1. $f(x) = x^3 + x - 1$

interval: $[0, 1]$

I. Verificăm $f(a) * f(b)$ $\begin{cases} < 0 \Rightarrow \exists \text{ rădăcină} \\ \geq 0 \Rightarrow \nexists \text{ rădăcină} \end{cases}$

$f(0) \cdot f(1) = (-1)(1+1-1) = -1 < 0 \Rightarrow \exists$ rădăcină

II. Calculăm mijlocul $c_i = (a_i + b_i)/2$ al intervalului curent $[a_i, b_i]$

Calculăm $f(c_i)$ și comparăm semnele

dacă $f(c_i) \cdot f(a_i) < 0 \Rightarrow a_{i+1} = a_i$
$b_{i+1} = c_i$

altfel $\Rightarrow a_{i+1} = c_i$
$b_{i+1} = b_i$

pas 0: $c_0 = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$f(c_0) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1+4-8}{8} = -\frac{3}{8}$

$f(c_0) \cdot f(a_0) = \left(-\frac{3}{8}\right)(-1) = \frac{3}{8} > 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ b_1 = 1 \end{cases}$

pas 1: $c_1 = \frac{\frac{1}{2}+1}{2} = \frac{3}{4}$

$f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64} + \frac{3}{4} - 1 = \frac{11}{64}$

$f(a_1) \cdot f(c_1) = \left(-\frac{3}{8}\right)\left(\frac{11}{64}\right) < 0 \Rightarrow \begin{cases} a_2 = \frac{1}{2} \\ b_2 = \frac{3}{4} \end{cases}$

pas 2: $c_2 = \frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2} = \frac{5}{8}$

$f\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{125}{8^3} + \frac{5}{8} - 1 = -\frac{67}{512}$

$f(a_2) \cdot f(c_2) = \left(-\frac{3}{8}\right)\left(-\frac{67}{512}\right) > 0 \Rightarrow \begin{cases} a_3 = \frac{5}{8} \\ b_3 = \frac{3}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow$ se continuă câți pași se cere metoda_bisectiei.m

```matlab
function xc = metoda_bisectiei(f, a, b, TOL)

if f(a) * f(b) >= 0
    error('Nu este respectata conditia')
end

while (b - a) / 2 > TOL
    c = (a + b) / 2;
    if f(c) == 0
        break;
    end

    if f(a) * f(c) < 0
        b = c;
    else
        a = c;

    end
end
xc = (a + b) / 2;

% ex Laborator 2
% f=@(x) x^3+x-1;
% xc = metoda_bisectiei(f, 0, 1, 0.00005)
% 0.6823
```

Command Window

```
>> xc = metoda_bisectiei(f, 0, 1, 0.00005)

xc =

    0.6823
```

Eroarea soluției $|x_c - r| < \frac{b-a}{2^{n+1}}$ ex lab $e = y-4$;

$r \downarrow$ sol

Evaluări de funcție $= n+2$

eroarea $< 0,5 \cdot 10^{-p}$

p - nr. zecimale

2. $f(x) = \cos x - x$

interval: $[0,1]$ cu 6 zecimale

eroare: $\frac{1-0}{2^{n+1}} < \frac{1}{2} 10^{-6}$

$$\frac{1}{2^n} < 10^{-6}$$

$$\frac{1}{10^{-6}} < 2^n \,\Big|\, \log_2$$

$$n > \log_2 10^6 = 6 \log_2 10 = 19,9$$

$\Rightarrow n = 20$ pași necesari

pas 0: $c_0 = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$

$$f(c_0) = f\left(\tfrac{1}{2}\right) = \cos\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{0,7}{2} = 0,35$$

$$f(a_0) \cdot f(c_0) = f(0) \cdot f\left(\tfrac{1}{2}\right) = (1-0)\cdot(0,35) > 0 \Rightarrow a_1 = \tfrac{1}{2}$$

