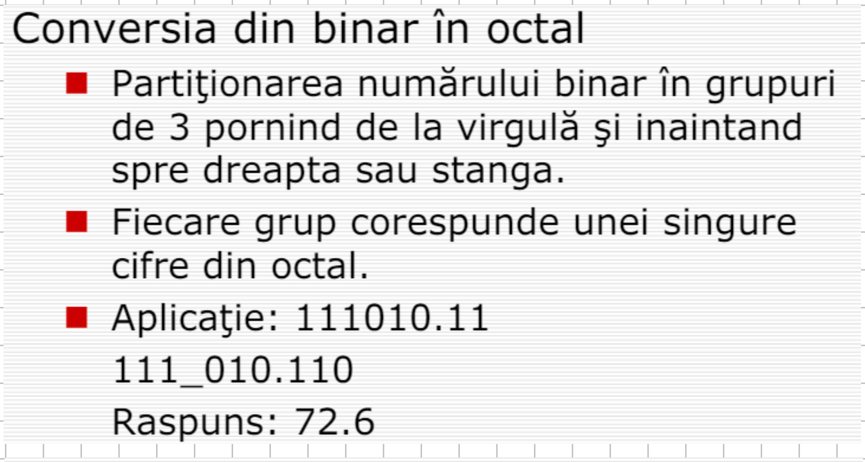
- Fiecare grup corespunde unei singure cifre hexazecimale. Folosind Tabelul ant. obţinem:

  4F7.A50

Aplicaţie: Convertiţi numărul din binar în hexazecimal:

111 1100 1010.0111 1111

Raspuns : 7CA.7F

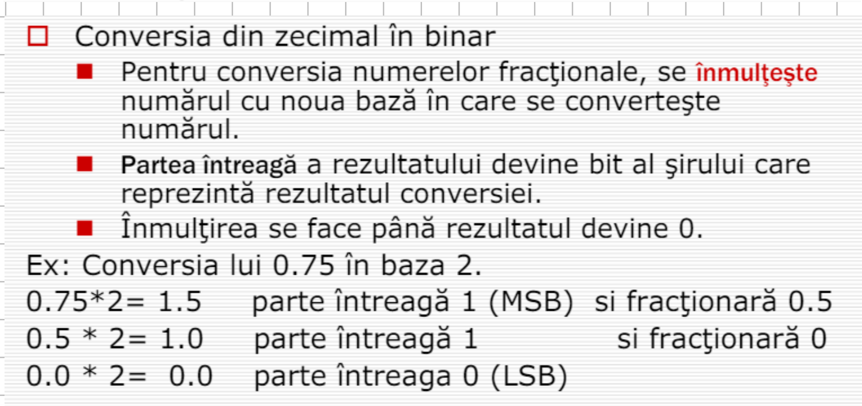


Conversia din binar în octal

- Partiţionarea numărului binar în grupuri de 3 pornind de la virgulă şi inaintand spre dreapta sau stanga.
- Fiecare grup corespunde unei singure cifre din octal.
- Aplicaţie: 111010.11

  111_010.110

  Raspuns: 72.6

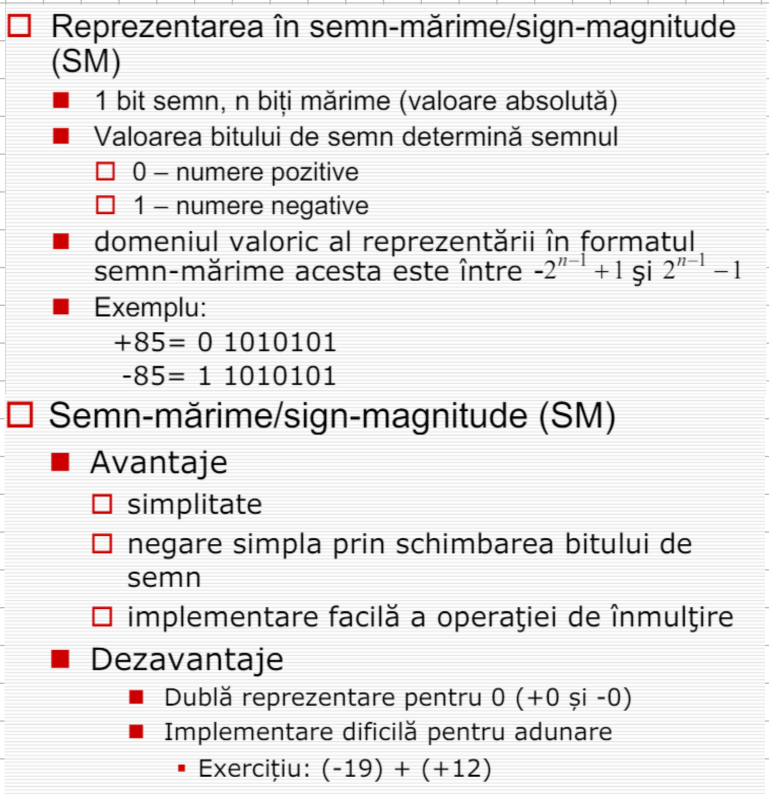


- ☐ Conversia din zecimal în binar
  - Pentru conversia numerelor fracţionale, se **înmulţeşte** numărul cu noua bază în care se converteşte numărul.
  - **Partea întreagă** a rezultatului devine bit al şirului care reprezintă rezultatul conversiei.
  - Înmulţirea se face până rezultatul devine 0.

Ex: Conversia lui 0.75 în baza 2.

