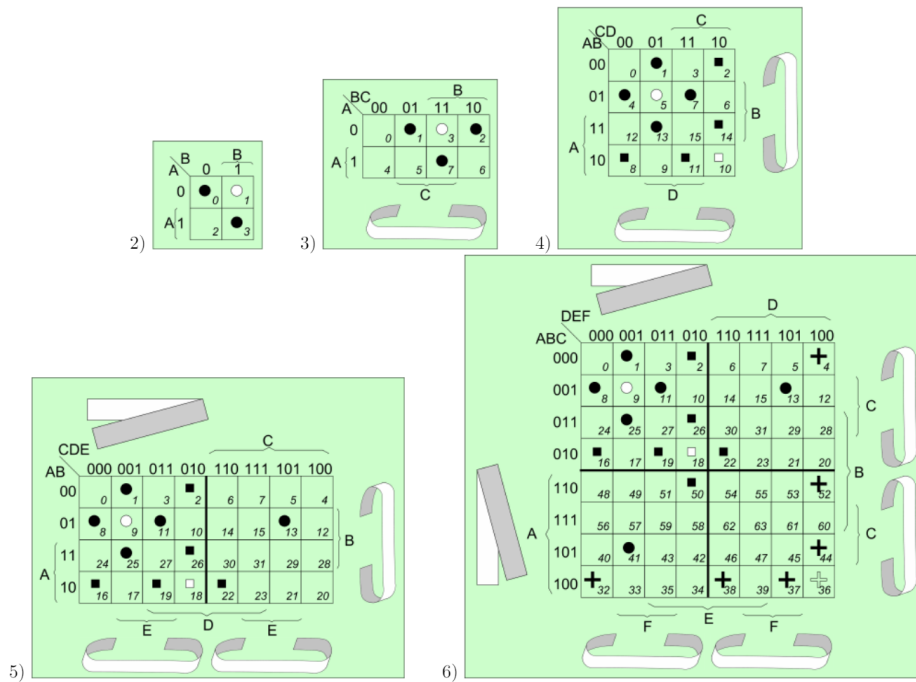


Diagrame Veich-Karnaugh (Lecția 5)



Un *minterm* este un termen produs în care apar toate variabilele de intrare, negate sau ne-negate. Pe o diagramă V-K, un minterm care apare în expresia FCND/SOP este asociat cu o căsuță ce conține valoarea 1.

Un *implicant prim* este un termen produs care conține doar anumite variabilele de intrare, negate sau ne-negate. Pe o diagramă V-K, un implicant prim asociat unei suprafețe având toate câmpurile cu valoarea 1.

Un *implicant prim esențial* este un implicant prim care acoperă în mod unic un câmp cu valoarea 1 și este obligatoriu să fie prezent în expresia minimă a funcției.

Minimizarea funcțiilor logice presupune parcurgerea următoarelor etape:

- Se acoperă toate căsuțele cu valoare 1 cu cel puțin o suprafață. Suprafețele sunt dreptunghiulare cu laturi de dimensiuni puteri ale lui 2 ($2^0 = 1, 2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, \dots$). O suprafață conține căsuțe vecine (din punct de vedere al codurilor asociate acestora). Căsuțele cu valoarea 1 se acoperă cu un număr minim de suprafețe, având dimensiune maximă.
- Din considerarea suprafețelor care acoperă în întregime toate căsuțele cu valoare 1, se obține expresia minimă a funcției. O suprafață de o căsuță generează un minterm în expresia minimă a funcției. O suprafață de două căsuțe generează un implicant prim în expresia minimă a funcției. Implicantul prim este un produs al tuturor variabilelor de intrare cu excepția celei ce are valoare 0 într-o căsuță și valoare 1 în cealaltă căsuță. La fiecare dublare a suprafeței, din implicantul prim dispăre o variabilă de intrare (cea care are valoare 1 în jumătate din căsuțele suprafeței și valoare 0 în cealaltă jumătate). O suprafață ce acoperă jumătate din diagrama V-K va genera în expresia final a funcției un "produs" cu o singură literă (variabila de intrare care are aceeași valoare în toate căsuțele suprafeței).
- Pentru determinarea implicantului prim asociat unei suprafețe se compară suprafața considerată cu regiunile definite de fiecare variabilă de intrare în parte. Pot exista 3 cazuri:
 - Suprafața cade integral într-o regiune asociată cu o variabilă: în acest caz, în implicantul prim se preia variabila de intrare.
 - Suprafața cade integral în afara unei regiuni asociate cu o variabilă: în acest caz, în implicantul prim se preia variabila de intrare negată.
 - Suprafața cade jumătate în interiorul unei regiuni asociate cu o variabilă, jumătate în exteriorul acesteia: în acest caz, din implicantul prim lipsește variabila de intrare.

