

# **SY02**

## **Tables Statistiques**

T. Denœux, G. Govaert et J.-B. Leger

Version courante :

- Base : Automne 2021
- Date : 2022-03-28 15:45:11
- Version : A2021-6-g256f356



# Table des matières

<b>1 Distributions de probabilité</b>	<b>5</b>
1.1 Loi normale centrée réduite . . . . .	5
1.1.1 Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite . . . . .	5
1.1.2 Fonction fractile de la loi normale centrée réduite . . . . .	6
1.1.3 Graphique de la fonction de répartition . . . . .	7
1.2 Loi binomiale . . . . .	8
1.3 Loi de Poisson . . . . .	9
1.4 Loi du $\chi^2$ . . . . .	11
1.4.1 Graphique de la fonction de répartition . . . . .	12
1.5 Loi de Student . . . . .	13
1.5.1 Propriétés . . . . .	13
1.5.2 Table . . . . .	13
1.5.3 Graphique précis de la fonction de répartition . . . . .	14
1.5.4 Graphique large de la fonction de répartition . . . . .	15
1.6 Loi de Student décentrée . . . . .	16
1.7 Loi de Fisher . . . . .	18
1.7.1 Propriétés . . . . .	18
1.7.2 Graphique de la fonction de répartition . . . . .	18
1.7.3 Tables . . . . .	21
1.8 Formules d'approximation . . . . .	27
1.8.1 Loi du chi-carré . . . . .	27
1.8.2 Loi de Student . . . . .	27
1.8.3 Loi de Fisher . . . . .	27
<b>2 Test de Wilcoxon-Mann-Whitney</b>	<b>28</b>
2.1 Test bilatéral . . . . .	28
2.2 Test unilatéral . . . . .	29
<b>3 Test de Wilcoxon signé</b>	<b>30</b>
<b>4 Distribution de Kolmogorov-Smirnov</b>	<b>31</b>
<b>5 Test de Shapiro-Wilk</b>	<b>32</b>
<b>6 Formulaire</b>	<b>33</b>

## Attention

Pour être utilisable en examen, ce document ne doit comporter  
aucune surcharge manuscrite.



# 1 Distributions de probabilité

## 1.1 Loi normale centrée réduite

### 1.1.1 Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

- Si  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , alors  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$ ,  $E(X) = \mu$  et  $\text{Var}(X) = \sigma^2$ .
- On note quelquefois  $U$  la v. a. gaussienne centrée-réduite et  $\Phi$  sa fonction de répartition :  $U \sim N(0, 1)$ .
- La table qui suit donne les valeurs de la fonction de répartition empirique de la loi normale centrée réduite  $\Phi(x)$  pour les valeurs de  $x$  positives.
- Pour les valeurs négatives de  $x$ , on utilisera la relation  $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$ .

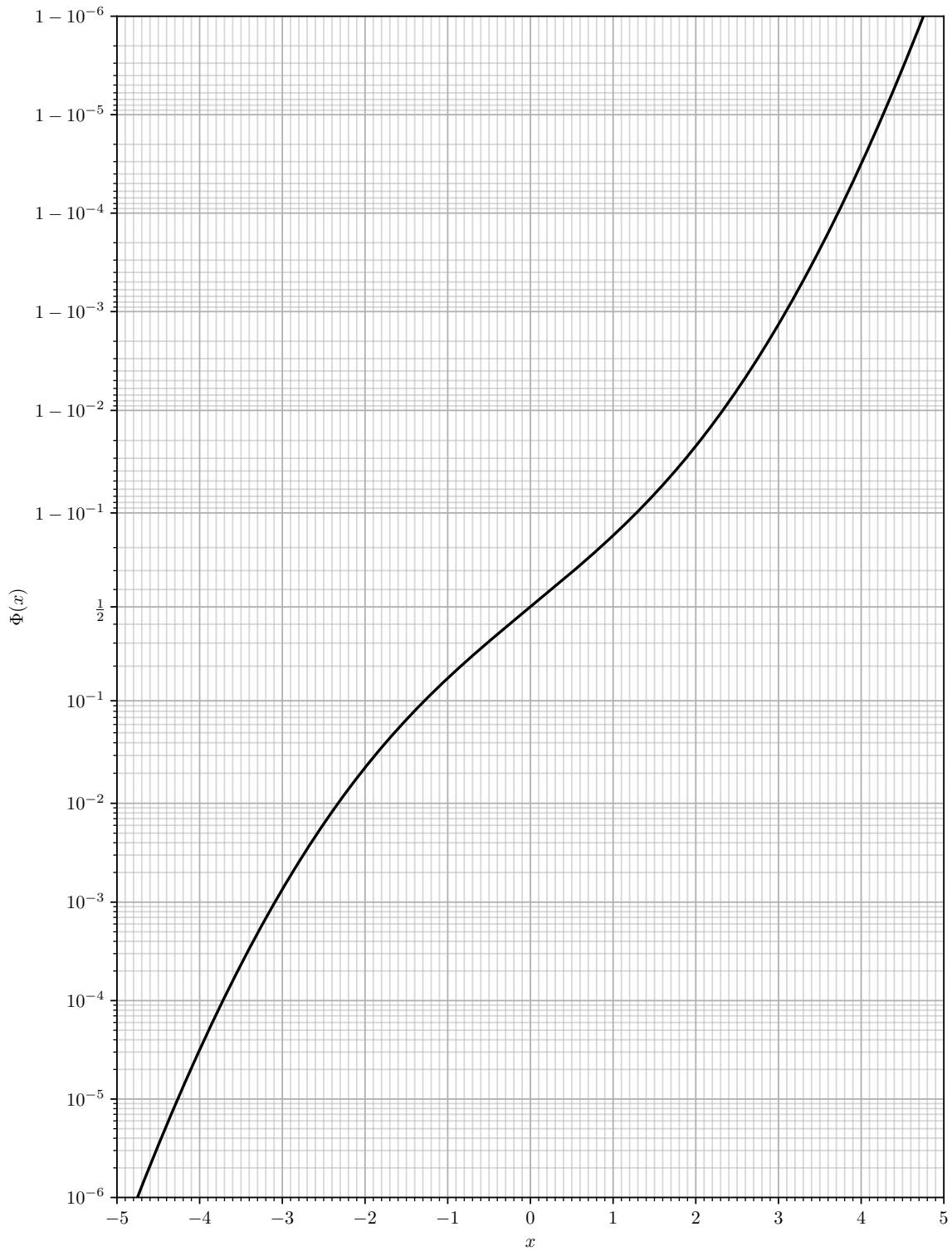
$\Phi(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ où $X \sim N(0, 1)$ et $x = x_1 + x_2$										
$x_2$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
$x_1$										
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	$1-9.7 \cdot 10^{-4}$	$1-9.4 \cdot 10^{-4}$	$1-9.0 \cdot 10^{-4}$	$1-8.7 \cdot 10^{-4}$	$1-8.4 \cdot 10^{-4}$	$1-8.2 \cdot 10^{-4}$	$1-7.9 \cdot 10^{-4}$	$1-7.6 \cdot 10^{-4}$	$1-7.4 \cdot 10^{-4}$	$1-7.1 \cdot 10^{-4}$
3.2	$1-6.9 \cdot 10^{-4}$	$1-6.6 \cdot 10^{-4}$	$1-6.4 \cdot 10^{-4}$	$1-6.2 \cdot 10^{-4}$	$1-6.0 \cdot 10^{-4}$	$1-5.8 \cdot 10^{-4}$	$1-5.6 \cdot 10^{-4}$	$1-5.4 \cdot 10^{-4}$	$1-5.2 \cdot 10^{-4}$	$1-5.0 \cdot 10^{-4}$
3.3	$1-4.8 \cdot 10^{-4}$	$1-4.7 \cdot 10^{-4}$	$1-4.5 \cdot 10^{-4}$	$1-4.3 \cdot 10^{-4}$	$1-4.2 \cdot 10^{-4}$	$1-4.0 \cdot 10^{-4}$	$1-3.9 \cdot 10^{-4}$	$1-3.8 \cdot 10^{-4}$	$1-3.6 \cdot 10^{-4}$	$1-3.5 \cdot 10^{-4}$
3.4	$1-3.4 \cdot 10^{-4}$	$1-3.2 \cdot 10^{-4}$	$1-3.1 \cdot 10^{-4}$	$1-3.0 \cdot 10^{-4}$	$1-2.9 \cdot 10^{-4}$	$1-2.8 \cdot 10^{-4}$	$1-2.7 \cdot 10^{-4}$	$1-2.6 \cdot 10^{-4}$	$1-2.5 \cdot 10^{-4}$	$1-2.4 \cdot 10^{-4}$
3.5	$1-2.3 \cdot 10^{-4}$	$1-2.2 \cdot 10^{-4}$	$1-2.1 \cdot 10^{-4}$	$1-2.0 \cdot 10^{-4}$	$1-1.9 \cdot 10^{-4}$	$1-1.8 \cdot 10^{-4}$	$1-1.7 \cdot 10^{-4}$	$1-1.6 \cdot 10^{-4}$	$1-1.5 \cdot 10^{-4}$	$1-1.7 \cdot 10^{-4}$
3.6	$1-1.6 \cdot 10^{-4}$	$1-1.5 \cdot 10^{-4}$	$1-1.5 \cdot 10^{-4}$	$1-1.4 \cdot 10^{-4}$	$1-1.4 \cdot 10^{-4}$	$1-1.3 \cdot 10^{-4}$	$1-1.3 \cdot 10^{-4}$	$1-1.2 \cdot 10^{-4}$	$1-1.2 \cdot 10^{-4}$	$1-1.1 \cdot 10^{-4}$
3.7	$1-1.1 \cdot 10^{-4}$	$1-1.0 \cdot 10^{-4}$	$1-9.6 \cdot 10^{-5}$	$1-9.2 \cdot 10^{-5}$	$1-8.8 \cdot 10^{-5}$	$1-8.5 \cdot 10^{-5}$	$1-8.2 \cdot 10^{-5}$	$1-7.8 \cdot 10^{-5}$	$1-7.5 \cdot 10^{-5}$	$1-7.2 \cdot 10^{-5}$
3.8	$1-7.2 \cdot 10^{-5}$	$1-6.9 \cdot 10^{-5}$	$1-6.7 \cdot 10^{-5}$	$1-6.4 \cdot 10^{-5}$	$1-6.2 \cdot 10^{-5}$	$1-5.9 \cdot 10^{-5}$	$1-5.7 \cdot 10^{-5}$	$1-5.4 \cdot 10^{-5}$	$1-5.2 \cdot 10^{-5}$	$1-5.0 \cdot 10^{-5}$
3.9	$1-4.8 \cdot 10^{-5}$	$1-4.6 \cdot 10^{-5}$	$1-4.4 \cdot 10^{-5}$	$1-4.2 \cdot 10^{-5}$	$1-4.1 \cdot 10^{-5}$	$1-3.9 \cdot 10^{-5}$	$1-3.7 \cdot 10^{-5}$	$1-3.6 \cdot 10^{-5}$	$1-3.4 \cdot 10^{-5}$	$1-3.3 \cdot 10^{-5}$
4.0	$1-3.2 \cdot 10^{-5}$	$1-3.0 \cdot 10^{-5}$	$1-2.9 \cdot 10^{-5}$	$1-2.8 \cdot 10^{-5}$	$1-2.7 \cdot 10^{-5}$	$1-2.6 \cdot 10^{-5}$	$1-2.5 \cdot 10^{-5}$	$1-2.4 \cdot 10^{-5}$	$1-2.3 \cdot 10^{-5}$	$1-2.2 \cdot 10^{-5}$
4.1	$1-2.1 \cdot 10^{-5}$	$1-2.0 \cdot 10^{-5}$	$1-1.9 \cdot 10^{-5}$	$1-1.8 \cdot 10^{-5}$	$1-1.7 \cdot 10^{-5}$	$1-1.7 \cdot 10^{-5}$	$1-1.6 \cdot 10^{-5}$	$1-1.5 \cdot 10^{-5}$	$1-1.4 \cdot 10^{-5}$	$1-1.3 \cdot 10^{-5}$
4.2	$1-1.3 \cdot 10^{-5}$	$1-1.3 \cdot 10^{-5}$	$1-1.2 \cdot 10^{-5}$	$1-1.2 \cdot 10^{-5}$	$1-1.1 \cdot 10^{-5}$	$1-1.1 \cdot 10^{-5}$	$1-1.0 \cdot 10^{-5}$	$1-9.8 \cdot 10^{-6}$	$1-9.3 \cdot 10^{-6}$	$1-8.9 \cdot 10^{-6}$
4.3	$1-8.5 \cdot 10^{-6}$	$1-8.2 \cdot 10^{-6}$	$1-7.8 \cdot 10^{-6}$	$1-7.5 \cdot 10^{-6}$	$1-7.1 \cdot 10^{-6}$	$1-6.8 \cdot 10^{-6}$	$1-6.5 \cdot 10^{-6}$	$1-6.2 \cdot 10^{-6}$	$1-5.9 \cdot 10^{-6}$	$1-5.7 \cdot 10^{-6}$
4.4	$1-5.4 \cdot 10^{-6}$	$1-5.2 \cdot 10^{-6}$	$1-4.9 \cdot 10^{-6}$	$1-4.7 \cdot 10^{-6}$	$1-4.5 \cdot 10^{-6}$	$1-4.3 \cdot 10^{-6}$	$1-4.1 \cdot 10^{-6}$	$1-3.9 \cdot 10^{-6}$	$1-3.7 \cdot 10^{-6}$	$1-3.6 \cdot 10^{-6}$
4.5	$1-3.4 \cdot 10^{-6}$	$1-3.2 \cdot 10^{-6}$	$1-3.1 \cdot 10^{-6}$	$1-2.9 \cdot 10^{-6}$	$1-2.8 \cdot 10^{-6}$	$1-2.7 \cdot 10^{-6}$	$1-2.6 \cdot 10^{-6}$	$1-2.4 \cdot 10^{-6}$	$1-2.3 \cdot 10^{-6}$	$1-2.2 \cdot 10^{-6}$
4.6	$1-2.1 \cdot 10^{-6}$	$1-2.0 \cdot 10^{-6}$	$1-1.9 \cdot 10^{-6}$	$1-1.8 \cdot 10^{-6}$	$1-1.7 \cdot 10^{-6}$	$1-1.7 \cdot 10^{-6}$	$1-1.6 \cdot 10^{-6}$	$1-1.5 \cdot 10^{-6}$	$1-1.4 \cdot 10^{-6}$	$1-1.3 \cdot 10^{-6}$
4.7	$1-1.3 \cdot 10^{-6}$	$1-1.2 \cdot 10^{-6}$	$1-1.2 \cdot 10^{-6}$	$1-1.1 \cdot 10^{-6}$	$1-1.1 \cdot 10^{-6}$	$1-1.0 \cdot 10^{-6}$	$1-9.7 \cdot 10^{-7}$	$1-9.2 \cdot 10^{-7}$	$1-8.8 \cdot 10^{-7}$	$1-8.3 \cdot 10^{-7}$
4.8	$1-7.9 \cdot 10^{-7}$	$1-7.5 \cdot 10^{-7}$	$1-7.2 \cdot 10^{-7}$	$1-6.8 \cdot 10^{-7}$	$1-6.5 \cdot 10^{-7}$	$1-6.2 \cdot 10^{-7}$	$1-5.9 \cdot 10^{-7}$	$1-5.6 \cdot 10^{-7}$	$1-5.3 \cdot 10^{-7}$	$1-5.0 \cdot 10^{-7}$
4.9	$1-4.8 \cdot 10^{-7}$	$1-4.6 \cdot 10^{-7}$	$1-4.3 \cdot 10^{-7}$	$1-4.1 \cdot 10^{-7}$	$1-3.9 \cdot 10^{-7}$	$1-3.7 \cdot 10^{-7}$	$1-3.5 \cdot 10^{-7}$	$1-3.3 \cdot 10^{-7}$	$1-3.2 \cdot 10^{-7}$	$1-3.0 \cdot 10^{-7}$
5.0	$1-2.9 \cdot 10^{-7}$	$1-2.7 \cdot 10^{-7}$	$1-2.6 \cdot 10^{-7}$	$1-2.5 \cdot 10^{-7}$	$1-2.3 \cdot 10^{-7}$	$1-2.2 \cdot 10^{-7}$	$1-2.1 \cdot 10^{-7}$	$1-2.0 \cdot 10^{-7}$	$1-1.9 \cdot 10^{-7}$	$1-1.8 \cdot 10^{-7}$
5.1	$1-1.7 \cdot 10^{-7}$	$1-1.6 \cdot 10^{-7}$	$1-1.5 \cdot 10^{-7}$	$1-1.4 \cdot 10^{-7}$	$1-1.3 \cdot 10^{-7}$	$1-1.2 \cdot 10^{-7}$	$1-1.2 \cdot 10^{-7}$	$1-1.1 \cdot 10^{-7}$	$1-1.1 \cdot 10^{-7}$	$1-1.1 \cdot 10^{-7}$
5.2	$1-1.0 \cdot 10^{-7}$	$1-9.4 \cdot 10^{-8}$	$1-8.9 \cdot 10^{-8}$	$1-8.5 \cdot 10^{-8}$	$1-8.0 \cdot 10^{-8}$	$1-7.6 \cdot 10^{-8}$	$1-7.2 \cdot 10^{-8}$	$1-6.8 \cdot 10^{-8}$	$1-6.5 \cdot 10^{-8}$	$1-6.1 \cdot 10^{-8}$
5.3	$1-5.8 \cdot 10^{-8}$	$1-5.5 \cdot 10^{-8}$	$1-5.2 \cdot 10^{-8}$	$1-4.9 \cdot 10^{-8}$	$1-4.6 \cdot 10^{-8}$	$1-4.4 \cdot 10^{-8}$	$1-4.2 \cdot 10^{-8}$	$1-3.9 \cdot 10^{-8}$	$1-3.7 \cdot 10^{-8}$	$1-3.5 \cdot 10^{-8}$
5.4	$1-3.3 \cdot 10^{-8}$	$1-3.2 \cdot 10^{-8}$	$1-3.0 \cdot 10^{-8}$	$1-2.8 \cdot 10^{-8}$	$1-2.7 \cdot 10^{-8}$	$1-2.5 \cdot 10^{-8}$	$1-2.4 \cdot 10^{-8}$	$1-2.3 \cdot 10^{-8}$	$1-2.1 \cdot 10^{-8}$	$1-2.0 \cdot 10^{-8}$
5.5	$1-1.9 \cdot 10^{-8}$	$1-1.8 \cdot 10^{-8}$	$1-1.7 \cdot 10^{-8}$	$1-1.6 \cdot 10^{-8}$	$1-1.5 \cdot 10^{-8}$	$1-1.4 \cdot 10^{-8}$	$1-1.3 \cdot 10^{-8}$	$1-1.3 \cdot 10^{-8}$	$1-1.2 \cdot 10^{-8}$	$1-1.1 \cdot 10^{-8}$
5.6	$1-1.1 \cdot 10^{-8}$	$1-1.0 \cdot 10^{-8}$	$1-9.5 \cdot 10^{-9}$	$1-9.0 \cdot 10^{-9}$	$1-8.5 \cdot 10^{-9}$	$1-8.0 \cdot 10^{-9}$	$1-7.6 \cdot 10^{-9}$	$1-7.1 \cdot 10^{-9}$	$1-6.7 \cdot 10^{-9}$	$1-6.4 \cdot 10^{-9}$
5.7	$1-6.0 \cdot 10^{-9}$	$1-5.6 \cdot 10^{-9}$	$1-5.3 \cdot 10^{-9}$	$1-5.0 \cdot 10^{-9}$	$1-4.7 \cdot 10^{-9}$	$1-4.5 \cdot 10^{-9}$	$1-4.2 \cdot 10^{-9}$	$1-4.0 \cdot 10^{-9}$	$1-3.7 \cdot 10^{-9}$	$1-3.5 \cdot 10^{-9}$
5.8	$1-3.3 \cdot 10^{-9}$	$1-3.1 \cdot 10^{-9}$	$1-2.9 \cdot 10^{-9}$	$1-2.8 \cdot 10^{-9}$	$1-2.6 \cdot 10^{-9}$	$1-2.5 \cdot 10^{-9}$	$1-2.3 \cdot 10^{-9}$	$1-2.2 \cdot 10^{-9}$	$1-2.1 \cdot 10^{-9}$	$1-1.9 \cdot 10^{-9}$

### 1.1.2 Fonction fractile de la loi normale centrée réduite

Pour les valeurs de  $\alpha < 0.5$ , on utilisera la relation  $u_\alpha = -u_{1-\alpha}$ .