0.75*2= 1.5	parte întreagă 1 (MSB)	si fracţionară 0.5
0.5 * 2= 1.0	parte întreagă 1	si fracţionară 0
0.0 * 2= 0.0	parte întreaga 0 (LSB)	

Reprezentarea numerelor în virgulă fixă

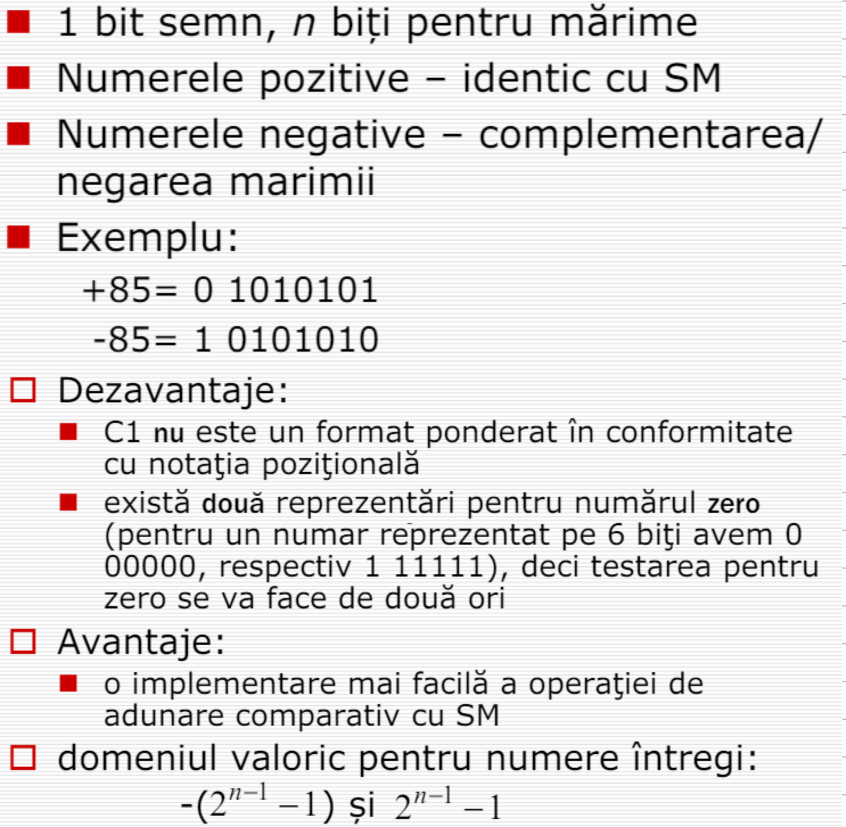


- ☐ Reprezentarea în semn-mărime/sign-magnitude (SM)
  - 1 bit semn, n biți mărime (valoare absolută)
  - Valoarea bitului de semn determină semnul
    - ☐ 0 – numere pozitive
    - ☐ 1 – numere negative
  - domeniul valoric al reprezentării în formatul semn-mărime acesta este între $-2^{n-1}+1$ şi $2^{n-1}-1$
  - Exemplu:

    +85= 0 1010101

    -85= 1 1010101
- ☐ Semn-mărime/sign-magnitude (SM)
  - Avantaje
    - ☐ simplitate
    - ☐ negare simpla prin schimbarea bitului de semn
    - ☐ implementare facilă a operaţiei de înmulţire
  - Dezavantaje
    - Dublă reprezentare pentru 0 (+0 și -0)
    - Implementare dificilă pentru adunare
      - Exercițiu: (-19) + (+12)

Complement de 1



- 1 bit semn, *n* biți pentru mărime
- Numerele pozitive – identic cu SM
- Numerele negative – complementarea/ negarea marimii
- Exemplu:

  +85= 0 1010101

  -85= 1 0101010

☐ Dezavantaje:

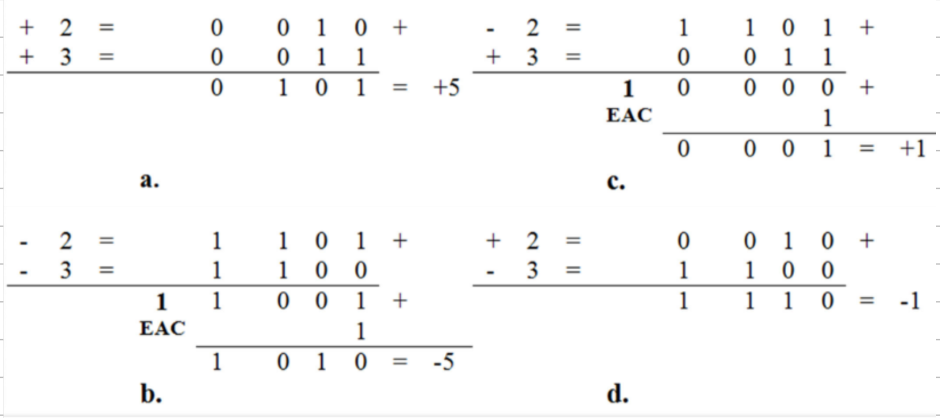
- C1 **nu** este un format ponderat în conformitate cu notaţia poziţională
- există **două** reprezentări pentru numărul **zero** (pentru un numar reprezentat pe 6 biţi avem 0 00000, respectiv 1 11111), deci testarea pentru zero se va face de două ori

☐ Avantaje:

- o implementare mai facilă a operaţiei de adunare comparativ cu SM

☐ domeniul valoric pentru numere întregi:

$-(2^{n-1}-1)$ și $2^{n-1}-1$



+	2	=		0	0	1	0	+		
+	3	=		0	0	1	1			
				0	1	0	1	=	+5	

a.

