


TD4 SUITE GÉOMÉTRIQUE ET REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Le TD est en lien avec le **problème 1** de la matière « Introduction à la modélisation en SVT ». Les questions avec  sont notées uniquement pour les étudiants de la licence de mathématiques et d'informatique.

Exercice 4.1 Construire les données du tibble précédent

Soit le tibble suivant affecté à la variable `passereau`

annee	population	f
0	10	2
1	10	2
2	10	2
3	10	2
4	10	2
5	10	2
6	10	2
7	10	2
8	10	2
9	10	2
10	10	2
0	10	0.5
1	6.25	0.5
2	3.91	0.5
3	2.44	0.5
4	1.53	0.5
5	0.95	0.5
6	0.6	0.5
7	0.37	0.5
8	0.23	0.5
9	0.15	0.5
10	0.09	0.5
0	10	2.75
1	11.88	2.75
2	14.1	2.75
3	16.75	2.75
4	19.89	2.75
5	23.61	2.75
6	28.04	2.75
7	33.3	2.75
8	39.54	2.75
9	46.96	2.75
10	55.76	2.75

Voici un aperçu des données enregistrées et leur type :

```
1 > glimpse(passereau)
2 Rows : 33
3 Columns : 3
4 $ annee      <int> 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...
5 $ population <dbl> 10.00, 10.00, 10.00, 10.00, 1 ...
6 $ f          <fct> 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, ...
```

1. Charger les données qui sont dans le fichier `passereau.Rdata`
2. **Représenter** l'évolution de la population en fonction des années pour avoir trois courbes sur un même graphique en affichant les points et en les reliant.
3. Refaire le graphique précédent en associant une couleur à la *variable* `f`.

Correction 4.1

```
1 setwd(dirname(rstudioapi::getActiveDocumentContext())$path)
2
3 library(ggplot2)
4
5 # Q 4.4.1
6 load("passereau.Rdata")
7 # Q 4.4.2
8 ggplot(passereau) +
9   aes(x = annee,
10       y = population,
11       group = f) +
12   geom_line() +
13   geom_point()
14 ggsave("suite_geom_ggplot_1.png")
15 # Q 4.4.3
16 ggplot(passereau) +
17   aes(x = annee,
18       y = population,
19       color = f) +
20   geom_line() +
21   geom_point()
22 ggsave("suite_geom_ggplot_2.png")
```

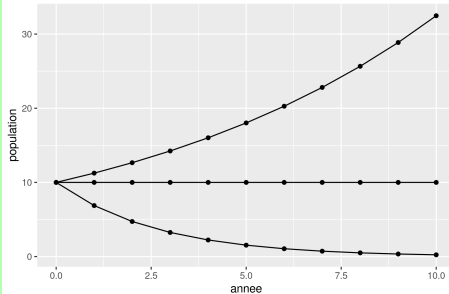


Fig. 1

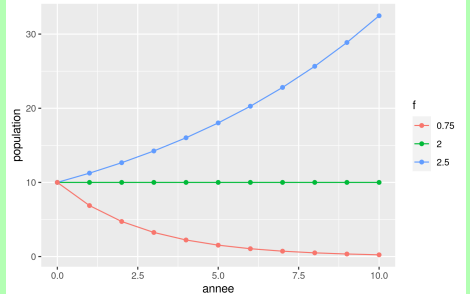


Fig. 2

Exercice 4.2 Construire les données du tibble précédent

Le but est de construire le tibble de l'exercice 4.1 à partir du modèle mathématique.

1. Reprendre l'exercice 3.2 et son tibble `evolution`.

2. Ajouter une nouvelle *variable* `f` qui contient la valeur de f . Cela donne le tibble

annee	population	f
0	10	2
1	10	2
2	10	2
3	10	2
4	10	2
5	10	2
6	10	2
7	10	2
8	10	2
9	10	2
10	10	2

suivant et affecter le tibble dans la variable `evolution_0` :

3. Faire de même que précédemment avec $f = 2.5$ et affecter le tibble dans la variable

`evolution_1` :

annee	population	f
0	10	2.5
1	11.25	2.5
2	12.65625	2.5
3	14.23828125	2.5
4	16.01806640625	2.5
5	18.02032470703125	2.5
6	20.272865295410156	2.5
7	22.806973457336426	2.5
8	25.65784513950348	2.5
9	28.865075781941414	2.5
10	32.47321025468409	2.5