		$u_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$ où $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$									
		0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
		$\alpha_1$	$\alpha_2$								
0.50		0.0000	0.0025	0.0050	0.0075	0.0100	0.0125	0.0150	0.0175	0.0201	0.0226
0.51		0.0251	0.0276	0.0301	0.0326	0.0351	0.0376	0.0401	0.0426	0.0451	0.0476
0.52		0.0502	0.0527	0.0552	0.0577	0.0602	0.0627	0.0652	0.0677	0.0702	0.0728
0.53		0.0753	0.0778	0.0803	0.0828	0.0853	0.0878	0.0904	0.0929	0.0954	0.0979
0.54		0.1004	0.1030	0.1055	0.1080	0.1105	0.1130	0.1156	0.1181	0.1206	0.1231
0.55		0.1257	0.1282	0.1307	0.1332	0.1358	0.1383	0.1408	0.1434	0.1459	0.1484
0.56		0.1510	0.1535	0.1560	0.1586	0.1611	0.1637	0.1662	0.1687	0.1713	0.1738
0.57		0.1764	0.1789	0.1815	0.1840	0.1866	0.1891	0.1917	0.1942	0.1968	0.1993
0.58		0.2019	0.2045	0.2070	0.2096	0.2121	0.2147	0.2173	0.2198	0.2224	0.2250
0.59		0.2275	0.2301	0.2327	0.2353	0.2378	0.2404	0.2430	0.2456	0.2482	0.2508
0.60		0.2533	0.2559	0.2585	0.2611	0.2637	0.2663	0.2689	0.2715	0.2741	0.2767
0.61		0.2793	0.2819	0.2845	0.2871	0.2898	0.2924	0.2950	0.2976	0.3002	0.3029
0.62		0.3055	0.3081	0.3107	0.3134	0.3160	0.3186	0.3213	0.3239	0.3266	0.3292
0.63		0.3319	0.3345	0.3372	0.3398	0.3425	0.3451	0.3478	0.3505	0.3531	0.3558
0.64		0.3585	0.3611	0.3638	0.3665	0.3692	0.3719	0.3745	0.3772	0.3799	0.3826
0.65		0.3853	0.3880	0.3907	0.3934	0.3961	0.3989	0.4016	0.4043	0.4070	0.4097
0.66		0.4125	0.4152	0.4179	0.4207	0.4234	0.4261	0.4289	0.4316	0.4344	0.4372
0.67		0.4399	0.4427	0.4454	0.4482	0.4510	0.4538	0.4565	0.4593	0.4621	0.4649
0.68		0.4677	0.4705	0.4733	0.4761	0.4789	0.4817	0.4845	0.4874	0.4902	0.4930
0.69		0.4959	0.4987	0.5015	0.5044	0.5072	0.5101	0.5129	0.5158	0.5187	0.5215
0.70		0.5244	0.5273	0.5302	0.5330	0.5359	0.5388	0.5417	0.5446	0.5476	0.5505
0.71		0.5534	0.5563	0.5592	0.5622	0.5651	0.5681	0.5710	0.5740	0.5769	0.5799
0.72		0.5828	0.5858	0.5888	0.5918	0.5948	0.5978	0.6008	0.6038	0.6068	0.6098
0.73		0.6128	0.6158	0.6189	0.6219	0.6250	0.6280	0.6311	0.6341	0.6372	0.6403
0.74		0.6433	0.6464	0.6495	0.6526	0.6557	0.6588	0.6620	0.6651	0.6682	0.6713
0.75		0.6745	0.6776	0.6808	0.6840	0.6871	0.6903	0.6935	0.6967	0.6999	0.7031
0.76		0.7063	0.7095	0.7128	0.7160	0.7192	0.7225	0.7257	0.7290	0.7323	0.7356
0.77		0.7388	0.7421	0.7454	0.7488	0.7521	0.7554	0.7588	0.7621	0.7655	0.7688
0.78		0.7722	0.7756	0.7790	0.7824	0.7858	0.7892	0.7926	0.7961	0.7995	0.8030
0.79		0.8064	0.8099	0.8134	0.8169	0.8204	0.8239	0.8274	0.8310	0.8345	0.8381
0.80		0.8416	0.8452	0.8488	0.8524	0.8560	0.8595	0.8633	0.8669	0.8705	0.8742
0.81		0.8779	0.8816	0.8853	0.8890	0.8927	0.8965	0.9002	0.9040	0.9078	0.9116
0.82		0.9154	0.9192	0.9230	0.9269	0.9307	0.9346	0.9385	0.9424	0.9463	0.9502
0.83		0.9542	0.9581	0.9621	0.9661	0.9701	0.9741	0.9782	0.9822	0.9863	0.9904
0.84		0.9945	0.9986	1.0027	1.0069	1.0110	1.0152	1.0194	1.0237	1.0279	1.0322
0.85		1.0364	1.0407	1.0450	1.0494	1.0537	1.0581	1.0625	1.0669	1.0714	1.0758
0.86		1.0803	1.0848	1.0893	1.0939	1.0985	1.1031	1.1077	1.1123	1.1170	1.1217
0.87		1.1264	1.1311	1.1359	1.1407	1.1455	1.1503	1.1552	1.1601	1.1650	1.1700
0.88		1.1750	1.1808	1.1850	1.1901	1.1952	1.2004	1.2055	1.2107	1.2160	1.2212
0.89		1.2265	1.2319	1.2372	1.2426	1.2481	1.2536	1.2591	1.2646	1.2702	1.2759
0.90		1.2816	1.2873	1.2930	1.2988	1.3047	1.3106	1.3165	1.3225	1.3285	1.3346
0.91		1.3408	1.3469	1.3532	1.3595	1.3658	1.3722	1.3787	1.3852	1.3917	1.3984
0.92		1.4051	1.4118	1.4187	1.4255	1.4325	1.4395	1.4466	1.4538	1.4611	1.4684
0.93		1.4758	1.4833	1.4909	1.4985	1.5063	1.5141	1.5220	1.5301	1.5382	1.5464
0.94		1.5548	1.5632	1.5718	1.5805	1.5893	1.5982	1.6072	1.6164	1.6258	1.6352
0.95		1.6449	1.6546	1.6646	1.6747	1.6849	1.6954	1.7060	1.7169	1.7279	1.7392
0.96		1.7507	1.7624	1.7744	1.7866	1.7991	1.8119	1.8250	1.8384	1.8522	1.8663
0.97		1.8808	1.8957	1.9110	1.9268	1.9431	1.9600	1.9774	1.9954	2.0141	2.0335
0.98		2.0537	2.0749	2.0969	2.1201	2.1444	2.1701	2.1973	2.2262	2.2571	2.2904
0.99		2.3263	2.3656	2.4089	2.4573	2.5121	2.5758	2.6521	2.7478	2.8782	3.0902

### 1.1.3 Graphique de la fonction de répartition



## 1.2 Loi binomiale

- Si  $X \sim B(n, p)$ , alors  $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1 - p)^{n-x} \forall x \in 1, \dots, n$ ,  $\mathbb{E}(X) = np$  et  $\text{Var}(X) = np(1 - p)$ .
- La table qui suit donne la fonction de répartition pour les valeurs de  $p \leq 0.5$ . Sachant que si  $X \sim B(n, p)$  alors  $n - X \sim B(n, 1 - p)$ , on peut en déduire facilement la fonction de répartition pour les valeurs de  $p$  supérieures à 0.5.
- Enfin, pour les grandes valeurs de  $n$ , on pourra utiliser, si  $np$  et  $n(1 - p)$  sont supérieurs à 5, l'approximation gaussienne :  $\mathbb{P}(X \leq x) \simeq \Phi\left(\frac{x+0.5-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$  où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

		$\mathbb{P}(X \leq x)$ où $X \sim \mathcal{B}(n, p)$										
$n$	$x \backslash p$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500	
	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500	
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250	
	1	0.9928	0.9720	0.9393	0.8960	0.8438	0.7840	0.7182	0.6480	0.5748	0.5000	
4	2	1-1.3-10 <sup>-4</sup>	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750	
	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625	
5	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125	
	2	1-4.8-10 <sup>-4</sup>	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875	
6	3	1-6.2-10 <sup>-6</sup>	1-1.0-10 <sup>-4</sup>	1-5.1-10 <sup>-4</sup>	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375	
	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0312	
7	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875	
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000	
8	3	1-3.0-10 <sup>-5</sup>	1-4.6-10 <sup>-4</sup>	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125	
	4	1-3.1-10 <sup>-7</sup>	1-1.0-10 <sup>-5</sup>	1-7.6-10 <sup>-5</sup>	1-3.2-10 <sup>-4</sup>	1-9.8-10 <sup>-4</sup>	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688	
9	5	0	0.7351	0.5314	0.3771	0.2621	0.1780	0.1176	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156
	1	0.9672	0.8857	0.7765	0.6554	0.5339	0.4202	0.3191	0.2333	0.1636	0.1094	
10	2	0.9978	0.9841	0.9527	0.9011	0.8306	0.7443	0.6471	0.5443	0.4415	0.3438	
	3	1-8.6-10 <sup>-5</sup>	1-4.6-10 <sup>-4</sup>	0.9987	0.9941	0.9830	0.9624	0.9295	0.8826	0.8208	0.7447	0.6562
11	4	1-1.8-10 <sup>-6</sup>	1-5.5-10 <sup>-5</sup>	1-4.0-10 <sup>-4</sup>	0.9984	0.9954	0.9891	0.9777	0.9590	0.9308	0.8906	
	5	1-1.6-10 <sup>-8</sup>	1-1.0-10 <sup>-6</sup>	1-1.1-10 <sup>-5</sup>	1-6.4-10 <sup>-5</sup>	1-2.4-10 <sup>-4</sup>	1-7.3-10 <sup>-4</sup>	0.9982	0.9959	0.9917	0.9844	
12	6	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2097	0.1335	0.0824	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078
	1	0.9556	0.8503	0.7166	0.5767	0.4449	0.3294	0.2338	0.1586	0.1024	0.0625	
13	2	0.9962	0.9743	0.9262	0.8520	0.7564	0.6471	0.5323	0.4199	0.3164	0.2266	
	3	1-1.9-10 <sup>-4</sup>	0.9973	0.9879	0.9667	0.9294	0.8740	0.8002	0.7102	0.6083	0.5000	
14	4	1-6.0-10 <sup>-6</sup>	1-1.8-10 <sup>-4</sup>	0.9988	0.9953	0.9871	0.9712	0.9444	0.9037	0.8471	0.7734	
	5	1-1.0-10 <sup>-7</sup>	1-6.4-10 <sup>-6</sup>	1-6.9-10 <sup>-5</sup>	1-3.7-10 <sup>-4</sup>	0.9987	0.9962	0.9910	0.9812	0.9643	0.9375	
15	6	1-7.8-10 <sup>-10</sup>	1-1.0-10 <sup>-7</sup>	1-1.7-10 <sup>-6</sup>	1-3.2-10 <sup>-5</sup>	1-6.1-10 <sup>-5</sup>	1-2.2-10 <sup>-4</sup>	1-6.4-10 <sup>-4</sup>	0.9984	0.9963	0.9922	
	7	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
16	1	0.9428	0.8131	0.6572	0.5033	0.3671	0.2553	0.1691	0.1064	0.0632	0.0352	
	2	0.9942	0.9619	0.8948	0.7969	0.6785	0.5518	0.4278	0.3154	0.2201	0.1445	
17	3	1-3.7-10 <sup>-4</sup>	0.9950	0.9786	0.9437	0.8862	0.8059	0.7064	0.5941	0.4770	0.3633	
	4	1-1.5-10 <sup>-5</sup>	1-4.3-10 <sup>-4</sup>	0.9971	0.9896	0.9727	0.9420	0.8939	0.8263	0.7396	0.6367	
18	5	1-4.0-10 <sup>-7</sup>	1-2.3-10 <sup>-5</sup>	1-2.4-10 <sup>-4</sup>	0.9988	0.9958	0.9887	0.9747	0.9502	0.9115	0.8555	
	6	1-6.0-10 <sup>-9</sup>	1-7.3-10 <sup>-7</sup>	1-1.2-10 <sup>-5</sup>	1-8.4-10 <sup>-5</sup>	1-3.8-10 <sup>-4</sup>	0.9987	0.9964	0.9915	0.9819	0.9648	
19	7	1-3.9-10 <sup>-11</sup>	1-1.0-10 <sup>-8</sup>	1-2.6-10 <sup>-7</sup>	1-2.6-10 <sup>-6</sup>	1-1.5-10 <sup>-5</sup>	1-6.6-10 <sup>-5</sup>	1-2.3-10 <sup>-4</sup>	1-6.6-10 <sup>-4</sup>	0.9983	0.9961	
	8	0	0.6302	0.3874	0.2316	0.1342	0.0751	0.0404	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020
20	1	0.9288	0.7748	0.5995	0.4362	0.3003	0.1960	0.1211	0.0705	0.0385	0.0195	
	2	0.9916	0.9470	0.8591	0.7382	0.6007	0.4628	0.3373	0.2318	0.1495	0.0898	
21	3	1-4.4-10 <sup>-4</sup>	0.9917	0.9661	0.9144	0.8343	0.7297	0.6089	0.4826	0.3614	0.2539	
	4	1-3.3-10 <sup>-5</sup>	1-8.9-10 <sup>-4</sup>	0.9944	0.9804	0.9511	0.9012	0.8283	0.7334	0.6214	0.5000	
22	5	1-1.2-10 <sup>-6</sup>	1-6.4-10 <sup>-5</sup>	1-6.3-10 <sup>-4</sup>	0.9969	0.9900	0.9747	0.9464	0.9006	0.8342	0.7461	
	6	1-2.6-10 <sup>-8</sup>	1-3.0-10 <sup>-6</sup>	1-4.6-10 <sup>-5</sup>	1-3.1-10 <sup>-4</sup>	0.9987	0.9957	0.9888	0.9750	0.9502	0.9102	
23	7	1-3.4-10 <sup>-10</sup>	1-8.2-10 <sup>-8</sup>	1-2.0-10 <sup>-7</sup>	1-1.9-10 <sup>-5</sup>	1-1.1-10 <sup>-4</sup>	1-4.3-10 <sup>-4</sup>	0.9986	0.9962	0.9909	0.9805	
	8	1-2.0-10 <sup>-12</sup>	1-1.0-10 <sup>-9</sup>	1-3.8-10 <sup>-8</sup>	1-5.1-10 <sup>-7</sup>	1-3.8-10 <sup>-6</sup>	1-2.0-10 <sup>-5</sup>	1-7.9-10 <sup>-5</sup>	1-2.6-10 <sup>-4</sup>	1-7.6-10 <sup>-4</sup>	0.9980	
24	9	0	0.5987	0.3487	0.1969	0.1074	0.0563	0.0282	0.0135	0.0060	0.0025	9.8-10 <sup>-4</sup>
	1	0.9139	0.7361	0.5443	0.3758	0.2440	0.1493	0.0860	0.0464	0.0233	0.0107	
25	2	0.9885	0.9298	0.8202	0.6778	0.5256	0.3828	0.2616	0.1673	0.0996	0.0547	
	3	0.9990	0.9872	0.9500	0.8791	0.7759	0.6496	0.5138	0.3823	0.2660	0.1719	
26	4	1-6.4-10 <sup>-5</sup>	0.9984	0.9901	0.9672	0.9219	0.8497	0.7515	0.6331	0.5044	0.3770	
	5	1-2.8-10 <sup>-6</sup>	1-1.5-10 <sup>-4</sup>	0.9986	0.9936	0.9803	0.9527	0.9051	0.8338	0.7384	0.6230	
27	6	1-8.2-10 <sup>-8</sup>	1-9.1-10 <sup>-6</sup>	1-1.3-10 <sup>-4</sup>	1-8.6-10 <sup>-4</sup>	0.9965	0.9894	0.9740	0.9452	0.8980	0.8281	
	7	1-1.6-10 <sup>-9</sup>	1-5.3-10 <sup>-7</sup>	1-8.7-10 <sup>-6</sup>	1-7.8-10 <sup>-5</sup>	1-4.2-10 <sup>-4</sup>	0.9984	0.9952	0.9877	0.9726	0.9453	
28	8	1-1.9-10 <sup>-11</sup>	1-9.1-10 <sup>-9</sup>	1-3.3-10 <sup>-7</sup>	1-4.2-10 <sup>-6</sup>	1-3.0-10 <sup>-5</sup>	1-1.4-10 <sup>-4</sup>	1-5.4-10 <sup>-4</sup>	0.9983	0.9955	0.9893	
	9	1-9.8-10 <sup>-14</sup>	1-1.0-10 <sup>-10</sup>	1-5.8-10 <sup>-9</sup>	1-1.0-10 <sup>-7</sup>	1-9.5-10 <sup>-7</sup>	1-5.9-10 <sup>-6</sup>	1-2.8-10 <sup>-5</sup>	1-1.0-10 <sup>-4</sup>	1-3.4-10 <sup>-4</sup>	1-9.8-10 <sup>-4</sup>	
29	10	0	0.5688	0.3138	0.1673	0.0859	0.0422	0.0198	0.0088	0.0036	0.0014	4.9-10 <sup>-4</sup>
	1	0.8981	0.6974	0.4922	0.3221	0.1971	0.1130	0.0660	0.0302	0.0139	0.0059	
30	2	0.9848	0.9104	0.7788	0.6174	0.4552	0.3127	0.2001	0.1189	0.0652	0.0327	
	3	0.9984	0.9815	0.9306	0.8389	0.7133	0.5696	0.4256	0.2963	0.1911	0.1133	
31	4	1-1.1-10 <sup>-4</sup>	0.9972	0.9841	0.9496	0.8854	0.7897	0.6683	0.5328	0.3971	0.2744	
	5	1-5.8-10 <sup>-6</sup>	1-3.0-10 <sup>-4</sup>	0.9973	0.9883	0.9657	0.9218	0.8513	0.7535	0.6331	0.5000	
32	6	1-2.2-10 <sup>-7</sup>	1-2.3-10 <sup>-5</sup>	1-3.2-10 <sup>-4</sup>	0.9980	0.9924	0.9784	0.9499	0.9006	0.8262	0.7256	
	7	1-5.6-10 <sup>-9</sup>	1-1.2-10 <sup>-6</sup>	1-2.8-10 <sup>-5</sup>	1-2.4-10 <sup>-4</sup>	0.9988	0.9957	0.9878	0.9707	0.9390	0.8867	
33	8	1-9.8-10 <sup>-11</sup>	1-4.6-10 <sup>-8</sup>	1-1.6-10 <sup>-6</sup>	1-1.9-10 <sup>-5</sup>	1-1.3-10 <sup>-4</sup>	1-5.8-10 <sup>-4</sup>	0.9980	0.9941	0.9852	0.9673	
	9	1-1.0-10 <sup>-12</sup>	1-1.0-10 <sup>-9</sup>	1-5.5-10 <sup>-8</sup>	1-9.2-10 <sup>-7</sup>	1-8.1-10 <sup>-6</sup>	1-4.7-10 <sup>-5</sup>	1-2.1-10 <sup>-4</sup>	1-7.3-10 <sup>-4</sup>	0.9978	0.9941	
34	10	1-4.9-10 <sup>-15</sup>	1-1.0-10 <sup>-11</sup>	1-8.6-10 <sup>-10</sup>	1-2.0-10 <sup>-8</sup>	1-2.4-10 <sup>-7</sup>	1-1.8-10 <sup>-6</sup>	1-9.7-10 <sup>-6</sup>	1-4.2-10 <sup>-5</sup>	1-1.5-10 <sup>-4</sup>	1-4.9-10 <sup>-4</sup>	