-	2	=		1	1	0	1	+	
+	3	=		0	0	1	1		
			1	0	0	0	0	+	
			EAC				1		
				0	0	0	1	=	+1

c.

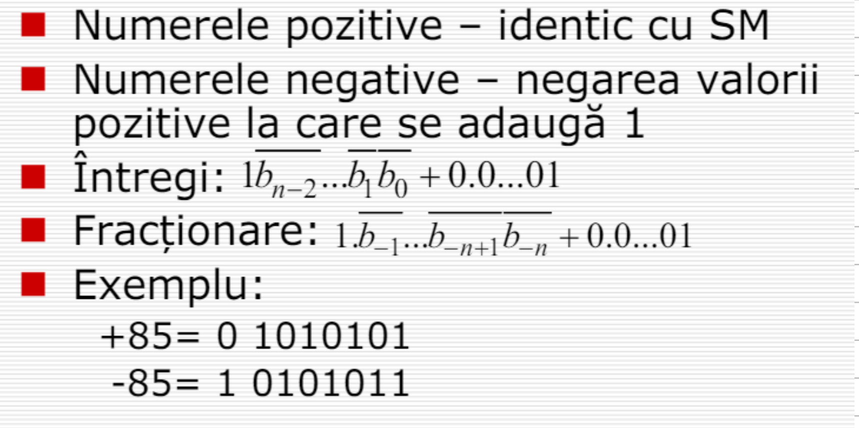
-	2	=		1	1	0	1	+	
-	3	=		1	1	0	0		
			1	1	0	0	1	+	
			EAC				1		
				1	0	1	0	=	-5

b.

+	2	=	0	0	1	0	+	
-	3	=	1	1	0	0		
			1	1	1	0	=	-1

d.

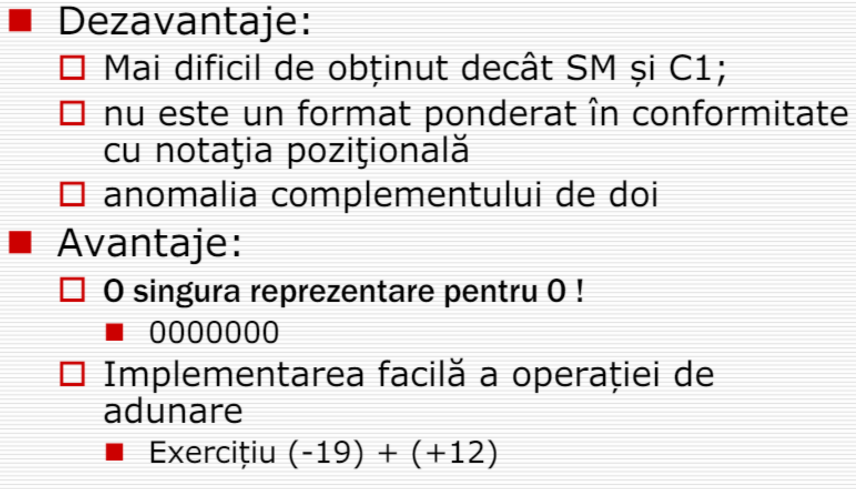
Complement de 2



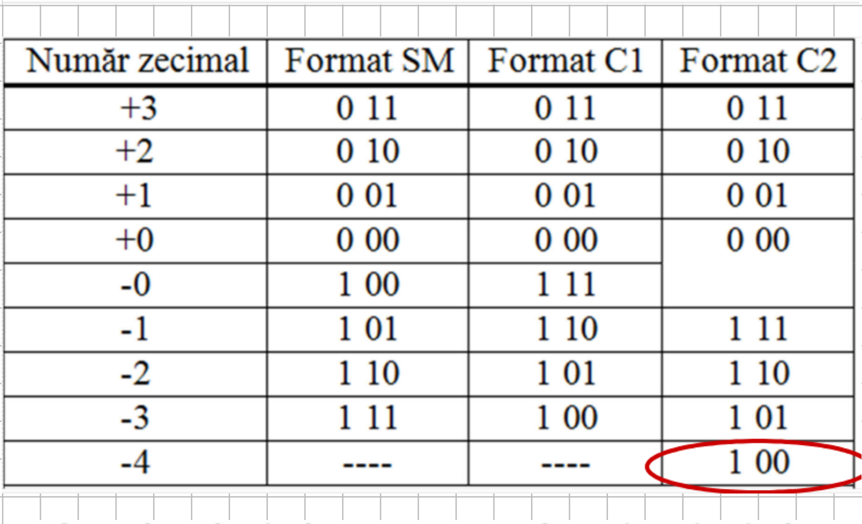
- Numerele pozitive – identic cu SM
- Numerele negative – negarea valorii pozitive la care se adaugă 1
- Întregi: $1\overline{b_{n-2}}...\overline{b_1}\,\overline{b_0} + 0.0...01$
- Fracționare: $1.\overline{b_{-1}}...\overline{b_{-n+1}}\,\overline{b_{-n}} + 0.0...01$
- Exemplu:

  +85= 0 1010101

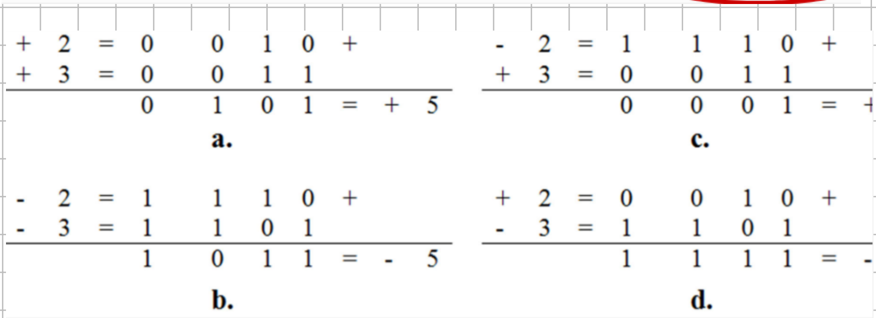
  -85= 1 0101011



- Dezavantaje:
  - ☐ Mai dificil de obținut decât SM și C1;
  - ☐ nu este un format ponderat în conformitate cu notaţia poziţională
  - ☐ anomalia complementului de doi
- Avantaje:
  - ☐ **O singura reprezentare pentru 0 !**
    - 0000000
  - ☐ Implementarea facilă a operației de adunare
    - Exercițiu (-19) + (+12)

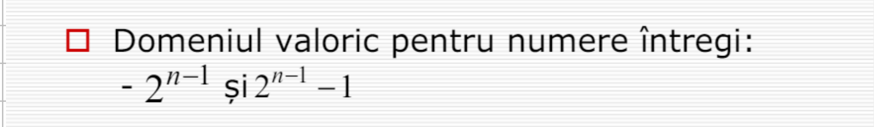


Număr zecimal	Format SM	Format C1	Format C2
+3	0 11	0 11	0 11
+2	0 10	0 10	0 10
+1	0 01	0 01	0 01
+0	0 00	0 00	0 00
-0	1 00	1 11	
-1	1 01	1 10	1 11
-2	1 10	1 01	1 10
-3	1 11	1 00	1 01
-4	----	----	1 00



```
+ 2 = 0   0 1 0 +                 - 2 = 1   1 1 0 +
+ 3 = 0   0 1 1                   + 3 = 0   0 1 1
-----------------------           ---------------------
      0   1 0 1 = + 5                   0   0 0 1 = +
          a.                                c.

- 2 = 1   1 1 0 +                 + 2 = 0   0 1 0 +
- 3 = 1   1 0 1                   - 3 = 1   1 0 1
-----------------------           ---------------------
      1   0 1 1 = - 5                   1   1 1 1 = -
          b.                                d.
```



- ☐ Domeniul valoric pentru numere întregi:

  -2^{n-1} și $2^{n-1}-1$

- ☐ Se dau următoarele perechi de numere întregi: +23 şi +18, +23 şi -18, -23 şi +18, respectiv -23 şi -18. Se cere:
  - Să se convertească numerele în formatele semn-mărime, complement de 1, respectiv complement de 2.
  - Să se efectueze adunarea celor două numere.

Nr	SM	C1	C2
23	010111	010111	010111
18	010010	010010	010010
−18	110010	101101	101110
− 23	110111	101000	101001

	S	
+23	0	10111
+18	0	10010
41	0	101001 =41

SM - de obicei nu se poate dacă e mai mult de 1 nr<0

+23	0	10111	
−18	1	01101	C1
5	0	00100	
	+	1	
	0	00101 =5	=> −5 = 111010

C2

010111
101110

000101 =5

−23	101000	C1	101001	C2
+18	010010		010010	
−5	111010 ✓		111011 ✓	

− 18	101101		101110	C2
−23	101000	C1	101001	
−41	1010101		1010111	
	1			
	1010110		1010110	

Reprezentarea numerelor în virgulă flotantă

- ☐ reprezentate folosind notaţia ştiinţifică (care nu este poziţională) → un domeniu valoric foarte mare.
- ☐ Pentru a reprezenta un număr in virgulă flotantă folosim trei numere conform relaţiei:

$$N = M * B^E$$

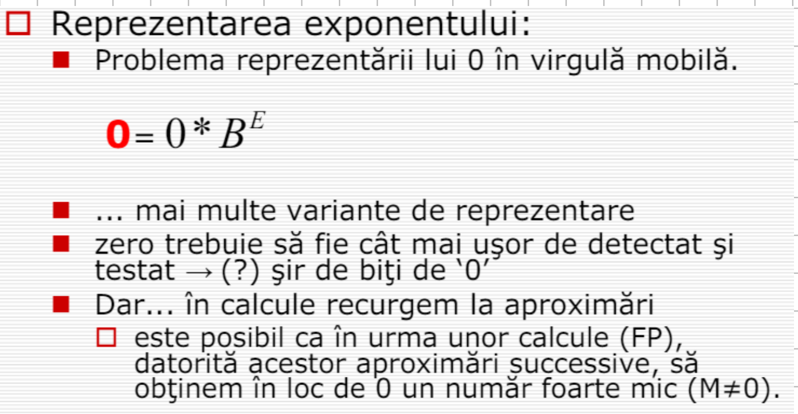
M - mantisa. (*M* poate fi reprezentată în SM sau C2)
B - baza (de obicei e 2 sau o putere a lui 2)
E - exponent. (E este reprezentat în SM sau cod exces)

M - mantisa. (*M* poate fi reprezentată în SM sau C2)
B - baza (de obicei e 2 sau o putere a lui 2)
E - exponent. (E este reprezentat în SM sau cod exces)