4. Recommencer avec $f = 0.75$ et affecter le tibble dans la variable `evolution_2` :

annee	population	f
0	10	0.75
1	6.875	0.75
2	4.7265625	0.75
3	3.24951171875	0.75
4	2.234039306640625	0.75
5	1.5359020233154297	0.75
6	1.055932641029358	0.75
7	0.7259536907076836	0.75
8	0.49909316236153245	0.75
9	0.34312654912355356	0.75
10	0.23589950252244307	0.75

5. Combiner les trois tibbles pour faire un unique tibble nommé `modele`.
6. Réaliser la représentation graphique de vos données. Correspond elle à celle obtenue précédemment à la fin de l'exercice 4.1 ?
7. Utiliser la fonction `glimpse()` pour avoir un aperçu de vos données et de leur type. Quelle est la différence entre `modele` et `passereau` ?
8. Reproduire la figure de l'exercice 4.1 avec les données de `modele`.

Correction 4.2

```
1 # Q 4.5.1
```



```
2 library(tibble)
3 library(dplyr)
4 library(ggplot2)
5 n_0 <- 10
6 s_a <- 0.5
7 s_j <- 0.5
8 f <- 6
9 p_f <- 0.5
10 donnee <- tibble(annee = 0:10)
11 f <- 2
12 raison <- s_a + p_f * f * s_j
13 evolution <- mutate(donnee, population = n_0 * raison^annee)
14 # Q 4.5.2
15 evolution_0 <- mutate(evolution, f = f)
16 # Q 4.5.3
17 f <- 2.5
18 raison <- s_a + p_f * f * s_j
19 evolution <- mutate(donnee, population = n_0 * raison^annee)
20 evolution_1 <- mutate(evolution, f = f)
21 # Q 4.5.4
22 f <- 0.75
23 raison <- s_a + p_f * f * s_j
24 evolution <- mutate(donnee, population = n_0 * raison^annee)
25 evolution_2 <- mutate(evolution, f = f)
26 # Q 4.5.5
27 modele <- bind_rows(evolution_0, evolution_1, evolution_2)
28 # Q 4.5.6
29 ggplot(data = modele) +
30   aes(x = annee,
31       y = population,
32       color = f,
33       group = f) +
34   geom_line() +
35   geom_point()
36 ggsave("suite_geom_ggplot_3.png")
37 # Q 4.5.7
38 glimpse(modele)
39 # f est factorisé dans passereau
40 # Q 4.5.8
41 ggplot(data = modele) +
42   aes(x = annee,
43       y = population,
44       color = factor(f)) +
45   geom_line() +
46   geom_point()
47 ggsave("suite_geom_ggplot_4.png")
```

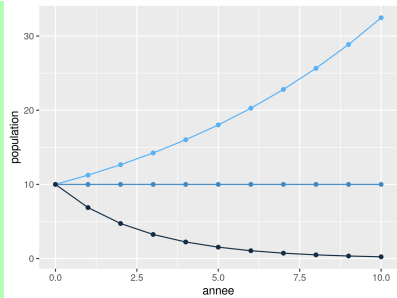


Fig. 3

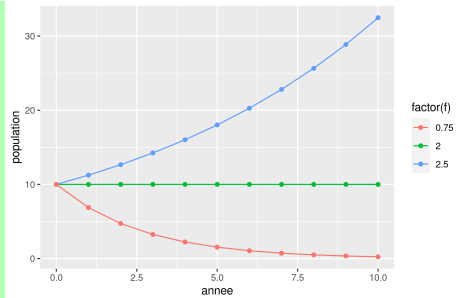


Fig. 4

Exercice 4.3 🧩 Changement climatique

Dans la question 8 du TD de Mathématiques, il est précisé que « Suite au réchauffement climatique le taux de survie des jeunes augmente de 1% ». Vous en avez déduit le modèle suivant :

$$n(t+1) = (s_a + 1.01^t \times s_j \times f \times p_f) \times n(t) = r \times n(t) \quad (5)$$

décrivant l'évolution année par année en fonction du temps. Ce n'est plus un modèle géométrique et l'on peut calculer l'évolution uniquement de manière itérative.