### 1.3 Loi de Poisson

Si  $X \sim P(\lambda)$ , alors  $\mathbb{P}(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$  pour  $x \in \mathbb{N}$ ,  $E(X) = \lambda$  et  $\text{Var}(X) = \lambda$ . La table qui suit donne la fonction de répartition pour des valeurs de  $\lambda$  allant de 0 à 20. Pour les valeurs supérieures à 20, on pourra utiliser l'approximation normale :  $\mathbb{P}(X \leq x) \simeq \Phi\left(\frac{x+0.5-\lambda}{\sqrt{\lambda}}\right)$  où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

$\mathbb{P}(X \leq x)$ où $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$										
$x \backslash \lambda$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
0	0.6065	0.3679	0.2231	0.1353	0.0821	0.0498	0.0302	0.0183	0.0111	0.0067
1	0.9098	0.7358	0.5578	0.4060	0.2873	0.1991	0.1359	0.0916	0.0611	0.0404
2	0.9856	0.9197	0.8088	0.6767	0.5438	0.4232	0.3208	0.2381	0.1736	0.1247
3	0.9982	0.9810	0.9344	0.8571	0.7576	0.6472	0.5366	0.4335	0.3423	0.2650
4	1-1.7-10 <sup>-4</sup>	0.9963	0.9814	0.9473	0.8912	0.8153	0.7254	0.6288	0.5321	0.4405
5	1-1.4-10 <sup>-5</sup>	1-5.9-10 <sup>-4</sup>	0.9955	0.9834	0.9580	0.9161	0.8576	0.7851	0.7029	0.6160
6	1-1.0-10 <sup>-6</sup>	1-8.3-10 <sup>-5</sup>	1-9.3-10 <sup>-4</sup>	0.9955	0.9858	0.9665	0.9347	0.8893	0.8311	0.7622
7	1-6.2-10 <sup>-8</sup>	1-1.0-10 <sup>-5</sup>	1-1.7-10 <sup>-4</sup>	0.9989	0.9958	0.9881	0.9733	0.9489	0.9134	0.8666
8	1-3.4-10 <sup>-9</sup>	1-1.1-10 <sup>-6</sup>	1-2.8-10 <sup>-5</sup>	1-2.4-10 <sup>-4</sup>	0.9989	0.9962	0.9901	0.9786	0.9597	0.9319
9	1-1.7-10 <sup>-10</sup>	1-1.1-10 <sup>-7</sup>	1-4.1-10 <sup>-6</sup>	1-4.6-10 <sup>-5</sup>	1-2.8-10 <sup>-4</sup>	0.9989	0.9967	0.9919	0.9829	0.9682
10	1-7.7-10 <sup>-12</sup>	1-1.0-10 <sup>-8</sup>	1-5.5-10 <sup>-7</sup>	1-8.3-10 <sup>-6</sup>	1-6.2-10 <sup>-5</sup>	1-2.9-10 <sup>-4</sup>	0.9990	0.9972	0.9933	0.9863
11	1-3.2-10 <sup>-13</sup>	1-8.3-10 <sup>-10</sup>	1-6.8-10 <sup>-8</sup>	1-1.4-10 <sup>-6</sup>	1-1.3-10 <sup>-5</sup>	1-7.1-10 <sup>-5</sup>	1-2.9-10 <sup>-4</sup>	1-9.2-10 <sup>-4</sup>	0.9976	0.9945
12	1-1.2-10 <sup>-14</sup>	1-6.4-10 <sup>-11</sup>	1-7.8-10 <sup>-9</sup>	1-2.1-10 <sup>-7</sup>	1-2.4-10 <sup>-6</sup>	1-1.6-10 <sup>-5</sup>	1-7.6-10 <sup>-5</sup>	1-2.7-10 <sup>-4</sup>	1-8.1-10 <sup>-4</sup>	0.9980
13	1-4.4-10 <sup>-16</sup>	1-4.5-10 <sup>-12</sup>	1-8.3-10 <sup>-10</sup>	1-2.9-10 <sup>-8</sup>	1-4.2-10 <sup>-7</sup>	1-3.4-10 <sup>-6</sup>	1-1.9-10 <sup>-5</sup>	1-7.6-10 <sup>-5</sup>	1-2.5-10 <sup>-4</sup>	1-7.0-10 <sup>-4</sup>

$x \backslash \lambda$	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
0	0.0041	0.0025	0.0015	9.1-10 <sup>-4</sup>	5.5-10 <sup>-4</sup>	3.4-10 <sup>-4</sup>	2.0-10 <sup>-4</sup>	1.2-10 <sup>-4</sup>	7.5-10 <sup>-5</sup>	4.5-10 <sup>-5</sup>
1	0.0266	0.0174	0.0113	0.0073	0.0047	0.0030	0.0019	0.0012	7.9-10 <sup>-4</sup>	5.0-10 <sup>-4</sup>
2	0.0884	0.0620	0.0430	0.0296	0.0203	0.0138	0.0093	0.0062	0.0042	0.0028
3	0.2017	0.1512	0.1118	0.0818	0.0591	0.0424	0.0301	0.0212	0.0149	0.0103
4	0.3575	0.2851	0.2237	0.1730	0.1321	0.0996	0.0744	0.0550	0.0403	0.0293
5	0.5289	0.4457	0.3690	0.3007	0.2414	0.1912	0.1496	0.1157	0.0885	0.0671
6	0.6860	0.6063	0.5265	0.4497	0.3782	0.3134	0.2562	0.2068	0.1649	0.1301
7	0.8095	0.7440	0.6728	0.5987	0.5246	0.4530	0.3856	0.3239	0.2687	0.2202
8	0.8944	0.8472	0.7916	0.7291	0.6620	0.5925	0.5231	0.4557	0.3918	0.3328
9	0.9462	0.9161	0.8774	0.8305	0.7764	0.7166	0.6530	0.5874	0.5218	0.4579
10	0.9747	0.9574	0.9332	0.9015	0.8622	0.8159	0.7634	0.7060	0.6453	0.5830
11	0.9890	0.9799	0.9661	0.9467	0.9208	0.8881	0.8487	0.8030	0.7520	0.6968
12	0.9955	0.9912	0.9840	0.9730	0.9573	0.9362	0.9091	0.8758	0.8364	0.7916
13	0.9983	0.9964	0.9929	0.9872	0.9784	0.9658	0.9486	0.9261	0.8981	0.8645
14	1-6.0-10 <sup>-4</sup>	0.9986	0.9970	0.9943	0.9897	0.9827	0.9726	0.9585	0.9400	0.9165
15	1-2.0-10 <sup>-4</sup>	1-5.1-10 <sup>-4</sup>	0.9988	0.9976	0.9954	0.9918	0.9862	0.9780	0.9665	0.9513
16	1-6.3-10 <sup>-5</sup>	1-1.7-10 <sup>-4</sup>	1-4.3-10 <sup>-4</sup>	1-9.6-10 <sup>-4</sup>	0.9980	0.9963	0.9934	0.9889	0.9823	0.9730
17	1-1.9-10 <sup>-5</sup>	1-5.7-10 <sup>-5</sup>	1-1.5-10 <sup>-4</sup>	1-3.6-10 <sup>-4</sup>	1-7.9-10 <sup>-4</sup>	0.9984	0.9970	0.9947	0.9911	0.9857
18	1-5.4-10 <sup>-6</sup>	1-1.8-10 <sup>-5</sup>	1-5.1-10 <sup>-5</sup>	1-1.3-10 <sup>-4</sup>	1-3.0-10 <sup>-4</sup>	1-6.5-10 <sup>-4</sup>	0.9987	0.9976	0.9957	0.9928
19	1-1.5-10 <sup>-6</sup>	1-5.2-10 <sup>-6</sup>	1-1.6-10 <sup>-5</sup>	1-4.4-10 <sup>-5</sup>	1-1.1-10 <sup>-4</sup>	1-2.5-10 <sup>-4</sup>	1-5.3-10 <sup>-4</sup>	0.9989	0.9980	0.9965
20	1-3.7-10 <sup>-7</sup>	1-1.5-10 <sup>-6</sup>	1-4.9-10 <sup>-6</sup>	1-1.4-10 <sup>-5</sup>	1-3.9-10 <sup>-5</sup>	1-9.4-10 <sup>-5</sup>	1-2.1-10 <sup>-4</sup>	1-4.4-10 <sup>-4</sup>	1-8.6-10 <sup>-4</sup>	0.9984
21	1-9.2-10 <sup>-8</sup>	1-3.9-10 <sup>-7</sup>	1-1.4-10 <sup>-6</sup>	1-4.5-10 <sup>-6</sup>	1-1.3-10 <sup>-5</sup>	1-3.3-10 <sup>-5</sup>	1-7.9-10 <sup>-5</sup>	1-1.7-10 <sup>-4</sup>	1-3.6-10 <sup>-4</sup>	1-7.0-10 <sup>-4</sup>

$x \backslash \lambda$	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0
0	2.8-10 <sup>-5</sup>	1.7-10 <sup>-5</sup>	1.0-10 <sup>-5</sup>	6.1-10 <sup>-6</sup>	3.7-10 <sup>-6</sup>	2.3-10 <sup>-6</sup>	1.4-10 <sup>-6</sup>	8.3-10 <sup>-7</sup>	5.0-10 <sup>-7</sup>	3.1-10 <sup>-7</sup>
1	3.2-10 <sup>-4</sup>	2.0-10 <sup>-4</sup>	1.3-10 <sup>-4</sup>	8.0-10 <sup>-5</sup>	5.0-10 <sup>-5</sup>	3.2-10 <sup>-5</sup>	2.0-10 <sup>-5</sup>	1.2-10 <sup>-5</sup>	7.8-10 <sup>-6</sup>	4.9-10 <sup>-6</sup>
2	0.0018	0.0012	8.0-10 <sup>-4</sup>	5.2-10 <sup>-4</sup>	3.4-10 <sup>-4</sup>	2.2-10 <sup>-4</sup>	1.4-10 <sup>-4</sup>	9.4-10 <sup>-5</sup>	6.1-10 <sup>-5</sup>	3.9-10 <sup>-5</sup>
3	0.0071	0.0049	0.0034	0.0023	0.0016	0.0011	7.1-10 <sup>-4</sup>	4.7-10 <sup>-4</sup>	3.2-10 <sup>-4</sup>	2.1-10 <sup>-4</sup>
4	0.0211	0.0151	0.0107	0.0076	0.0053	0.0037	0.0026	0.0018	0.0012	8.6-10 <sup>-4</sup>
5	0.0504	0.0375	0.0277	0.0203	0.0148	0.0107	0.0077	0.0055	0.0039	0.0028
6	0.1016	0.0786	0.0603	0.0458	0.0346	0.0259	0.0193	0.0142	0.0105	0.0076
7	0.1785	0.1432	0.1137	0.0895	0.0698	0.0540	0.0415	0.0316	0.0239	0.0180
8	0.2794	0.2320	0.1906	0.1550	0.1249	0.0998	0.0790	0.0621	0.0484	0.0374
9	0.3971	0.3405	0.2888	0.2424	0.2014	0.1658	0.1353	0.1094	0.0878	0.0699
10	0.5207	0.4599	0.4017	0.3472	0.2971	0.2517	0.2112	0.1757	0.1449	0.1185
11	0.6387	0.5793	0.5198	0.4616	0.4058	0.3532	0.3045	0.2600	0.2201	0.1848
12	0.7420	0.6887	0.6329	0.5760	0.5190	0.4631	0.4093	0.3585	0.3111	0.2676
13	0.8253	0.7813	0.7330	0.6815	0.6278	0.5730	0.5182	0.4644	0.4125	0.3632
14	0.8879	0.8540	0.8153	0.7720	0.7250	0.6751	0.6233	0.5704	0.5176	0.4657
15	0.9317	0.9074	0.8783	0.8444	0.8060	0.7636	0.7178	0.6694	0.6192	0.5681
16	0.9604	0.9441	0.9236	0.8987	0.8693	0.8355	0.7975	0.7559	0.7112	0.6641
17	0.9781	0.9678	0.9542	0.9370	0.9158	0.8905	0.8609	0.8272	0.7897	0.7489
18	0.9885	0.9823	0.9738	0.9626	0.9481	0.9302	0.9084	0.8826	0.8530	0.8195
19	0.9942	0.9907	0.9857	0.9787	0.9694	0.9573	0.9421	0.9235	0.9012	0.8752
20	0.9972	0.9953	0.9925	0.9884	0.9827	0.9750	0.9649	0.9521	0.9362	0.9170
21	0.9987	0.9977	0.9962	0.9939	0.9906	0.9859	0.9796	0.9712	0.9604	0.9469
22	1-5.7-10 <sup>-4</sup>	0.9990	0.9982	0.9970	0.9951	0.9924	0.9885	0.9833	0.9763	0.9673
23	1-2.4-10 <sup>-4</sup>	1-4.6-10 <sup>-4</sup>	1-8.5-10 <sup>-4</sup>	0.9985	0.9975	0.9960	0.9938	0.9907	0.9863	0.9805
24	1-9.9-10 <sup>-5</sup>	1-2.0-10 <sup>-4</sup>	1-3.8-10 <sup>-4</sup>	1-6.9-10 <sup>-4</sup>	0.9988	0.9980	0.9968	0.9950	0.9924	0.9888
25	1-3.9-10 <sup>-5</sup>	1-8.2-10 <sup>-5</sup>	1-1.6-10 <sup>-4</sup>	1-3.1-10 <sup>-4</sup>	1-5.6-10 <sup>-4</sup>	1-9.7-10 <sup>-4</sup>	0.9984	0.9974	0.9959	0.9938
26	1-1.5-10 <sup>-5</sup>	1-3.3-10 <sup>-5</sup>	1-6.8-10 <sup>-5</sup>	1-1.3-10 <sup>-4</sup>	1-2.5-10 <sup>-4</sup>	1-4.5-10 <sup>-4</sup>	1-7.8-10 <sup>-4</sup>	0.9987	0.9979	0.9967
27	1-5.5-10 <sup>-6</sup>	1-1.3-10 <sup>-5</sup>	1-2.7-10 <sup>-5</sup>	1-5.6-10 <sup>-5</sup>	1-1.1-10 <sup>-4</sup>	1-2.0-10 <sup>-4</sup>	1-3.7-10 <sup>-4</sup>	1-6.4-10 <sup>-4</sup>	0.9989	0.9983
28	1-2.0-10 <sup>-6</sup>	1-4.7-10 <sup>-6</sup>	1-1.1-10 <sup>-5</sup>	1-2.3-10 <sup>-5</sup>	1-4.6-10 <sup>-5</sup>	1-8.9-10 <sup>-5</sup>	1-1.7-10 <sup>-4</sup>	1-3.0-10 <sup>-4</sup>	1-5.2-10 <sup>-4</sup>	1-8.6-10 <sup>-4</sup>