- ☐ Reprezentarea mantisei:
  - Reprezentarea lui 18:

$$18*10^0 = 1.8*10^1 = 0.18*10^2 = \ldots = 0.0\ldots018*10^n$$

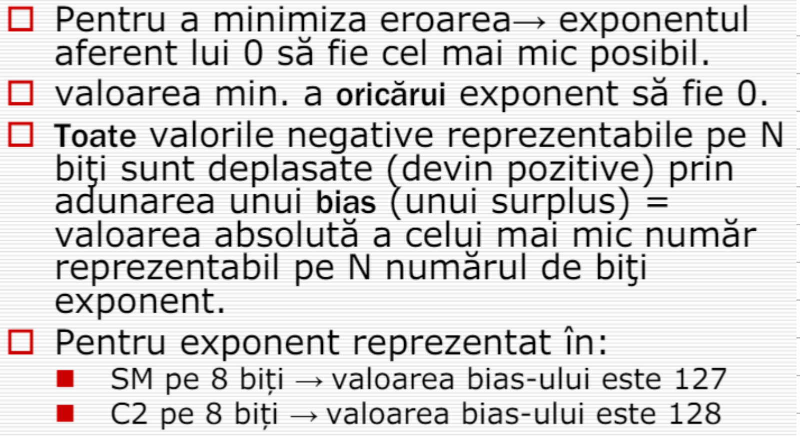
  - *Obs.: M*, *B* şi *E* au o infinitate de valori posibile
  - Pentru o tratare unitară şi eficientă prin prisma procesării în sistemele de calcul → o reprezentare **unică** → **normalizarea** mantisei *M*
- ☐ *M* în SM primul bit din **dreapta** virgulei trebuie să fie **1**.
- ☐ *M* în C2 şi M corespunde la o:
  - valoare negativă atunci primul bit din dreapta virgulei trebuie să fie 0.
  - valoare pozitivă, atunci folosim regula de la SM.



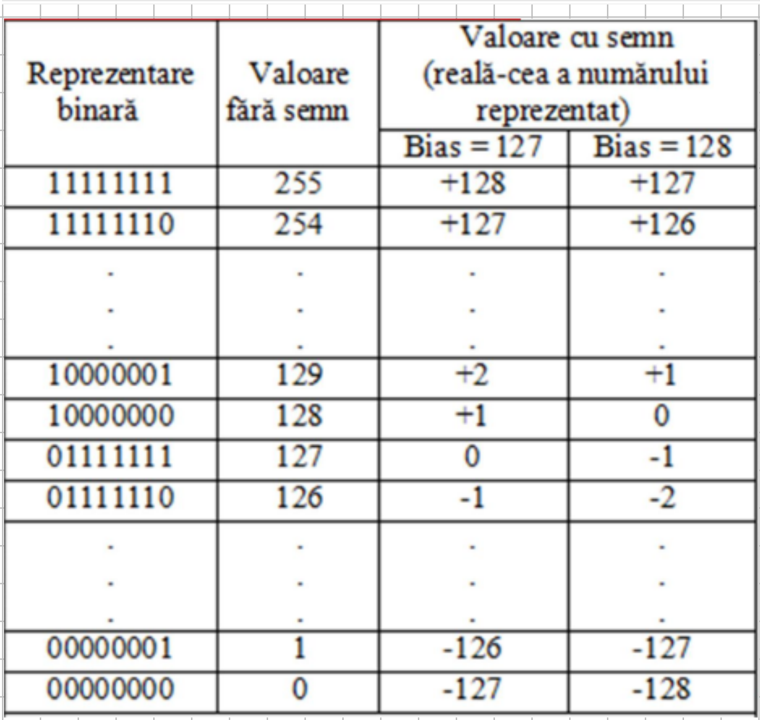
- ☐ Reprezentarea exponentului:
  - Problema reprezentării lui 0 în virgulă mobilă.

$$\mathbf{0} = 0 * B^E$$

  - ... mai multe variante de reprezentare
  - zero trebuie să fie cât mai uşor de detectat şi testat → (?) şir de biţi de '0'
  - Dar... în calcule recurgem la aproximări
    - ☐ este posibil ca în urma unor calcule (FP), datorită acestor aproximări successive, să obţinem în loc de 0 un număr foarte mic (M≠0).



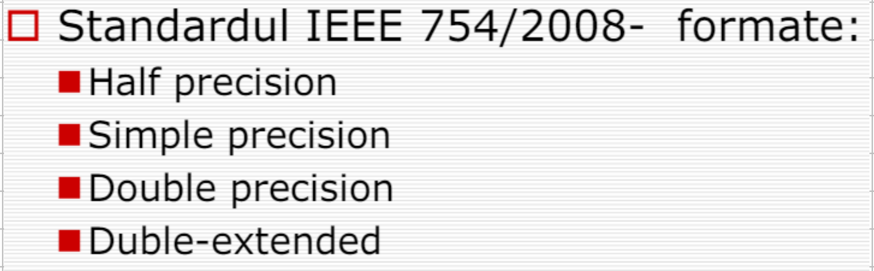
- ☐ Pentru a minimiza eroarea→ exponentul aferent lui 0 să fie cel mai mic posibil.
- ☐ valoarea min. a **oricărui** exponent să fie 0.
- ☐ **Toate** valorile negative reprezentabile pe N biţi sunt deplasate (devin pozitive) prin adunarea unui **bias** (unui surplus) = valoarea absolută a celui mai mic număr reprezentabil pe N numărul de biţi exponent.
- ☐ Pentru exponent reprezentat în:
  - SM pe 8 biţi → valoarea bias-ului este 127
  - C2 pe 8 biţi → valoarea bias-ului este 128



Reprezentare binară	Valoare fără semn	Valoare cu semn (reală-cea a numărului reprezentat)	
		Bias = 127	Bias = 128
11111111	255	+128	+127
11111110	254	+127	+126
. . .	. . .	. . .	. . .
10000001	129	+2	+1
10000000	128	+1	0
01111111	127	0	-1
01111110	126	-1	-2
. . .	. . .	. . .	. . .
00000001	1	-126	-127
00000000	0	-127	-128

