

Université de Perpignan Via Domitia
9 Janvier 2024

Durée: Deux heures + ϵ

Examen: Introduction à la logique

N.B.:

1. Ecrivez lisiblement pour faciliter la correction.
2. La réponse de votre voisin(e) est peut-être fausse!
3. Portable entièrement éteint et rangé dans votre sac confortablement.

Exercice 1: (1 point pour chaque exercice)

- a) Donner la table de vérité de $p \rightarrow q$ et $p \leftrightarrow q$.
- b) Donner la définition d'un argument valable.
- c) Donner la définition d'une algèbre de Boole.
- d) Donner la définition de la négation de $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = l$.
- e) Donner la définition d'un implicant premier.
- f) Donner l'algorithme permettant de trouver les implicants premiers d'une expression booléenne.
- g) Donner l'algorithme permettant de trouver une écriture minimale d'une expression booléenne E , en supposant que E soit écrite sous la forme d'une somme de tous ses implicants premiers.
- h) Quelle est la différence fondamentale entre un circuit logique combinatoire et circuit logique séquentielle.
- i) Deux carrés 1×1 sont adjacents dans le Karnaugh maps s'il partagent exactement un côté en commun. Donner la définition algébrique de deux carrés adjacents dans un Karnaugh Maps.
- j) Dessiner les rectangles de bases de Karnaugh Maps avec 4 variables.

k) Donner la formule permettant de trouver le nombre de chiffres binaires dans l'écriture d'un entier $n \geq 1$, en binaires.

Exercice 2: (3 points)

Soit D_{210} l'ensemble de diviseurs positifs de l'entier 210. Introduire les opérations convenables pour que D_{210} soit une algèbre de Boole. Dessiner son diagramme de Hasse.

Exercice 3:(3 points) Montrer par la méthode de la table de vérité et par la méthode algébrique que

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

est une tautologie.

Exercice 4:(3 points, suite de l'exercice 2)

Trouver un sous-ensemble composé de 2 éléments qui forme une sous-algèbre de Boole de D_{210} . Trouver un sous-ensemble de D_{210} composé de 4 éléments qui forme une sous-algèbre Boole de D_{210} . Trouver un sous-ensemble de D_{210} composé de 8 éléments qui forme une sous-algèbre Boole de D_{210} . Combien de sous-algèbre de 4 éléments sont là dans D_{210} ? Justifier vos réponses.

(Sous-algèbre: Soit B une algèbre de Boole et soit C un sous-ensemble non-vidé de B . Alors C est une sous-algèbre Boole de B si l'ensemble C forme lui-même une algèbre de boole avec les mêmes opérations $(+, *, ')$ de B .)