

截面：表示一个入射粒子与单位面积上一个靶粒子发生反应（碰撞）的几率。

散射截面：

$$\frac{dP_i}{d\Omega} = \frac{P_i}{A_i} r_e^2 |S \times (3 \times \hat{e})|^2$$

$$\textcircled{A} \frac{dP_i}{d\Omega} = P_i r_e^2 |S \times (3 \times \hat{e})|^2$$

$$A_i \frac{dP_i}{d\Omega} \textcircled{B} \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A} \frac{dP_i}{d\Omega} / \hbar \omega_i = \frac{P_i}{A_i \hbar \omega_i} r_e^2 |S \times (3 \times \hat{e})|^2$$

单位时间内散射到 \vec{R} 方向单位立体角的光强

单位时间，入射到单位面积上的光子数： $\frac{P_i}{A_i \hbar \omega_i}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{单位时间内散射到 } \vec{R} \text{ 方向上单位立体角的光强}}{\text{单位时间入射到单位面积上的光子数}}$$

第五章 粒子诊断

应用: 主要是高温等离子体, 特别是磁约束等离子体

5.5.1 电荷交换中性粒子诊断原理

磁约束等离子体中, 尽管气体的电离度很高, 但仍存在一些中性原子本底 (即未被电离的气体原子), 这部分原子被称为冷原子。冷原子, 它不受电磁场的约束, 可以从等离子体中逃逸出来, 但这部分中性粒子 (原子) 不含等离子体中任何信息, 故有诊断价值。但还存在另一类中性原子, 它是通过电荷交换过程产生的快中性原子, 它含有等离子体中离子的信息, 可用于诊断目的。

一. 快中性原子的形成——共振电荷交换



这是共振电荷交换, 即同类离子-原子交换电荷⁸, 在交换过程中产生的快中性原子的特征量与离子特征相同 (没有特征损失)。

速度在 $v_a \rightarrow v_a + dv_a$ 范围内的冷原子密度为 $n_a(x) f_a(x, \vec{v}_a) d\vec{v}_a$
速度在 $v_i \rightarrow v_i + dv_i$ 范围内的离子密度为 $n_i(x) f_i(x, \vec{v}_i) d\vec{v}_i$
之间的电荷交换过程产生的快中性原子的速率 (单位体积·单位时间) 为:

$$\sigma_{ex}(|\vec{v}_i - \vec{v}_a|) |\vec{v}_i - \vec{v}_a| n_i f_i(x, \vec{v}_i) d\vec{v}_i \times n_a f_a(x, \vec{v}_a) d\vec{v}_a$$

即 $\alpha(x, E)$ 为快反反应速率系数。吉布斯定律

对冷反反应有速度 \vec{v}_a 积分，就可得到由电势差产生的快反反应速率：
(单位时间，单位体积，单位速度间隔)

$$J(x, v_i) = n_a(x) n_i(x) f_i(x, \vec{v}_i) \int d\vec{v}_a \sigma_{\alpha}(|\vec{v}_i - \vec{v}_a|) |\vec{v}_i - \vec{v}_a| f_a(x, \vec{v}_a) \\ = n_a(x) n_i(x) f_i(x, \vec{v}_i) \langle \sigma_{\alpha}(u) u \rangle_{v_a}$$

即 $\langle \sigma_{\alpha}(u) u \rangle_{v_a} \equiv \int d\vec{v}_a \sigma_{\alpha}(|\vec{v}_i - \vec{v}_a|) |\vec{v}_i - \vec{v}_a| f_a(x, \vec{v}_a)$

为对冷反反应速率平均的电势差产生率

由于 $v_i \gg v_a$ ，则有：

$$\langle \sigma_{\alpha}(u) u \rangle_{v_a} \approx \int d\vec{v}_a \sigma_{\alpha}(v_i) v_i f_a(x, \vec{v}_a) = \sigma_{\alpha}(v_i) v_i$$

故 $J(x, \vec{v}_i) = n_a(x) n_i(x) \sigma_{\alpha}(v_i) v_i f_i(x, \vec{v}_i)$

~~$J(x, E) = n_a(x) n_i(x) \sigma_{\alpha}(E) \frac{2E}{M_i} f_i(x, E)$~~

即 $E = \frac{1}{2} M_i v_i^2$

由 $f(x, \vec{v}_i) 4\pi v_i^2 dv_i = f(x, E) dE$

且 $E = \frac{1}{2} M_i v_i^2 \quad \frac{dv_i}{dE} = \frac{1}{\sqrt{2M_i E}}$ 得

若 $f(x, \vec{v}_i)$ 是麦克斯韦分布

则 $f(x, \vec{v}_i) = \left[\frac{M_i}{2\pi T_i(x)} \right]^{3/2} \exp \left[-\frac{M_i v_i^2}{2 T_i(x)} \right]$

2) $f(x, E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{E}}{[T_i(x)]^{3/2}} \exp \left[-\frac{E}{T_i(x)} \right]$

$$J(x, E) = \frac{1}{\sqrt{\pi M_i}} \left(\frac{2}{T_i(x)} \right)^{3/2} n_i(x) n_a(x) \sigma_{\alpha}(E) E \exp \left(-\frac{E}{T_i(x)} \right)$$

因电势差产生的快反反应已为 $\frac{1}{2}$ 的因子，故

$$J(x, E, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2 M_i}} \left(\frac{1}{\pi T_i(x)} \right)^{3/2} n_i(x) n_a(x) \sigma_{\alpha}(E) E \exp \left(-\frac{E}{T_i(x)} \right)$$

$$J(x, E, \alpha) = \frac{1}{2} J(x, E)$$

2. 快中子通量的输运

设快中子通量为 $F(x, E)$ (即单位时间通过垂直于中子运动方向的单位面积的中子数), 则与散射输运类似, 快中子输运方程为:

$$\frac{dF(x, E)}{dx} = J(x, E, \Omega) - \alpha(x, E) F(x, E)$$

即 $\alpha(x, E)$ 为快中子通过单位路程的衰减系数。当边界条件为 $F(-a, E) = 0$ 时, 则输运方程的解为:

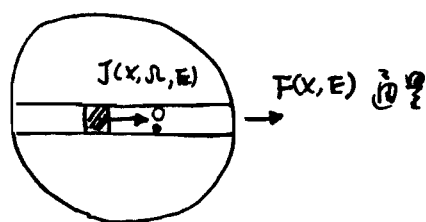
$$F(x, E) = \int_{-a}^x \frac{J(x', E, \Omega)}{F(x', E)} \exp\left\{-\int_{x'}^x \alpha(x'', E) dx''\right\} dx'$$

或

$$F(a, E) = \int_{-a}^a \frac{J(x, E, \Omega)}{F(x, E)} \exp\left\{-\int_x^a \alpha(y, E) dy\right\} dx$$

快中子向外逃逸的过程中引起衰减的物理过程有:

电子碰撞电离	σ_{ei}
离子碰撞电离	σ_{ii}
电荷交换	σ_{cx}
散射	σ_s
电子-离子碰撞电离	σ_{ei}



则衰减系数为

j : 靶核种类 k : 反应种类

$$\alpha(E) = \frac{1}{V_a} \sum_j \sum_k n_j \langle \sigma_{jk}(|\vec{v}_a - \vec{v}_j|) |\vec{v}_a - \vec{v}_j| \rangle_{jk}$$

$$= \frac{1}{V_a} \sum_j \sum_k n_j \int d\vec{v}_j \sigma_{jk}(|\vec{v}_a - \vec{v}_j|) |\vec{v}_a - \vec{v}_j| f_j(\vec{v}_j)$$

令 $\vec{u} = \vec{v}_j - \vec{v}_a$

则 $\langle \sigma v \rangle_{jk} = \int d\vec{u} \sigma_{jk}(u) u f(\vec{u} + \vec{v}_a)$

之是对该值做了如麦克斯韦分布取平均的。在下述两种极限情况下，之的计算可以简化：

(1). $v_a \ll v_j$ ，如电子碰撞电离 ($v_a \ll v_e$) 时，有

$$\langle \sigma_{ei} v \rangle_e = \int d\vec{v}_e \sigma_{ei}(v_e) v_e f_e(\vec{v}_e)$$

(2) 当 $v_a \gg v_j$ 时，特别在电子大多数情况下是各向同性的情况下，对电子碰撞，有 $v_a \gg v_i$ (T. 8.3 讨论)

则有

$$\langle \sigma_{ii} v \rangle = \sigma_{ii}(v_a) v_a$$

$$\langle \sigma_{ex} v \rangle = \sigma_{ex}(v_a) v_a$$

$$\langle \sigma_{Ii} v \rangle = \sigma_{Ii}(v_a) v_a$$

$$\langle \sigma_s v \rangle = \sigma_s(v_a) v_a$$

故有：

$$\alpha = \frac{1}{v_a} \langle \sigma_{ei} v_e \rangle n_e + n_i (\sigma_{ii} + \sigma_{ex} + \sigma_s) + n_I \sigma_{Ii}$$

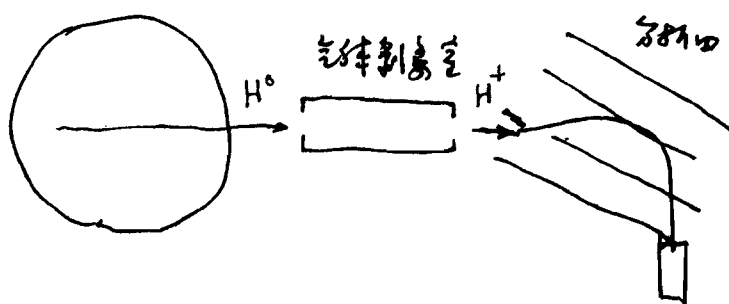
一般

$$\frac{\langle \sigma_{ei} v_e \rangle}{v_a} \ll \sigma_{ii}, \sigma_{ex} \quad (\text{如 P. 289, 图 8.3 所示})$$

\therefore

$$\alpha \approx n_i (\sigma_{ii} + \sigma_{ex})$$

二. 快中子反应堆



的可行，它是对数微扰的解与3阶微扰上修正项的级数或
 相比，由此就可求出 T_0 。

中性粒子碰撞理论所得的速率如快中子及α粒子(单位时间、单位面积)

为：

$$N(E) = A \Omega F(a, E) = A \Omega \int_{-a}^a J(x, E, \Omega) \exp\left\{-\int_x^a d(y, E) dy\right\} dx$$

(1/2) 同 (1)

其中

$$J(x, E, \Omega) = \frac{1}{4\pi} J(x, E) = n_a(x) n_i(x) \sigma_{\alpha i}(u) u \times \left(\frac{1}{u^2} f(\vec{u}) \frac{d\vec{u}}{dE}\right)$$

(1/2) 同 (1)

$$d(x, E) = n_i(x) \left[\sigma_{\alpha i}^E + \sigma_{\alpha i}^{\bar{E}} \right] + n_e(x) \frac{\langle \sigma_{ei} u_e \rangle}{u}$$

若第2项分布函数是麦克斯韦分布，即

$$f(x, \vec{u}) = \left[\frac{M_i}{2\pi T_i(x)} \right]^{3/2} \exp\left[-\frac{M_i u^2}{2 T_i(x)}\right]$$

