

## TD N°1

### 1 : Introduction aux circuits logiques

#### Exercice 1

Simplifiez la fonction suivante en utilisant les théorèmes de logiques booléennes. Donnez le détails de la simplification. (Attention : ne pas dépasser du cadre alloué)

$$F(A, B, C, D) = B\bar{C}D + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + B\bar{D} + \bar{A}B\bar{D}$$

#### Solution

$$F = B\bar{C}D + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + B\bar{D} + \bar{A}B\bar{D} = B\bar{C}D + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + B\bar{D} \quad (\text{Absorption})$$

$$F = B(\bar{D} + \bar{C}D) + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \quad (\text{Commutativité})$$

$$F = B(\bar{D} + \bar{C}) + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \quad (\text{Redondance})$$

$$F = B\bar{C} + B\bar{D} + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$F = (B + \bar{B}\bar{D})\bar{C} + B\bar{D}$$

$$F = (B + \bar{D})\bar{C} + B\bar{D} \quad (\text{Redondance})$$

$$\mathbf{F = B\bar{C} + B\bar{D} + \bar{D}\bar{C}}$$

#### Exercice 2

Simplifier les fonctions suivantes

1.  $F = \bar{X}\bar{Y}Z + X\bar{Y}\bar{Z} + X\bar{Y}Z + XY\bar{Z}$
2.  $F = (X + Y + Z)(X + Y + \bar{Z})$
3.  $F = A(C + \bar{D}B) + \bar{A}$
4.  $F = (\bar{A}B + C + D)(\bar{A}B + D)$
5.  $F(X, Y, Z) = \sum(m_0, m_2, m_6)$
6.  $F(X, Y, Z) = \prod(M_3, M_4, M_7)$

#### Solution

$$1) \quad F = X\bar{Z} + \bar{Y}Z$$

$$2) \quad F = X + Y$$

$$3) \quad F = \bar{A} + (B\bar{D}) + C$$

$$4) \quad F = \bar{A}B + D$$

$$5) \quad F = \bar{X}\bar{Z} + Y\bar{Z}$$

$$6) \quad F = \bar{X}\bar{Y} + Y\bar{Z} + \bar{Y}Z$$

#### Exercice 3

Soit  $F = X + (Y \oplus Z)$ , exprimez f en une somme de produit (somme de minterm)

#### Solution

$$F(X, Y, Z) = \sum(m_1, m_2, m_4, m_5, m_6, m_7)$$

#### Exercice 4

Soit la fonction suivante, exprimez F en un produit de somme (produit de maxterm).

$$F(X, Y, Z) = X \cdot (Y + \bar{Z}) + \bar{Y} \cdot Z$$

#### Solution

$$F(X, Y, Z) = \prod(M_0, M_2, M_3)$$

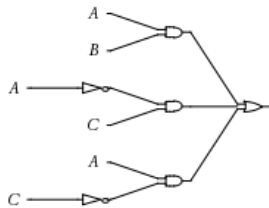
#### Exercice 5

Donnez les fonctions booléennes, circuits logiques correspondant et formes minterm / maxterm des fonctions suivantes :

| A | B | C | F1 | F2 | F3 | F4 |
|---|---|---|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 0 | 0  | 1  | 0  | 1  |
| 0 | 0 | 1 | 1  | 0  | 1  | 1  |
| 0 | 1 | 0 | 0  | 0  | 1  | 1  |
| 0 | 1 | 1 | 1  | 0  | 1  | 1  |
| 1 | 0 | 0 | 1  | 0  | 1  | 0  |
| 1 | 0 | 1 | 0  | 1  | 0  | 0  |
| 1 | 1 | 0 | 1  | 1  | 0  | 0  |
| 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 0  |

### Solution

$$F1 = AB + \bar{A}C + A\bar{C} = \sum(m_1, m_3, m_4, m_6, m_7) = \prod(M_0, M_2, M_5)$$



