

Capitolul 1: Probleme propuse

Problema 1

Un byte este un string de 8 biti. Un receptor recunoaste un byte transmis prinr-o retea daca acest byte incepe cu 01 sau se termina cu 10. Cati bytes suunt recunoscuti de receptor?

Problema 2

In cate moduri pot fi codificate cifrele zecimale prin coduri de 5 biti?

Problema 3

Câte funcții $h : \{1, 2\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ există? Dar functii injective? Dar functii bijective?

Problema 4

Câte funcții $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1\}$ există? Dar functii injective? Dar functii bijective?

Problema 5

Câte funcții $h : \{1, 2\} \rightarrow \{0, 1\}^3$ există?

Problema 6

O funcția Hash – este o ecuație matematică sau un algoritm care ia o intrare sub formă de date digitale (poate fi orice, de la o parolă de e-mail, la conținutul unei cărți digitale) si o convertește într-o ieșire criptată care consta într-un șir de litere și numere de lungime fixa.

Să se deducă câte funcții hash, de forma $h : S_{32} \rightarrow \{0, 1\}^8$, există. S este multimea stringurilor de 32 de caractere cu elemente din alfabetul englezesc de la a la z .

Problema 7

Un student are de dat 5 examene (distincte) în 15 zile. În câte moduri pot fi programate? Dar dacă primul examen se dă în prima zi?

Problema 8

Un simulator generează un string binar format din 6 biți. Știind că primii doi biți generați sunt 1, să se calculeze probabilitatea ca toți biții generați să fie egali.

Problema 9

Un simulator generează un cod format din 4 cifre. Știind că primele două cifre ale codului generat sunt 0, să se calculeze probabilitatea ca următoarele două cifre să fie nenule și distincte între ele.

Problema 10

Studentii CTI, an III au următoarele abilitati informatice: 40% dintre ei lucreaza in Java, 11% lucreaza in C++, iar 8% lucreaza in ambele limbaje de programare.

Sa se determine procentul de studenti CTI care nu se descurca nici in Java si nici in C++. Cati dintre ei programeaza in C++, dar nu si in Java?

Problema 11

Doi tragatori trag simultan si independent asupra unei tinte. Probabilitatea de a numeri tinta este $p_1 = 0.7$ si $p_2 = 0.6$, pentru primul respectiv pentru al doilea tragator.

Sa se gaseasca probabilitatea ca primul tragator sa nimereasca tinta si al doilea nu.

Problema 12

Într-o urnă sunt 2 bile verzi și 3 bile albastre. Se extrag 2 bile succesiv, fără returnare.

Care este probabilitatea ca prima bilă să fie verde si cea de-a doua albastră?

Problema 13

Știind ca $P(A|B) = 2/5$, $P(A|\bar{B}) = 1/10$ si $P(B|A) = 3/5$, sa se afle $P(A \cap B)$. Aici, $P(A|B)$ este probabilitatea evenimentului A conditionata de evenimentul B .

Problema 14

Se considera evenimentele A , B si C pentru care stim următoarele informatii:

- A si C sunt independente;
- B si C sunt independente;
- A si B sunt mutual exclusive;
- $P(A \cup C) = \frac{2}{3}$, $P(B \cup C) = \frac{3}{4}$ si $P(A \cup B \cup C) = \frac{11}{12}$.

Sa se determine $P(C)$.

Problema 15

Tabelul următor arată nivelele presiunii sângelui și obiceiurile unui grup de 300 de bărbați de vârstă medie:

	Nefumător	Fumător moderat	Fumător " înrăit "	Total
Presiunea normală s sângelui	81	84	27	192
Presiunea mare a sângelui	21	51	36	108
Total	102	135	63	300

Presupunem că cineva este selectat la întâmplare din acest grup. Găsiți probabilitatea ca persoana selectată:

- a) Să fie un fumător " înrăit "
- b) are presiunea mare a sângelui
- d) are presiunea mare a sângelui dat fiind faptul că este un fumător " înrăit "
- e) să fie un fumător "înraît" dat fiind faptul că are presiune marea a sângelui.

Problema 16

Fie A_1, A_2, A_3 evenimentele ca un student sa rezolve corect problemele 1,2 si 3 ale unui test. Stiind ca evenimentele sunt independente si au probabilitatile : 0.8, 0.9 si 0.7, sa se calculeze evenimentul ca studentul sa rezolve corect doar problemele 1 si 2, si incorect problema 3.

Problema 17

Un proiect constă din trei sarcini independente, iar probabilitatea ca fiecare dintre aceste sarcini să nu fie îndeplinită la timp este de 0.1. Să se calculeze probabilitatea ca o singură sarcină să fie îndeplinită la timp.

Problema 18

Știind că A și B sunt două evenimente mutual exclusive cu $P(A) = 0.1$ și $P(B) = 0.3$, să se calculeze $P(A \cap B)$.

Problema 19

Știind că A și B sunt două evenimente independente astfel încât $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.6$, să se calculeze $P(A \setminus B)$.