则

$$J(x, E, \Omega) = \frac{1}{\sqrt{2M_i}} \left(\frac{1}{\pi T_i(x)} \right)^{3/2} n_i(x) n_a(x) \sigma_{\alpha i}(E) E \exp\left(-\frac{E}{T_i(x)}\right)$$

若 $T_i(x)$ 为麦克斯韦分布： $(1-x)^m = 1 - mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 - \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} x^3 + \dots$

$$T_i(x) = T_{i0} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^\alpha \approx T_{i0} \left(1 - \alpha \frac{x^2}{a^2}\right) \quad \left(\text{当 } \frac{x}{a} \ll 1 \text{ 时}\right)$$

利用如下恒等式：

$$\delta(x-x_0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\Delta}} \exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{\Delta}\right\}$$

取 $E \gg T_{i0}$ 的渐近近似 (5 p. 297 的讨论类似)

$$\begin{aligned} \exp\left\{-\frac{E}{T_{i0}(1-\alpha \frac{x^2}{a^2})}\right\} &= \exp\left(-\frac{E}{T_{i0}}\right) \exp\left\{-\frac{(\frac{x}{a})^2}{\left(\frac{T_{i0}}{\alpha E}\right)}\right\} \\ &= \left(\frac{T_{i0}}{\alpha E}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{E}{T_{i0}}\right) \times \frac{1}{\sqrt{\frac{T_{i0}}{\alpha E}}} \exp\left\{-\frac{(\frac{x}{a})^2}{\left(\frac{T_{i0}}{\alpha E}\right)}\right\} \\ &\xrightarrow{\frac{T_{i0}}{\alpha E} \ll 1} \left(\frac{\pi T_{i0}}{\alpha E}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{E}{T_{i0}}\right) \delta\left(\frac{x}{a}\right) \end{aligned}$$

$$\frac{T_i}{E} = \frac{T_{i,max}}{E} = 1 \Rightarrow \frac{1}{T_i/E} = 1 + \frac{T_{i,max}}{E} = \frac{T_{i,max}}{E} \approx \frac{T_{i,max}}{E} \left(1 - \frac{T_{i,max}}{E}\right)$$

的方析, 可以知道弦线上何处产生的中性粒子对弦线两端的中子数最大? 为此, 我们仍将微扰函数对空间坐标取微商, 直至其等于零, 得:

$$\alpha + \frac{n'_a}{n_a} + \frac{n'_i}{n_i} - \frac{3}{2} \frac{T'_i}{T_i} + \frac{E}{T_i} \frac{T'_i}{T_i} = 0$$

其中带“'”的量均表示对空间坐标的微商。一般 $\frac{T'_i}{T_i}$, $\frac{n'_a}{n_a}$, $\frac{n'_i}{n_i}$ 和 α 均是有限值。由此可见, 当 $E \gg T_i$ 时, 上式是有一项的量级最大, 其项为 $\frac{E}{T_i} \frac{T'_i}{T_i}$, 因此有 $\frac{dT_i}{dx} = 0$ 。由此可见, 当 $E \gg T_i$ 时, 对弦线两端 $n(E, a)$ 贡献最大的是弦线上 $T_{i,max}$ 达最大值处产生的中性粒子对弦线。

另外, 我们还可估计微扰函数最大值的范围。因为微扰函数的变化主要由指数项决定, 则当指数项的变量 $\frac{E}{T_{i,max}}$ 增加 1 时, 微扰函数将下降到其最大值的 e^{-1} 值, 即当

$$\frac{E}{T_i} - \frac{E}{T_{i,max}} = 1 \Rightarrow T = T_{max} \left(1 - \frac{T_{max}}{E}\right)$$

时微扰函数将下降到其最大值的 e^{-1} 值。由此可得, 对弦线两端贡献最大的 T_i 的宽度为:

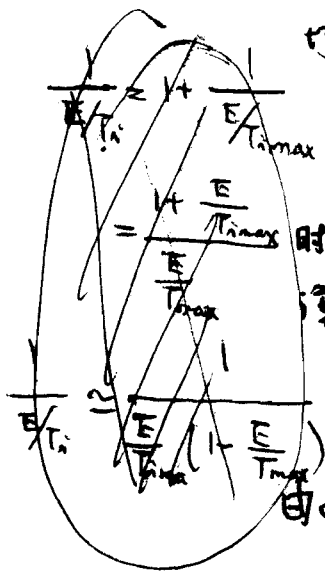
$$\Delta T_i \equiv T_{max} - T_i = \frac{T_{i,max}^2}{E} \ll T_{i,max} \quad (\text{当 } E \gg T_{i,max} \text{ 时})$$

由此观, 其宽度是很窄的。

因此, 当 $E \gg T_i$ 时, 逃逸的中性粒子通量 $n(E, a)$ 主要来自弦线上离两端最大处 $T_{i,max}$ 附近很窄的区域内贡献, 利用渐近近似表达式, 我们得到通量 $n(E, a)$ 的表达式为

$\frac{E \gg T_{i,max}}{\text{渐近近似}} \quad \frac{E \gg T_i}{\text{渐近近似}}$

从而得弦线上离两端最大处 $T_{i,max}$ 的信息。



▲ 高浓度的情况:

这时半吸收厚度 $\int \alpha dx > 1$, 这时上述的指数函数的微商在表达式中第一、二项的贡献不可忽略。通常第一、二项的贡献是很大致相同, 因第一项来自快反又向对逆运时的衰减, 第二项来自快反又向的扩散时的衰减。故有:

$$\alpha + \frac{n_a'}{n_a} + \frac{ET_a'}{T_i^2} \approx 0$$

将 $T_i(x)$ 与对其极大值 T_{max} 做泰勒级数展开, 即

$$T_i \approx T_{max} \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right)$$

此外, 令:

$$\alpha + \frac{n_a'}{n_a} \equiv \frac{1}{\lambda}$$

其中 λ 相当于反反的平均自由程的一半的量级。由此可得对中性反反是贡献最大的来自

$$x_m \approx \frac{b^2 T_{max}}{2\lambda E}$$

见对它的近似为:

$$T_i \approx T_{max} \left[1 - \left(\frac{T_{max}}{E} \frac{b}{2\lambda} \right)^2 \right]$$

这样, 与快反曲线的斜率求出的反反数已不是 T_{max} 了, 而是更接近于中性反反的极大值。

三. 快中性原子束谱的分析方法

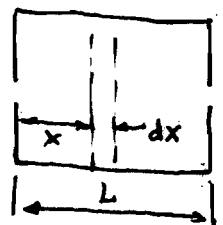
有两种方法可以测量和分析快中性原子束谱:

- (1) 先将原子电离, 然后用带电粒子束谱分析的方法分析. 适用于分析 $E > 200 \text{ eV}$
- (2) 用飞行的时间法直接分析快原子束谱. 适用于分析 $E < 200 \text{ eV}$ 的束谱.

原子剥离方法: (1) 电子束碰撞电离, 电子束能量是 $50 \sim 300 \text{ eV}$ 左右是在国内对 H 及 He 同位素的电离截面较大; (2) 固体表面剥离, 这适用于剥离氢原子, 这引起的能量和角度分散较大; (3) 气体表面剥离, 这产生的离子束的能量和角度分散不大。

原子剥离的要求: (1) 所产生的离子束的能量和角度分散较小; (2) 剥离效率高。

气体表面剥离: 这用的装置很简单, 只要让上述的快中性原子束通过含有气体分子的少量靶物, 如若如此. 入口处中性束通量为 $F_{0, \text{in}}$, 气体的压强为 $p [\text{mTorr}]$, 则相应的分子密度为:



$$N_0 = 3.535 \times 10^{13} p [\text{mTorr}] \times \frac{273}{T [\text{K}]} \quad [\text{cm}^{-3}]$$

则由于气体剥离, 中性原子和离子束的通量的变化方程为:

$$\begin{cases} \frac{dF_i}{dx} = -\sigma_{i0} N_0 F_i + \sigma_{0i} N_0 F_0 \\ \frac{dF_0}{dx} = \sigma_{i0} N_0 F_i - \sigma_{0i} N_0 F_0 \end{cases}$$

其中 σ_{0i} , σ_{i0} 分别为剥离和复合截面. 利用初始条件:

$$x=0 \text{ 时}, \quad F_0(0) = F_{0, \text{in}}, \quad F_i(0) = 0$$

则气体室出口处射出的通量是：

$$F_i(L) = \frac{\sigma_{01}}{\sigma_{01} + \sigma_{10}} [1 - e^{-(\sigma_{01} + \sigma_{10}) N_0 L}] F_{0, in}$$

若取层中任一厚度为 dx 的气体室中的辐射损失，则其出口处射出的通量是：

$$F_{i, out} = F_{0, in} \frac{\sigma_{01}}{\sigma_{01} + \sigma_{10}} e^{-\sigma_s N_0 L} [1 - e^{-(\sigma_{01} + \sigma_{10}) N_0 L}]$$

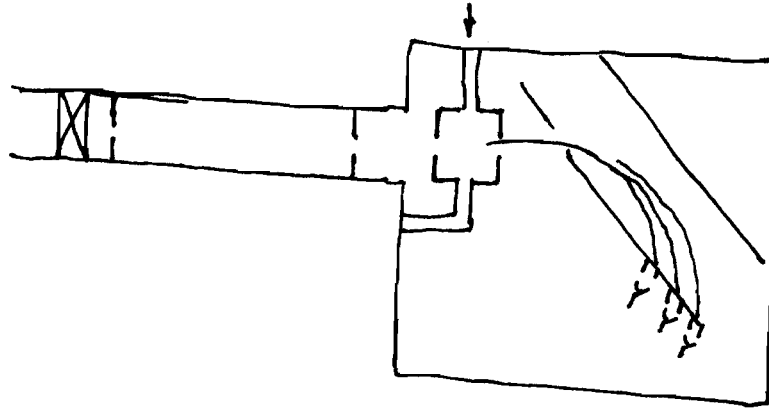
即 σ_{01} 为气体对中性粒子的辐射截面。则气体室的剥离效率是：

$$\xi(E) \equiv \frac{F_{i, out}}{F_{0, in}} = \frac{\sigma_{01}}{\sigma_{01} + \sigma_{10}} e^{-\sigma_s N_0 L} [1 - e^{-(\sigma_{01} + \sigma_{10}) N_0 L}]$$

在薄靶极限条件下，即 $(\sigma_{01} + \sigma_{10}) N_0 L \ll 1$ ，有

$$\xi(E) \approx \sigma_{01} N_0 L e^{-\sigma_s N_0 L}$$

由此可见，剥离效率与剥离截面 σ_{01} 、气体室长度 $N_0 L$ 成正比。为增大剥离效率，总是选择剥离截面 σ_{01} 大的气体，常用的气体有 He、N₂ 及 H₂ 等。由于存在辐射损失，之也随 $N_0 L$ 的增大而增大，因而选用的气体室 $N_0 L$ 要适中。



▲ 能量分辨率

1. 45° 入射平行板电容器

$$E = \frac{Ze l}{2d} V$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta l}{l}$$