$x \setminus \lambda$	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	18.5	19.0	19.5	20.0
0	$1.9 \cdot 10^{-7}$	$1.1 \cdot 10^{-7}$	$6.8 \cdot 10^{-8}$	$4.1 \cdot 10^{-8}$	$2.5 \cdot 10^{-8}$	$1.5 \cdot 10^{-8}$	$9.2 \cdot 10^{-9}$	$5.6 \cdot 10^{-9}$	$3.4 \cdot 10^{-9}$	$2.1 \cdot 10^{-9}$
1	$3.1 \cdot 10^{-6}$	$1.9 \cdot 10^{-6}$	$1.2 \cdot 10^{-6}$	$7.5 \cdot 10^{-7}$	$4.6 \cdot 10^{-7}$	$2.9 \cdot 10^{-7}$	$1.8 \cdot 10^{-7}$	$1.1 \cdot 10^{-7}$	$7.0 \cdot 10^{-8}$	$4.3 \cdot 10^{-8}$
2	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$1.6 \cdot 10^{-5}$	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$6.7 \cdot 10^{-6}$	$4.3 \cdot 10^{-6}$	$2.8 \cdot 10^{-6}$	$1.8 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-6}$	$7.2 \cdot 10^{-7}$	$4.6 \cdot 10^{-7}$
3	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$9.3 \cdot 10^{-5}$	$6.2 \cdot 10^{-5}$	$4.1 \cdot 10^{-5}$	$2.7 \cdot 10^{-5}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$7.5 \cdot 10^{-6}$	$4.9 \cdot 10^{-6}$	$3.2 \cdot 10^{-6}$
4	$5.9 \cdot 10^{-4}$	$4.0 \cdot 10^{-4}$	$2.7 \cdot 10^{-4}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$8.4 \cdot 10^{-5}$	$5.7 \cdot 10^{-5}$	$3.8 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$1.7 \cdot 10^{-5}$
5	0.0020	0.0014	$9.7 \cdot 10^{-4}$	$6.7 \cdot 10^{-4}$	$4.7 \cdot 10^{-4}$	$3.2 \cdot 10^{-4}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$7.2 \cdot 10^{-5}$
6	0.0055	0.0040	0.0029	0.0021	0.0015	0.0010	$7.4 \cdot 10^{-4}$	$5.2 \cdot 10^{-4}$	$3.6 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^{-4}$
7	0.0135	0.0100	0.0074	0.0054	0.0040	0.0029	0.0021	0.0015	0.0011	$7.8 \cdot 10^{-4}$
8	0.0288	0.0220	0.0167	0.0126	0.0095	0.0071	0.0052	0.0039	0.0028	0.0021
9	0.0552	0.0433	0.0337	0.0261	0.0201	0.0154	0.0117	0.0089	0.0067	0.0050
10	0.0961	0.0774	0.0619	0.0491	0.0387	0.0304	0.0237	0.0183	0.0141	0.0108
11	0.1538	0.1270	0.1041	0.0847	0.0684	0.0549	0.0438	0.0347	0.0273	0.0214
12	0.2283	0.1931	0.1621	0.1350	0.1116	0.0917	0.0748	0.0606	0.0488	0.0390
13	0.3171	0.2745	0.2357	0.2009	0.1699	0.1426	0.1189	0.0984	0.0809	0.0661
14	0.4154	0.3675	0.3225	0.2808	0.2426	0.2081	0.1771	0.1497	0.1257	0.1049
15	0.5170	0.4667	0.4180	0.3715	0.3275	0.2867	0.2490	0.2148	0.1840	0.1565
16	0.6154	0.5660	0.5165	0.4677	0.4204	0.3751	0.3321	0.2920	0.2550	0.2211
17	0.7052	0.6593	0.6120	0.5640	0.5160	0.4686	0.4226	0.3784	0.3364	0.2970
18	0.7825	0.7423	0.6996	0.6550	0.6089	0.5622	0.5156	0.4695	0.4246	0.3814
19	0.8455	0.8122	0.7757	0.7363	0.6945	0.6509	0.6061	0.5606	0.5151	0.4703
20	0.8944	0.8682	0.8385	0.8055	0.7694	0.7307	0.6988	0.6472	0.6034	0.5591
21	0.9304	0.9108	0.8878	0.8615	0.8319	0.7991	0.7636	0.7255	0.6854	0.6437
22	0.9558	0.9418	0.9248	0.9047	0.8815	0.8551	0.8256	0.7931	0.7580	0.7206
23	0.9730	0.9633	0.9513	0.9367	0.9193	0.8989	0.8755	0.8490	0.8196	0.7875
24	0.9840	0.9777	0.9696	0.9594	0.9468	0.9317	0.9139	0.8933	0.8697	0.8432
25	0.9909	0.9869	0.9816	0.9748	0.9661	0.9554	0.9424	0.9269	0.9087	0.8878
26	0.9950	0.9925	0.9892	0.9848	0.9791	0.9718	0.9626	0.9514	0.9380	0.9221
27	0.9973	0.9959	0.9939	0.9912	0.9875	0.9827	0.9765	0.9687	0.9591	0.9475
28	0.9986	0.9978	0.9967	0.9950	0.9928	0.9897	0.9857	0.9805	0.9739	0.9657
29	$1.7 \cdot 10^{-4}$	0.9989	0.9982	0.9973	0.9959	0.9941	0.9915	0.9882	0.9838	0.9782
30	$1.3 \cdot 4 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 7 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$	0.9986	0.9978	0.9967	0.9951	0.9930	0.9902	0.9865
31	$1 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10^{-4}$	0.9988	0.9982	0.9973	0.9960	0.9943	0.9919
32	$1 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$	0.9985	0.9978	0.9967	0.9953
33	$1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 6 \cdot 0 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 3 \cdot 0 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10^{-4}$	0.9988	0.9982	0.9973
34	$1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 4 \cdot 0 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10^{-4}$	0.9985
35	$1 \cdot 6 \cdot 0 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 4 \cdot 0 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 2 \cdot 0 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 8 \cdot 0 \cdot 10^{-4}$

$x \setminus \lambda$	20.5	21.0	21.5	22.0	22.5	23.0	23.5	24.0	24.5	25.0
0	$1.3 \cdot 10^{-9}$	$7.6 \cdot 10^{-10}$	$4.6 \cdot 10^{-10}$	$2.8 \cdot 10^{-10}$	$1.7 \cdot 10^{-10}$	$1.0 \cdot 10^{-10}$	$6.2 \cdot 10^{-11}$	$3.8 \cdot 10^{-11}$	$2.3 \cdot 10^{-11}$	$1.4 \cdot 10^{-11}$
1	$2.7 \cdot 10^{-8}$	$1.7 \cdot 10^{-8}$	$1.0 \cdot 10^{-8}$	$6.4 \cdot 10^{-9}$	$4.0 \cdot 10^{-9}$	$2.5 \cdot 10^{-9}$	$1.5 \cdot 10^{-9}$	$9.4 \cdot 10^{-10}$	$5.8 \cdot 10^{-10}$	$3.6 \cdot 10^{-10}$
2	$2.9 \cdot 10^{-7}$	$1.8 \cdot 10^{-7}$	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$7.4 \cdot 10^{-8}$	$4.7 \cdot 10^{-8}$	$3.0 \cdot 10^{-8}$	$1.9 \cdot 10^{-8}$	$1.2 \cdot 10^{-8}$	$7.5 \cdot 10^{-9}$	$4.7 \cdot 10^{-9}$
3	$2.1 \cdot 10^{-6}$	$1.4 \cdot 10^{-6}$	$8.8 \cdot 10^{-7}$	$5.7 \cdot 10^{-7}$	$3.7 \cdot 10^{-7}$	$2.4 \cdot 10^{-7}$	$1.5 \cdot 10^{-7}$	$9.9 \cdot 10^{-8}$	$6.4 \cdot 10^{-8}$	$4.1 \cdot 10^{-8}$
4	$1.1 \cdot 10^{-5}$	$7.5 \cdot 10^{-6}$	$5.0 \cdot 10^{-6}$	$3.3 \cdot 10^{-6}$	$2.2 \cdot 10^{-6}$	$1.4 \cdot 10^{-6}$	$9.4 \cdot 10^{-7}$	$6.2 \cdot 10^{-7}$	$4.1 \cdot 10^{-7}$	$2.7 \cdot 10^{-7}$
5	$4.9 \cdot 10^{-5}$	$3.3 \cdot 10^{-5}$	$2.3 \cdot 10^{-5}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$6.9 \cdot 10^{-6}$	$4.7 \cdot 10^{-6}$	$3.1 \cdot 10^{-6}$	$2.1 \cdot 10^{-6}$	$1.4 \cdot 10^{-6}$
6	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$8.6 \cdot 10^{-5}$	$5.9 \cdot 10^{-5}$	$4.1 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-5}$	$1.9 \cdot 10^{-5}$	$1.3 \cdot 10^{-5}$	$9.0 \cdot 10^{-6}$	$6.1 \cdot 10^{-6}$
7	$5.6 \cdot 10^{-4}$	$3.9 \cdot 10^{-4}$	$2.8 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$9.7 \cdot 10^{-5}$	$6.8 \cdot 10^{-5}$	$4.7 \cdot 10^{-5}$	$3.3 \cdot 10^{-5}$	$2.3 \cdot 10^{-5}$
8	0.0015	0.0011	$8.0 \cdot 10^{-4}$	$5.8 \cdot 10^{-4}$	$4.1 \cdot 10^{-4}$	$3.0 \cdot 10^{-4}$	$2.1 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$7.5 \cdot 10^{-5}$
9	0.0037	0.0028	0.0020	0.0015	0.0011	$8.1 \cdot 10^{-4}$	$5.9 \cdot 10^{-4}$	$4.3 \cdot 10^{-4}$	$3.1 \cdot 10^{-4}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$
10	0.0082	0.0063	0.0047	0.0035	0.0027	0.0020	0.0015	0.0011	$8.0 \cdot 10^{-4}$	$5.9 \cdot 10^{-4}$
11	0.0167	0.0129	0.0099	0.0076	0.0058	0.0044	0.0033	0.0025	0.0019	0.0014
12	0.0310	0.0245	0.0193	0.0151	0.0118	0.0091	0.0070	0.0054	0.0041	0.0031
13	0.0537	0.0434	0.0348	0.0278	0.0221	0.0174	0.0137	0.0107	0.0083	0.0065
14	0.0869	0.0716	0.0586	0.0477	0.0386	0.0311	0.0249	0.0198	0.0157	0.0124
15	0.1323	0.1111	0.0927	0.0769	0.0634	0.0520	0.0424	0.0344	0.0278	0.0223
16	0.1904	0.1629	0.1385	0.1170	0.0983	0.0821	0.0681	0.0563	0.0462	0.0377
17	0.2605	0.2270	0.1965	0.1690	0.1445	0.1228	0.1037	0.0871	0.0728	0.0605
18	0.3403	0.3017	0.2657	0.2325	0.2022	0.1748	0.1502	0.1283	0.1090	0.0920
19	0.4265	0.3843	0.3440	0.3060	0.2705	0.2377	0.2076	0.1803	0.1556	0.1336
20	0.5148	0.4710	0.4282	0.3869	0.3474	0.3101	0.2751	0.2426	0.2128	0.1855
21	0.6010	0.5577	0.5144	0.4716	0.4298	0.3894	0.3507	0.3139	0.2794	0.2473
22	0.6813	0.6405	0.5987	0.5564	0.5141	0.4723	0.4313	0.3917	0.3537	0.3175
23	0.7528	0.7160	0.6774	0.6374	0.5965	0.5551	0.5138	0.4728	0.4328	0.3939
24	0.8140	0.7822	0.7480	0.7117	0.6738	0.6346	0.5945	0.5540	0.5135	0.4734
25	0.8641	0.8377	0.8086	0.7771	0.7433	0.7077	0.6704	0.6319	0.5926	0.5529
26	0.9037	0.8826	0.8588	0.8324	0.8035	0.7723	0.7390	0.7038	0.6672	0.6294
27	0.9337	0.9175	0.8988	0.8775	0.8537	0.8274	0.7987	0.7677	0.7348	0.7002
28	0.9557	0.9436	0.9294	0.9129	0.8940	0.8726	0.8488	0.8225	0.7940	0.7634
29	0.9712	0.9626	0.9522	0.9398	0.9253	0.9085	0.8894	0.8679	0.8440	0.8179
30	0.9818	0.9758	0.9685	0.9595	0.9487	0.9360	0.9212	0.9042	0.8849	0.8633
31	0.9888	0.9848	0.9798	0.9735	0.9657	0.9564	0.9453	0.9322	0.9172	0.8999
32	0.9933	0.9907	0.9874	0.9831	0.9777	0.9711	0.9630	0.9533	0.9419	0.9285
33	0.9961	0.9945	0.9923	0.9895	0.9859	0.9813	0.9756	0.9686	0.9602	0.9502
34</td										

## 1.4 Loi du $\chi^2$

– Propriétés connues :

Cas particulier :  $\chi_1^2 = N(0, 1)^2$ , donc  $F_{\chi_1^2}(x) = 2\Phi(\sqrt{x}) - 1$  et  $F_{\chi_1^2}^{-1}(\alpha) = \left(u_{1+\frac{\alpha}{2}}\right)^2$

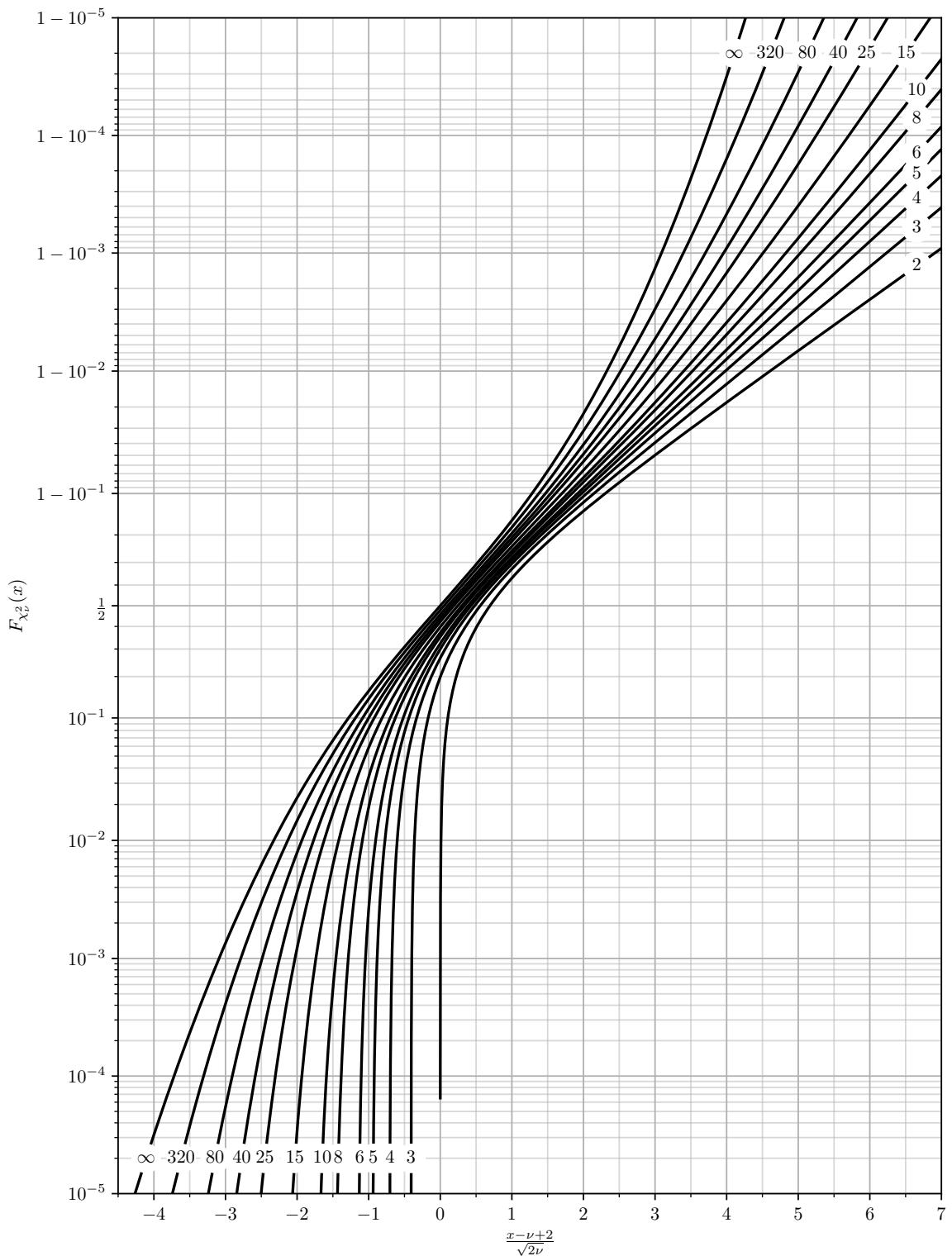
Cas particulier :  $\chi_2^2 = \mathcal{E}\left(\frac{1}{2}\right)$

Limite :  $\lim_{v \rightarrow +\infty} \frac{\chi_v^2 - v}{\sqrt{2v}} = N(0, 1)$

– Fonctions approchées : cf. 1.8.1, p. 27.

