La correction de TD6

EX 1. a)

+	0	1
0	0	1
1	1	1

*	0	1
0	0	0
1	0	1

'	0	1
	1	0

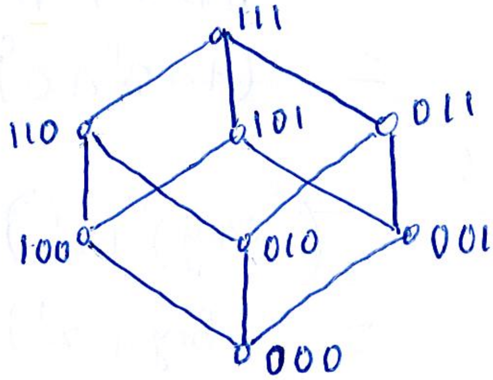
b) $b_1 b_2 \cdots b_n + b_1' b_2' \cdots b_n' = (b_1+b_1')(b_2+b_2')\cdots(b_n+b_n')$

où $b_i + b_i'$ est défini dans l'exer. 1 (a)

De même pour $\cdot$, $'$.

$|B^n| = 2^n$.

Le Diagramme de Hasse pour B^3 :



Le min = 000 (Le plus bas)

Le max = 111 (Le plus haut)

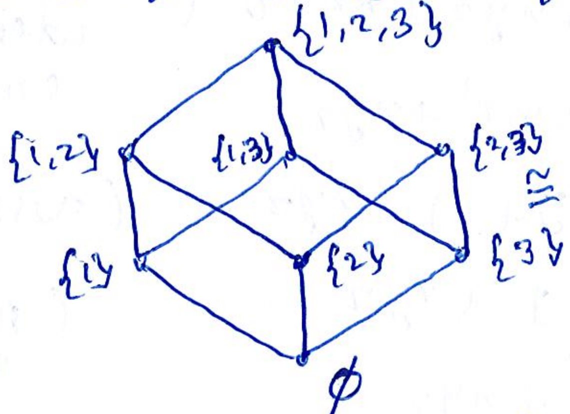
Le neutre pour + est 000

—— $\cdot$ —— 111

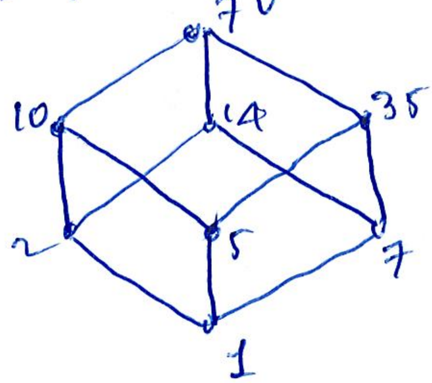
$b_1 b_2 \cdots b_n \leq b_1' b_2' \cdots b_n' \iff b_i \leq b_i'$ pour tout i.

EX 2

B_1 :



$\cong$ B_2 :



Les atomes de B_1 : $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$

—— B_2 : 2, 5, 7.

EX3 Remplacer + par $*$ et $*$ par +, 0 par 1 et 1 par 0.

- $(a+0) + (1 * a') = 1$
- $a * (a'+b) = a * b$
- $(0 * a) + (b * 1) = b$

EX 4. Notation : $\cup = +$, ${}^c = {}'$, $\cap = \cdot$ ou rien (juxtaposition)

a) $E = (A+B)'(C'+B)$

$= A'B'(C'+B)$ (Morgan)

TSVP

$= A'B'C' + A'B'B$

$= A'B'C'$ (car $B'B = \emptyset$, $A'\emptyset = \emptyset$)

$= A^c \cap B^c \cap C^c$

b) $F = (BC)'(A'+C)' = (B'+C')(AC')$ (Morgan)

$= AB'C' + AC'$ (Distributivité, idempotence)

$= (A \cap B^c \cap C^c) \cup (A \cap C^c)$

Ex 5

$E = ((xy)'' + z')((x'+z)' + (y'+z')')$ (Morgan)

$= (xy + z')(xz' + yz)$ (Morgan, Involution)

$= xyxz' + xyyz + xz'z' + yzz'$ (Distributivité)

$= xyz' + xyz + xz' + 0$ (commutativité, idempotence, complémentation)

$= xyz' + xz' + xyz$

$= xz'(y+1) + xyz$ (Distributivité)

$= xz' \cdot 1 + xyz$ (Absorption)