Cele mai reprezentative standarde pentru virgula mobilă sunt

1. IEEE 754
2. IBM S360/370



- ☐ Standardul IEEE 754/2008- formate:
  - Half precision
  - Simple precision
  - Double precision
  - Duble-extended

- ☐ Caracteristici:
  - E şi M – format SM
  - Exponentul este reprezentat în exces de:
    - ☐ 127 pentru simplă precizie
    - ☐ 1023 pentru dublă precizie.
  - *Hidden bit*.
    - ☐ Mantisa are un bit de 1 ascuns.
    - ☐ bitul la dreapta virgulei care trebuie să fie 1 (din condiţia de normalizare).
    - ☐ (S.**1**M) (unde S este semnul iar M este mantisa) → virgula a fost mutată la dreapta bit-ului de 1 cel mai semnificativ: S**1**.M

- ☐ Simplă precizie: 32 biți
  - 1 bit de semn
  - 8 biţi de exponent; exponent reprezentat în exces de 127
  - 23 biţi de mantisă (significand)
- ☐ Formatul de număr este:

0	1 8	9 31
S	Exponent	Magnitudine

Ex.: Să se reprezinte în format IEEE 754 SP numărul 4.625

- ☐ Pasul 1: Se converteşte numărul în baza 2.

$$4.625=100.101*\ 2^{0}$$

- ☐ Pasul 2: Normalizare → 1.M (mutarea virgulei cu ajustarea corespunzătoare a puterii lui 2)

$$100.101=1.00101*\ 2^{2}$$

$$E=2+127(exces)=129=128+1=2^{7}+2^{0}=10000001$$

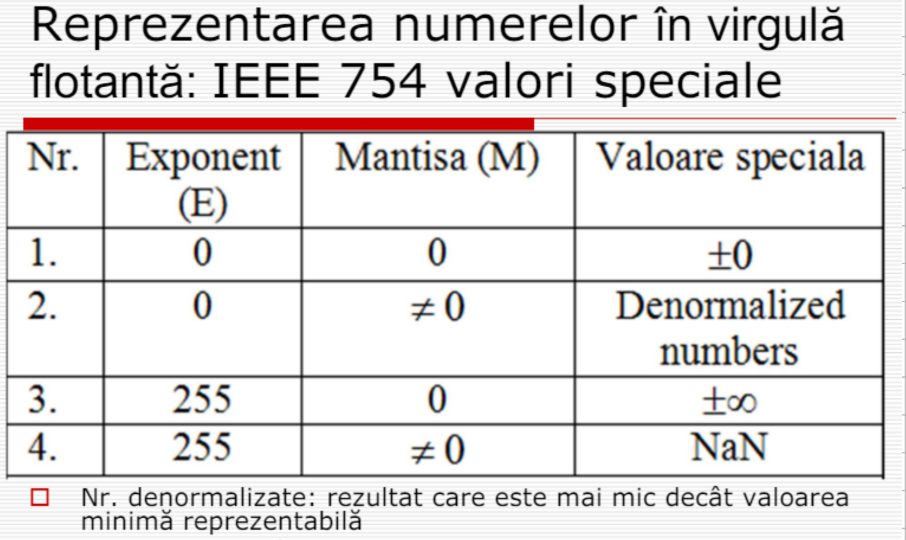
- ☐ Pasul 3:

S	E (8 biţi)	M (23 biţi)
0	10000001	0010 1000 0000 0000 0000 000

Reprezentarea numerelor în virgulă flotantă: IEEE 754 dublă precizie

- ☐ Reprezentare pe 64 de biţi:
  - 1 bit de semn
  - 11 biţi de exponent reprezentaţi în exces de 1023
  - 52 biţi de mantisă (significand)

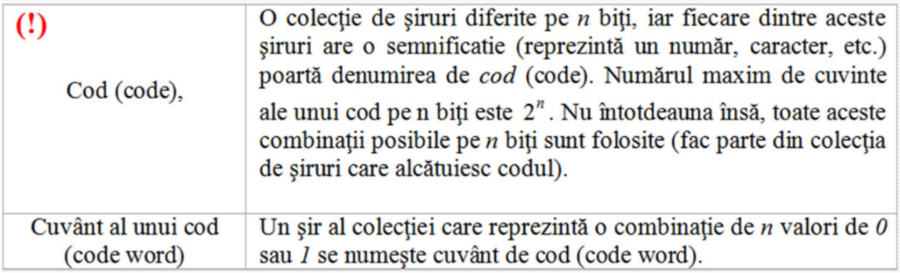
0	1 12	13 63
S	Exponent	Magnitudine



Reprezentarea numerelor în virgulă flotantă: IEEE 754 valori speciale

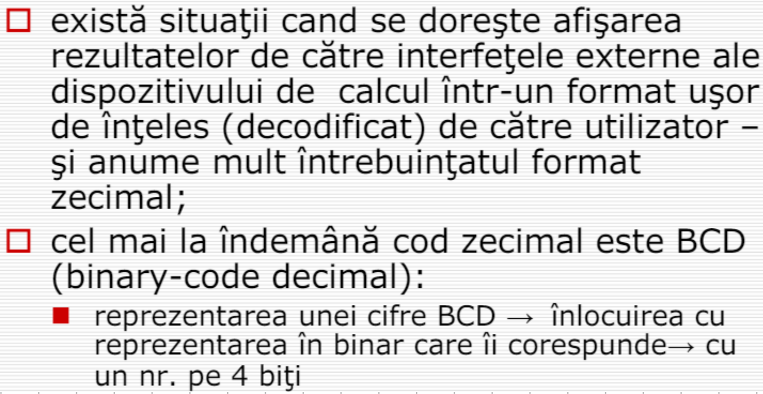
Nr.	Exponent (E)	Mantisa (M)	Valoare speciala
1.	0	0	± 0
2.	0	$\neq 0$	Denormalized numbers
3.	255	0	$\pm\infty$
4.	255	$\neq 0$	NaN