$\alpha \backslash v$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	20	30	40	60	120
0.0001	0.00	0.00	0.01	0.03	0.08	0.17	0.30	0.46	0.66	0.89	1.43	2.06	2.77	4.40	9.26	14.9	27.5	70.7
0.0002	0.00	0.00	0.01	0.04	0.11	0.22	0.37	0.56	0.78	1.03	1.62	2.31	3.08	4.80	9.88	15.7	28.7	72.7
0.0003	0.00	0.00	0.01	0.05	0.13	0.25	0.42	0.62	0.86	1.13	1.75	2.47	3.27	5.05	10.3	16.2	29.4	73.9
0.0004	0.00	0.00	0.01	0.06	0.14	0.28	0.45	0.67	0.92	1.20	1.85	2.60	3.42	5.24	10.6	16.6	29.9	74.8
0.0005	0.00	0.00	0.02	0.06	0.16	0.30	0.48	0.71	0.97	1.26	1.93	2.70	3.54	5.40	10.8	16.9	30.3	75.5
0.0006	0.00	0.00	0.02	0.07	0.17	0.32	0.51	0.75	1.02	1.32	2.00	2.78	3.64	5.53	11.0	17.2	30.7	76.1
0.0007	0.00	0.00	0.02	0.08	0.18	0.34	0.54	0.78	1.05	1.36	2.06	2.86	3.73	5.64	11.2	17.4	31.0	76.6
0.0008	0.00	0.00	0.02	0.08	0.19	0.35	0.56	0.81	1.09	1.41	2.12	2.92	3.80	5.75	11.3	17.6	31.3	77.0
0.0009	0.00	0.00	0.02	0.09	0.20	0.37	0.58	0.83	1.12	1.44	2.17	2.99	3.88	5.84	11.5	17.8	31.5	77.4
0.0010	0.00	0.00	0.02	0.09	0.21	0.38	0.60	0.86	1.15	1.48	2.21	3.04	3.94	5.92	11.6	17.9	31.7	77.8
0.0020	0.00	0.00	0.04	0.13	0.28	0.49	0.74	1.04	1.37	1.73	2.54	3.44	4.41	6.51	12.5	19.0	33.3	80.2
0.0025	0.00	0.01	0.04	0.14	0.31	0.53	0.79	1.10	1.45	1.83	2.66	3.58	4.57	6.72	12.8	19.4	33.8	81.1
0.0030	0.00	0.01	0.05	0.16	0.33	0.56	0.84	1.16	1.52	1.91	2.76	3.70	4.71	6.90	13.0	19.7	34.2	81.8
0.0040	0.00	0.01	0.06	0.18	0.37	0.62	0.92	1.26	1.64	2.04	2.93	3.91	4.95	7.19	13.4	20.3	35.0	82.9
0.0050	0.00	0.01	0.07	0.21	0.41	0.68	0.99	1.34	1.73	2.16	3.07	4.07	5.14	7.43	13.8	20.7	35.5	83.9
0.0060	0.00	0.01	0.08	0.23	0.44	0.72	1.05	1.42	1.82	2.25	3.20	4.22	5.31	7.64	14.1	21.1	36.0	84.6
0.0070	0.00	0.01	0.09	0.25	0.48	0.76	1.10	1.48	1.90	2.34	3.30	4.35	5.45	7.82	14.3	21.4	36.5	85.3
0.0080	0.00	0.02	0.10	0.26	0.50	0.80	1.15	1.54	1.97	2.42	3.40	4.46	5.58	7.98	14.6	21.7	36.8	85.9
0.0090	0.00	0.02	0.11	0.28	0.53	0.84	1.20	1.60	2.03	2.49	3.49	4.56	5.70	8.13	14.8	21.9	37.2	86.4
0.0100	0.00	0.02	0.11	0.30	0.55	0.87	1.24	1.65	2.09	2.56	3.57	4.66	5.81	8.26	15.0	22.2	37.5	86.9
0.0200	0.00	0.04	0.18	0.43	0.75	1.13	1.56	2.03	2.53	3.06	4.18	5.37	6.61	9.24	16.3	23.8	39.7	90.4
0.0250	0.00	0.05	0.22	0.48	0.83	1.24	1.69	2.18	2.70	3.25	4.40	5.63	6.91	9.59	16.8	24.4	40.5	91.6
0.0300	0.00	0.06	0.25	0.54	0.90	1.33	1.80	2.31	2.85	3.41	4.60	5.86	7.16	9.90	17.2	24.9	41.2	92.6
0.0400	0.00	0.08	0.30	0.63	1.03	1.49	2.00	2.54	3.10	3.70	4.94	6.24	7.60	10.4	17.9	25.8	42.3	94.3
0.0500	0.00	0.10	0.35	0.71	1.15	1.64	2.17	2.73	3.33	3.94	5.23	6.57	7.96	10.9	18.5	26.5	43.2	95.7
0.0600	0.01	0.12	0.40	0.79	1.25	1.76	2.32	2.91	3.52	4.16	5.48	6.86	8.28	11.2	19.0	27.1	44.0	96.9
0.0700	0.01	0.15	0.45	0.86	1.35	1.88	2.46	3.07	3.70	4.35	5.71	7.12	8.57	11.6	19.5	27.7	44.7	98.0
0.0800	0.01	0.17	0.49	0.93	1.44	2.00	2.59	3.22	3.87	4.54	5.92	7.36	8.84	11.9	19.9	28.2	45.3	98.9
0.0900	0.01	0.19	0.54	1.00	1.53	2.10	2.72	3.36	4.02	4.70	6.12	7.58	9.08	12.2	20.2	28.6	45.9	99.8
0.1000	0.02	0.21	0.58	1.06	1.61	2.20	2.83	3.49	4.17	4.87	6.30	7.79	9.31	12.4	20.6	29.1	46.5	101
0.2000	0.06	0.45	1.01	1.65	2.34	3.07	3.82	4.59	5.38	6.18	7.81	9.47	11.2	14.6	23.4	32.3	50.6	107
0.3000	0.15	0.71	1.42	2.19	3.00	3.83	4.67	5.53	6.39	7.27	9.03	10.8	12.6	16.3	25.5	34.9	53.8	111
0.4000	0.27	1.02	1.87	2.75	3.66	4.57	5.49	6.42	7.36	8.30	10.2	12.1	14.0	17.8	27.4	37.1	56.6	115
0.5000	0.45	1.39	2.37	3.36	4.35	5.35	6.35	7.34	8.34	9.34	11.3	13.3	15.3	19.3	29.3	59.3	119	223
0.6000	0.71	1.83	2.95	4.04	5.13	6.21	7.28	8.35	9.41	10.5	12.6	14.7	16.8	21.0	31.3	41.6	62.1	123
0.7000	1.07	2.41	3.66	4.88	6.06	7.23	8.38	9.52	10.7	11.8	14.0	16.2	18.4	22.8	33.5	44.2	65.2	128
0.8000	1.64	3.22	4.64	5.99	7.29	8.56	9.80	11.0	12.2	13.4	15.8	18.2	20.5	25.0	36.3	47.3	69.0	133
0.9000	2.71	4.61	6.25	7.78	9.24	10.6	12.0	13.4	14.7	16.0	18.5	21.1	23.5	28.4	40.3	51.8	74.4	140
0.9100	2.87	4.82	6.49	8.04	9.52	10.9	12.3	13.7	15.0	16.4	18.9	21.5	24.0	28.9	40.8	52.4	75.1	141
0.9200	3.06	5.05	6.76	8.34	9.84	11.3	12.7	14.1	15.4	16.8	19.4	21.9	24.5	29.4	41.4	53.1	76.0	142
0.9300	3.28	5.32	7.06	8.67	10.2	11.7	13.1	14.5	15.9	17.2	19.8	22.4	25.0	30.0	42.1	53.9	76.9	144
0.9400	3.54	5.63	7.41	9.04	10.6	12.1	13.5	15.0	16.3	17.7	20.4	23.0	25.6	30.6	42.9	54.8	77.9	145
0.9500	3.84	5.99	7.81	9.49	11.1	12.6	14.1	15.5	16.9	18.3	21.0	23.7	26.3	31.4	43.8	55.8	79.1	147
0.9600	4.22	6.44	8.31	10.0	11.6	13.2	14.7	16.2	17.6	19.0	21.8	24.5	27.1	32.3	44.8	56.9	80.5	148
0.9700	4.71	7.01	8.95	10.7	12.4	14.0	15.5	17.0	18.5	19.9	22.7	25.5	28.2	33.5	46.2	58.4	82.2	151
0.9750	5.02	7.38	9.35	11.1	12.8	14.4	16.0	17.5	19.0	20.5	23.3	26.1	28.8	34.2	47.0	59.3	83.3	152
0.9800	5.41	7.82	9.84	11.7	13.4	15.0	16.6	18.2	19.7	21.2	24.1	26.9	29.6	35.0	48.0	60.4	84.6	154
0.9900	6.63	9.21	11.3	13.3	15.1	16.8	18.5	20.1	21.7	23.2	26.2	29.1	32.0	37.6	50.9	63.7	88.4	159
0.9910	6.82	9.42	11.6	13.5	15.3	17.1	18.8	20.4	22.0	23.5	26.5	29.5	32.4	37.9	51.3	64.2	88.9	160
0.9920	7.03	9.66	11.8	13.8	15.6	17.4	19.1	20.7	22.3	23.9	26.9	29.9	32.7	38.4	51.8	64.7	89.6	160
0.9930	7.27	9.92	12.1	14.1	15.9	17.7	19.4	21.1	22.7	24.2	27.3	30.3	33.2	38.8	52.3	65.3	90.2	161
0.9940	7.55	10.2	12.4	14.4	16.3	18.1	19.8	21.5	23.1	24.7	27.8	30.8	33.7	39.4	53.0	66.0	91.0	162
0.9950	7.88	10.6	12.8	14.9	16.7	18.5	20.3	22.0	23.6	25.2	28.3	31.3	34.3	40.0	53.7	66.8	92.0	164
0.9960	8.28	11.0	13.3	15.4	17.3	19.1	20.8	22.5	24.2	25.8	29.0	32.0	35.0	40.8	54.5	67.7	93.1	165
0.9970	8.81	11.6	13.9	16.0	18.0	19.8	21.6	23.3	25.0	26.6	29.8	32.9	35.9	41.7	55.6	68.9	94.5	167
0.9975	9.14	12.0	14.3	16.4	18.4	20.2	22.0	23.8	25.5	27.1	30.3	33.4	36.5	42.3	56.3	69.7	95.3	168
0.9980	9.55	12.4	14.8	16.9	18.9	20.8	22.6	24.4	26.1	27.7	31.0	34.1	37.1	43.1	57.2	70.6	96.4	169
0.9990	10.8	13.8	16.3	18.5	20.5	22.5	24.3	26.1	27.9	29.6	32.9	36.1	39.3	45.3	59.7	73.4	99.6	174
0.9991	11.0	14.0	16.															

#### 1.4.1 Graphique de la fonction de répartition



## 1.5 Loi de Student

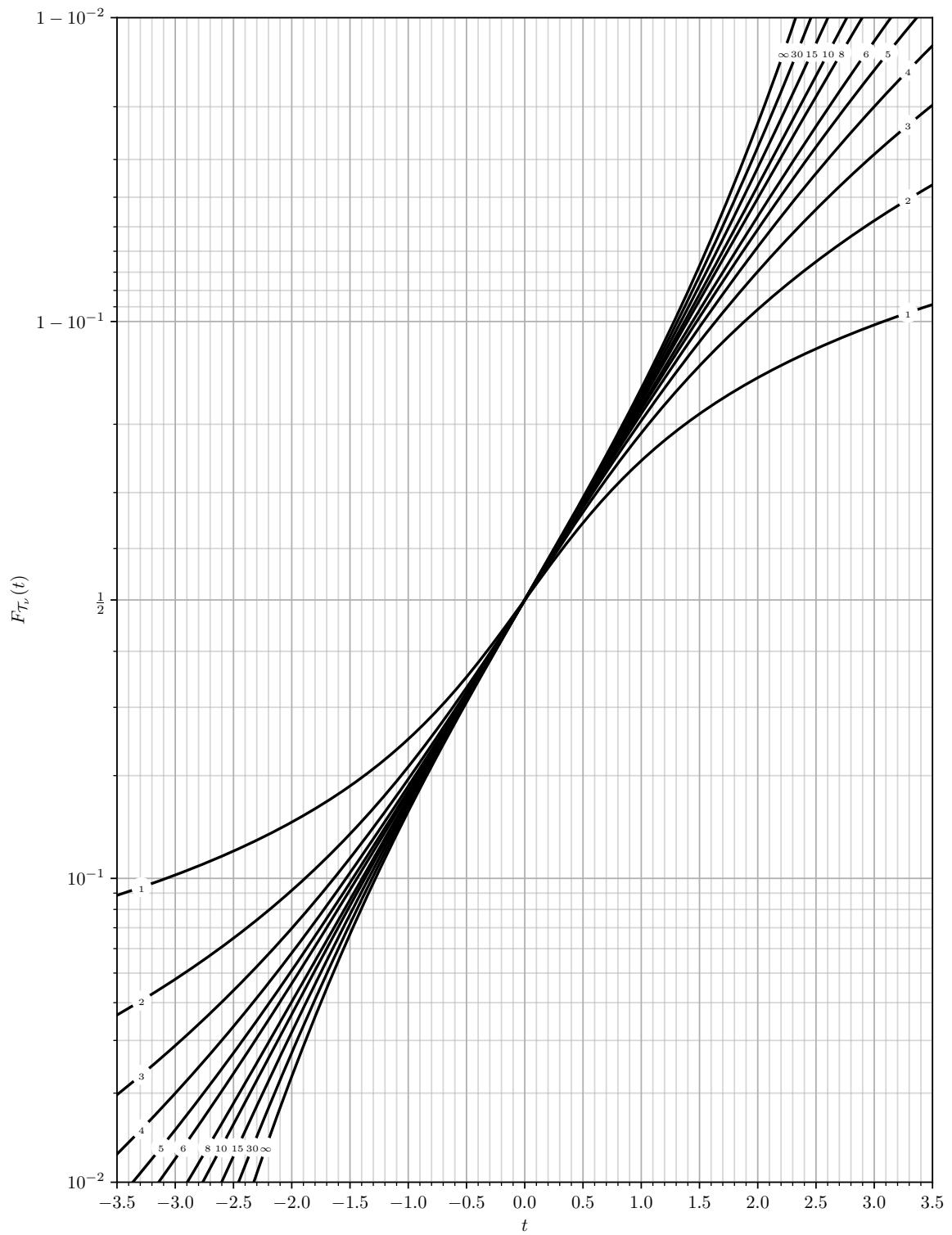
### 1.5.1 Propriétés

- Propriétés connues :
  - Loi symétrique, donc :  $F_{\mathcal{T}_v}(t) = 1 - F_{\mathcal{T}_v}(-t)$  et  $F_{\mathcal{T}_v}^{-1}(\alpha) = -F_{\mathcal{T}_v}^{-1}(1 - \alpha)$
  - Limite :  $\mathcal{T}_{\infty} = N(0, 1)$
- Fonction de répartition et fonction fractile approchées : cf. 1.8.2, p. 27