$= xz' + xyz$

b) $E = (B \cap C)^c \cap (A^c \cap C)^c$

$= (BC)'(A'C)'$

$= (B'+C')(A''+C')$

$= (B'+C')(A+C')$

$= AB' + B'C' + AC' + C'C'$ (Distributivité)

$= AB' + B'C' + AC' + C'$ ($C'C' = C'$ Idempotence)

$= (A \cap B^c) \cup (B^c \cap C^c) \cup (A \cap C^c) \cup C^c$

abs

$= AB' + C'$

$= (A \cap B^c) \cup C^c$

$\boxed{\text{TD 7}}$

c) $E(x,y,z,t) =$

$E = xy + y't + x'yz' + xy'zt'$

(Dans l'énoncé de TD8, lire svp $E(x,y,z,t)$ au lieu de $E(x,y,z)$ un bug!)

$E = xy + y't + x'yz' + \underbrace{xy'\cancel{z}\,\cancel{t}t' + xzt'}_{Abs}$ (Ajout — xy, $xy'zt'$)

$= xy + y't + x'yz' + xzt'$

$= xy + y't + \underbrace{x'yz' + xzt' + yz'}_{Abs}$ (Ajout de yz')

$= xy + y't + xzt' + yz'$

$= xy + y't + xzt' + yz' + xt$ (Ajout de xt)

$= xy + y't + \underbrace{xzt' + yz' + xt + xz}_{Abs}$ (Ajout de xz consen. xzt', $x\cancel{t}$)

$= xy + y't + yz' + xt + xz$

$= xy + y't + yz' + xt + xz + z't$ (consen. $y't$, STOP Etape 1 yz')

Ecrivons chaque terme en complet.
Supprimons les implicants superflus

$E = y'\cancel{t} + xz + yz'$

(on a supprimé xy, ~~$y't$~~, xt, $z't$)

Ex 2

a)

	y	y'
x	xy ✓	xy' ✓
x'	$x'y$	$x'y'$

Marquer par ✓ (check) les termes de E.

Les termes représentent 2 carrés adjacents (diffèrent en une seule litérale y et y') Les 2 carrés ensembles représentent x. Donc, $E = x$.

b)

	y	y'
x	xy ✓	xy'
x'	$x'y$ ✓	$x'y'$ ✓

✓ = check

Les carrés adjacents (partageant un côté) sont combinés par une boucle.

La boucle verticale représente y

——— horizontale ——— x'

Donc, $E = y + x'$

c)

	y	y'
x	xy ✓	xy'
x'	$x'y$	$x'y'$ ✓

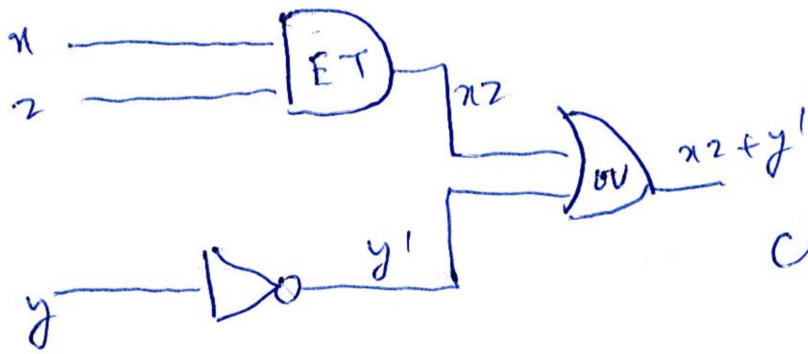
Il n'y a pas de carrés adjacents

Donc, $E = xy + x'y'$ (déjà minimale)

Remarque: Un impliquant premier soit une paire de carré adjacents soit une carré isolé c.à.d qui n'est pas adjacent à d'autres carrés.

EX 3 $F = y' + xz$ (Ecriture minimale)

Algo: Absorption et l'ajout de consensus puis écrire chaque impliquant en complet et supprimer les superflous?



Je n'ai pas encore traité le diagramme de Karnaugh pour 3 variables.