Pentru o funcție cu N variabile de intrare, o diagramă completă are 2^N căsuțe cu valori 1 sau 0 (prin lipsa unei valori se presupune valoarea opusă celei ce apare în diagramă). Pentru un număr mare de intrări (mai mare decât 5) diagramele pot deveni mari și greu de operat cu ele. Din acest motiv, se poate micșora dimensiunea diagramei V-K prin introducerea în căsuțe a unor funcții de una sau mai multe variabile de intrare. Variabilele ale căror nume se regăsesc în interiorul diagramelor V-K se numesc *variabile reziduu*.

Un caz particular îl constituie *funcțiile incomplet definite* care au valori indiferente pentru anumite combinații ale intrărilor. În aceste cazuri, căsuțele asociate în diagramele V-K vor conține valoare indiferentă, marcată cu X (Engl. "don't care"). Pentru acțiunea de minimizare, valorile indiferente pot fi considerate ca având valori 1 sau 0 astfel încât să se acopere căsuțele ce conțin 1 cu suprafețe cât mai mari și cât mai puține.

Minimizarea funcțiilor cu variabile reziduu incomplet definite se realizează în următoarele etape:

- Se consideră căsuțele care au valori logice 1 și cele cu valori indiferente. Se determină formele minime ale suprafețelor definite.
- Căsuțele cu valoare 1 se consideră a fi cu valoare indiferentă. Se consideră căsuțele care conțin aceeași funcție reziduu și cele cu valori indiferente. Implicantii primi rezultați vor fi considerați în conjuncție (AND) cu funcția reziduu.
- Forma minimă a funcției se obține prin aplicarea funcției OR asupra tuturor implicantilor primi obținuți la cele două etape anterioare.
- În cazuri particulare, dacă funcțiile reziduu au mai mult de o variabilă, expresia finală se mai poate reduce prin prelucrări analitice.

1. Să se minimizeze următoarele funcții de 3 intrări, utilizând diagrame V-K:

a) $F_a(A, B, C) = \sum(0, 2, 3, 4, 6)$

b) $F_b(A, B, C) = \sum(3, 5, 6, 7)$

c) $F_c(A, B, C) = \sum(0, 1, 5, 7)$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	0	0	1

$\square = \bar{C}$

$\bigcirc = \bar{A}B$

$f = \bar{A}B + \bar{C} \leftarrow \text{IPE}$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$f = AC + BC + AB$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	1	1	0

$(0, 1) = \bar{A}\bar{B} \rightarrow \text{IPE}$

$(1, 5) = \bar{B}C \rightarrow \text{IPE}$

$(5, 7) = AC \rightarrow \text{IPE}$

$f = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}C + AC$

2. Să se minimizeze următoarele funcții de 4 intrări, utilizând diagrame V-K:

a) $F_a(A, B, C, D) = \sum(1, 5, 9, 15)$

b) $F_b(A, B, C, D) = \sum(1, 3, 9, 11, 12, 13, 14, 15)$

c) $F_c(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 14, 15)$

AB \ CB	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	0	0	1	0
10	0	1	0	0

$(1, 5) = \bar{A}\bar{C}B$

$(1, 9) = \bar{B}\bar{C}B$

$(15) = ABCB \rightarrow \text{miniterm / IPE ?}$

$f = \bar{A}\bar{C}B + \bar{B}\bar{C}B + ABCB$

AB \ CB	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	0	0	1	0
10	0	1	0	0

$(1, 3, 9, 11) = \bar{B}B$

$(9, 11, 13, 15) = AB$

$(12, 14) = AB\bar{B}$

$(12, 13, 14, 15) = AB$

$(1, 3, 9, 11) = \bar{B}B$

AB \ CB	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$(0, 2, 4, 6) = \bar{A}\bar{B} \quad \leftarrow$$

$$(0, 2, 8, 10) = \bar{B}\bar{C} \quad \leftarrow$$

$$(5, 7, 13, 15) = BB \quad \leftarrow$$

$$(2, 6, 10, 14) = C\bar{B} \quad \leftarrow$$

4. Să se simplifice funcțiile incomplet definite, utilizând diagrame V-K:

a) $F_a(A, B, C, D) = \sum(1, 3, 5, 7, 9, 15) + d(4, 6, 12, 13)$

b) $F_b(A, B, C) = \sum(3, 5, 6) + d(0, 7)$

AB \ CB	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	d	4	5	7
11	d	12	13	15
10	8	9	11	10

$$(1, 3, 5, 7) = \bar{A}B$$

$$(1, 5, 9, 13) = \bar{C}B$$

$$(5, 7, 13, 15) = BB$$

IPE

A \ BC	00		01		11		10	
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	d	0	1	1	3	2		
1	4	1	5	d	7	1		

$$(3, 4) = BC$$

$$(5, 7) = AC$$

$$(6, 4) = AB$$

} IPE