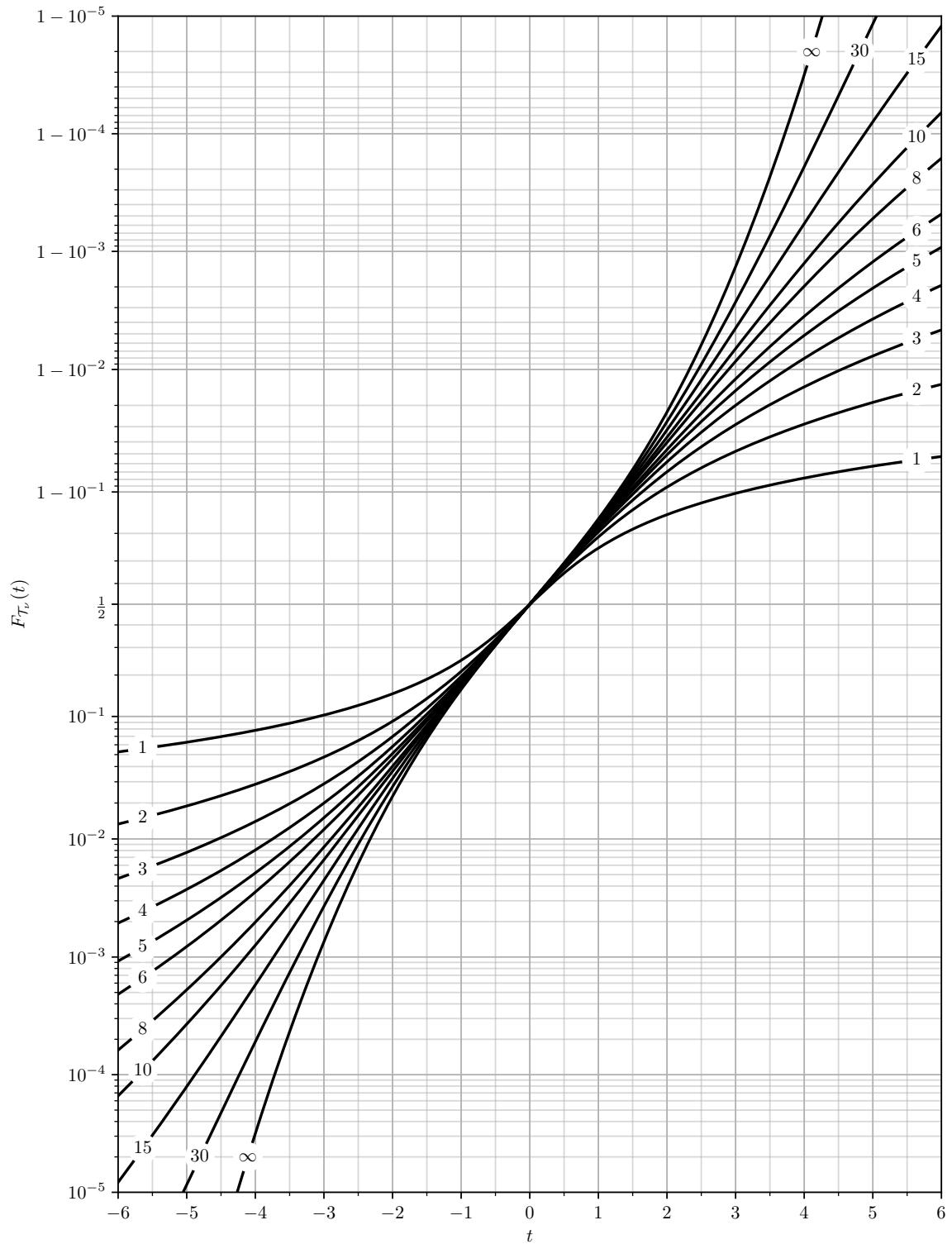
### 1.5.2 Table

$\alpha \backslash v$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	20	30	40	60	120	$\infty$
$\alpha$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0.5000	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0.6000	0.32	0.29	0.28	0.27	0.27	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.25	0.25	0.25	0.25	
0.7000	0.73	0.62	0.58	0.57	0.56	0.55	0.55	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.52	
0.8000	1.38	1.06	0.98	0.94	0.92	0.91	0.90	0.89	0.88	0.88	0.87	0.87	0.86	0.86	0.85	0.85	0.84	0.84	
0.9000	3.08	1.89	1.64	1.53	1.48	1.44	1.41	1.40	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	
0.9100	3.44	2.03	1.74	1.62	1.56	1.52	1.49	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	
0.9200	3.89	2.19	1.86	1.72	1.65	1.60	1.57	1.55	1.53	1.52	1.50	1.48	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	
0.9300	4.47	2.38	2.00	1.84	1.75	1.70	1.66	1.64	1.62	1.60	1.58	1.56	1.55	1.54	1.52	1.51	1.50	1.49	
0.9400	5.24	2.62	2.16	1.97	1.87	1.81	1.77	1.74	1.72	1.70	1.67	1.66	1.64	1.62	1.60	1.59	1.58	1.57	
0.9500	6.31	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.89	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.70	1.68	1.67	1.66	
0.9600	7.92	3.32	2.61	2.33	2.19	2.10	2.05	2.00	1.97	1.95	1.91	1.89	1.87	1.84	1.81	1.80	1.78	1.75	
0.9700	10.6	3.90	2.95	2.60	2.42	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.08	2.05	2.02	1.99	1.95	1.94	1.92	1.88	
0.9750	12.7	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	2.18	2.14	2.12	2.09	2.04	2.02	2.00	1.98	
0.9800	15.9	4.85	3.48	3.00	2.76	2.61	2.52	2.45	2.40	2.36	2.30	2.26	2.24	2.20	2.15	2.12	2.10	2.08	
0.9900	31.8	6.96	4.54	3.75	3.36	3.14	3.00	2.90	2.82	2.76	2.68	2.62	2.58	2.53	2.46	2.42	2.39	2.36	
0.9910	35.4	7.35	4.72	3.87	3.46	3.23	3.07	2.97	2.89	2.83	2.74	2.68	2.64	2.58	2.50	2.47	2.43	2.40	
0.9920	39.8	7.81	4.93	4.01	3.57	3.32	3.16	3.04	2.96	2.89	2.80	2.74	2.69	2.63	2.55	2.52	2.48	2.44	
0.9930	45.5	8.36	5.18	4.17	3.70	3.43	3.25	3.13	3.04	2.97	2.87	2.81	2.76	2.69	2.61	2.57	2.53	2.49	
0.9940	53.0	9.05	5.47	4.37	3.85	3.55	3.37	3.23	3.14	3.06	2.96	2.88	2.83	2.76	2.67	2.63	2.59	2.55	
0.9950	63.7	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	3.17	3.05	2.98	2.92	2.85	2.75	2.70	2.66	2.62	
0.9960	79.6	11.1	6.32	4.91	4.26	3.90	3.67	3.51	3.39	3.30	3.17	3.09	3.03	2.95	2.84	2.79	2.74	2.65	
0.9970	106	12.9	6.99	5.32	4.57	4.15	3.89	3.70	3.57	3.47	3.33	3.23	3.17	3.07	2.96	2.90	2.85	2.80	
0.9975	127	14.1	7.45	5.66	4.77	4.32	4.03	3.83	3.69	3.58	3.43	3.33	3.25	3.15	3.03	2.97	2.91	2.86	
0.9980	159	15.8	8.05	5.95	5.03	4.52	4.21	3.99	3.83	3.72	3.55	3.44	3.36	3.25	3.12	3.05	2.99	2.93	
0.9990	318	22.3	10.2	7.17	5.89	5.21	4.79	4.50	4.30	4.14	3.93	3.79	3.69	3.55	3.39	3.31	3.23	3.16	
0.9991	354	23.5	10.6	7.38	6.03	5.32	4.88	4.58	4.37	4.21	3.99	3.84	3.74	3.60	3.43	3.34	3.27	3.19	
0.9992	398	25.0	11.0	7.61	6.19	5.44	4.98	4.67	4.45	4.28	4.05	3.90	3.79	3.65	3.47	3.39	3.31	3.23	
0.9993	455	26.7	11.5	7.88	6.38	5.59	5.10	4.77	4.54	4.37	4.13	3.97	3.86	3.71	3.52	3.43	3.35	3.27	
0.9994	531	28.8	12.2	8.21	6.60	5.75	5.24	4.90	4.65	4.47	4.21	4.05	3.93	3.77	3.58	3.49	3.40	3.32	
0.9995	637	31.6	12.9	8.61	6.87	5.96	5.41	5.04	4.78	4.59	4.32	4.14	4.01	3.85	3.65	3.55	3.46	3.37	
0.9996	796	35.3	13.9	9.13	7.21	6.22	5.62	5.22	4.94	4.73	4.44	4.26	4.12	3.95	3.73	3.63	3.53	3.35	
0.9997	1061	40.8	15.4	9.83	7.67	6.56	5.90	5.46	5.15	4.93	4.61	4.40	4.26	4.07	3.83	3.73	3.62	3.53	
0.9998	1592	50.0	17.6	10.9	8.36	7.07	6.31	5.81	5.46	5.20	4.85	4.62	4.45	4.24	3.98	3.86	3.75	3.64	
0.9999	3183	70.7	22.2	13.0	9.68	8.02	7.06	6.44	6.01	5.69	5.26	4.99	4.79	4.54	4.23	4.09	3.96	3.84	

### 1.5.3 Graphique précis de la fonction de répartition



#### 1.5.4 Graphique large de la fonction de répartition

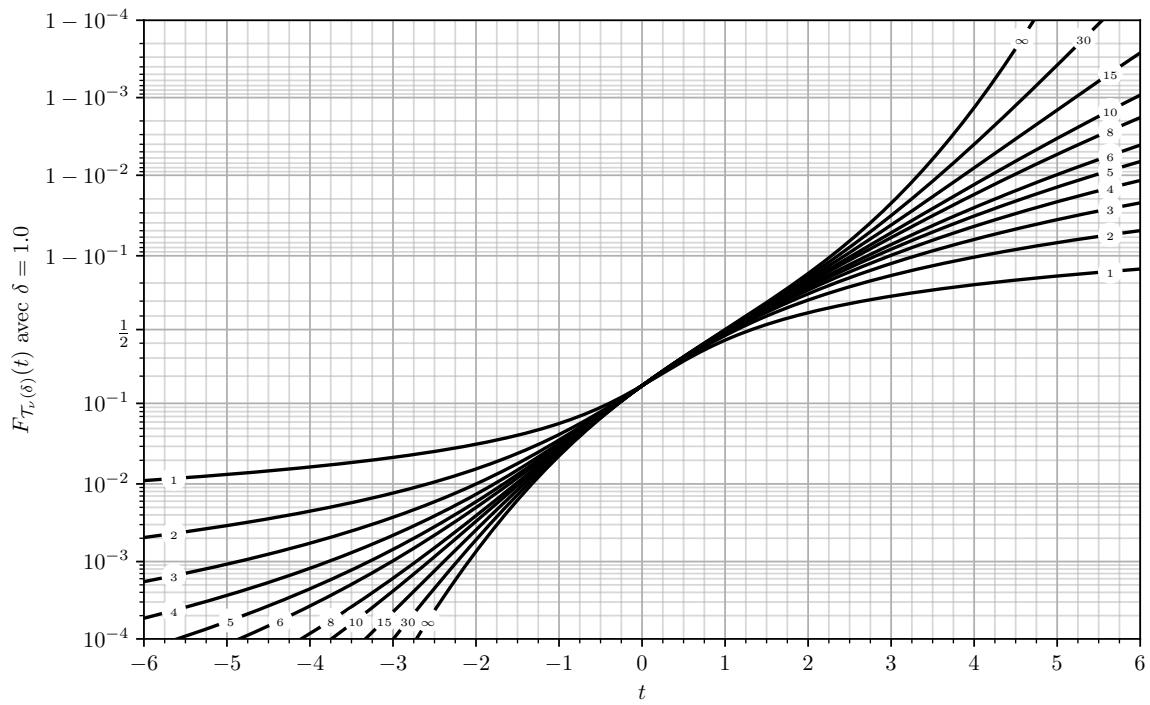
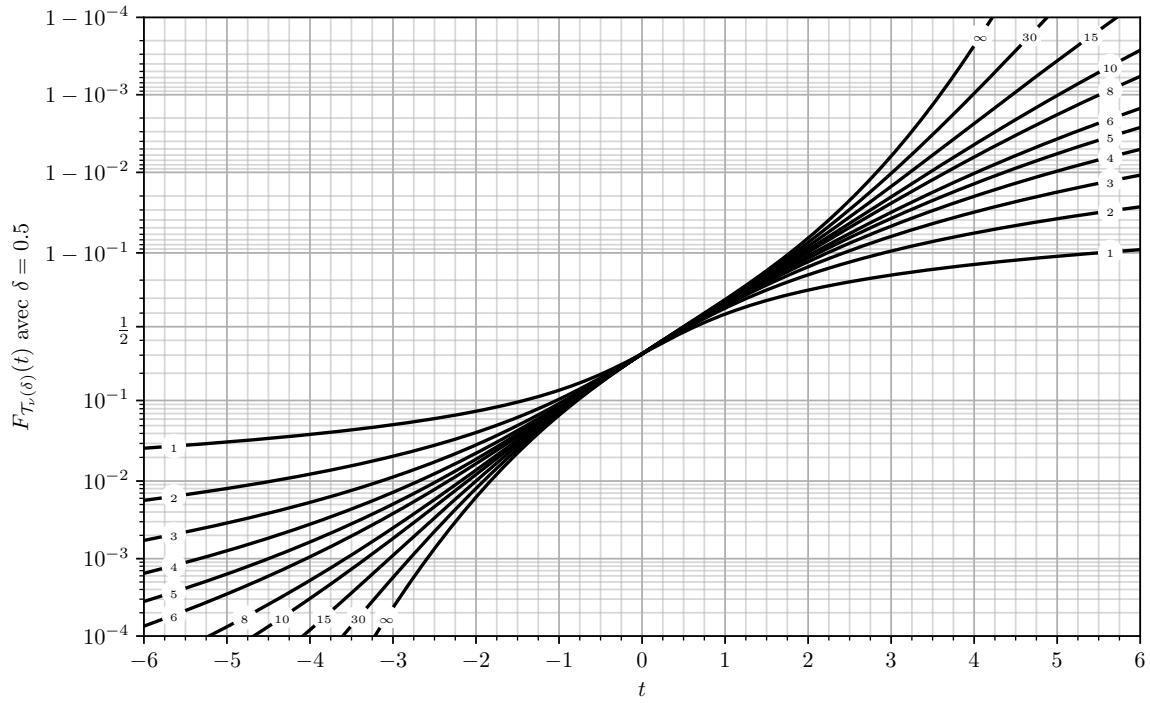


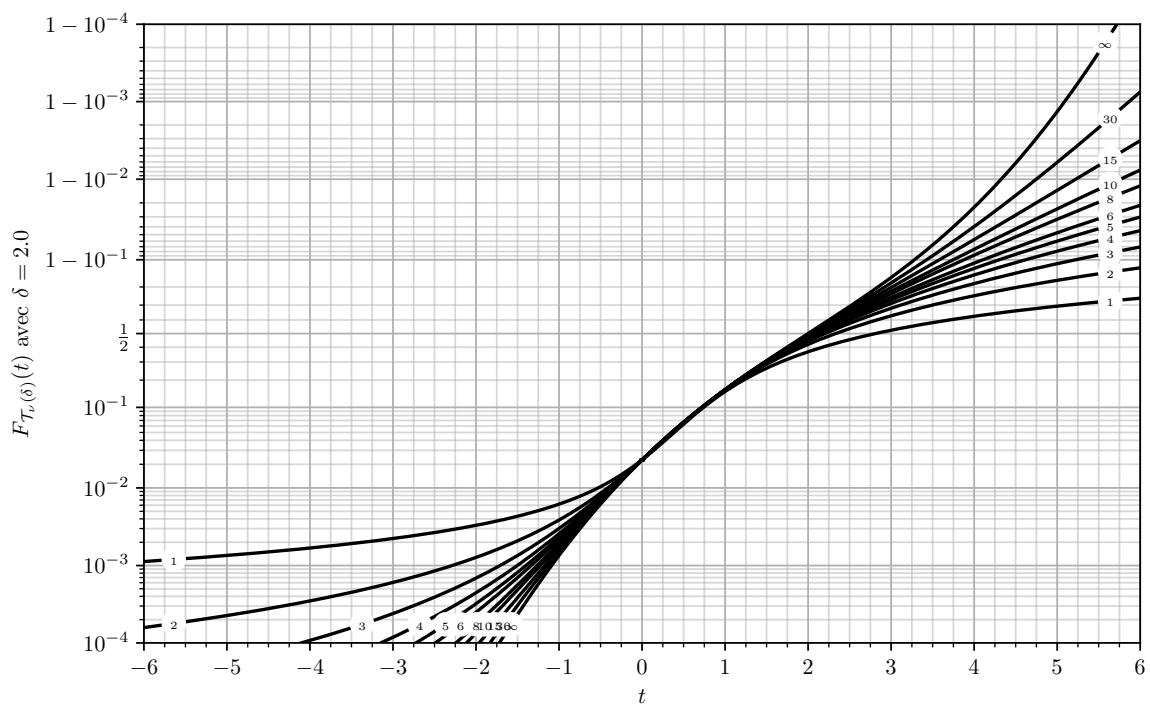
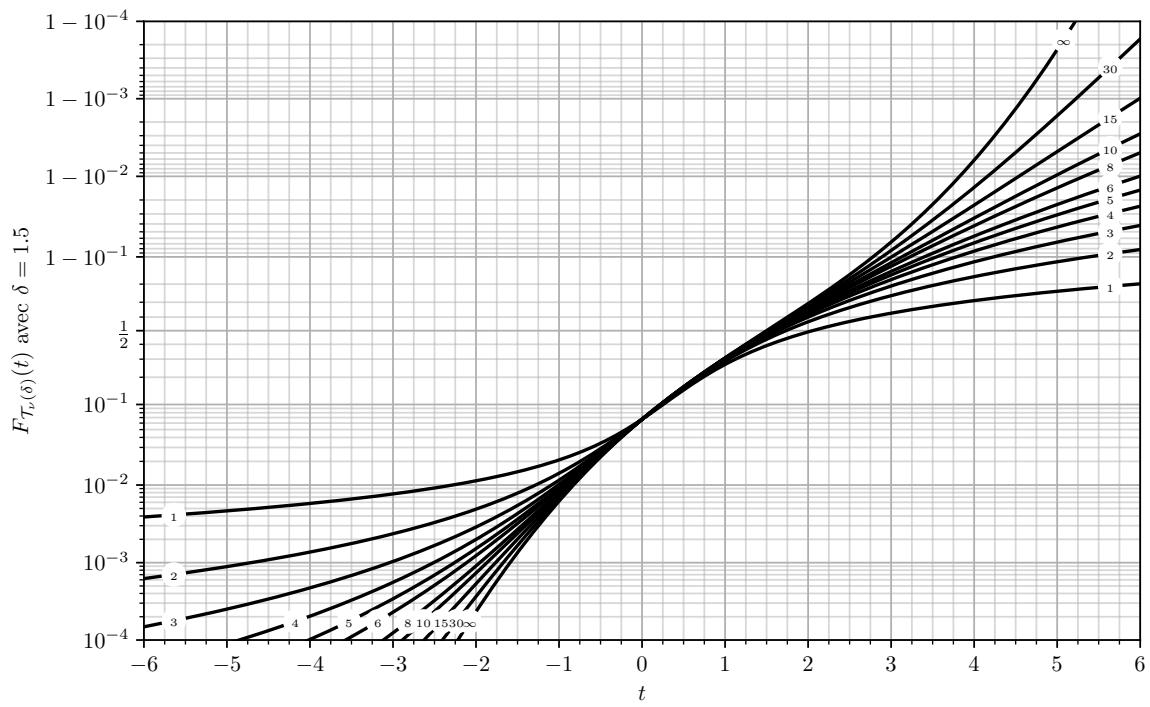
## 1.6 Loi de Student décentrée

— Propriétés connues :

$$\mathcal{T}_\nu(\delta) = -\mathcal{T}_\nu(-\delta), \text{ donc : } F_{\mathcal{T}_\nu(\delta)}(t) = 1 - F_{\mathcal{T}_\nu(-\delta)}(-t) \text{ et } F_{\mathcal{T}_\nu(\delta)}^{-1}(\alpha) = F_{\mathcal{T}_\nu(-\delta)}^{-1}(1 - \alpha)$$

$$\text{Limite : } \mathcal{T}_\infty(\delta) = N(\delta, 1)$$





## 1.7 Loi de Fisher

### 1.7.1 Propriétés

- Propriétés connues :