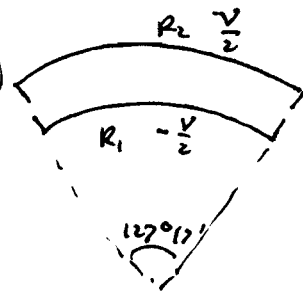
2. $127^\circ 17'$ 圆板电容器

$$\frac{M_i V^2}{R_0} = Ze E_r = \frac{Ze V}{R_0 \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$E = \frac{Ze V}{2 \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{\Delta R_0}{R_0}$$

径向电场



ΔR_0 是狭缝宽度的变化

R_0 是平均曲率半径

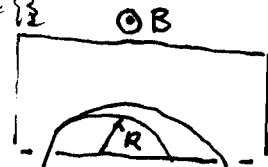
3. 磁分辨率

$$\frac{M_i V^2}{R} = Ze v B$$

$$M_i V = Ze B R$$

$$\frac{\Delta(M_i V)}{M_i V} = \frac{\Delta R}{R}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = 2 \frac{\Delta(M_i V)}{M_i V} = \frac{2 \Delta R}{R}$$



例题:

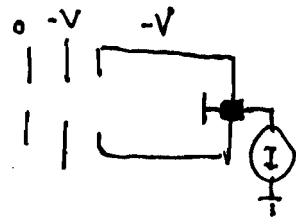
1. 控制屏简

限制孔, 限制栅, 简屏, 收集板

2. 电子倍增器

3. 通道式电子倍增器

4. 微通道板



△ 飞行时间谱

$$A \Omega = A_c \frac{A_a}{l_{ca}^2} = \frac{A_c A_a}{l_{ca}^2}$$

$$E = \frac{1}{2} M_i v^2 = \frac{M_i l_{cd}^2}{2 t^2} \Rightarrow t = \left(\frac{M_i l_{cd}^2}{2 E} \right)^{1/2}$$

$$dE = - \frac{M_i l_{cd}^2}{t^3} dt$$

$$I(t) dt = e N(E) \Delta t_g dE \Rightarrow N(E) = \frac{I(t) t^3}{(e \Delta t_g M_i l_{cd}^2)}$$

$$I(t) = e N(E) \Delta E_g \left| \frac{dE}{dt} \right| = e N(E) \Delta t_g \frac{M_i l_{cd}^2}{t^3}$$

所以开口宽度 ΔT 决定能量分辨量 E_{min}

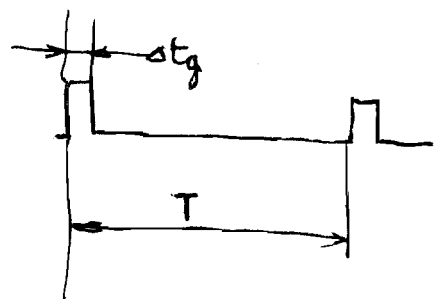
而宽度 Δt_g 决定能量分辨量 E_{max} 和能量分辨 ΔE

$$E_{max} = \frac{M_i l_{cd}^2}{2 \Delta t_g^2}$$

$$E_{min} = \frac{M_i l_{cd}^2}{2 T^2}$$

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 2 \frac{\Delta t_g}{t}$$

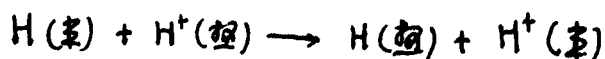
$$N(E) = \frac{I(t) \sqrt{M_i l_{cd}}}{(2 E)^{3/2} e \Delta t_g}$$



§5.2 中性粒子束探针

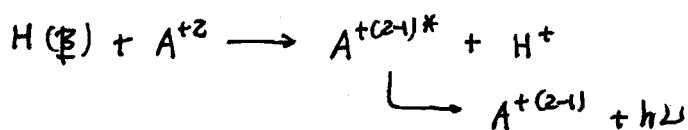
一、東与等志時相互作用

1. 电荷交换：



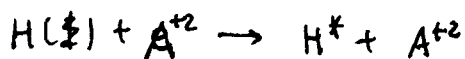
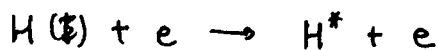
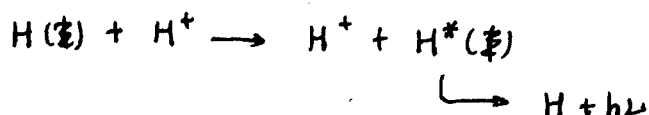
主动电荷交换中性粒子俘获 — (2) T:

2. 电荷交换复合



电荷与磁通守恒定律——电荷守恒定律, T_1 , 磁通守恒, T_2

3. 碰撞激发:



对于 $E_b > 40 \text{ keV}$, H^+ 和 A^{+2} 的碰撞电离是主要的过程

東輻射光譜子 — 10 \bar{B} . ④ \tilde{n}_i , \blacksquare

由3用 Li 系, He 系

4. 弹性散射—卢瑟福散射

快及2車點射 — 121 T.

5. 磁控电势和磁射

東良成 — 江島子窓 \bar{n} : z_{eff} 付

二. 主动电荷交换

Rev. Sci. Instrum. 52 (1981), 1795

上述的电荷交换中性原子束谱分析方案，由于它是积分测量

$$\frac{dN(E)}{dt} = A\Omega \int_{-a}^a J(x, n, E) \exp\left\{-\int_x^a \alpha(x', E) dx'\right\} dx$$

它只有在中等离子度范围，即

$$n_e L / T_i \approx 10^{19} \text{ m}^{-2} \text{ keV}^{-1}$$

时才能得到合理的测量结果。随着等离子体中心离子温度升高，当尺寸增大，离子温度升高时，中心处冷层离子度会减小，而且电荷交换产生的快中性原子束的几率也会下降，这些因素有可能使 T_i 的测量产生很大的困难，因为 $E \gg T_i$ 处的 $N(E)$ 下降的不列可的程度。为此，可注入适当能量的中性原子束，以提高中心处中性原子度，从而提高测量的空间分辨率。

为使中心处的中性原子度足够高，要求中性束的流量和流速必须满足如下条件：

(1) 束的密度足够小，同时束半径 σ_{ex} 足够大：

$$\int_0^a dx n_b(x) \left[\sigma_{ex}(E_b) + \sigma_{in}(E_b) + \frac{\langle \sigma_{ex} v_b \rangle}{v_b} \right] \leq 1.3$$

(2) 束等效密度远大于束底的冷原子密度

$$n_b = \frac{I_b}{A_b v_b} \gg n_a, \quad \text{即 } I_b \text{ 为束等效电流}$$

一般选用 $E_b = 10 \sim 20 \text{ keV}$ (中、小能量) 或 $50 \sim 100 \text{ keV}$ (大能量)， E_b 必须大于 100 keV ，因为当 $E_b > 100 \text{ keV}$ 时， σ_{ex} 随 E_b 增大而减小，而 σ_{in} 随 E_b 增大。束电流密度大约 $10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ 。

若入射中性束的等效电流为 I_b ，~~束半径~~ 则在 x 处产生的中性原子束的流量为：

速度用 E_{rel}

$$N(E) = A \Omega \frac{W}{\sin \theta} n_b(x) n_i(x) \sigma_{\alpha}(v_{bi}) v_{bi} f_i(x, E) \frac{1}{4\pi} e^{-\lambda}$$

即

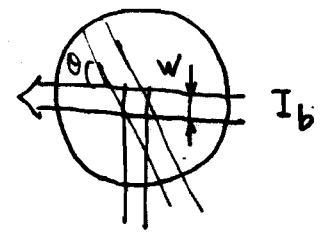
$$v_{bi} = \left[2 \left(\frac{E_b}{m_b} + \frac{8T_i}{\pi m_i} \right) \right]^{1/2}$$

由图2

$$v_{bi}^2 = v_b^2 + v_i^2 - 2v_b v_i \cos \alpha = 2 \frac{E_b}{m_b} + \frac{v_i^2}{m_i^2} - 4 \left(\frac{E_b E_i}{m_b m_i} \right)^{1/2} \cos \alpha$$

由碰撞的随机性，假设是均匀的碰撞角为 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ，取平均值。
即有：

W 为束在靶核方向上的宽度
 θ 为束与靶核靶线的夹角
 $n_b(x)$ 为束在靶核处的平均密度



$$n_b(x) = \frac{I_b}{v_b A_b} e^{-\beta}, \quad e^{-\beta} \text{ 为束在靶核处的衰减因子}$$

见图2

$$\beta = \int_0^x dx' \{ n_i [\sigma_{\alpha}(v_{bi}) v_{bi} + \sigma_{in}(v_{bi}) v_{bi}] + n_e \langle \sigma_{in} v_{e_i} \rangle \} \frac{1}{v_b}$$

$e^{-\lambda}$ 为靶核或靶块的中性原子数密度与靶核的截面乘积

$$\lambda = \int_0^x dx' \{ n_i [\sigma_{\alpha}(v_{bi}) v_{bi} + \sigma_{in}(v_{bi}) v_{bi}] + n_e \langle \sigma_{in} v_{e_i} \rangle \} \frac{1}{v_a}$$

即

$$v_{bi} = \left\{ 2 \left[\frac{E}{m_b} + \frac{8T_i}{\pi m_i} \right] \right\}^{1/2}, \quad v_a = \sqrt{\frac{2E}{m_i}}$$

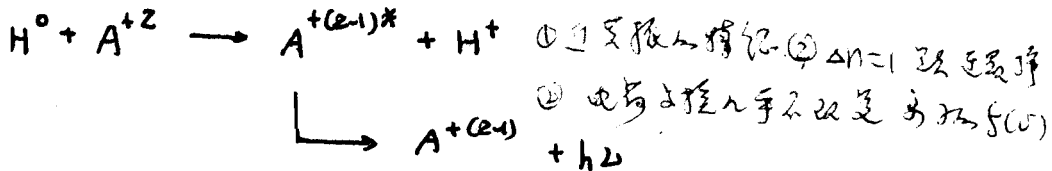
P.302 第 8.7 (a) (b) 主动与被动电荷交换与靶核的相互作用

Phys. Rev. A29 (1984), 3288

Rev. Sci. Instrum. 56 (1985), 885 ; 63 (1992), 2241

Plasma phys. Control. Fusion 36 (1994), 171

三. 电荷交换光谱学 (Charge-Exchange Spectroscopy, CES) ^{J. Control. Fusion 36 (1994), 171}



在这个过程中，等离子体中完全剥离的离子 A^{+Z} 通过电荷交换，生成类 H 离子，而且该类 H 离子是处于激发态上，这些激发态可发出该离子的特征线辐射，该辐射可用于诊断目的。该诊断方法称为电荷交换光谱法，有时也称为电荷交换复合光谱法 (Charge-Exchange Recombination Spectroscopy, CXRS, 或 CHERS)。该辐射波长范围比该离子所发射的波长短，特别之处的波长可存在于可见光或近紫外区，很容易测量。因此，该电荷交换光谱法有三个优点：(1) 它可用于测量完全剥离的离子密度；(2) 辐射测定的辐射是定向的，可定向定量地测量；(3) 辐射波长通常都位于可方便测量的波长范围。