- ☐ Nr. denormalizate: rezultat care este mai mic decât valoarea minimă reprezentabilă
- ☐ Infinit: situaţia în care rezultatul intermediar este infinit sau avem overflow
- ☐ 0/0 sau radical din nr. negativ

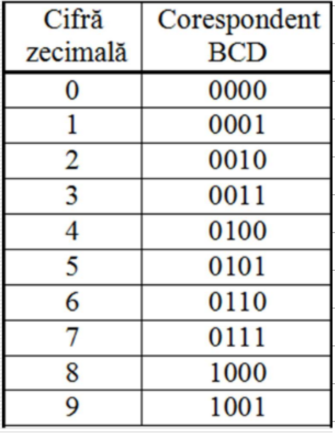


(!) Cod (code),	O colecţie de şiruri diferite pe *n* biţi, iar fiecare dintre aceste şiruri are o semnificatie (reprezintă un număr, caracter, etc.) poartă denumirea de *cod* (code). Numărul maxim de cuvinte ale unui cod pe n biţi este 2^n. Nu întotdeauna însă, toate aceste combinaţii posibile pe *n* biţi sunt folosite (fac parte din colecţia de şiruri care alcătuiesc codul).
Cuvânt al unui cod (code word)	Un şir al colecţiei care reprezintă o combinaţie de *n* valori de *0* sau *1* se numeşte cuvânt de cod (code word).

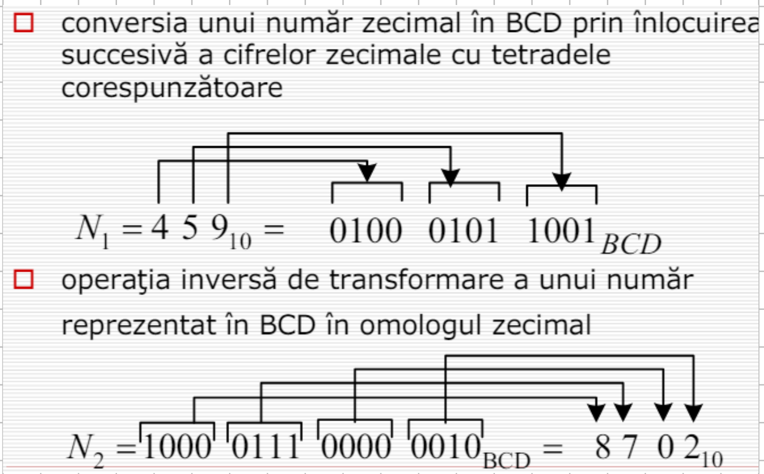
Coduri binare pentru numere zecimale - BCD



- ☐ există situaţii cand se doreşte afişarea rezultatelor de către interfeţele externe ale dispozitivului de calcul într-un format uşor de înţeles (decodificat) de către utilizator – şi anume mult întrebuinţatul format zecimal;
- ☐ cel mai la îndemână cod zecimal este BCD (binary-code decimal):
  - reprezentarea unei cifre BCD → înlocuirea cu reprezentarea în binar care îi corespunde→ cu un nr. pe 4 biţi



Cifră zecimală	Corespondent BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

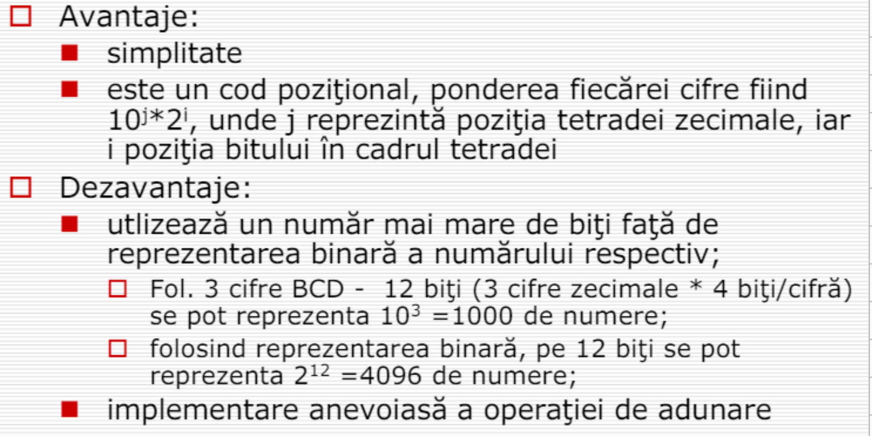


- ☐ conversia unui număr zecimal în BCD prin înlocuirea succesivă a cifrelor zecimale cu tetradele corespunzătoare

$$N_1 = 4\ 5\ 9_{10} = \quad 0100 \quad 0101 \quad 1001_{BCD}$$

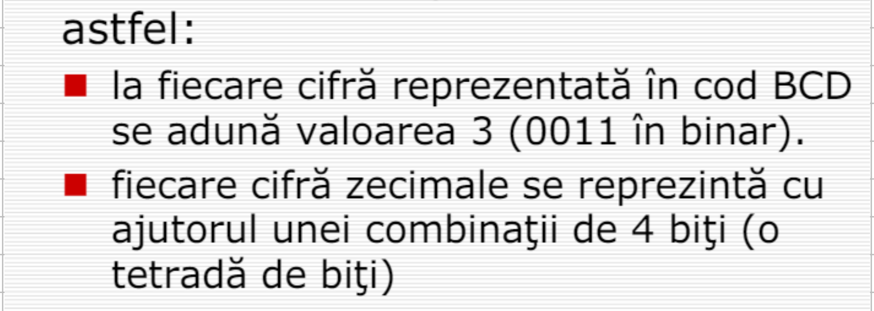
- ☐ operaţia inversă de transformare a unui număr reprezentat în BCD în omologul zecimal