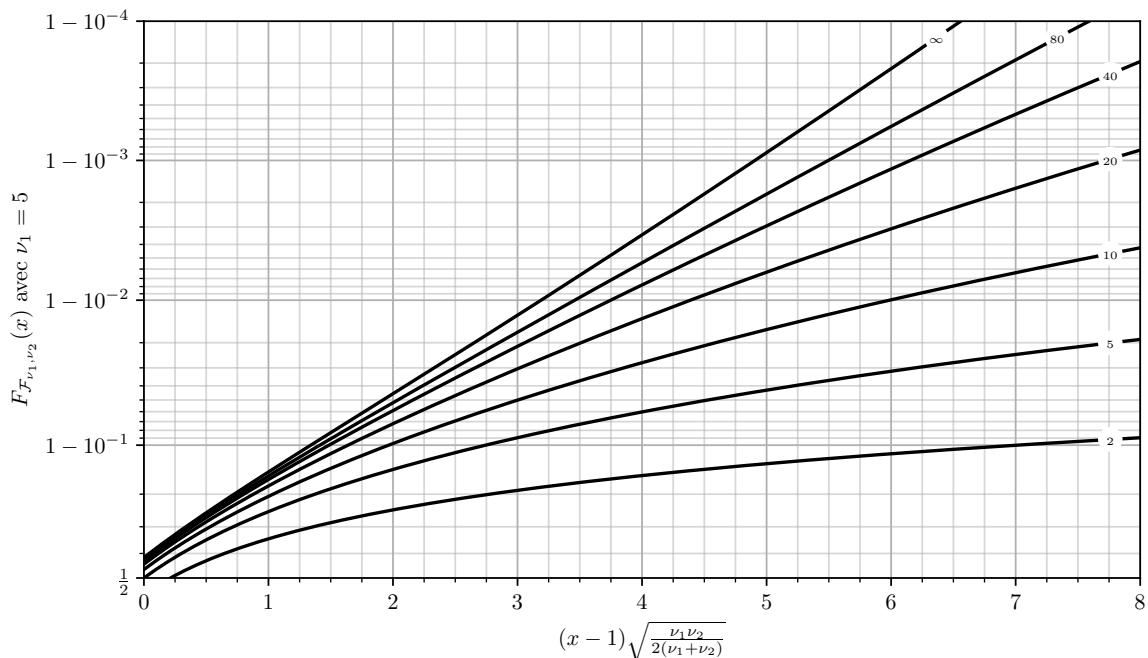
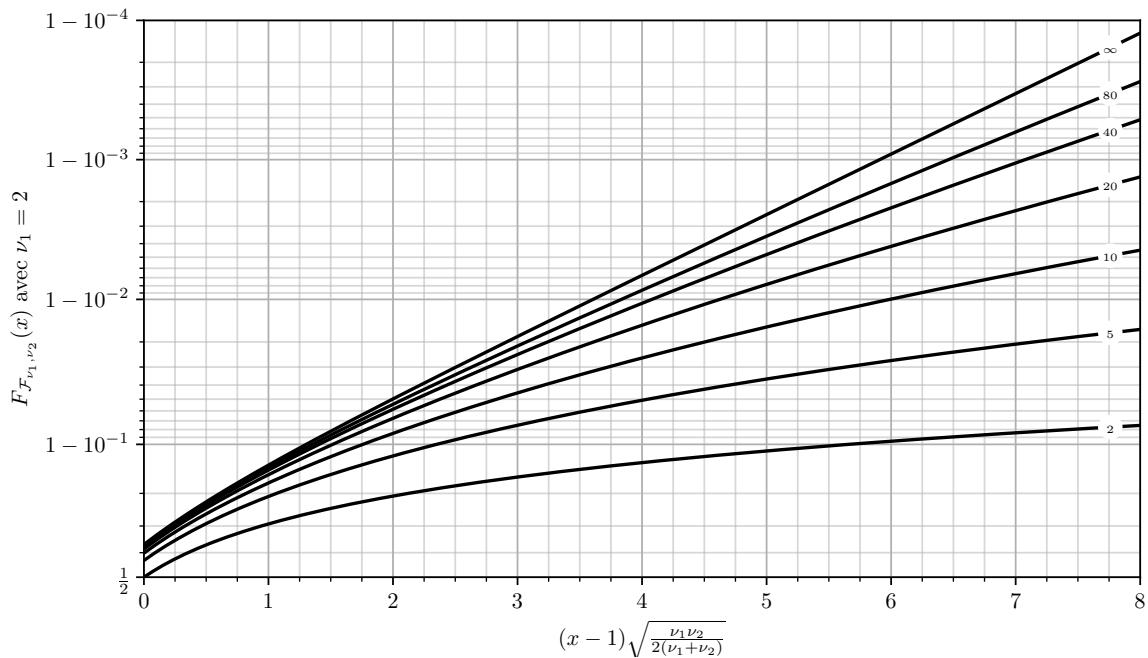
Cas particulier :  $\mathcal{F}_{1,\nu_2} = \mathcal{T}_{\nu_2}^2$ , donc  $F_{\mathcal{F}_{1,\nu_2}}(x) = 2F_{\mathcal{T}_{\nu_2}}(\sqrt{x}) - 1$  et  $F_{\mathcal{F}_{1,\nu_2}}^{-1}(\alpha) = \left(F_{\mathcal{T}_{\nu_2}}^{-1}\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)\right)^2$

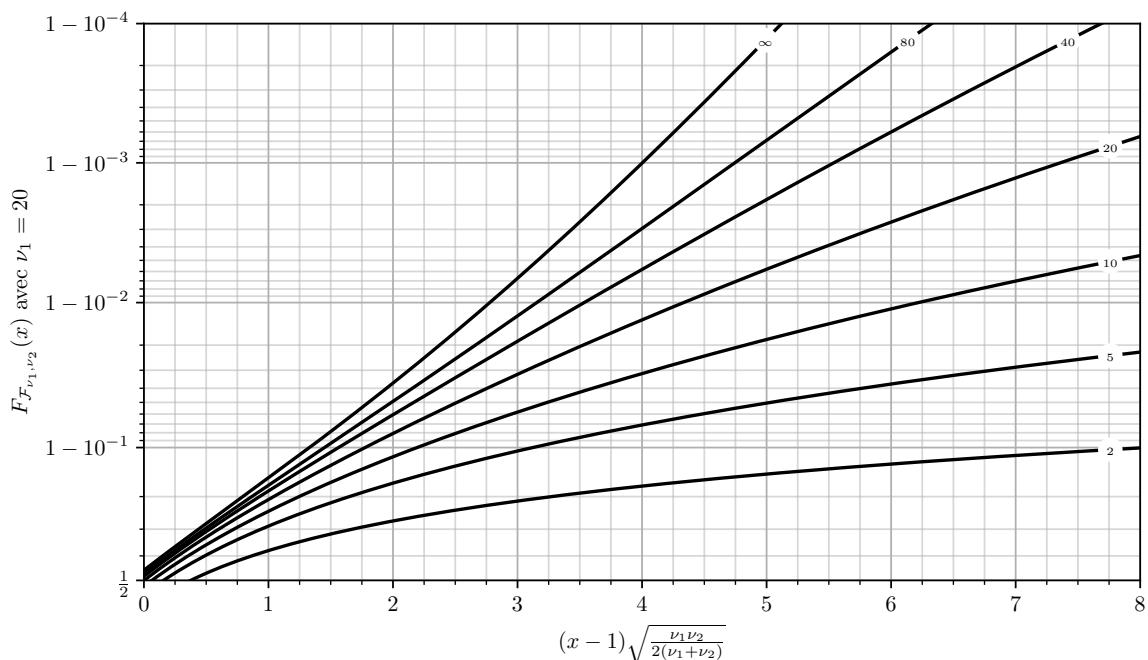
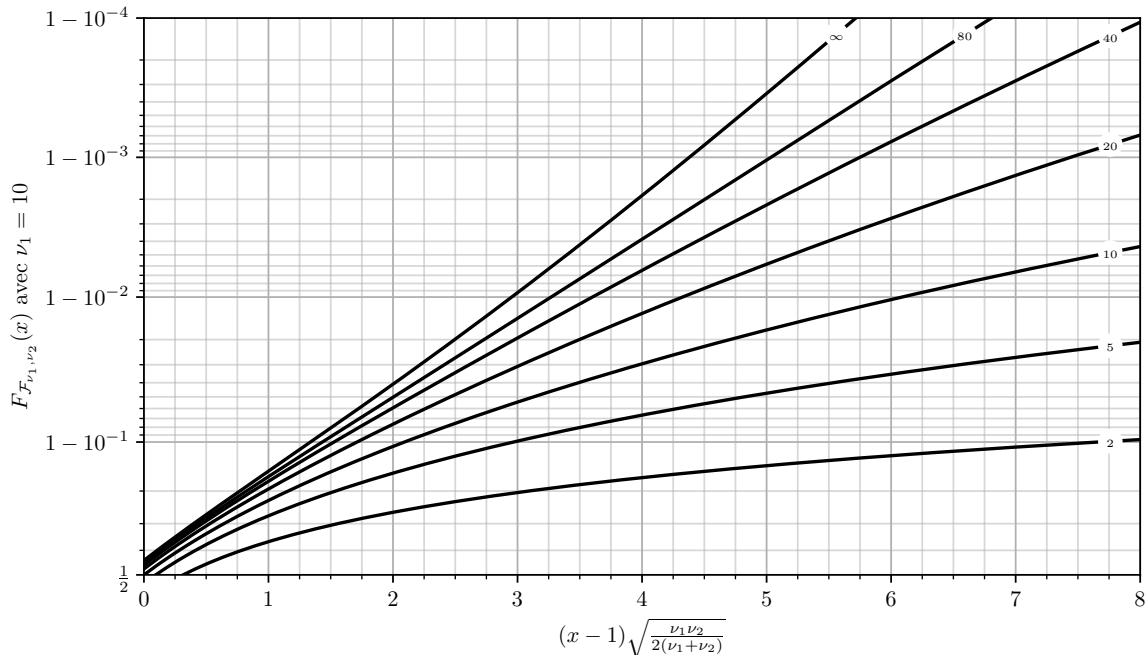
Inversion :  $\mathcal{F}_{\nu_1,\nu_2} = \frac{1}{\mathcal{F}_{\nu_2,\nu_1}}$  donc  $F_{\mathcal{F}_{\nu_1,\nu_2}}(x) = 1 - F_{\mathcal{F}_{\nu_2,\nu_1}}\left(\frac{1}{x}\right)$  et  $F_{\mathcal{F}_{\nu_1,\nu_2}}^{-1}(\alpha) = \frac{1}{F_{\mathcal{F}_{\nu_2,\nu_1}}^{-1}(1-\alpha)}$

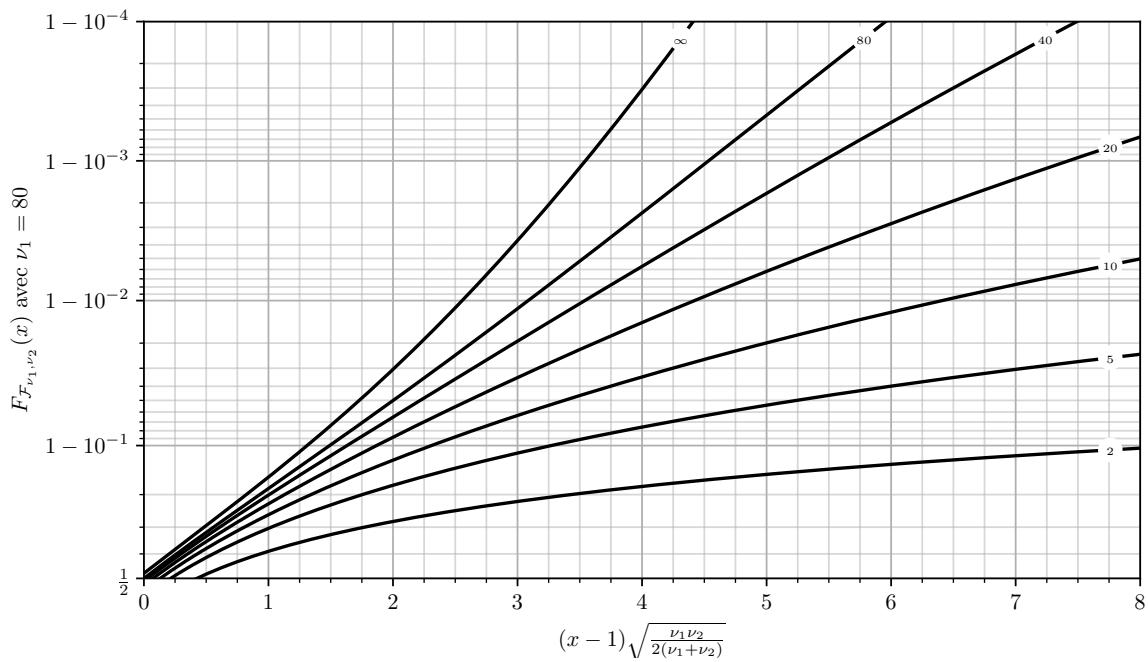
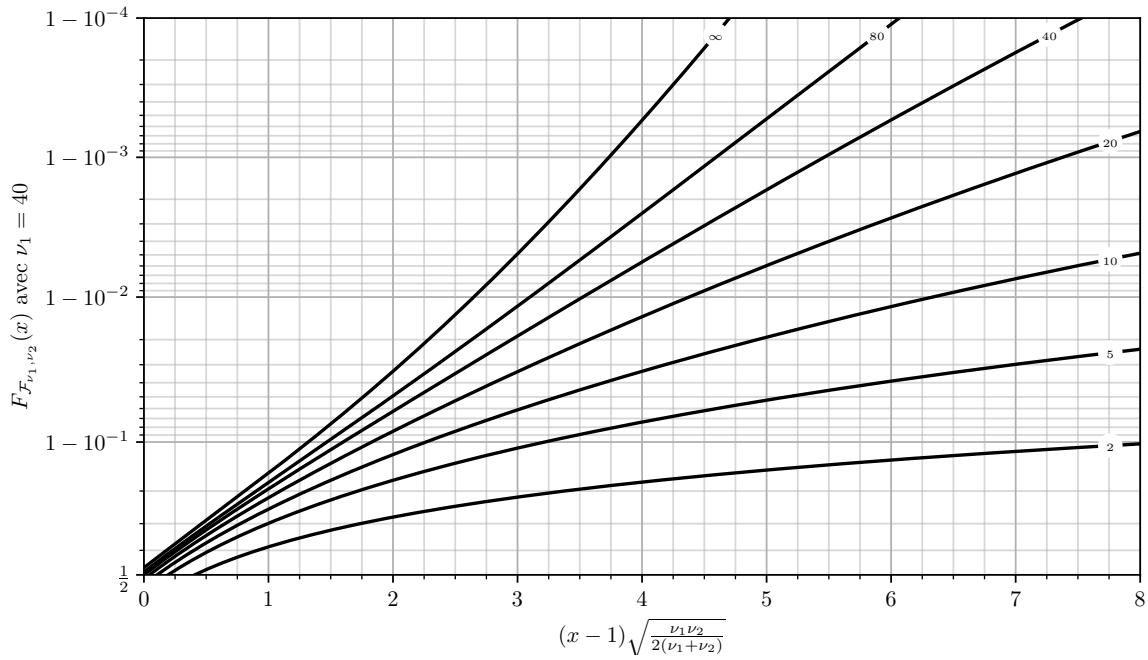
Limite :  $\mathcal{F}_{\nu_1,\infty} = \frac{\chi_{\nu_1}^2}{\nu_1}$  donc  $F_{\mathcal{F}_{\nu_1,\infty}} = F_{\chi_{\nu_1}^2}(x\nu_1)$  et  $F_{\mathcal{F}_{\nu_1,\infty}}^{-1} = F_{\chi_{\nu_1}^2}^{-1}(\alpha)/\nu_1$

- Fonction de répartition et fonction fractile approchées, cf. 1.8.3, p. 27.