当 H^0 束的能量在 $25 \sim 100 \text{ keV/AMU}$ 范围内, 这个过程有近似只随过程的特点, 即电子从基态的基态时产生或离子 (即基态 H^0) 的 $n=2$ 子态数 n 的级数上, 也就是说产生或离子处在主量子数 n 的级数上的离子 $\sigma(n) = \sum_l \sigma(n, l)$ 在

$$n_{\max} = Z^{0.75} \quad (\text{Z 为核电荷})$$

$$n > n_{\max} \quad l \approx n_{\max} \text{ 时 } \quad \sigma(n, l) \subseteq \mathbb{Z}_L$$

达饱和值。但随着单元尺寸增大, $n > n_{max}$ 的单元分布层数也随之增大, 使 $\sigma(n)$ 分布变宽。此外, 我们注意到是是 2 级元的分布也有序的递推特征: 对于 $n \leq n_{max}$ 的单元, $\sigma(n, l)$ 随 l 增大而增大; 对于 $n > n_{max}$ 的单元, $l \geq l_{max}$ 时 $\sigma(n, l)$ 达饱和值。因此, 在电势求解过程中, $\Delta n = 1$ 的级递进是自然形成, 因为每角动量最大的单元主要贡献是激发到下一个最低能级。

$$\frac{1}{4\pi} A_{\text{rel}} W A \sigma_r \frac{W}{\sin \theta} n_b \sigma_{\alpha}(v_b) v_b n_i(\alpha) f_i(x, E) dE$$

在诊断应用中，由于束速度远大于离子速度，即 $v_b \gg v_i$ ，电荷交换截面由束粒子的相对速度决定，则辐射跃迁的上能级寿命中几乎与离子速度无关，即电荷交换过程几乎不改变离子速度的分布，即不改变离子的速度分布，因此从电荷交换辐射谱线的展宽和移动测量可以测定离子速度分布和取向速度分布。

电荷交换生成离子的激发态寿命大约是 ns 量级，因而与束的离子碰撞地点之前就自发辐射跃迁而发出特征谱线辐射，因此测量是有局限性的特征。

- 应用：1. 离子速度分布，特别是离子束的离子速度
2. 离子速度分布和离子温度
3. 离子取向速度（旋转）速度

对于离子速度测量，需要测量离子速度分布，其辐射谱线吸收与束速度主要由电荷交换过程初始的激发态寿命的混合辐射跃迁过程和具有相同能级的不同离子速度分布的离子速度分布共同决定。辐射谱线的展宽，谱线强度与离子速度分布的跃迁速度及电荷交换形成的初始态 $\sigma(n, l)$ 分布有关。因此，低 n 能级跃迁的辐射谱线跃迁最适用于离子速度测量，同时只辐射谱线有效截面 $\sigma(v)$ 与离子速度分布有关。而对于离子速度分布和取向速度测量则是利用离子束与离子束的 n 能级跃迁的跃迁谱线或离子束与离子束的辐射谱线，有利于离子速度分布的测量。

主要问题：1. 辨别电荷交换辐射谱线与碰撞谱线产生的谱线——谱线中心频率；2. 当 $v_b \gg v_i$ 时， $v_b \gg v_i$ 条件不满足，这时 $\sigma(n, l)$ 是相对速度 $|v_b - v_i|$ 的函数，这导致离子速度分布不同于离子速度分布，这时需考虑截面 $\sigma(n, l)$ 对速度分布测量的影响。

$$E_r = (\mathbf{z}_i \cdot \mathbf{e}_n)_i^{-1} \nabla p_i + \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{B}_0 - \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{B}_\phi$$

▲ 离子速度分布的测量:

用多道扫描干涉谱仪测量离子速度分布, 设第 j 道中心波数为 λ_j , 重量为 I_j . 若离子速度分布函数是麦克斯韦分布, 离子速度按定义就是离子速度分布函数的方差。若离子速度分布函数是多重高斯分布, 则是离子速度分布函数的方差与离子速度成正比, 故有:

$$T_i \propto \sigma^2 = \frac{\sum I_j (\lambda_j - \bar{\lambda})^2}{\sum I_j} \quad \text{随时间变化}$$

即
$$\bar{\lambda} = \frac{\sum I_j \lambda_j}{\sum I_j}$$

若速度随时间变化, $I_j(t)$ 时, 则由上式可得到 $T_i(t)$
 则
$$\tilde{T}_i(t) = T_i(t) - \bar{T}_i$$

Nucl. Fusion 38 (1998), 237

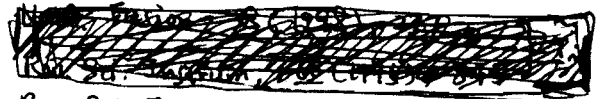
RSI 66 (1995), 845

$$\frac{3}{2} T_i = \int \frac{1}{2} m v^2 f(\vec{v}) d\vec{v} \quad \text{当 } \vec{v} = 0 \text{ 时}$$

$$= \int \frac{1}{2} m (\vec{v} - \langle \vec{v} \rangle)^2 f(\vec{v}) d\vec{v}$$

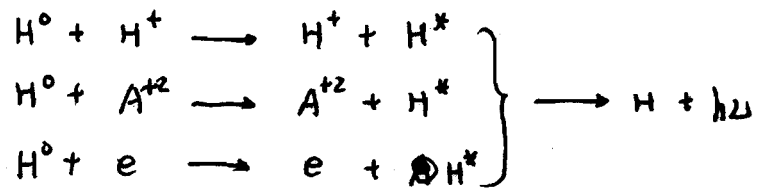
其中
$$\int f(\vec{v}) d\vec{v} = 1$$

四. 束辐射光谱法



1. 测量离子密度方法: Rev. Sci. Instrum. 61 (1990), 3487 \bar{n}_i

当中性束注入等离子体中时, 束原子将经过如下碰撞过程而被激发:



对于激发态的束原子可通过自发辐射跃迁而发出线辐射, 只须测量局部的电子密度和离子密度或二者, 因而可用于诊断目的。在大多数情况下, 只有 H^0 , D^0 和 He^0 束可以穿透到高密度等离子体, 因此利用诊断氢氘等离子体, 常用 H^0 , D^0 和 He^0 , 而对于低密度的边缘等离子体诊断, Li^0 束更合适。当束能量 $E_0 \geq 40 \text{ keV}$ 时, 与等离子体中的碰撞激发过程, 电子碰撞激发可忽略。

H 束通过氢等离子体时, 其激发态分布 Boley 等人已做了详细计算:

PRL 52 (1984), 534

NF 29 (1989), 2125

其原理与激发、退激发有关的所有的辐射和碰撞过程。这里给出一个简化的模型: 对于第 j 激发态, 其布居演化方程为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{b,j}}{\partial t} &= -n_{b,j} \sum_{i < j} A_{ji} - n_{b,j} n_i \sum_{i < j} \langle \sigma v \rangle_{ji} + n_i \sum_{i < j} n_{b,i} \langle \sigma v \rangle_{ij} \\ &= -n_{b,j} A_j - n_{b,j} n_i D_j + n_i S_j \end{aligned}$$

其中 $A_j = \sum_{i < j} A_{ji}$ 辐射退激发速率

$$D_j = \sum_{i \neq j} \langle \sigma v \rangle_{ji}$$

碰撞退激发速率

$$S_j = \sum_{i \neq j} n_{i,2} \langle \sigma v \rangle_{ji}$$

碰撞激发速率，为低态或中间态的碰撞激发速率之和

对于本节的光谱诊断，通常观测的是氢的 $H\alpha$ 线（之 $n=3 \rightarrow n=2$ 的跃迁，其波长为 $\lambda = 6562.8 \text{ \AA}$ ），其线辐射-碰撞辐射率与上能级数 n_3 有关：

$$j_{H\alpha} = \frac{1}{4\pi} h \nu_{32} A_{32} n_{b,3}$$

由速率方程的稳态解得：

$$n_{b,3} = \frac{S_3 n_i}{A_3 (1 + D_3 n_i / A_3)}$$

由此得：

$$j_{H\alpha} = \frac{1}{4\pi} h \nu_{32} \frac{A_{32}}{A_3} \frac{S_3}{1 + D_3 n_i / A_3} n_i$$

其线辐射的相对效率为：

$$\frac{j_{H\alpha}}{j_{H\beta}} = \frac{n_{b,3}}{n_{b,4}} = \frac{1}{1 + D_3 n_i / A_3} \frac{n_i}{n_i}$$

由此可知，线辐射的相对效率与离子密度的相对效率成正比，其比例因子就是退激发速率与碰撞退激发速率之比，如图2：

$$\tau_3 = \frac{1}{1 + D_3 n_i / A_3}$$

所得的 τ_3 是局部效率，对光谱诊断有如下附加的限制：(1) 视线应尽可能通过发射线区域局部等离子体，以便记录尽可能多的辐射；(2) 尽可能使视线和发射线一致，以便得在发射线上有最大辐射强度，以便得发射线有更大的量测精度。

Phys. Rev. Lett. 28 (1981), 441 ; 2758

Rev. Sci. Instrum. 57 (1986), 2006 ; 1552

2. 利用 Zeeman 效应测量磁矩

当原子或离子处于弱磁场中时，原来简并的能级将分裂成若干个能级（对 L-S 耦合，其分裂的能级数，由总角动量的统计权重 $2J+1$ 决定），能级的移动与磁量子数 m ，Landé 因子 g 及磁场的强度有关。具有磁矩 μ 的体系，在外磁场 B 中具有的能量为：

$$U = -\mu_z B \quad (\hat{B} = \hat{z})$$

原子磁矩来源于电子的轨道（核磁矩至少比电子磁矩小 3 个数量级）

$$\mu_z = -m g \mu_B$$

$$m \equiv m_j$$

即 g 为 Landé 因子，有

$$\mu_B \equiv \frac{e\hbar}{2m_e} \quad \text{为玻尔磁子}$$

$$U = m g \mu_B B$$

则由于能级的分裂引起的光谱谱线的频率移动为：

$$\Delta\omega = \frac{\Delta(mg) \mu_B B}{\hbar} = \frac{1}{2} \omega_{ce} \Delta(mg)$$

即 $\Delta(mg)$ 为跃迁上下能级的 mg 的差值。已知氢的波数移动为：

$$\Delta\lambda_2 = 4.67 \times 10^{-4} \Delta(mg) B [T] \lambda^2 [Å] \quad [Å]$$

即

$$g \equiv 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

跃迁的选择定则为：

$$\Delta m = 0, \pm 1$$

当跃迁的上下能级是单态时（即 $S=0$ ），这时 $g=1$ ，且能级分裂是正常 Zeeman 效应，在垂直于磁场方向观察时，可看到一条谱线

分裂为二子谱线。其中：

垂直于 \vec{B} 观察 $\left\{ \begin{array}{l} \text{一半} \pi \text{ 分量} - \text{相当于 } \Delta m = 0 \text{ 的跃迁, 但波数移动为 } 0, \text{ 偏振方向平行于 } \vec{B} \\ \text{一半} \sigma \text{ 分量} - \text{相当于 } \Delta m = \pm 1 \text{ 的跃迁, 但波数移动由上式给出, 且偏振方向垂直于 } \vec{B} \end{array} \right.$

