Exemplul 3

$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ cu m. grad. conjugati

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad r_0 = A^* x_0$$

$$d_0 = r_0 = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

pas 0: $\alpha_0 = \begin{bmatrix} 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} / \left(\begin{bmatrix} 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \right) =$

$$= \frac{45}{\begin{bmatrix} 18 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}} = \frac{45}{189} = \frac{5}{21}$$

$$x_1 = x_0 + \alpha_0 d_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{5}{21} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{7} \\ \frac{5}{7} \end{bmatrix}$$

$$r_1 = r_0 - \alpha_0 A d_0 = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} - \frac{5}{21} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} - \frac{5}{21} \begin{bmatrix} 18 \\ 27 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{30}{7} \\ \frac{45}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12}{7} \\ -\frac{24}{7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\beta_0 &= \frac{r_1^T r_1}{r_0^T r_0} = \frac{144 \cdot 5/49}{36 + 9} = \frac{16}{49} \\
d_1 &= \begin{bmatrix} 12/7 \\ -24/7 \end{bmatrix} + \frac{16}{49} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180/49 \\ -120/49 \end{bmatrix} \\
\alpha_1 &= \frac{\begin{bmatrix} 12/7 \\ -24/7 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 12/7 \\ -24/7 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 180/49 \\ -120/49 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 180/49 \\ -120/49 \end{bmatrix}} = \frac{7}{10} \\
x_2 &= \begin{bmatrix} 10/7 \\ 5/7 \end{bmatrix} + \frac{7}{10} \begin{bmatrix} 180/49 \\ -120/49 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \\
r_2 &= \begin{bmatrix} 12/7 \\ -24/7 \end{bmatrix} - \frac{7}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 180/49 \\ -120/49 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

deoarece $r_2 = b - Ax_2 = 0$, soluţia este $x_2 = [4, -1]^T$

```
>> A = [1 -1 0; -1 2 1; 0 1 2];
>> b = [0; 2; 3];
>> x0 = [0;0;0];
>> x = conjgrad(A, b, x0, 20)

x =

    1.0000
    1.0000
    1.0000

>> A\b

ans =

     1
     1
     1
```