La correction de TD8

EX 1

a) $E = xyz + x'z' + xyz' + x'y'z + x'yz'$

Ecrivons d'abord E comme la somme des implicants premiers avec la méthode de consensus. Algorithme: Utiliser la loi de l'absorption puis l'ajout de consensus d'une manière répétitive jusqu'à ce qu'on ne puisse plus les appliquer)

$E = xyz + x'z' + xyz' + x'y'z$

$= xyz + x'z' + xyz' + x'y'z + xy$ (Ajout de consen. de xyz et xyz')

$= x'z' + x'y'z + xy$

$= x'z' + x'y'z + xy + x'y'$ (Ajout de ___ $x'z'$ et $x'y'z$)

$= x'z' + xy + x'y'$

$= x'z' + xy + x'y' + yz'$ (Ajout de ___ $x'z'$ et xy)

STOP

Les implicants premiers sont $x'z'$, xy, $x'y'$, yz'.

Ecrivons maintenant comme une somme de produits minimale.

Algo: Ecrivons chaque implicant premier comme une somme de produit complète puis supprime un par un les implicants premiers dont lel termes sont déjà présents dans d'autres impliquants premiers

$xz' = x'z'(y+y') = x'yz' + x'y'z'$

y manque

$xy = xy(z+z') = xyz + xyz'$

z manque

$x'y' = x'y'(z+z') = x'y'z + x'y'z'$

z manquant

$yz' = yz'(x+x') = xyz' + x'yz'$ → SUPERFLU

x manque

Les termes de $x'z'$ sont : xyz' et $x'y'z'$ qui sont présents dans d'autres impliquants. Donc, on enlève xz' qui est superflou.

Donc, $E = xy + x'y' + \cancel{yz'} + xz'$ ou $xy + x'z' + x'y'$

b) $E = xy' + \underbrace{xyz' + x'yz' + xz'}_{\text{Abs}}$

$= xy' + x'yz' + xz'$

$= xy' + \underbrace{x'yz' + xz' + yz'}_{\text{Abs}}$ (Ajout de yz')

$= xy' + xz' + yz'$ STOP Etapes

$xy' = xy'(z+z') = xy'z + xy'z'$

$xz' = xz'(y+y') = xyz' + xy'z'$

$yz' = yz'(x+x') = xyz' + x'yz'$

Supprimons xz' (superflou). $E = xy' + yz'$

Correction TD9

EX 1)

a)

	yz	yz'	$y'z'$	$y'z$
x	✓	✓		
x'		✓		✓

Mettez ✓ (check) les cases de termes dans E

On cherche un recouvrement minimum de cases de E avec rectangles 1x1, ou 1x2 ou 2x2 ou 1x4.
(Marqué par les 3 boucles cf figure)
(→ qui représentent les symboles xy (horizontal), yz' (vertical), $x'y'z$ (petite boucle)

Donc, $E = xy + yz' + x'y'z$

b)

	yz	yz'	$y'z'$	$y'z$
x	✓	✓		✓
x'	✓			✓

On identifie ou confond les côtés gauche et droite pour que les cases soient adjacents! (partagent un côté commun)

Un recouvrement minimum est indiqué. (1x2 ↔ → boucle → xy et 2x2 ↔ → boucle → z)

Donc $E = xy + z$

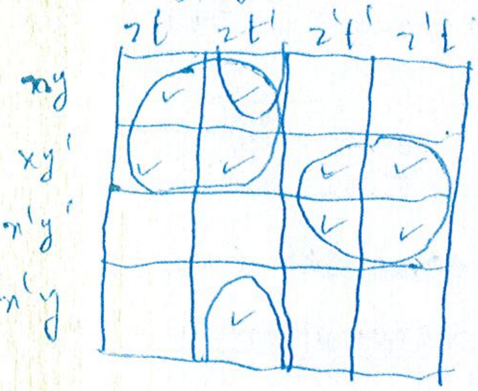
c)

	yz	yz'	$y'z'$	$y'z$
x	✓	✓		
x'		✓	✓	✓

Un recouvrement minimum : x (yz yz') → xy, x (yz') → yz', x' ($y'z'$ $y'z$) → $x'y'$.