当平行于磁场方向观察时, π 分量偏光, 而 σ 分量变为圆偏振光(左、右旋光)。

当跃迁的上、下能级总自旋量子数 $S \neq 0$ 时, 这时谱线的分裂数目大于 3, 由于历史上的原因, 把它称为反常 Zeeman 效应(实际上它是正常的塞曼效应), 且偏振特性与正常塞曼效应相同。

上述讨论均假设外加弱磁场 B 强度不足以破坏 L-S 耦合, 而当 B 大得足以破坏 L-S 耦合时, 这时出现“帕邢-巴克效应”(Paschen-Back effect), 这正可详述。($\Delta m_s = 0, \Delta m_l = 0, \pm 1$)

利用塞曼效应可以用来测量等离子体中的磁场, 但这时必须谱线的包络宽度效应远小于 Zeeman 效应。在低温等离子体中, 要求

$$\Delta \omega_2 \gg \Delta \omega_0$$

这一般是不满足的, 通常却是 $\Delta \omega_0 \gg \Delta \omega_2$ 。例如,

$$\Delta \lambda_0 = 2.4 \frac{v_{Te}}{c} (\ln 2)^{\frac{1}{2}} \lambda_0^2 \quad (\text{FWHM})$$

$$\Delta \lambda_0 = 7.68 \times 10^{-5} \sqrt{\frac{T_e [\text{eV}]}{A}} \lambda_0 [A]$$

$$\Delta \lambda_2 = 4.67 \times 10^{-9} \Delta (\text{mg}) B [\text{T}] \lambda^2 [A] [A]$$

若 $B = 2 \text{ T}$, $\lambda = 5000 \text{ A}$, $T_e = 500 \text{ eV}$, $A = 12$

$$\Delta \lambda_0 \approx 2.5 \text{ A}, \quad \Delta \lambda_2 = 0.3 \text{ A}$$

$$\Delta \lambda_0 \gg \Delta \lambda_2$$

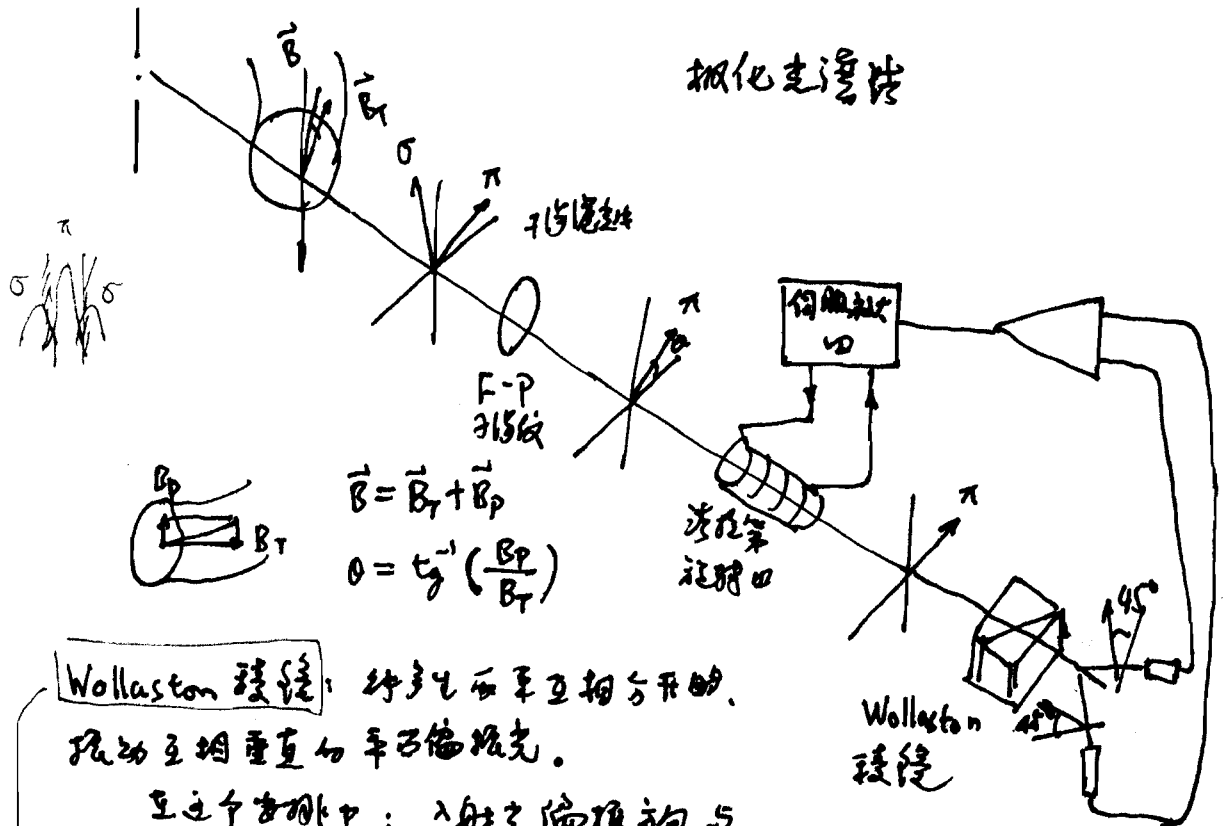
所以, 在低温等离子体中, 不能用塞曼效应来测量 Zeeman

用 Li 束的优点：其共振线波长位于可见光区

Li 束强度高，~~损耗~~可设 $\Delta\omega_1 \ll \Delta\omega_2$

光谱事例是 B，而由运用率发射光谱的 Zeeman 效应事例是
磁谱。典型的系统如下：

利用中性锂束的 2^2S-2^2P 跃迁的共振线 ($\lambda = 6708 \text{ \AA}$) 的量子
效应可以测得原子核的磁矩。



Wollaston 棱镜： 将产生的两束互相垂直的、
振动互相垂直的平面偏振光。

在这个排列中：入射光偏振方向与
棱镜的第一个晶体的光轴成 45° 角。入射光在第一个晶体中分解成
两偏振光 O 、 X 波。无折射地入射到第二个晶体。在第二个晶
体中因光轴与第一个晶体垂直， O 、 X 波在第二个晶体中互转。
因而在两晶体交界面上产生折射， X 、 O 波在垂直方向上分离。
此时，反馈控制的结果，使得磁场的偏转角度

$$I \propto \theta$$

Li 束是低电子碰撞激发 2^2P 激发态上，它向基态跃迁
而发出 6708 \AA 的共振线。 $E_0 < 10 \text{ keV}$

图 20： 示意图， \vec{n}_0 的指向

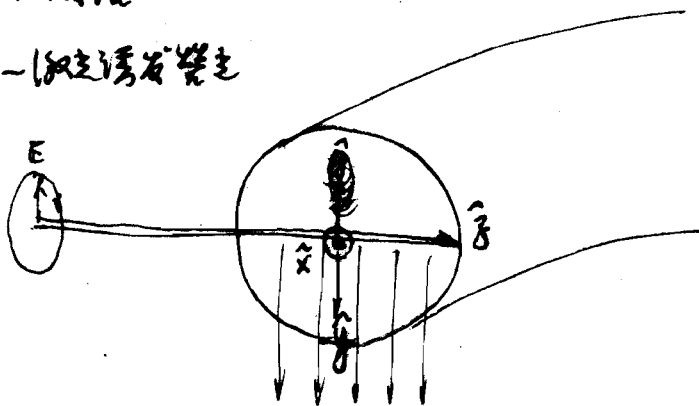
→ 将沿光偏振方向互相垂直的两束平面偏振光 (在空间上分开)

书 P. 304

初定用上述图例, 发展了:

Li 束 + 激光束 - 激光诱导荧光

示意图



Li 束提供 $2S-2^2P$ 谱线 $\lambda = 6708 \text{ \AA}$

当 Li 束频率 $E_0 = 95 \text{ keV}$ 时, 由于激光束与 Li 束共线, 为诱导 Li 的 π 光是荧光辐射, 激光束的波矢与 Li 束诱导波矢相切于波面上, 即 $\lambda = 6671 \text{ \AA}$, 同时其偏振方向在 xy 平面内 50 kHz 的频率旋转, 即:

$$\vec{E}(t) = E_0 \cos \omega_m t (\hat{x} \cos \omega_m t + \hat{y} \sin \omega_m t)$$

在 xy 平面内 Li 束诱导波矢的 π 光是荧光辐射, 由下式给出

$$S(r, t) = A(r) [\vec{E}(t) \cdot \vec{B}]^2$$

其中 $\vec{B} = B_r \hat{x} + B_p \hat{y}$

$A(r)$ 是比例常数

将 $\vec{E}(t)$ 代入上式得:

$$S(r, t) = \frac{1}{2} A(r) \sqrt{B_0^2} E_0^2 [1 + \cos 2(\omega_m t + \theta)] \quad B_0^2 = B_r^2 + B_p^2$$

其中

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{B_p}{B_r} \right)$$

用相敏检测技术 (以 $\cos 2\omega_m t$ 为参考信号) 测出相角 2θ 。

3. 利用运动 Stark 效应测 B (Motional Stark Effect, MSE)

运动 Stark 效应: 电荷为 q 的粒子在磁场 \vec{B} 中以 \vec{v} 运动时, 将受到洛伦兹力的作用

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

在粒子坐标系中观察, 粒子受到如下的电场力的作用

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$$

这个电场是粒子的运动引起的。对于中性原子, 核和核外电子均受此电场的作用, 但由于其整体为电中性, 整体的受力为零, 即在实验室参考系中, 其整体运动状态不变。但在外加电场中, 其能级将发生分裂, 其发射的谱线将发生分裂和位移, 这是 Stark 效应。由于外电场是粒子在外磁场运动中产生的, 故称为运动塞曼效应。

$n' \rightarrow n=2$
的跃迁
($n' > 2$)

在外电场的作用下, 原子能级会发生分裂, 从而使其发射的谱线会发生分裂和位移, 这是德国物理学家 Stark 于 1913 年在氢的巴耳末系中首先发现的, 故称为 Stark 效应。实验也发现, 对于 H 原子或类 H 离子, 外电场才呈现出较大的线性 Stark 效应, 而对于其它原子或离子, 只呈现出极弱的非线性 Stark 效应。

Stark 效应使谱线分裂, 表明原子能级在外电场作用下发生了变化。具有电偶极矩为 \vec{D} 的体系, 在外电场 \vec{E} 中具有势能

$$U = - \vec{D} \cdot \vec{E} = - e D_z \quad (\text{取 } \vec{E} \text{ 沿 } z \text{ 方向})$$

原子的电偶极矩主要表现为电子相对于核的平均分布

$$\vec{D} = - e \vec{r} \quad \text{④ } \vec{r} \text{ 为电子的平均位置矢量}$$

数有

$$U = e\bar{\epsilon}\epsilon, \quad \bar{\epsilon} \text{ 为 } \bar{r} \text{ 在 } \bar{\epsilon} \text{ 的投影}$$

