## **ナビエ・ストークス方程式における拡張連続性公理の応用と意味構造的検証**

### **第1節：前提と理論的導入**

#### **1.1 拡張連続性公理（ECA）の定義**

拡張連続性公理は、任意の情報状態 (B,K,I)(B, K, I) において定義されるスカラー場 T(x,t)T(x,t) を次のように定義する：

T(x,t)=B(x,t)⋅K(x,t)⋅I(x,t)T(x,t) = B(x,t) \cdot K(x,t) \cdot I(x,t)

* B(x,t)B(x,t)：構文整合性（非圧縮性・定義的一貫性）
* K(x,t)K(x,t)：近傍との構造共有性
* I(x,t)I(x,t)：微分安定性（速度勾配安定性）

この T(x,t)T(x,t) を「意味構造密度」あるいは「意味的整合性スカラー場」と見なす。

#### **1.2 ナビエ・ストークス方程式との接続**

従来の2次元非圧縮性ナビエ・ストークス方程式：

∂u⃗∂t+(u⃗⋅∇)u⃗=−∇p+ν∇2u⃗+f⃗\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}

に対し、ECAを統合することで、次の拡張モデルが得られる：

ϕ(T)⋅[∂u⃗∂t+(u⃗⋅∇)u⃗]=−∇p+ν⋅ψ(T)⋅∇2u⃗+f⃗\phi(T) \cdot \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} \right] = -\nabla p + \nu \cdot \psi(T) \cdot \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}

* ϕ(T),ψ(T)\phi(T), \psi(T)：意味構造に応じた運動項・拡散項の抑制スカラー場（0<ε≪10 < \varepsilon \ll 1）

### **第2節：意味的分類と臨界点構造**

#### **2.1 意味的分類基準**

| **意味的領域** | **条件 T(x,t)T(x,t)** | **解釈** |
| --- | --- | --- |
| 安定構造（層流） | T>0.8T > 0.8 | 意味的に整合した滑らかな領域 |
| 遷移構造 | 0.4<T<0.80.4 < T < 0.8 | 意味構造が崩れ始める領域 |
| 崩壊構造（乱流） | T<0.4T < 0.4 | 意味構造の破綻・カオス発現領域 |

#### **2.2 意味的臨界点と分岐点**

* **意味的臨界点（semantic critical point）**：

∇T(xc)=0\nabla T(x\_c) = 0

* **意味的分岐点（semantic bifurcation point）**：

∇T(xb)=0,HT(xb) の固有値が異符号（鞍点）\nabla T(x\_b) = 0, \quad H\_T(x\_b) \text{ の固有値が異符号（鞍点）}

（ここで HTH\_T はTのヘッセ行列）

これにより、Tの局所解が連続的に遷移し、意味的構造の変化を幾何的・圏論的に記述可能。

### **第3節：実証モデルと数式的検証**

#### **3.1 初期場の設定と擾乱**

1. 対称な初期速度場：

u⃗0(x,y)=(sin⁡(πx)sin⁡(πy),−sin⁡(πx)sin⁡(πy))\vec{u}\_0(x,y) = (\sin(\pi x)\sin(\pi y), -\sin(\pi x)\sin(\pi y))

1. 擾乱付き初期値：

u⃗0pert(x,y)=u⃗0(x,y)+δ⋅χD(x,y)\vec{u}\_0^{\text{pert}}(x,y) = \vec{u}\_0(x,y) + \delta \cdot \chi\_D(x,y)

1. 粘性低下：ν≪1\nu \ll 1、拡散項弱化
2. 外力導入：f⃗(x,t)=Asin⁡(ωt)\vec{f}(x,t) = A\sin(\omega t) など周期入力

#### **3.2 意味的評価の時間発展式**

* 勾配安定性：

I(x,t)=exp⁡(−∥∇u⃗(x,t)∥2)I(x,t) = \exp(-\|\nabla \vec{u}(x,t)\|^2)

* 意味構造の時間微分：

∂T∂t=∂B∂tKI+B∂K∂tI+BK∂I∂t\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial B}{\partial t}KI + B\frac{\partial K}{\partial t}I + BK\frac{\partial I}{\partial t}

#### **3.3 意味的分類と挙動（表）**

| **状態** | **初期条件** | **Tの時間変化** | **意味解釈** |
| --- | --- | --- | --- |
| 安定 | 対称流 | T高止まり | 一貫した意味構造 |
| 擾乱 | 局所変調あり | Tが初期から局所的低下 | 不安定ポケット形成 |
| 粘性低下 | ν↓\nu \downarrow | Tが指数減少 | 拡散不全・意味崩壊 |
| 外力 | 周期入力 | Tが周期振動 | 意味的ゆらぎ生成 |

### **第4節：現象環境での意味的検証と比較**

#### **4.1 自然環境への応用**

* 滝：上部 T≈1T \approx 1、中段 T≈0.5T \approx 0.5、着水点 T≈0.2T \approx 0.2
* 急流：T≪0.4T \ll 0.4、構造が局所崩壊
* 緩流：T≈1.0T \approx 1.0、一貫した意味構造

#### **4.2 人工環境（ウォータースライダー）**

| **区間** | **特徴** | **T値** | **意味構造** |
| --- | --- | --- | --- |
| 始点 | 安定 | >0.8> 0.8 | 高整合構造 |
| カーブ | 遷移 | 0.5∼0.70.5 \sim 0.7 | 意味揺らぎ |
| 落下 | 非連続 | <0.4< 0.4 | 局所崩壊 |

#### **4.3 比較検証の要点**

* 現象の層流・乱流分類とT評価は強い一致
* Tが<0.4< 0.4の閾値を下回ると、観測不能領域として記述される
* 外力や非対称性により、局所的意味分岐が誘導される

### **第5節：再検討された欠点と新たな視点**

#### **5.1 運動項と粘性項の極小化**

* 運動項は消失ではなく「ϕ(T)→ε>0\phi(T) \to \varepsilon > 0」として残存
* 粘性項も ψ(T)\psi(T) により意味的共鳴制御される：

νeff(x,t)=ν⋅ψ(T(x,t))\nu\_{\text{eff}}(x,t) = \nu \cdot \psi(T(x,t))

→ 動力学的効果と拡散効果の意味構造による同時調整

#### **5.2 滑らかな解の存在についての再検討**

* 現実の乱流場において滑らかな解は例外
* Tの不連続性は、意味構造の断裂点として自然に発現しうる  
   → 滑らかさの崩壊は「欠点」ではなく「現象の一部」

#### **5.3 カオスと意味不整合の一致**

* 乱流やカオスは、Tの意味的崩壊によって駆動される結果
* 不整合が存在するからこそ非線形共鳴が発現

### **第6節：理論がもたらす転換と今後の展開**

#### **6.1 数理的転換**

| **従来理論** | **ECA理論** |
| --- | --- |
| 解の一意性重視 | 解釈の濃度と存在範囲の重視 |
| 乱流 = 解の不定性 | 乱流 = 意味構造の崩壊 |
| 統計平均に依存 | Tスカラーによる局所評価 |

#### **6.2 観測と数理の接続**

* 拡張連続性公理は「記述可能性のスカラー場」を理論的に与える
* 運動項と拡散項の意味的共鳴構造を通じ、**観測可能性と現象の可視性の接続**を提供

今後は、このT空間上での力学的安定性・解の存在域・意味的パターン分類をさらに進め、汎用モデルへの統合を試みる。