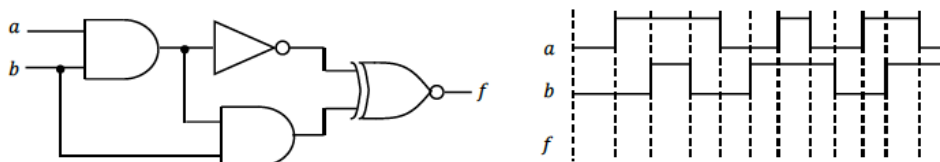
$$F2 = AB + AC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} = \sum(m_0, m_5, m_6, m_7) = \prod(M_1, M_2, M_3, M_4)$$

$$F3 = \bar{A}B + BC + \bar{A}C + A\bar{B}\bar{C} = \sum(m_1, m_2, m_3, m_4, m_7) = \prod(M_0, M_5, M_6)$$

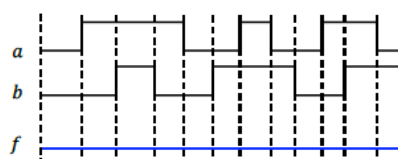
$$F4 = \bar{A} = \sum(m_0, m_1, m_2, m_3) = \prod(M_4, M_5, M_6, M_7)$$

### Exercice 6

Complétez le chronogramme

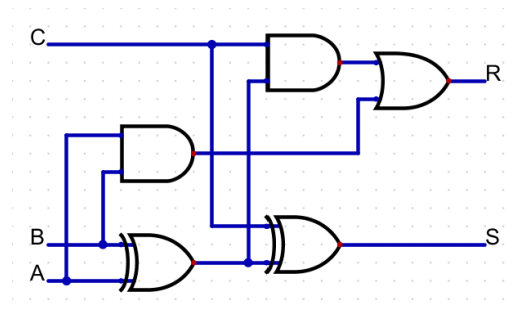


### Solution



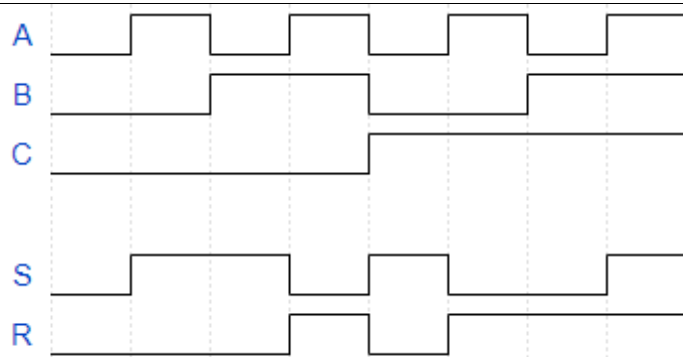
### Exercice 7

Complétez le chronogramme



### Solution

| A | B | C | S | R |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



Remarque : C'est le circuit d'un FA avec S le bit de somme et R celui de la retenue.

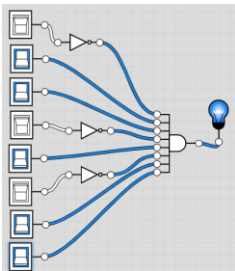
### Exercice 8

Un cadenas électronique s'ouvre uniquement lorsque les 8 switch sont dans la position suivante. Trouvez la fonction qui ouvre le verrou (cad qui génère un '1' logique). Chaque switch représente une variable booléenne et le verrou ouvert sera représenté par une LED allumée.



### Solution

$$F = \bar{S}_7 S_6 S_5 \bar{S}_4 \bar{S}_3 \bar{S}_2 S_1 S_0$$



### Exercice 9

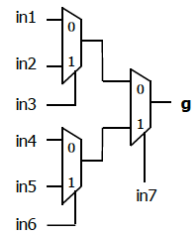
Nous allons étudier le fonctionnement d'un MUX (circuit étudié plus tard en cours)

- 1) Le circuit suivant a pour fonction logique  $f = \bar{s}a + sb$ . Complétez la table de vérité et dessinez le circuit logique.

