

Lb (curs 5-55)

Pasul 1:

- ❑ mintermi sunt grupați într-un tabel funcție de numărul de variabile nenegate conținute.
- ❑ aranjarea se va face în ordine crescătoare.
- ❑ o funcție cu patru variabile de intrare poate avea cinci grupe de minterm:
- ❑ grupa 0: numai minterm-ul 0,
- ❑ grupa 1: mintermi 1, 2, 4 și 8,
- ❑ grupa 2: mintermi 3, 5, 6, 9, 10, 12,
- ❑ grupa 3 va conține mintermi 7, 11, 13 și 14,
- ❑ grupa 4 va conține minterm-ul 15.

Pasul 1:

- ❑ În tabel se trec doar minterm-ii a căror valoare în tabelul de adevăr este **1**
- ❑ Ex. considerat: 1, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 12, 13
- ❑ grupa 0: numai minterm-ul 0,
- ❑ grupa 1: mintermi **1, 2, 4** și 8,
- ❑ grupa 2: mintermi **3, 5, 6, 9, 10, 12,**
- ❑ grupa 3 va conține mintermi 7, **11, 13** și 14,
- ❑ grupa 4 va conține minterm-ul 15.

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

Pasul 2

- ❑ fiecare minterm din grupă **i** se se compară cu fiecare minterm din grupa **i+1**
- ❑ Se verifică condiția de adiacență (să difere doar printr-o singură variabilă logică)
- ❑ Dacă doi mintermi verifică condiția de adiacență atunci:
 - se înlocuiește variabila care diferă cu o liniuță
 - grupul de doi mintermi va fi trecut în grupa i.
 - în tabelul precedent se bifează toți mintermii care au fost grupați. **Această observație este importantă în vederea ultimului pas.**

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	<u>1</u>	0	0	0	1	✓
	4	0	1	0	0	
2	<u>3</u>	0	0	1	1	✓
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	
	13	1	1	0	1	

- ❑ Pasul 2 se repetă **recursiv** până **NU** se mai pot forma grupări pe baza adiacenței!

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	<u>1,3</u>	0	0	-	1	
	1,5	0	-	0	1	
	1,9	-	0	0	1	
	4,5	0	1	0	-	
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	
2	3,11	-	0	1	1	
	5,13	-	1	0	1	
	9,11	1	0	-	1	
	9,13	1	-	0	1	
	12,13	1	1	0	-	

Important:

Toți termenii nebifați din tabelele construite până acum sunt **implicanți primi**!

Pasul 3

□ nou tabel:

- prima coloană: grupările obținute care sunt implicanții primi
- Celelalte coloane toți mintermii conținuți de implicanții primi
- în dreptul fiecărui implicant prim se bifează minterm-ii care îi conține

Implicanți primi	Mintermi acoperiți	Mintermi									
		1	3	4	5	6	9	11	12	13	
$\bar{a}\bar{b}\bar{d}$	4,6			X		X					

- Dacă un minterm este conținut de un singur implicant prim → implicant prim esențial;
- Expresia minimizată a funcției conține:
 - implicanții primi esențiali,
 - implicanți primi selectați astfel încât acoperirea de mintermi cu fiecare implicant adăugat să fie maximă.

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3	0	0	-	1	X
	1,5	0	-	0	1	X
	1,9	-	0	0	1	X
	4,5	0	1	0	-	X
	4,6	0	1	-	0	
	4,12	-	1	0	0	X
2	3,11	-	0	1	1	X
	5,13	-	1	0	1	X
	9,11	1	0	-	1	X
	9,13	1	-	0	1	X
	12,13	1	1	0	-	X

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,3,9,11	-	0	-	1	
	1,5,9,13	-	-	0	1	
	4,5,12,13	-	1	0	-	

$$f_1(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{b}\bar{d} + \bar{b}d + \bar{b}c$$

Implicanți primi	Mintermi acoperiți	Mintermi									
		1	3	4	5	6	9	11	12	13	
$\bar{a}\bar{b}\bar{d}$	4,6			X		X					
$\bar{b}d$	1,3,9,11	X	X				X	X			
$\bar{c}d$	1,5,9,13	X			X		X			X	
$\bar{b}\bar{c}$	4,5,12,13			X	X				X	X	

Implicant prim esențial (singur pe coloană)

- se vor parcurge primii doi pași ca și în cazul funcțiilor complet specificate cu următoarea precizare:

- mintermii care au valori nespecificate (valoarea d) în tabelul de adevăr vor fi trecuți în tabele ca și cei cu valoarea 1, putând fi grupați pe baza adiacenței.
- Pentru evidențierea mintermilor cu valoarea d, aceștia vor fi marcați cu o "*" în tabel.