在强电场中, H 原子的定态状态已不能用量子数 n, l, m_l, m_s 描述, 1926 年薛定谔等人发现, 这时可用另一套量子数 n_1, n_2 和 $|m_l|$ 代替原来的量子数 n, l, m_l , 来描述 H 原子在外电场中的定态状态。新量子数 n_1, n_2 与主量子数 n 的关系为:

$$n = n_1 + n_2 + |m_l| + 1$$

对于给定的 n 值, $|m_l|$ 的取值范围为: $0, 1, 2, \dots, (n-1)$;
对于每个 $|m_l|$ 值, n_1 的取值范围为: $0, 1, \dots, n-|m_l|-1$;
因此, 对于给定的 n 值, 可分裂的谱线数目为 $2(n-1)+1 = 2n-1$ 。
量子数 n_1 和 n_2 的物理意义是地是差值上

$$n_F = n_1 - n_2$$

即 n_F 的取值范围为: $n-1, n-2, \dots, 0, \dots, -(n-2), -(n-1)$;

$n_F > 0$, 表示电子平均分布在原子的上半原子;

$n_F < 0$, 表示电子平均分布在原子的下半原子。

当外电场的作用大得足以忽略精细结构, 而仅处于^{能级}简并态时, 用量子数 n_1, n_2 和 $|m_l|$ 表征的定态可以很好地描述电子的真实运动, 则外电场产生的斯塔克效应可表示为:

$$\Delta E = \frac{3}{2} \frac{ea_0 n n_F \epsilon}{Z} \approx \frac{3}{2} \frac{ea_0 n^2 \epsilon}{Z} \quad \frac{3}{2} \frac{ea_0 \Delta(n n_F) \epsilon}{Z}$$

即 Z 为类氢离子的核电荷数

a_0 为玻尔半径

对应于跃迁 $n-n'$ 的谱线的分裂可用如下方法表征:

$$\Delta = n(n_1 - n_2) - n'(n'_1 - n'_2)$$

量子数的选择定则也与无外电场的情况一样, 即

$$\left. \begin{array}{l} \text{对于} \\ \vec{E} \text{ 方向} \\ \text{选择} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta m_s = 0, \quad \pi \text{ 分量, 偏振方向平行于外电场 } E \\ \Delta m_s = \pm 1, \quad \sigma \text{ 分量, 偏振方向垂直于外电场 } E \end{array}$$

由上式可知, 能级分裂 ΔE 与电场 E 成正比, 这说明电子相对于核的平均分布与本身与电场无关, 即这种情况下原子的电偶极矩不是由外电场诱发产生的, 而是电子作轨道运动不确定运动时所固有的, 外电场的作用是使之表现出来。其根本原因是: 对于类 H 离子, 量子数 l 是量子数简并的, 具有确定量子数的电子可以在不确定的轨道上运动。

对于类 H 离子 (或离子), 由于 l 是量子数, 即一定量子数的轨道对应于一定的轨道运动。在这种轨道中, 电子的平均分布不为 0, 所以在外电场的作用下只产生线性 Stark 效应, 因为 E 诱发的电偶极矩为:

$$\vec{D} = -\alpha \vec{E}$$

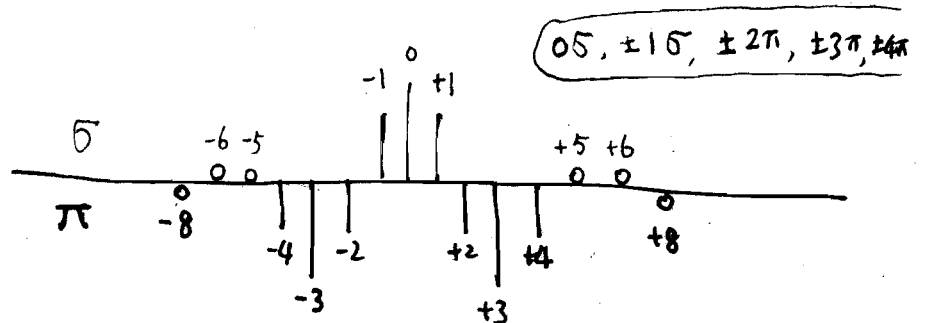
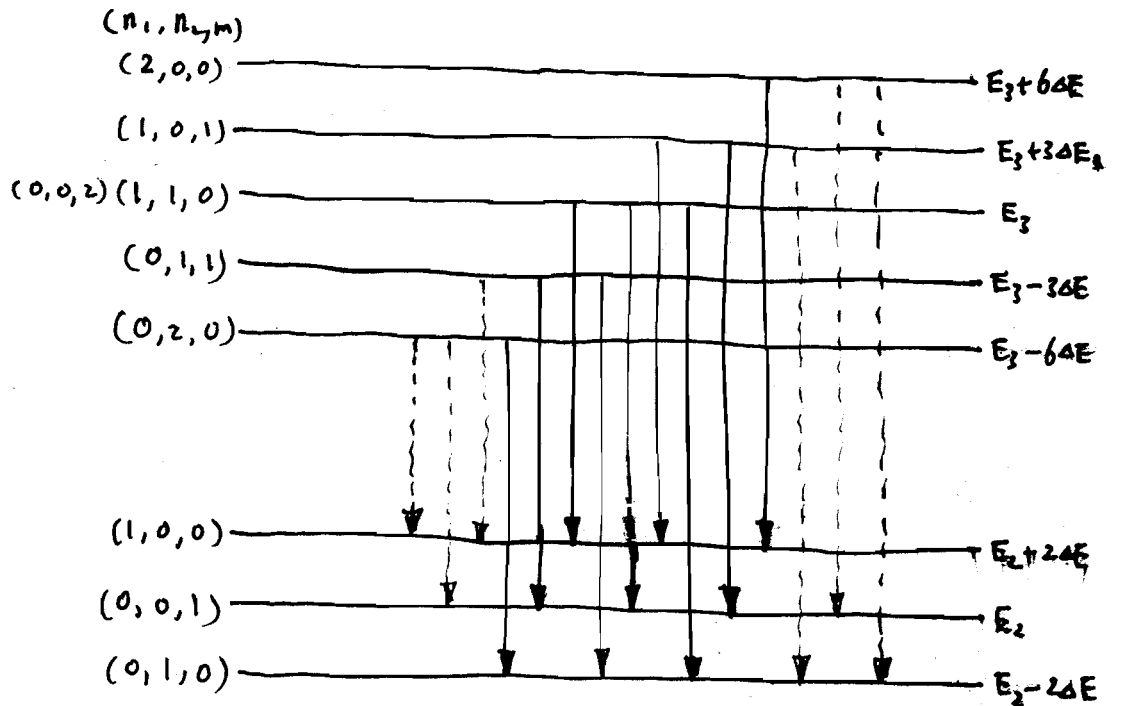
则在电场中, 它应具有的能量为:

$$U = -\vec{D} \cdot \vec{E} = \alpha E^2$$

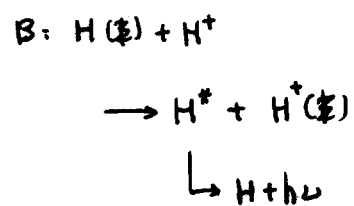
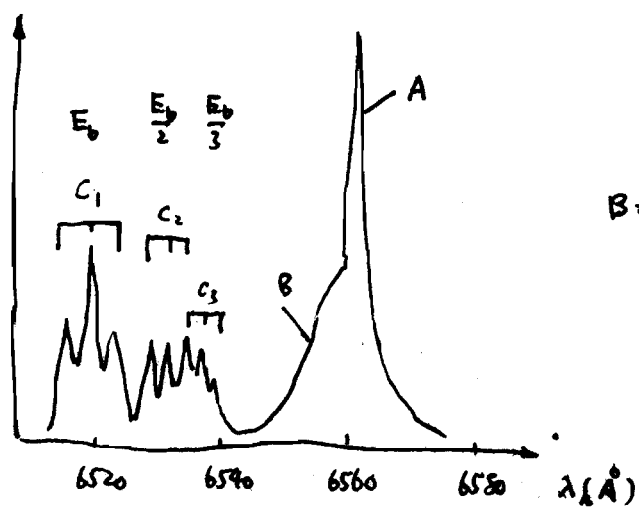
此时能级分裂为:

$$\Delta E = -\frac{n^4}{16} [17n^2 - 3(n_1 - n_2)^2 - 9m^2 + 19] a_0^3 E^2$$

H_{α} 谱 ($n=3 \rightarrow n=2$)



应用 MSE 诊断等参数，论是用 H 及其同位素，而且用其 H_{α} 谱 ($n=3 \rightarrow n=2$ 的跃迁， $\lambda = 6563 \text{ \AA}$) 的 MSE 谱线。根据上述原理，对于每个主量子数 n ，在外电场作用下它分裂为 $2n-1$ 个子能级，对于 H_{α} 谱，上能级可分裂为 5 个子能级，下能级可分裂为 3 个子能级。根据选择定则，它只分裂成 15 个 Stark 谱线，即有 9 个分量是足够强的，较弱的观测，即之 6 个分量很弱，不被观测到。 H_{α} 谱的谱线分裂及其相应的 Stark 谱线是如上所示，即 $\pm 5\sigma, \pm 6\sigma, \pm 8\sigma$ 分量是弱分量。

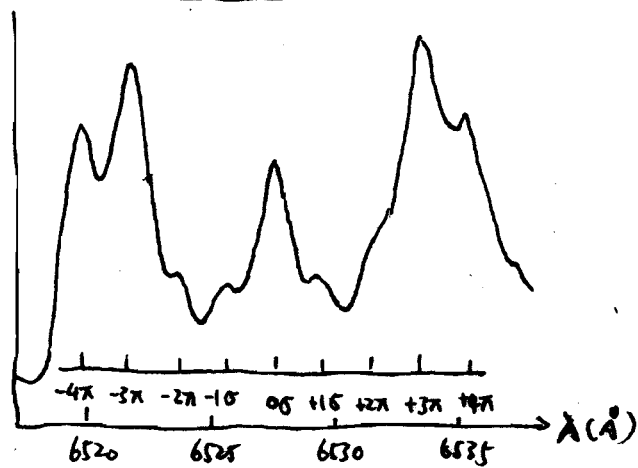


A: 由氢原子高激发态跃迁至低态

B: 电荷转移谱 — 离子动理学

C: 束缚解缚 — MSE谱分型和识别, 图中特征有 $E_0, E_{1/2}, E_{2/3}$ 故有 3 组线。

C1 的 (10) 号



$$E_r = \frac{v M_n}{ze n_i} + v_{\phi} B_{\theta} \odot v_{\theta} B_{\phi}$$

选择定则: $\Delta m_e = 0, \pm 1$

偏振特性: 垂直于电场观察:

π 分量, $\Delta m = 0$, 偏振方向平行于外电场 E

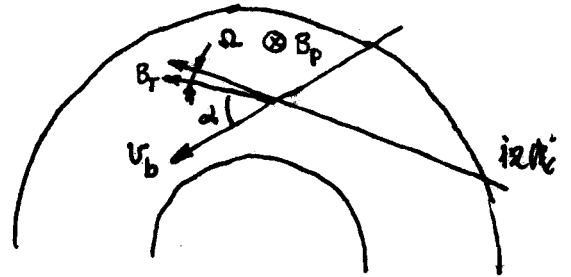
σ 分量, $\Delta m = \pm 1$, 偏振方向垂直于外电场 E

测量方法: 1) 测 Stark 分量的波长位移, 可求出外电场强度

2) 测 Stark 分量的偏振方向, 可求出外电场方向

3) π 和 σ 分量的强度比, 可求出外电场大小

实验方案如图2: Ω 为光轴
与 B_r 的夹角, 通常选择 Ω 待测
使得测量的信号强度尽可能大;
束方向 v_b 与 B_r 的夹角为 α , 必须



但不等于零, 使得罗伦兹电场 $E = v \times B$ 对 B_r 和 B_p 都贡献。 $\alpha + \Omega$
为光轴与束轴的夹角, 它不能等于 $\frac{\pi}{2}$, 使得束的偏振是垂直于光轴
的, 以避免与束在垂直于 H_0 方向的干扰。由此几何图形可得到:

1) 纵向磁场 B_r 产生的罗伦兹电场垂直于光轴方向的分量:

$$E_{pL} = v_b B_p \cos(\alpha + \Omega)$$

2) 纵向磁场 B_r 产生的罗伦兹电场垂直于束轴方向的分量

$$E_{rL} = v_b B_r \sin \alpha$$

在何种情况下, 测量的偏振角为:

$$\tan \gamma_m \equiv \frac{E_{pL}}{E_{rL}} = \frac{B_p v_b \cos(\alpha + \Omega)}{B_r v_b \sin \alpha} = \tan \gamma_p \frac{\cos(\alpha + \Omega)}{\sin \alpha}$$

即

$$\tan \gamma_p \equiv \frac{B_p}{B_r}$$

是局部磁场的螺距角 (Pitch angle)

Pitch angle

由图可知, 由偏振角的测量, 就可求得磁场的仰角, 因此是已知的. 由此就可求得由等离子体电流所产生的极化磁场 B_p .