| s | a | b | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

- 2) Il est possible d'utiliser le circuit précédent pour implémenter différentes fonctions. Démontrer qu'il est possible de synthétiser la fonction  $g = \overline{x_1}x_2 + x_2x_3$  en utilisant l'affectation suivante :

| in1 | in2 | in3   | in4 | in5   | in6   | in7   |
|-----|-----|-------|-----|-------|-------|-------|
| 0   | 1   | $x_2$ | 0   | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ |

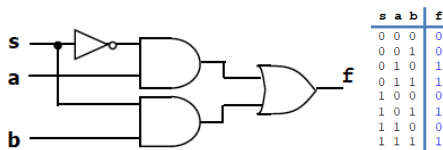


- 3) Si l'on considère les entrées suivantes, donnez la fonction g correspondante.

| in1   | in2 | in3   | in4 | in5 | in6   | in7   |
|-------|-----|-------|-----|-----|-------|-------|
| $x_3$ | 0   | $x_1$ | 1   | 0   | $x_1$ | $x_2$ |

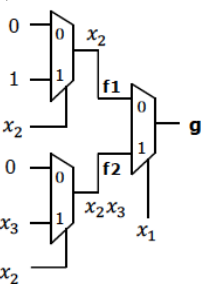
### Solution

1)



| s | a | b | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

2)



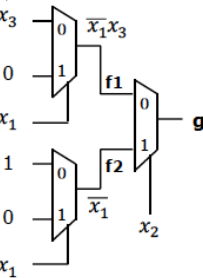
$$f_1 = \overline{x_2}(0) + x_2(1) = x_2$$

$$f_2 = \overline{x_2}(0) + x_2(x_3) = x_2x_3$$

$$g = \overline{x_1}(x_2) + x_1(x_2x_3) = x_2(\overline{x_1} + x_1x_3) = x_2(\overline{x_1} + x_1)(\overline{x_1} + x_3)$$

$$g = x_2(\overline{x_1} + x_3) = \overline{x_1}x_2 + x_2x_3$$

3)



$$f_1 = \overline{x_1}(x_3) + x_1(0) = \overline{x_1}(x_3)$$

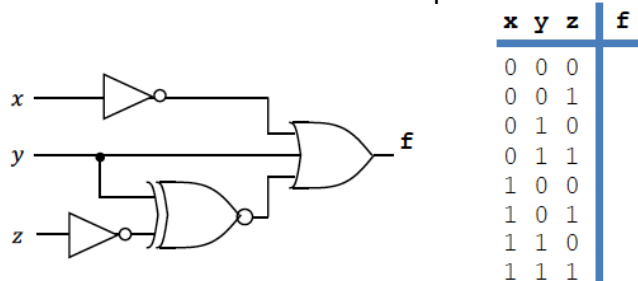
$$f_2 = \overline{x_1}(1) + x_1(0) = \overline{x_1}$$

$$g = \overline{x_2}(\overline{x_1}x_3) + x_2(\overline{x_1}) = \overline{x_1}(\overline{x_2}x_3 + x_2) = \overline{x_1}(x_2 + \overline{x_2})(x_2 + x_3)$$

$$g = \overline{x_1}x_2 + \overline{x_1}x_3$$

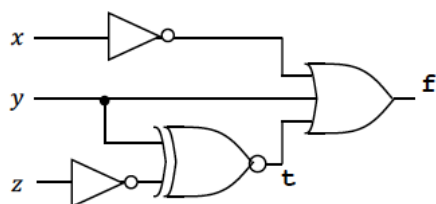
### Exercice 10

- 1) Complétez la table de vérité du circuit suivant et écrivez l'équation booléenne simplifiée.



| x | y | z | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |   |
| 0 | 0 | 1 |   |
| 0 | 1 | 0 |   |
| 0 | 1 | 1 |   |
| 1 | 0 | 0 |   |
| 1 | 0 | 1 |   |
| 1 | 1 | 0 |   |
| 1 | 1 | 1 |   |

### Solution



| x | y | z | t | f |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

$$f = \bar{x} + y + (y \oplus z) = \bar{x} + y + z$$