$b_1 = 1$

pas 1: $c_1 = \frac{3}{4}$

$$f\left(\tfrac{3}{4}\right) = \cos\tfrac{3}{4} - \tfrac{3}{4} = 0{,}73 - 0{,}75 = -0{,}02$$

$$f(a_1)\,f(c_1) = f\left(\tfrac{1}{2}\right) f\left(\tfrac{3}{4}\right) < 0 \Rightarrow \begin{cases} a_2 = \frac{1}{2} \\ b_2 = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Se continuă

metoda_bisectiei.m

```matlab
function xc = metoda_bisectiei(f, a, b, TOL)

if f(a) * f(b) >= 0
    error('Nu este respectata conditia')
end

while (b - a) / 2 > TOL
    c = (a + b) / 2;
    if f(c) == 0
        break;
    end

    if f(a) * f(c) < 0
        b = c;
    else
        a = c;

    end
end
xc = (a + b) / 2;
```

Command Window

```
>> f = @(x) cos(x) - x;
>> xc = metoda_bisectiei(f, 0, 1, 0.00005)

xc =

    0.7391
```

3. Teorema valorii intermediare

Folosiţi teorema valorii intermediare pentru a găsi un interval de lungime unu care conţine rădăcina pozitivă a ecuaţiei $3x^2 + x = 2$ (2p). Aplicaţi metoda bisecţiei pentru a găsi o aproximare a rădăcinii care se află la cel mult $1/8$ de rădăcina adevărată (6p). Calculaţi eroarea de aproximare (2p).

$$\begin{cases} f \text{ - cont pe } [a, b] \\ y \in [f(a), f(b)] \\ a \le c \le b \\ f(c) = y \end{cases}$$

TI. $a < r < b \quad f(r) = 0$

$$f(x) = 3x^2 + x - 2$$

• pt. a găsi rădăcini:

$3x^2 + x - 2 = 0$, $\Delta = 1 + 4 \cdot 6 = 25$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{6} \Rightarrow x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

• $f(0) = -2$
$f(1) = 2$

$\frac{2}{3} \in [0,1]$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 2 = 2 - 2 = 0 \in [-2, 2]$

• ~~aproximare $< \frac{1}{8} = 0{,}125$ (3 zecimale)~~

eroarea de aproximare $\frac{1}{8}$

$|x_c - r| < \overset{\frac{1}{8}}{TOL} = \frac{b-a}{2^{n+1}}$

$\cancel{\frac{1-0}{2^{n+1}} < \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}}$

$\cancel{\frac{1}{2^n} < 10^{-3}}$

$\cancel{10^3 < 2^n} \quad \cancel{|\log_2}$

$\frac{1-0}{2^{n+1}} = \frac{1}{2^3} \qquad n = 2$

evaluări de funcție $= n+2$

$\cancel{3\log_2 10 < n \Rightarrow n = 10}$ ~~pași necesari~~

$\Rightarrow 4$ pași

$3{,}32$

! În matlab TOL = eroarea de aproximare

pas 0: $c_0 = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2 = \frac{3+2-8}{4} = -\frac{3}{4}$

$f(0)\, f\left(\frac{1}{2}\right) = (-2)\left(-\frac{3}{4}\right) > 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ b_1 = 1 \end{cases}$

$\frac{\frac{1}{2}+1}{2} = \frac{3}{4}$

$f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{7}{16} = 0{,}43$

$\left|\frac{7}{16} - \frac{2}{3}\right| = 0{,}23$

pas 1: $c_1 = \frac{3}{4}$

$f\left(\frac{3}{4}\right) = 3 \cdot \frac{9}{16} + \frac{3}{4} - 2 = \frac{27 + 12 - 32}{16} > 0$

$f\left(\frac{1}{2}\right) f\left(\frac{3}{4}\right) < 0 \Rightarrow \quad a_2 = \frac{1}{2}, \quad b_2 = \frac{3}{4}$

??

Se continuă, iar eroarea de aproximare este $\frac{a_4 + b_4}{2}$

Folosiți teorema valorii intermediare pentru a găsi un interval de lungime unu care conține rădăcina pozitivă a ecuației $5x^2 + 3x = 2$ (2p). Aplicați metoda bisecției pentru a găsi o aproximare a rădăcinii care se află la cel mult $1/8$ de rădăcina adevărată (6p). Calculați eroarea de aproximare (2p).

Question 1

Not yet answered

...ked out of

Aplicați metoda bisecției pentru rezolvarea ecuației $\cos^2 x + 6 = x$, cu patru zecimale exacte. Verificați rezultatul folosind funcția `fzero`.