MSE 诊断一般要求: $\Delta\omega_{MS} \gg \Delta\omega_Z$

对于 H 及其同位素, 当束流是中子时 ($n + k e v$), MSE 一般即与 Zeeman 效应大得多, 这可以估计如下: 束流的频率位置的数量级为

$$\Delta\omega_{MS} \approx \frac{e a_0 n^2 \vec{v}_b \times \vec{B}}{\hbar} = \frac{e a_0 n^2 B v_b \sin \delta}{\hbar}$$

$$\Delta\omega_Z \approx \omega_{ce} = \frac{eB}{m_e}$$

取有

$$\frac{\Delta\omega_{MS}}{\Delta\omega_Z} \approx \frac{m_e a_0}{\hbar} n^2 v_b \sin \delta, \quad \delta \text{ 为束流与磁场的夹角}$$

$$\approx \frac{n^2 v_b \sin \delta}{\alpha c} = \frac{n^2}{\alpha} \left(\frac{2E_b}{m_b c^2} \right)^{1/2} \sin \delta$$

对于 H 束, 当 $E_b = 50 \text{ keV}$, $\sin \delta \approx 1$ 时, $\Delta\omega_{MS}$ 与 $\Delta\omega_Z$ 大约是一个数量级, 这时, $\Delta\omega_{MS} \gg \Delta\omega_Z$ 的条件是满足的, 束流的数量级很小, 且束流功率加大 $\Delta\omega_D$ 也进入了 $\Delta\omega_{MS}$.

但对于 Li 束, 却恰恰相反, 由于 $\vec{v} \times \vec{B}$ 只产生非线性的 Stark 效应, 束流的数量级很小, 因而有 $\Delta\omega_Z \gg \Delta\omega_{MS}$.

Sov. Phys. - Tech. Phys. 16 (1972), 1520

五. 电子中性束诊断

J. Appl. Phys. 62 (1987), 3130

Rev. Sci. Instrum. 63 (1992), 3359

1. 卢瑟福散射例 Ti (Rutherford scattering)

中性粒子的散射与离子的库仑相互作用产生散射, 该散射过程由著名的 Rutherford 微分截面决定:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b_0^2}{4 \sin^4(\frac{\theta}{2})} = \frac{(Z_1 Z_2 e^2)^2}{(16 \pi \epsilon_0 m_r v^2 \sin^4(\frac{\theta}{2}))} \left(\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})}$$

m_r 为折合质量

$$m_r \equiv m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$$

E 为入射粒子能量, Z_1, Z_2 分别为入射粒子和靶粒子的电荷数

当 $v_b^2 \gg \frac{T_i}{m_i}$ 及小角散射时, 通过定标处理, 可得 ^(单位时间内) 在 θ 方向上单位立体角的散射截面为:

$$F(E, \theta) = C(E_b) \Omega J_b n_i V \frac{1}{4\sqrt{\pi} \gamma E_b^2 \sin^5 \theta} \left(\frac{E}{T_i} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{Z_b^2 Z_i^2 e^4}{(2\pi \epsilon_0)^2} \times \exp \left\{ - \frac{[E - E_b(1 - \gamma \sin^2 \theta)]^2}{4\gamma E_b T_i \sin^2 \theta} \right\}$$

其中
 $C(E_b)$ 为常数因子
 J_b 为电流密度 ($J_b \equiv I_b / A_b$)
 V 散射体积
 $\gamma \equiv m_b / m_i$
 Ω 接收立体角
 θ 散射角
 E 散射光子能量
 ϵ_0 真空介电常数

由此可知

散射谱中心能量 $E_0 = E_b(1 - \gamma \sin^2 \theta)$

散射谱 FWHM:

$$\Delta E(\text{FWHM}) \approx 4 \sin \theta [\gamma E_b T_i \ln 2]^{\frac{1}{2}}$$

条件: $E_b \gg (5 \sim 10) T_i$, 小角散射

标: 分辨率 $\Delta E_b \ll 4 \theta (E_b T_i \gamma \ln 2)^{\frac{1}{2}}$

ΔE_b 小于 n 个 eV 量级

散射角 $\Delta \theta \ll 2 \left(\frac{m_i T_i}{m_b E_b} \right)^{\frac{1}{2}}$

$\Delta \theta$ 小于 n 毫弧度量级

中子束：一般用 He (40~50 keV), H.D (50~60 keV),
电流密度 $J_b \approx 2+3 \text{ mA/cm}^2$, 发射角 $\theta \approx 10 \sim 15^\circ$

2. 中子束衰减测量 (书 p. 299~301)

▲ 主动电荷交换 - T_i

▲ Rev. Sci. Instrum. 52 (1981), 1795

▲ 电荷交换光谱学 - n_i, T_i, v

▲ Plasma Phys. Control. Fusion 36 (1994), 171

▲ Phys. Rev. A29 (1984), 3288

▲ Rev. Sci. Instrum. 56 (1985), 885; 63 (1992), 2241

$$E_r = \frac{1}{en_i} \nabla P_i - U_p B_T + U_T B_p$$

T 轴 P, T 方向表示极向、环向

▲ 中子散射光谱学

1. $|\vec{r}| \tilde{n}_i$

▲ Rev. Sci. Instrum. 61 (1990), 3487

2. ~~Zeeman~~ Zeeman $\Delta \omega \propto |\vec{r}| B$

▲ Phys. Rev. ~~Sci~~ Lett. 58 (1987), 491; 2758

▲ Rev. Sci. Instrum. 57 (1986), 2006; 1552

3. MSE $|\vec{r}| B$

▲ Plasma Phys. Control. Fusion 35 (1993), 1373

▲ J. Phys. B22 (1989), L145

▲ Rev. Sci. Instrum. 61 (1990), 8552

70 (1999), 815; 810

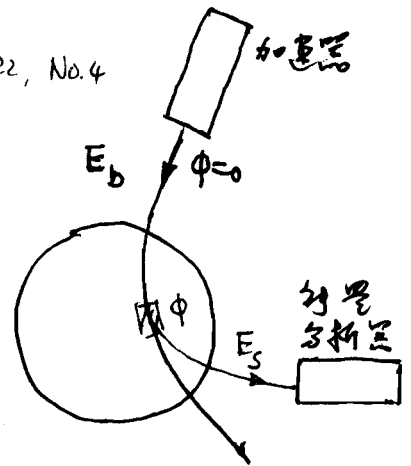
▲ Phys. Plasmas

4 (1997), 1097

§5.3 重离子束探针

一. 工作原理:

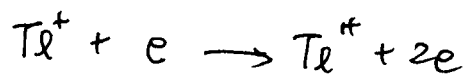
利用带电粒子束作为探针诊断等离子体参数, 其充分必要条件是其流离子及其次级离子(次级电子)的回旋半径大于等离子体尺寸(如小离子半径), 从而使得初始离子射入等离子体中, 而次级离子从等离子体中射出而被探针接收。由于次级离子携带了电离点处的信息, 因而测量次级离子的参数(电流和能量等)可用于诊断电离点处的等离子体参数。



设初始离子束的能量为 E_b , 电荷数为 Z_b ; 次级离子电荷数为 $Z_s = Z_b + 1$, 按照上述条件, 即:

$$\rho_b = \frac{\sqrt{2m_b E_b}}{Z_b e B} > a, \quad \rho_s = \frac{\sqrt{2M_b E_b}}{Z_s e B} > a$$

当 $Z_b = 1$ 时, 有 $\rho_s = \frac{1}{2} \rho_b > a$ 。由于重离子半径大, 在相同的束流条件下, 重离子束的回旋半径大于轻离子的回旋半径, 因而离子束探针通常都是选择重离子, 如铯(Cs)、铊(Tl)等。其电离截面之比是电离截面比决定的, 即



$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\langle \sigma(v_r) v_r \rangle}{v_b} = \frac{\langle \sigma(v_e) v_e \rangle}{v_b}$$

二. 泡是等离体空间电位

它是通过分析次级离子与初始离子的能量差而实现的。设等离体空间电位为 ϕ ，则次级离子在电离点处获得的能量是次级离子的势能 $Z_s e \phi$ 与初始离子的势能差，即：

$$\Delta E = (Z_s - Z_b) e \phi$$

则到达分析器处次级离子的动能为：

$$E_s = E_p + (Z_s - Z_b) e \phi$$

故有

$$\phi = \frac{E_s - E_p}{(Z_s - Z_b) e}$$

三. 电离度及其溅落的测量：

设初始离子束电流、速度、截面积分别为 I_b, v_b, A_b
则有

$$I_b = Z_b e n_b v_b A_b$$

次级离子电流为：

$$I_s = I_b n_e \sigma_{\text{eff}} \delta l \frac{Z_s}{Z_b}$$

其中 δl 为取样体积长度。

取样体积内发生的电离事件数目 (单位时间)