- tabelul conține în coloanele minterm-ilor doar acei mintermi care au valoarea 1, nu și minterm-ii care au valoare nespecificată (d).

$$f_2(a,b,c,d) = \sum (1,5,7,9,13,15) + \sum d(8,10,11,14)$$

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1	0	0	0	1	X
	8*	1	0	0	0	X
2	5	0	1	0	1	X
	9	1	0	0	1	X
3	10*	1	0	1	0	X
	7	0	1	1	1	X
4	11*	1	0	1	1	X
	13	1	1	0	1	X
5	14*	1	1	1	0	X
	15	1	1	1	1	X

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,5	0	-	0	1	X
	1,9	-	0	0	1	X
	8*,9	1	0	0	-	X
	8*,10*	1	0	-	0	X
2	5,7	0	1	-	1	X
	5,13	-	1	0	1	X
	9,11*	1	0	-	1	X
	9,13	1	-	0	1	X
	10*,11*	1	0	1	-	X
	10*,14*	1	-	1	0	X
3	7,15	-	1	1	1	X
	11*,15	1	-	1	1	X
	13,15	1	1	-	1	X
	14*,15	1	1	1	-	X

Grupă	Mintermi	a	b	c	d	Bifare
1	1,5,9,13	-	-	0	1	
	8*,9,10*,11*	1	0	-	-	
2	5,7,13,15	-	1	-	1	
	9,11*,13,15	1	-	-	1	
	10*,11*,14*,15	1	-	1	-	

Implicanți primi	Mintermi acoperiți	Mintermi					
		1	5	7	9	13	15
$\bar{c}d$	1,5,9,13	X	X		X	X	
$a\bar{b}$	8*,9,10*,11*				X		
bd	5,7,13,15		X	X		X	X
ad	9,11*,13,15				X	X	X
ac	10*,11*,14*,15						X

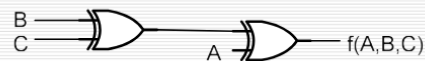
$$f_2(a, b, c, d) = \bar{c}d + bd$$

Sinteza funcțiilor combinaționale porți SAU – EXCLUSIV

Exemplu: să se realizeze cu porți logice **SAU-EXCLUSIV** sinteza funcției:

$$f(A, B, C) = ABC + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

C \ A \ B				
	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0



„tabla de șah”

$$\begin{aligned} ABC + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} &= A(BC + \bar{B}\bar{C}) + \bar{A}(\bar{B}C + B\bar{C}) = \\ &= A(B \oplus C) + \bar{A}(B \oplus C) = A \oplus (B \oplus C) \end{aligned}$$

Metoda Quine McCluskey

$$\Sigma (1, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 12, 13)$$

1 3 4 5 6 9 11 12 13

1	1	0	0	0	1	un singur 1
	4	0	1	0	0	
2	3	0	0	1	1	2 de 1
	5	0	1	0	1	
	6	0	1	1	0	
	9	1	0	0	1	
	12	1	1	0	0	
3	11	1	0	1	1	3 de 1
	13	1	1	0	1	

Se incearca gruparea mintermi din 2 grupe alaturate pentru a se forma adiacente.

1	1, 3	0	0	-	1	"-" → bit diferit
	1, 5	0	-	0	1	
	1, 9	-	0	0	1	
	4, 5	0	1	0	-	
	4, 6	0	1	-	0	
	4, 12	-	1	0	0	

2	3, 11	-	0	1	1
	5, 13	-	1	0	1
	9, 11	1	0	-	1
	9, 13	1	-	0	1
	12, 13	1	1	0	-

1	1, 3, 9, 11	-	0	-	1
	1, 5, 9, 13	-	-	0	1
	1, 9, 5, 13	la fel			
	1, 9, 3, 11	la fel			
	4, 5, 12, 13	-	1	0	-

Implicanți primi

	1	3	4	5	6	9	11	12	13
4, 6			X		X				
1, 3, 9, 11	X	X				X	X		
1, 5, 9, 13	X			X		X			X
4, 5, 12, 13			X	X				X	X

6 - implicant prim esențial

$$h(a, b, c, d) = \bar{a} b \bar{d} + \bar{b} d + b \bar{c}$$

(4, 6)
(1, 3, 9, 11)
(4, 5, 12, 13)

$$\Sigma (1, 3, 4, 5, 6, 9, 12) + \Sigma (11, 13)$$

Listele rămân la fel, până la tabel final
don't care -urile nu se trec

⇒ nu conferă unui implicant calitatea de esențial

Implicanți primi

	1	3	4	5	6	9	12
4, 6			X		X		
1, 3, 9, 11	X	X				X	
1, 5, 9, 13	X			X		X	
4, 5, 12, 13			X	X			X