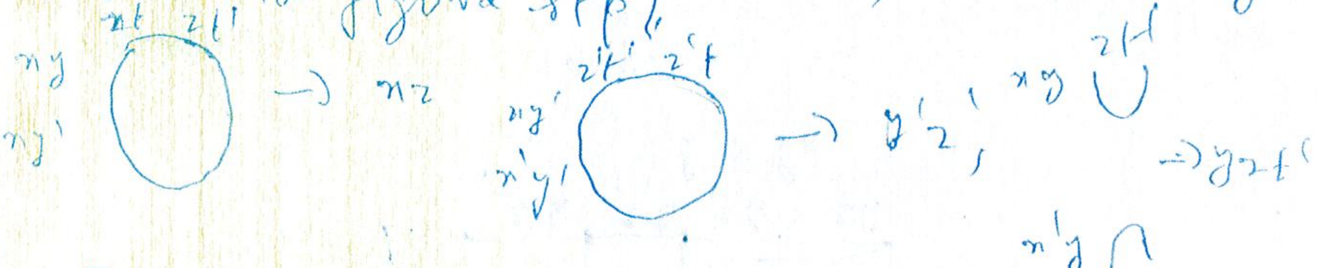
Donc, $E = xy + yz' + x'y'$

Ex2 a) (4 variables)



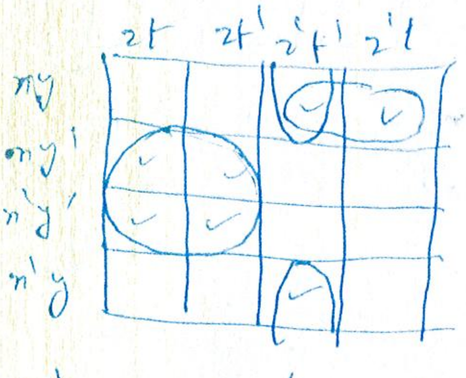
On confond les côtés gauche et droite. Aussi haut et bas. (un Tore)

On cherche un recouvrement minimum avec 1x1 ou 1x2, ou 1x4, 2x2, 2x4 rectangles. (voir la figure 8 p).



Donc, $E = xz + y'z' + yzt'$

c)



$E = y'z + xyz' + yz't'$

Ex2 Division successives par 2 et écrire les restes à l'envers.

$75 = (1001011)_2$

Multiplication successive par 2 et écrire les parties entières. (jusqu'à 0 ou une répétition) $0.5625 = (.1001)_2$

$.1001 = \frac{1}{2} + \frac{0}{2^2} + \frac{0}{2^3} + \frac{1}{2^4} = 0.5625$

$(0.3)_{10} = (.0\underline{1001}\ \underline{1001}\ \underline{1001}\ldots)_2$ (3)

__Ex 3)__ Soit $n = (b_1 b_2 \ldots b_p)_2$ où $b_i = 0$ ou 1.

Alors $(1\underbrace{00\ldots 0}_{p-1\ 0's})_2 \leq n_{10} \leq (\underbrace{11\ldots 1}_{p\ 1's})_2$

$\Downarrow$

$2^{p-1} \leq n \leq 2^p - 1$

$2^{p-1} \leq n < 2^p$

$p-1 \leq \log_2 n < p$

$\log_2 n = p-1 +$ une fraction entre 0 et 1.

$\Rightarrow \lfloor \log_2 n \rfloor = p-1$

$\Rightarrow p = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

Correction TD10

Ex 1)

a)

		Le Reste
23	16	7
1	16	1
0		

$(23)_{10} = (17)_{16} = 7\times16^0 + 1\times16 = 23$

b)

		Le Reste
41819	16	$11 = B$
2613	16	5
163	16	3
10	16	$10 = A$
0		

$(41819)_{10} = (A35B)_{16}$

c)

$0,5625 \times 16 = 9.0$ La partie entière 9

$(0,5625)_{10} = (0,9)_{16}$

d)

$0,3\times16 = 4,8$ 4

$0,8\times16 = 12,8$ $12 = C$

$0,8\times16 = 12,8$ $12 = C$

Répétition

$(0,3)_{10} = (0.4C)_{16}$

Ex 2)

a) $(DBC1)_{16} = 1\times16^0 + 12\times16^1 + 6\times16^2 + 13\times16^3$

$= (54977)_{10}$

b) $(F9A,BC3)_{16} = F\times16^2 + 9\times16^1 + A\times16^0 +$
$B\times16^{-1} + C\times16^{-2} + 3\times16^{-3}$

$= (3994,735107?)_{10}$??

EX 3

1000001

B = code(A) +1 = 1000010

C = code(B) +1 = 1000011

D = code(C) +1 = 1000100

parité bit:

B = 10000100 → Ajout d'un bit pour que le nbr de 1 = pair

C = 10000111

D = 10001000

A = 10000010

EX 4)