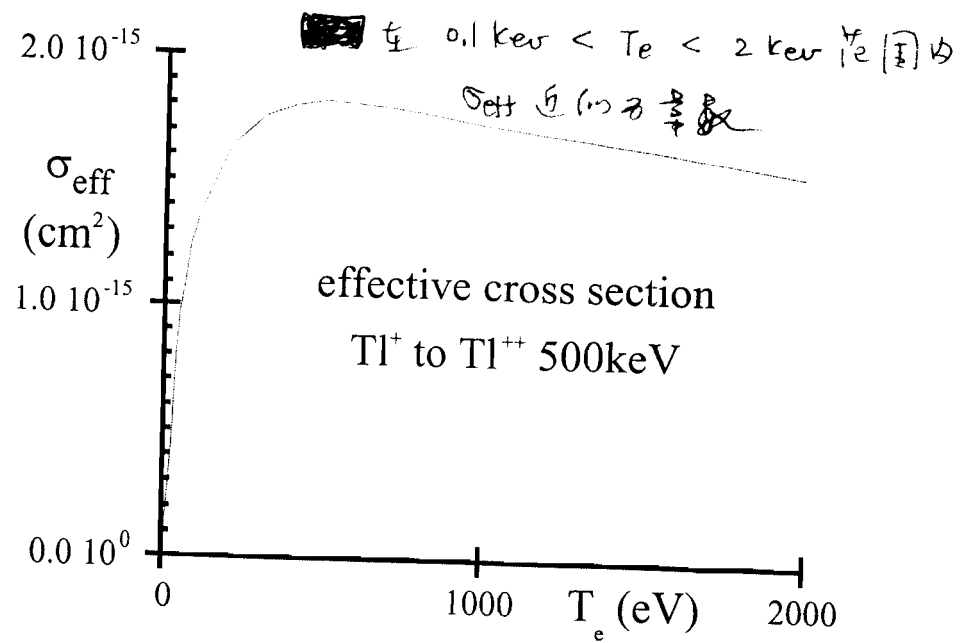
$$N = n_b A_b \delta l n_e \langle \sigma_{\text{ei}}(v_r) v_r \rangle$$

$$= I_b \delta l n_e \langle \sigma_{\text{ei}}(v_e) v_e \rangle / v_b e Z_b$$

$$= I_b \delta l n_e \sigma_{\text{eff}} / e Z_b$$

则次级离子电流为：

$$I_s = e Z_s N = \frac{I_b n_e \sigma_{\text{eff}} \delta l Z_s}{Z_b}$$



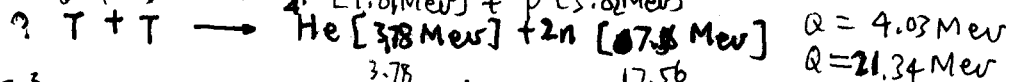
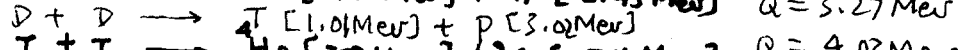
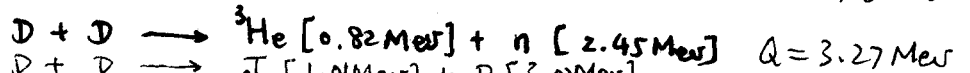
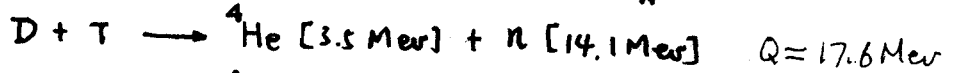
Measure a detector current $I_d \propto I_s$: I_d - 探测器电流

$$\frac{\tilde{I}_d}{I_d} = \frac{\tilde{I}_s}{I_s} = \frac{\tilde{n}_e}{n_e}$$

§5.4 中子诊断

一. 聚变反应和截面

在 T-D 燃烧等离子体中, $\frac{1}{2}n_D + \frac{1}{2}n_T$ 反应有:



当离子温度 $\approx 100 \text{ KeV}$ 时, $D-D$ 反应截面比 $D-T$ 反应截面小两个数量级, 因此等离子体中的反应主要是 $D-T$ 反应。

当 $n_T = n_D$ 时, $D-T$ 反应截面 σ_{DT} 是最佳选择, 单位时间 $\frac{1}{2}n_D^2 \langle \sigma v \rangle$ 中子数为:

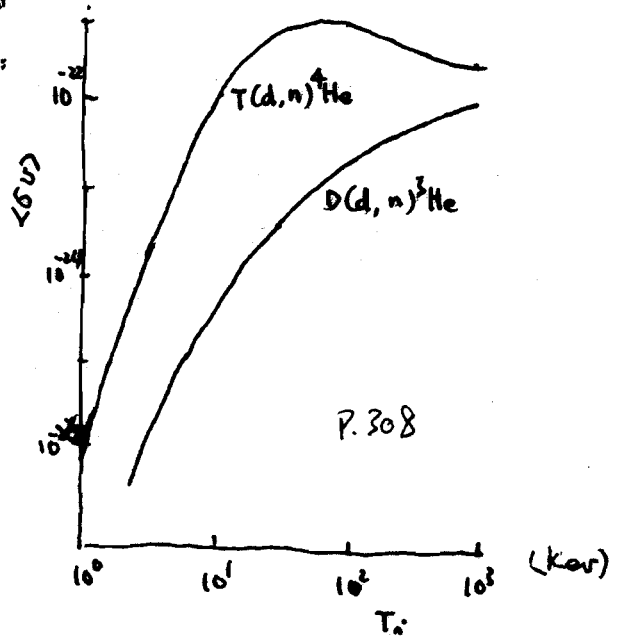
$$S = \frac{1}{2} n_D^2 \langle \sigma v \rangle$$

若等离子体是对离子速度分布平均, 则 $\langle \sigma v \rangle$ 是 σv 的平均值, 由此可知, 中子产额与离子温度有很强烈的依赖关系, 从产额可以量测得到离子温度的信息。

然而, 由于中子产额与离子速度分布的尾部很敏感, 当尾部分布比热离子分布时, 由产额估计的 T_i 会偏高; 当尾部分布比热离子分布偏低时, 则估计的离子温度会偏低。

此外, 仅从产额估计的 T_i 产生误差的原因还有:

1. 等离子体存在 n_D 的测量有误差
2. 非聚变产生中子的反应, 如逃逸中子产生-充核反应 (充核中子) 但这些反应产生的非聚变中子的能量不同于聚变中子的能量, 因此, 在分析中必须加以区分中子的能量。



二. 中子碰撞:

从反冲力学的分析, 我们可以获得热核聚变中子的能量表达式。在 D-T 反应粒子的质心坐标系中, 由能量和动量守恒, 得:

$$m_n \vec{u}_n + m_d \vec{u}_d = 0$$

$$Q + k = \frac{1}{2} m_n u_n^2 + \frac{1}{2} m_d u_d^2 = \frac{1}{2} m_n u_n^2 \left(\frac{m_n + m_d}{m_d} \right)$$

即 \vec{u}_n, \vec{u}_d 分别为中子、 α 粒子在质心坐标系中的速度

Q 是聚变反应释放出的总能量

k 为反应粒子 (D-T) 的相对动能, 即

$$k = \frac{1}{2} \frac{m_D m_T}{m_D + m_T} v^2, \quad \vec{v} = \vec{v}_D - \vec{v}_T$$

设 \vec{V} 为质心坐标系在实验室坐标系中的速度

则 \vec{u}_n 在实验室坐标系中的速度为:

$$\vec{V}_n = \vec{V} + \vec{u}_n$$

之动能则为:

$$E_n = \frac{1}{2} m_n V_n^2 = \frac{1}{2} m_n (V^2 + u_n^2 + 2 \vec{V} \cdot \vec{u}_n)$$

将 u_n 的表达式代入, 得:

$$E_n = \frac{1}{2} m_n V^2 + \frac{m_d}{m_d + m_n} (Q + k) + V \left[\frac{2 m_n m_d}{m_n + m_d} (Q + k) \right]^{\frac{1}{2}} \cos \theta$$

式中 θ 为 \vec{V} 和 \vec{u}_n 间的夹角, 它是随机量, 对所有的散射角求平均应有 $\langle \cos \theta \rangle = 0$, 故:

$$\langle E_n \rangle = \frac{1}{2} m_n \langle V^2 \rangle + \frac{m_d}{m_n + m_d} (Q + \langle k \rangle)$$

两式相减得：

$$E_n - \langle E_n \rangle = \frac{1}{2} m_n (V^2 - \langle V^2 \rangle) + \frac{m_d}{m_n + m_d} (k - \langle k \rangle) + \left(\frac{2m_n m_d}{m_n + m_d} \right)^{1/2} (Q + k)^{1/2} V \cos \theta$$

因为 $Q \gg k, \langle k \rangle, \frac{1}{2} m_n V^2, \frac{1}{2} m_n \langle V^2 \rangle$, 所以, 上式由第三项决定,

即: $E_n - \langle E_n \rangle \approx \left(\frac{2m_n m_d Q}{m_n + m_d} \right)^{1/2} V \cos \theta \Rightarrow V \cos \theta = \frac{E_n - \langle E_n \rangle}{\left(\frac{2m_n m_d Q}{m_n + m_d} \right)^{1/2}}$

因为 $V \cos \theta$ 是 \vec{V} 在 \vec{u}_n 方向上的投影分量, 因此 $(E_n - \langle E_n \rangle)$ 的分布与 \vec{V} 在 \vec{u}_n (近似地是 \vec{u}_n 方向) 方向上的分布。

由于产生该中子的核反应与中子产生也产生 σv 有关, 因此核反应产生 \vec{V} 的分布中已对 σv 加权。所以, 我们应对其分布加以适当的加权平均, 以得到 \vec{V} 的分布。

由此可知, D-T 反应速率方程为:

$$n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle = \int \int \sigma(v) v f_1(\vec{v}_1) f_2(\vec{v}_2) d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 \\ = n_1 n_2 \int d\vec{v} \int d\vec{v}' \sigma(v) v f_1\left(\vec{v} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}'\right) f_2\left(\vec{v} - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}'\right)$$

其中 \vec{v} 是质心速度, $\vec{v}' = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ 是相对速度。若 f_1 和 f_2 是具有相同温度 T 的麦克斯韦分布时, 则有:

$$f_1 f_2 = \left(\frac{M}{2\pi T} \right)^{3/2} \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2T} - \frac{mv'^2}{2T}\right)$$

其中 $M \equiv m_1 + m_2$ 是总质量

$$m \equiv \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \text{ 折合质量}$$

由此可得,

$$\langle \sigma v \rangle = \int d\vec{v} \left(\frac{M}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2T}\right) \int d\vec{v}' \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \sigma v' \exp\left(-\frac{mv'^2}{2T}\right)$$

由此可知，第1个因子与 \vec{v} 无关，又有第2个因子与 \vec{v} 有关，正是它决定了 \vec{v} 的分布。因为 $dE_n \propto dV_2$ （取 \vec{v}_n 方向为 \vec{v} 方向上），由此可以得上述积分得以相乘取定值 E_n 中子能谱的分布为（麦克斯韦分布）

$$P(E_n) dE_n \propto \exp\left\{-\frac{M V_2^2}{2T}\right\} dE_n$$

$$\propto dE_n \exp\left\{-\frac{M(E_n - \langle E_n \rangle)^2}{\left(\frac{4m_n m_d}{m_n + m_d} QT\right)}\right\}$$

由此可知，中子能谱分布为：

$$P(E_n) = A \exp\left\{-\frac{(E_n - \langle E_n \rangle)^2}{\frac{4m_n T \langle E_n \rangle}{m_n + m_d}}\right\} \quad \boxed{M = m_1 + m_2 = m_n + m_d}$$

这是高斯分布，其平均值为

$$\langle E_n \rangle \simeq \frac{m_d}{m_n + m_d} Q$$

其半高全宽为：

$$\Delta E_n(\text{FWHM}) = 4 \left[\frac{\ln 2 \cdot m_n T \langle E_n \rangle}{m_n + m_d} \right]^{1/2}$$