06.12. 2023

CNF

① $(p \to (q \to r)) \to (p \to (r \to q))$

$(\neg p \lor (q \to r)) \to (\neg p \lor (r \to q))$ -

$(\neg p \lor (\neg q \lor r)) \to (\neg p \lor (\neg r \lor q))$

$= (\neg p \lor \neg q \lor r) \to (\neg p \lor \neg r \lor q)$

$\neg (\neg p \lor \neg q \lor r) \lor (\neg p \lor \neg r \lor q)$

$(p \land q \land \neg r) \lor (\neg p \lor \neg r \lor q)$

$(q \land p \land \neg r) \lor q \lor \neg p \lor \neg r$

$= (q \lor \neg p \lor \neg r)$

② $(p \to q) \to ((q \to r) \to (p \to r))$

$(\neg p \lor q) \to ((\neg q \lor r) \to (\neg p \lor r))$

$= (\neg p \lor q) \to (\neg(\neg q \lor r) \lor (\neg p \lor r))$

$= (\neg p \lor q) \to ((q \land \neg r) \lor \neg p \lor r)$

$= (p \land \neg q) \lor ((q \land \neg r) \lor \neg p \lor r)$

$= (p \land \neg q) \lor (q \land \neg r) \lor \neg p \lor r$

$\cancel{((p \lor q) \land (p \lor \neg r) \land \underset{\top}{(\neg q \lor q)} \land (\neg q \lor \neg r))}$

$\cancel{\lor \neg p \lor r}$

$= (p \land \neg q) \lor \neg p \lor (q \land \neg r) \lor r =$

$= (\underset{\top}{(p \lor \neg p)} \land (\neg q \lor \neg p)) \lor ((q \lor r) \land \underset{\top}{(\neg r \lor r}$

$= \underset{\top}{\neg q \lor \neg p} \lor q \lor r = \top$

BDD $((x_1 \lor x_2) \land (\lnot x_1 \lor \lnot x_2))$

$f | x_1 = T \leftrightarrow \lnot x_2 \qquad f|x_2 = T \quad f = F$
$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad f|x_2 = F \quad f = T$

$f | x_1 = F \leftrightarrow f = F$