Exemplul 5

- aplicaţi SRS cu $\omega = 1.25$ sistemului din Exemplul 4
- metoda supra-relaxărilor succesive ne dă

$$
\begin{aligned}
u_{k+1} &= (1-\omega)u_k + \omega\frac{4 - v_k + w_k}{3}\\
v_{k+1} &= (1-\omega)v_k + \omega\frac{1 - 2u_{k+1} - w_k}{4}\\
w_{k+1} &= (1-\omega)w_k + \omega\frac{1 + u_{k+1} - 2v_{k+1}}{5}.
\end{aligned}
$$

începând cu $[u_0, v_0, w_0]^T = [0, 0, 0]^T$, calculăm

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1.6667 \\ -0.7292 \\ 1.0312 \end{bmatrix}$$

şi

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1.9835 \\ -1.0672 \\ 1.0216 \end{bmatrix}.$$

în acest exemplu, iteraţia SRS converge mai repede decât Jacobi şi Gauss–Seidel către soluţia $[2, -1, 1]^T$

Rezolvaţi sistemul prin metoda supra relaxărilor succesive (SRS) cu vectorul iniţial $[0,0,0]^T$ şi $\omega = 1.5$. Verificaţi rezultatul folosind operatorul \.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$u = \frac{v}{2}$ $\quad w = \frac{v}{2}$

$v = \frac{2+u+w}{2}$

$$u_1 = (1-om)\,u_0 + om\cdot\frac{v_0}{2} = -0{,}5\cdot 0 + 1{,}5\cdot 0 = 0$$

$$v_1 = (1-om)\cdot v_0 + om\cdot\frac{2+u_1+w_0}{2} = 0 + 1{,}5\cdot 1 = 1{,}5$$

$$w_1 = (1-om)\,w_0 + om\cdot\frac{v_1}{2} = 0 + \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

$$u_2 = (1-om)\,u_1 + om\,\frac{v_1}{2} = 0 + \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

$\frac{17}{4}$ $\quad \frac{9}{4}$ $\quad 4$

$$v_2 = (1-om)\cdot v_1 + om\cdot\frac{2+u_2+w_1}{2} = -0{,}5\cdot\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\cdot\frac{2+\frac{9}{8}+\frac{9}{8}}{2} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{17}{4} =$$

$$= \frac{51-12}{16} = \frac{39}{16}$$

```
>> A = [2 -1 0; -1 2 -1; 0 -1 2];
>> b = [0; 2; 0];
>> omega = 1.5;
>> x0 = [0; 0; 0];
>> x = sor(A, b, x0, omega, 20)

x =

    1.0000
    2.0000
    1.0000
```