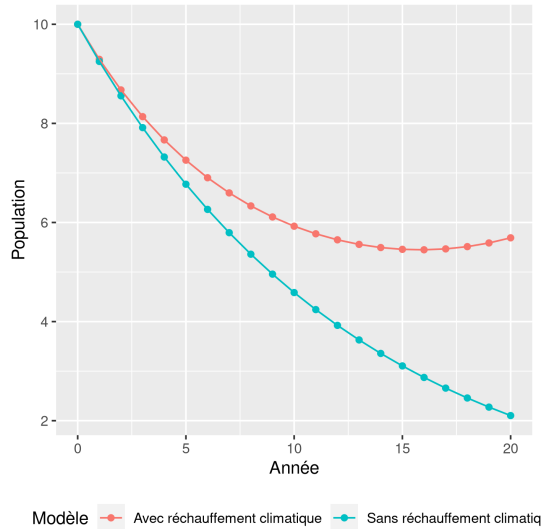
1. Écrire le code qui permet de calculer l'évolution de la population pour les 20 premières années et les paramètres suivants :

- $s_a = 0.5$
- $s_j = 0.5$
- $f = 1.7$
- $p_f = 0.5$
- $n_0 = 10$

pour les deux modèles, le modèle géométrique (2) et le modèle avec le réchauffement climatique (5). En plus, il faut calculer l'écart entre les deux modèles pour obtenir un tibble `donnee` ayant cette structure :

```
1 > glimpse(donnee)
2 Rows: 42
3 Columns: 5
4 $ annee      <int> 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6,...
5 $ raison     <dbl> 0.9250000, 0.9250000, 0.9292500, 0.9292500...
6 $ ecart      <dbl> 0.0000000, 0.0000000, 0.0425000, 0.0425000...
7 $ modele     <fct> Avec réchauffement climatique, Sans récha...
8 $ population <dbl> 10.000000, 10.000000, 9.292500, 9.250000,...
```

2. Représenter graphiquement l'évolution des deux modèles sur la même figure en s'approchant le plus possible de la figure ci-dessous :



3. Calculer l'écart maximum en faisant un résumé des données pour obtenir une variable `valeur` qui est un `double` (nom d'un nombre en double précision).
4. Dans les données du modèle avec réchauffement climatique, sélectionner la ligne où la population est la plus petite et affecter ce tibble à la variable `minimum`.

Correction 4.3

```
1 setwd(dirname(rstudioapi::getActiveDocumentContext())$path))
2
3 library(tidyverse)
4
5 n_0 <- 10
6 s_a <- 0.5
7 s_j <- 0.5
8 f <- 1.7
9 p_f <- 0.5
10
11 # Avec une boucle for
12 raison_fixe <- s_a + p_f * f * s_j
13 donnee <- tibble(annee = 0:20) %>%
14   mutate(raison = s_a + 1.01^annee * s_j * p_f * f )
15 annee_vec <- pull(donnee, annee)
16 raison_vec <- pull(donnee, raison)
17 population = numeric(21)
18 population[1] <- n_0
```

```
19 for(annee in 1:20){
20   population[annee + 1] <- raison_vec[annee+1] * population[annee]
21 }
22 donnee <- donnee %>%
23   mutate(rechauffement = population) %>%
24   mutate(geometrique = n_0 * raison_fixe^annee) %>%
25   mutate(ecart = abs(rechauffement - geometrique)) %>%
26   pivot_longer(cols = c(rechauffement, geometrique),
27     values_to = "population",
28     names_to = "modele") %>%
29   mutate(modele = factor(modele,
30     levels = c("rechauffement", "geometrique"),
31     labels = c("Avec réchauffement climatique", "Sans réchauffement
32       climatique")))
33
34 # Avec accumulate
35 raison_fixe <- s_a + p_f * f * s_j
36 donnee_2 <- tibble(annee = 0:20) %>%
37   mutate(raison = s_a + 1.01^annee * s_j * p_f * f) %>%
38   mutate(rechauffement = accumulate(.x = raison[-1],
39     .f = prod,
40     .init = 10)) %>%
41   mutate(geometrique = n_0 * raison_fixe^annee) %>%
42   mutate(ecart = abs(rechauffement - geometrique)) %>%
43   pivot_longer(cols = c(rechauffement, geometrique),
44     values_to = "population",
45     names_to = "modele") %>%
46   mutate(modele = factor(modele,
47     levels = c("rechauffement", "geometrique"),
48     labels = c("Avec réchauffement climatique", "Sans réchauffement
49       climatique")))
50 ggplot(data = donnee) +
51   aes(x = annee,
52     y = population,
53     color = modele) +
54   geom_point() +
55   geom_line() +
56   theme(legend.position = "bottom") +
57   labs(color = "Modèle",
58     x = "Année",
59     y = "Population")
60 ggsave("temps.png")
61
62 valeur <- summarise(donnee, maximum = max(ecart)) %>%
63   pull(maximum)
64 typeof(valeur) == "double"
65
66 donnee %>%
67   filter(modele == "Avec réchauffement climatique") %>%
68   slice_min(population)
```