Problema 20

Pachetele de informatii transmise prin rețeaua de internet, de la Timisoara la Bucuresti sunt rutate cu probabilitate $3/4$ prin Brasov si cu probabilitate $1/4$ prin Craiova. Un pachet rutat

prin Brasov poate fi blocat cu probabilitate $1/3$, iar unul rutat prin Craiova cu probabilitate $1/4$.
Daca un pachet nu este blocat, care este probabilitatea ca el sa fi fost rutat prin Brasov?

Problema 21

Știind că dintr-un lot de 100 piese produse de o firmă, 30% provin de la atelierul A1, 60% de la atelierul A2, iar restul de la atelierul A3, iar proporțiile de piese defecte realizate de fiecare atelier sunt 5%, 3%, respectiv 1%, să se determine probabilitatea ca alegând o piesă la întâmplare, ea să fie bună.

Problema 22

Fie H_1, H_2 două evenimente care formează o partiție a spațiului de selecție Ω asociat unui spațiu de probabilitate (Ω, \mathcal{K}, P) și $A \in \mathcal{K}$ un eveniment oarecare astfel încât $P(H_1) = 0.2$, $P(A|H_1) = 0.4$ și $P(A|H_2) = 0.5$. Cât este $P(A)$?

Problema 23

La un campionat de fotbal fotbalistii au fost testati pentru a identifica eventuala folosire a unor substante dopante. Un test da rezultate pozitive (adica indica dopajul) pentru 95% dintre fotbalistii dopati, dar in mod incorect da rezultate pozitive si pentru aproximativ 1% dintre cei nedopati. Se stie ca 10% dintre participantii la acest campionat s-au dopat. Daca rezultatul testarii unui fotbalist a iesit pozitiv, care este probabilitatea ca el sa fi folosit substante dopante?

Problema 24

Fiecare calculator din laboratorul TP poate fi infectat de un virus cu probabilitatea de 60%. Dacă un calculator este infectat, antivirusul instalat poate depista infecția cu o probabilitate de 90%, iar dacă un calculator nu este virusat, aplicația ia decizia corectă cu probabilitatea de 80%. Dacă antivirusul raportează o infecție la unul dintre calculatoarele din laborator, care este probabilitatea ca aceasta să nu fie prezentă în realitate?

Problema 25

Într-un sistem de comunicație digitală biții transmiși pot fi receptați eronat din cauza zgomotului din canalul de transmisie. Notăm cu E_b evenimentul "s-a transmis bitul b ", $b = 0, 1$, respectiv cu R_b , evenimentul "s-a receptat bitul b ", $b = 0, 1$. Se știe că $P(R_0|E_0) = 0.7$, $P(R_1|E_1) = 0.8$ și că bitul 1 este transmis în orice moment cu probabilitatea de 0.6.

Să se explice (în cuvinte) ce înseamnă probabilitatea condiționată $P(R_0|E_1)$ și apoi să se calculeze această probabilitate. Știind că s-a receptat bitul 0, să se calculeze probabilitatea ca să fi fost transmis bitul 1.

Problema 26

Se considera un test de screening pentru o boala. Frecventa de aparitie a bolii in randul populatiei este de 0.5%. Testul are o acuratete ridicata, rata fals pozitiva fiind 1%, iar rata fals negativa de 5%. Tu faci testul si vine raspuns negativ. Sa se determine probabilitatea ca in realitate tu sa fii bolnav.

Problema 27

O modalitate de a concepe filtrele de spam este aceea de a face o analiza a cuvintelor unui email. In particular, anumite cuvinte se gasesc mai frecvent in emailurile de tip spam. Se presupunem ca avem urmatoarele informatii:

- 30% din emailuri sunt de tip spam;
- 5% din emailurile de tip spam contin cuvantul "loterie";
- 0.5% din emailurie de tip non-spam contin cuvantul "loterie".

Presupunem ca un email primit este verificat si se constata ca el contine cuvantul "loterie. Sa se determine probabilitatea ca acest email sa fie de tip non-spam.

Problema 28

Tragerea de pe un avion contra altui avion poate să se producă de la distanțele 600m, 400m și 200m. Probabilitatea ca tragerea să se producă la distanța 600m este 0.2, la 400m este 0.3, la 200m este 0.5. Probabilitatea doborârii avionului inamic la distanța 600m este 0.1, la 400m este 0.2, la 200m este 0.4. Se efectuează tragerea al cărei efect este doborârea avionului. Să se găsească probabilitatea ca tragerea să se fi produs de la 200m.

Problema 29

O companie produce două tipuri de telefoane mobile A și B, iar probabilitatea ca un telefon A să fie defect este de 0,02, iar probabilitatea ca un telefon B să fie defect este de 0,05. Din cele două tipuri de telefoane, 60% sunt de tip A. Dacă un client cumpără un telefon mobil de la această companie, care este probabilitatea ca acesta să fie defect?

Problema 30

Se presupune că avem două monede falsificate (denumite A și B). Probabilitatea ca să apară capul la moneda A este $\frac{1}{3}$, iar la moneda B este $\frac{2}{3}$. Se alege la întâmplare una din monede și se aruncă, obținându-se stema. Tu presupui că a fost aruncată moneda A. Care este probabilitatea ca să ai dreptate?