$$N_2 = 1000\ 0111\ 0000\ 0010_{BCD} = \quad 8\ 7\ 0\ 2_{10}$$

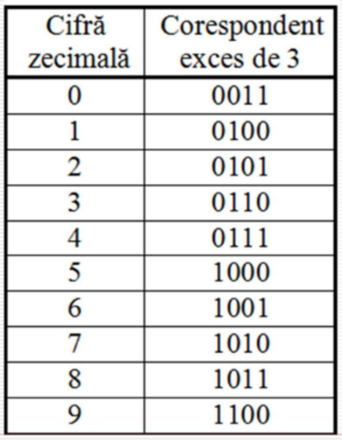


- ☐ Avantaje:
  - simplitate
  - este un cod poziţional, ponderea fiecărei cifre fiind 10^j*2^i, unde j reprezintă poziţia tetradei zecimale, iar i poziţia bitului în cadrul tetradei
- ☐ Dezavantaje:
  - utlizează un număr mai mare de biţi faţă de reprezentarea binară a numărului respectiv;
    - ☐ Fol. 3 cifre BCD - 12 biţi (3 cifre zecimale * 4 biţi/cifră) se pot reprezenta 10^3 =1000 de numere;
    - ☐ folosind reprezentarea binară, pe 12 biţi se pot reprezenta 2^{12} =4096 de numere;
  - implementare anevoiasă a operaţiei de adunare

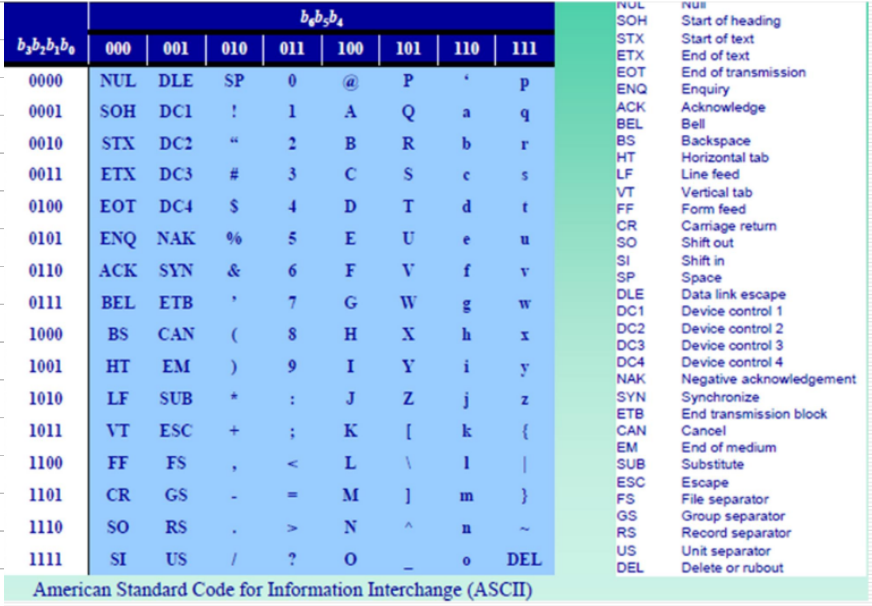
Exces de 3



- ☐ Exces de 3 se obţine din codul BCD astfel:
  - la fiecare cifră reprezentată în cod BCD se adună valoarea 3 (0011 în binar).
  - fiecare cifră zecimale se reprezintă cu ajutorul unei combinaţii de 4 biţi (o tetradă de biţi)



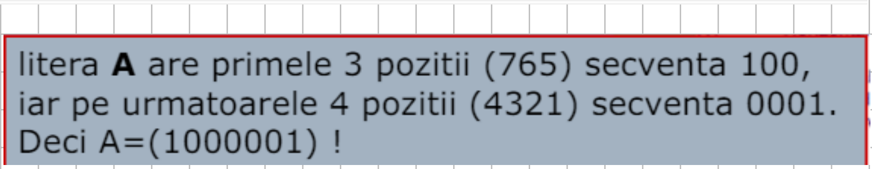
Cifră zecimală	Corespondent exces de 3
0	0011
1	0100
2	0101
3	0110
4	0111
5	1000
6	1001
7	1010
8	1011
9	1100



	$b_6b_5b_4$							
$b_3b_2b_1b_0$	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	‘	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	“	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	’	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

NUL	Null
SOH	Start of heading
STX	Start of text
ETX	End of text
EOT	End of transmission
ENQ	Enquiry
ACK	Acknowledge
BEL	Bell
BS	Backspace
HT	Horizontal tab
LF	Line feed
VT	Vertical tab
FF	Form feed
CR	Carriage return
SO	Shift out
SI	Shift in
SP	Space
DLE	Data link escape
DC1	Device control 1
DC2	Device control 2
DC3	Device control 3
DC4	Device control 4
NAK	Negative acknowledgement
SYN	Synchronize
ETB	End transmission block
CAN	Cancel
EM	End of medium
SUB	Substitute
ESC	Escape
FS	File separator
GS	Group separator
RS	Record separator
US	Unit separator
DEL	Delete or rubout

American Standard Code for Information Interchange (ASCII)



litera **A** are primele 3 pozitii (765) secventa 100, iar pe urmatoarele 4 pozitii (4321) secventa 0001. Deci A=(1000001) !