### 1.7.2 Graphique de la fonction de répartition







### 1.7.3 Tables

				$f_{v_1, v_2, \alpha} = F_{\mathcal{F}_{v_1, v_2}}^{-1}(\alpha)$																								
$v_1$	$\alpha$	$v_2$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16	18	20	25	30	40	60	80	120	$\infty$	
		1	2	1.00	0.67	0.59	0.55	0.53	0.51	0.51	0.50	0.49	0.49	0.49	0.48	0.48	0.48	0.48	0.47	0.47	0.47	0.47	0.46	0.46	0.46	0.46	0.45	
0.500	0.500	1.00	0.67	0.59	0.55	0.53	0.51	0.51	0.50	0.49	0.49	0.49	0.48	0.48	0.48	0.48	0.47	0.47	0.47	0.47	0.46	0.46	0.46	0.46	0.45			
0.600	0.600	1.89	1.12	0.96	0.89	0.85	0.82	0.80	0.79	0.78	0.77	0.77	0.76	0.76	0.75	0.75	0.74	0.74	0.73	0.73	0.72	0.72	0.71	0.71	0.71			
0.700	0.700	3.85	1.92	1.56	1.42	1.34	1.29	1.25	1.23	1.21	1.19	1.18	1.17	1.17	1.16	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.09	1.08	1.07			
0.800	0.800	9.47	3.56	2.68	2.35	2.18	2.07	2.00	1.95	1.91	1.88	1.86	1.84	1.82	1.81	1.79	1.77	1.76	1.73	1.72	1.70	1.68	1.67	1.66	1.64			
0.900	0.900	39.9	8.53	5.54	4.54	4.06	3.78	3.59	3.46	3.36	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.05	3.01	2.97	2.92	2.88	2.84	2.79	2.77	2.75	2.71			
0.910	0.910	49.4	9.63	6.10	4.96	4.40	4.08	3.87	3.72	3.61	3.52	3.46	3.40	3.36	3.32	3.26	3.21	3.17	3.11	3.07	3.02	2.97	2.95	2.92	2.87			
0.920	0.920	62.7	11.0	6.79	5.44	4.80	4.43	4.19	4.02	3.89	3.80	3.72	3.66	3.61	3.56	3.49	3.44	3.40	3.33	3.28	3.23	3.17	3.14	3.12	3.06			
1	0.930	82.0	12.8	7.63	6.03	5.28	4.84	4.56	4.37	4.22	4.11	4.03	3.96	3.90	3.85	3.77	3.71	3.66	3.58	3.53	3.47	3.40	3.37	3.34	3.28			
0.940	0.940	112	15.2	8.71	6.76	5.86	5.35	5.02	4.79	4.62	4.50	4.39	4.31	4.24	4.19	4.10	4.03	3.97	3.88	3.82	3.75	3.67	3.64	3.61	3.54			
0.950	0.950	161	18.5	10.1	7.71	6.61	5.99	5.59	5.32	5.12	4.96	4.84	4.75	4.67	4.60	4.49	4.41	4.35	4.24	4.17	4.08	4.00	3.96	3.92	3.84			
0.960	0.960	253	23.5	12.1	8.99	7.60	6.82	6.33	5.75	5.57	5.42	5.30	5.21	5.12	5.00	4.90	4.83	4.69	4.61	4.51	4.41	4.36	4.31	4.22				
0.970	0.970	450	31.8	15.2	10.9	9.02	8.00	7.37	6.94	6.62	6.39	6.20	6.06	5.93	5.83	5.67	5.55	5.46	5.30	5.19	5.06	4.94	4.88	4.82	4.71			
0.975	0.975	648	38.5	17.4	12.2	10.0	8.81	8.07	7.57	7.21	6.94	6.72	6.55	6.41	6.30	6.12	5.98	5.87	5.69	5.57	5.42	5.29	5.22	5.15	5.02			
0.980	0.980	1013	48.5	20.6	14.0	11.3	9.88	8.99	8.39	7.96	7.64	7.39	7.19	7.02	6.89	6.67	6.51	6.39	6.18	6.04	5.87	5.71	5.64	5.56	5.41			
0.990	0.990	4052	98.5	34.1	21.2	16.3	13.7	12.2	11.3	10.6	10.0	9.65	9.33	9.07	8.86	8.53	8.29	8.10	7.77	7.56	7.31	7.08	6.96	6.85	6.63			
2	0.930	102	13.3	7.33	5.56	4.74	4.28	3.98	3.78	3.63	3.51	3.42	3.35	3.29	3.23	3.15	3.09	3.05	2.96	2.91	2.84	2.78	2.75	2.72	2.66			
0.940	0.940	138	15.7	8.29	6.16	5.20	4.66	4.32	4.08	3.91	3.78	3.67	3.59	3.52	3.46	3.37	3.30	3.25	3.16	3.09	3.02	2.95	2.91	2.88	2.81			
0.950	0.950	199	19.0	9.55	6.94	5.79	5.14	4.74	4.46	4.26	4.10	3.98	3.89	3.81	3.74	3.63	3.55	3.49	3.39	3.32	3.23	3.15	3.11	3.07	3.00			
0.960	0.960	312	24.0	11.3	8.00	6.56	5.77	5.28	4.94	4.70	4.52	4.37	4.26	4.17	4.09	3.96	3.87	3.80	3.67	3.59	3.49	3.40	3.35	3.31	3.22			
0.970	0.970	555	32.3	14.0	9.55	7.66	6.65	6.03	5.61	5.31	5.08	4.91	4.76	4.65	4.55	4.40	4.29	4.20	4.05	3.95	3.83	3.72	3.66	3.61	3.51			
0.975	0.975	799	39.0	16.0	10.6	8.43	7.26	6.54	6.06	5.71	5.46	5.26	5.10	4.97	4.86	4.69	4.56	4.46	4.29	4.18	4.05	3.93	3.86	3.80	3.69			
0.980	0.980	1249	49.0	18.9	12.1	9.45	8.05	7.20	6.64	6.23	5.93	5.70	5.52	5.37	5.24	5.05	4.90	4.79	4.59	4.47	4.32	4.18	4.11	4.04	3.91			
0.990	0.990	4999	99.0	30.8	18.0	13.3	10.9	9.55	8.65	8.02	7.56	7.21	6.93	6.70	6.51	6.23	6.01	5.85	5.57	5.39	5.18	4.98	4.88	4.79	4.61			
3	0.930	110	13.4	7.17	5.32	4.48	4.00	3.70	3.49	3.33	3.22	3.12	3.05	2.99	2.94	2.85	2.79	2.74	2.66	2.61	2.54	2.48	2.44	2.41	2.35			
0.940	0.940	150	15.8	8.08	5.88	4.89	4.34	3.99	3.75	3.57	3.44	3.33	3.25	3.18	3.12	3.03	2.96	2.91	2.81	2.75	2.68	2.61	2.57	2.54				
0.950	0.950	216	19.2	9.28	6.59	5.41	4.76	4.35	4.07	3.86	3.71	3.59	3.49	3.41	3.34	3.24	3.16	3.10	2.99	2.92	2.84	2.76	2.72	2.68				
0.960	0.960	337	24.2	11.0	7.56	6.10	5.30	4.81	4.48	4.23	4.05	3.91	3.80	3.70	3.62	3.50	3.41	3.34	3.21	3.13	3.04	2.95	2.90	2.86				
0.970	0.970	600	32.5	13.5	8.97	7.08	6.07	5.45	5.04	4.74	4.52	4.34	4.20	4.09	4.00	3.85	3.74	3.65	3.51	3.41	3.30	3.19	3.14	3.08				
0.975	0.975	864	39.2	15.4	9.98	7.76	6.60	5.89	5.42	5.08	4.83	4.63	4.47	4.35	4.24	4.08	3.95	3.86	3.79	3.64	3.54	3.48	3.40	3.28				
0.980	0.980	1351	49.2	18.1	11.3	8.67	7.29	6.45	5.90	5.51	5.22	4.99	4.81	4.67	4.55	4.36	4.22	4.11	3.93	3.81	3.67	3.53	3.47	3.40	3.28			
0.990	0.990	5403	99.2	29.5	16.7	12.1	9.78	8.45	7.59	6.99	6.55	6.22	5.95	5.74	5.56	5.29	5.09	4.94	4.68	4.51	4.31	4.13	4.04	3.95	3.78			
4	0.930	114	13.5	7.07	5.18	4.32	3.84	3.53	3.32	3.16	3.04	2.95	2.87	2.81	2.76	2.67	2.61	2.56	2.48	2.42	2.36	2.29	2.26	2.23	2.17			
0.940	0.940	156	15.9	7.95	5.71	4.71	4.15	3.79	3.55	3.37	3.24	3.13	3.05	2.98	2.92	2.83	2.76	2.70	2.61	2.54	2.47	2.40	2.36	2.33	2.26			
0.950	0.950	225	19.2	9.12	6.39	5.19	4.53	4.12	3.84	3.63	3.48	3.36	3.26	3.18	3.11	3.01	2.93	2.87	2.76	2.69	2.61	2.53	2.49	2.45	2.37			
0.960	0.960	351	24.2	10.8	7.31	5.83	5.04	4.54	4.21	3.97	3.78	3.64	3.53	3.43	3.36	3.23	3.14	3.07	2.95	2.87	2.77	2.68	2.64	2.59	2.51			
0.970	0.970	625	32.6	13.3	8.65	6.75	5.74	5.13	4.71	4.42	4.20	4.02	3.89	3.77	3.68	3.53	3.43	3.34	3.19	3.10	2.99	2.88	2.83	2.78	2.68			
0.975	0.975	900	39.2	15.1	9.60	7.39	6.23	5.52	5.05	4.72	4.47	4.28	4.12	4.00	3.89	3.73	3.61	3.51	3.35	3.25	3.13	3.01	2.95	2.89	2.79			
0.980	0.980	1406	49.2	17.7	10.9	8.23	6.86	6.03	5.49	5.10	4.82	4.59	4.42	4.28	4.16	3.97	3.84	3.73	3.55	3.43	3.30	3.16	3.04	2.92				
0.990	0.990	5625	99.2	28.7	16.0	11.4	9.15	7.85	7.01	6.42	5.99	5.67	5.21	5.04	4.77	4.58	4.43	4.18	3.83	3.65	3.56	3.48	3.32					

$v_1$	$\alpha$	$v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	25	30	40	60	80	120	$\infty$
	0.500		1.89	1.25	1.10	1.04	1.00	0.98	0.96	0.95	0.94	0.93	0.93	0.92	0.92	0.91	0.91	0.90	0.90	0.89	0.89	0.89	0.88	0.88	0.88	0.87	
	0.600		3.20	1.76	1.47	1.34	1.27	1.22	1.19	1.17	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.04	1.04	1.04	1.03	
	0.700		6.00	2.61	2.01	1.77	1.64	1.56	1.51	1.47	1.44	1.41	1.39	1.38	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.29	1.28	1.26	1.24	1.24	1.23	1.21	
	0.800		14.0	4.28	2.97	2.48	2.23	2.08	1.97	1.90	1.85	1.80	1.77	1.74	1.72	1.70	1.67	1.64	1.62	1.59	1.57	1.54	1.51	1.50	1.48	1.46	
	0.900		57.2	9.29	5.31	4.05	3.45	3.11	2.88	2.73	2.61	2.52	2.45	2.39	2.35	2.31	2.24	2.20	2.16	2.09	2.05	2.00	1.95	1.92	1.90	1.85	
	0.910		70.8	10.4	5.77	4.34	3.67	3.28	3.04	2.86	2.74	2.64	2.56	2.50	2.45	2.40	2.33	2.28	2.24	2.17	2.12	2.07	2.01	1.98	1.96	1.90	
	0.920		89.7	11.8	6.32	4.68	3.92	3.49	3.21	3.02	2.88	2.77	2.68	2.62	2.56	2.51	2.44	2.38	2.33	2.26	2.20	2.14	2.08	2.05	2.02	1.97	
5	0.930		117	13.6	7.00	5.09	4.22	3.73	3.42	3.20	3.04	2.92	2.83	2.75	2.69	2.64	2.55	2.49	2.44	2.35	2.30	2.23	2.16	2.13	2.10	2.04	
	0.940		160	16.0	7.87	5.60	4.59	4.02	3.67	3.42	3.24	3.10	3.00	2.91	2.84	2.78	2.69	2.62	2.56	2.47	2.41	2.33	2.26	2.22	2.19	2.12	
	0.950		230	19.3	9.01	6.26	5.05	4.39	3.97	3.69	3.48	3.33	3.20	3.11	3.03	2.96	2.85	2.77	2.71	2.60	2.53	2.45	2.37	2.33	2.29	2.21	
	0.960		360	24.3	10.6	7.14	5.66	4.86	4.37	4.03	3.79	3.61	3.46	3.35	3.26	3.18	3.06	2.97	2.89	2.77	2.69	2.60	2.50	2.46	2.41	2.33	
	0.970		640	32.6	13.1	8.44	6.54	5.53	4.91	4.50	4.21	3.99	3.81	3.68	3.56	3.47	3.33	3.22	3.13	2.99	2.90	2.78	2.68	2.62	2.57	2.47	
	0.975		922	39.3	14.9	9.36	7.15	5.99	5.29	4.82	4.48	4.24	4.04	3.89	3.77	3.66	3.50	3.38	3.29	3.13	3.03	2.90	2.79	2.73	2.67	2.57	
	0.980		1441	49.3	17.4	10.6	7.95	6.58	5.76	5.22	4.84	4.55	4.34	4.16	4.02	3.90	3.72	3.59	3.48	3.30	3.19	3.05	2.92	2.86	2.80	2.68	
	0.990		5764	99.3	28.2	15.5	11.0	8.75	7.46	6.63	6.06	5.64	5.32	5.06	4.86	4.69	4.44	4.25	4.10	3.85	3.70	3.51	3.34	3.26	3.17	3.02	
	0.500		1.94	1.28	1.13	1.06	1.02	1.00	0.98	0.97	0.96	0.95	0.95	0.94	0.94	0.93	0.93	0.92	0.92	0.91	0.91	0.90	0.90	0.90	0.90	0.89	
	0.600		3.27	1.80	1.49	1.36	1.29	1.24	1.21	1.19	1.17	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.05	1.04	1.04		
	0.700		6.12	2.64	2.03	1.78	1.65	1.57	1.51	1.47	1.44	1.41	1.39	1.38	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.28	1.27	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	
	0.800		14.3	4.32	2.97	2.47	2.22	2.06	1.96	1.88	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.67	1.64	1.62	1.60	1.56	1.54	1.51	1.48	1.47	1.45	1.43	
	0.900		58.2	9.33	5.28	4.01	3.40	3.05	2.83	2.67	2.55	2.46	2.39	2.33	2.28	2.24	2.18	2.13	2.09	2.02	1.98	1.93	1.87	1.85	1.82	1.77	
	0.910		71.9	10.4	5.74	4.29	3.61	3.22	2.97	2.80	2.67	2.57	2.49	2.43	2.38	2.33	2.26	2.21	2.17	2.09	2.05	1.99	1.93	1.91	1.88	1.82	
	0.920		91.2	11.8	6.28	4.62	3.86	3.42	3.14	2.95	2.80	2.69	2.61	2.54	2.48	2.43	2.36	2.30	2.25	2.17	2.12	2.06	2.00	1.97	1.94	1.88	
6	0.930		119	13.6	6.96	5.03	4.15	3.65	3.34	3.12	2.96	2.84	2.74	2.67	2.60	2.55	2.46	2.40	2.35	2.26	2.21	2.14	2.07	2.04	2.01	1.94	
	0.940		162	16.0	7.81	5.52	4.50	3.93	3.57	3.33	3.15	3.01	2.90	2.82	2.74	2.68	2.59	2.52	2.46	2.37	2.30	2.23	2.16	2.12	2.08		
	0.950		234	19.3	8.94	6.16	4.95	4.28	3.87	3.58	3.37	3.22	3.09	3.00	2.92	2.85	2.74	2.66	2.60	2.49	2.42	2.34	2.25	2.21	2.18	2.10	
	0.960		366	24.3	10.5	7.03	5.54	4.74	4.24	3.91	3.66	3.48	3.34	3.22	3.13	3.05	2.93	2.84	2.77	2.64	2.56	2.47	2.37	2.33	2.29	2.20	
	0.970		651	32.7	12.9	8.30	6.39	5.38	4.77	4.35	4.06	3.84	3.67	3.53	3.42	3.32	3.18	3.07	2.99	2.84	2.75	2.64	2.53	2.48	2.43	2.33	
	0.975		937	39.3	14.7	9.20	6.98	5.82	5.12	4.65	4.32	4.07	3.88	3.73	3.60	3.50	3.34	3.22	3.13	2.97	2.87	2.74	2.63	2.57	2.52	2.41	
	0.980		1464	49.3	17.2	10.4	7.76	6.39	5.58	5.04	4.65	4.37	4.15	3.98	3.84	3.72	3.54	3.41	3.30	3.13	3.01	2.88	2.75	2.68	2.62	2.51	
	0.990		5859	99.3	27.9	15.2	10.7	8.47	7.19	6.37	5.80	5.39	5.07	4.82	4.62	4.46	4.20	4.01	3.87	3.63	3.47	3.29	3.12	3.04	2.96	2.80	
	0.500		1.98	1.30	1.15	1.08	1.04	1.02	1.00	0.99	0.98	0.96	0.96	0.96	0.95	0.94	0.94	0.93	0.92	0.92	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	
	0.600		3.32	1.82	1.51	1.37	1.30	1.25	1.22	1.20	1.18	1.16	1.15	1.14	1.13	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07	1.06	1.06	1.05	1.04	
	0.700		6.20	2.66	2.04	1.79	1.65	1.57	1.51	1.47	1.44	1.41	1.39	1.37	1.36	1.35	1.33	1.31	1.30	1.28	1.27	1.25	1.23	1.22	1.21	1.20	
	0.800		14.4	4.34	2.97	2.47	2.21	2.05	1.94	1.87	1.81	1.77	1.73	1.70	1.68	1.65	1.62	1.60	1.58	1.54	1.52	1.49	1.46	1.44	1.43	1.40	
	0.900		58.9	9.35	5.27	3.98	3.37	3.01	2.78	2.62	2.51	2.41	2.34	2.28	2.23	2.21	2.19	2.13	2.04	1.97	1.93	1.87	1.79	1.77	1.72		
	0.910		72.8	10.5	5.72	4.26	3.57	3.18	2.93	2.75	2.62	2.52	2.44	2.38	2.32	2.28	2.21	2.15	2.11	2.04	1.99	1.93	1.87	1.84	1.82	1.76	
	0.920		92.3	11.9	6.26	4.58	3.81	3.37	3.09	2.89	2.75	2.64	2.55	2.48	2.42	2.37	2.30	2.24	2.19	2.11	2.06	1.99	1.93	1.89	1.87	1.81	
7	0.930		121	13.6	6.92	4.98	4.09	3.60	3.28	3.06	2.90	2.77	2.68	2.60	2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.23	2.19	2.14	2.07	2.00	1.97	1.93	
	0.940		164	16.0	7.77	5.47	4.44	3.87	3.51	3.26	3.08	2.94	2.83	2.74	2.67	2.61	2.52	2.44	2.39	2.29	2.23	2.15	2.08	2.04	2.00	1.93	
	0.950		237	19.4	8.89	6.09	4.88	4.21	3.79	3.50	3.29	3.14	3.01	2.91	2.83	2.76	2.66	2.58	2.51	2.40	2.33	2.25	2.17	2.13	2.09	2.01	
	0.960		370	24.4	10.5	6.94	5.45	4.65	4.15	3.81	3.57	3.39	3.24	3.10	2.96	2.83	2.74	2.67	2.55	2.47	2.37	2.28	2.23	2.19	2.10		
	0.970		658	32.7	12.9	8.19	6.28	5.27	4.65	4.24	3.95	3.73	3.55	3.42	3.31	3.21	3.07	2.96	2.88	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.22	
	0.975		948	39.4	14.6	9.07	6.85	5.70	4.99	4.53	4.20	3.95	3.76	3.61	3.48	3.38	3.22	3.10	2.85	2.76	2.62	2.51	2.45	2.39	2.29		
	0.980		1482	49.4	17.1	10.3	7.61	6.25	5.44	4.90	4.52	4.23	4.02	3.85	3.71	3.59	3.41	3.27	3.17	2.99	2.88	2.74	2.62	2.55	2.49	2.37	
	0.990		5928	99.4	27.7	15.0	10.5	8.26	6.99</																		

$v_1$	$\alpha$	$v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	25	30	40	60	80	120	$\infty$
9	0.500		2.03	1.33	1.17	1.10	1.06	1.04	1.02	1.01	0.99	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97	0.96	0.96	0.95	0.95	0.94	0.94	0.93	0.93	0.93	0.93	
	0.600		3.39	1.85	1.53	1.39	1.31	1.27	1.23	1.21	1.19	1.17	1.16	1.15	1.14	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07	1.06	1.06	1.05	
	0.700		6.32	2.69	2.06	1.80	1.66	1.57	1.51	1.47	1.43	1.41	1.39	1.37	1.35	1.34	1.32	1.31	1.29	1.27	1.26	1.24	1.22	1.21	1.20	1.18	
	0.800		14.7	4.37	2.98	2.46	2.20	2.03	1.93	1.85	1.79	1.74	1.70	1.67	1.65	1.63	1.59	1.56	1.54	1.51	1.48	1.45	1.42	1.41	1.39	1.36	
	0.900		59.9	9.38	5.24	3.94	3.32	2.96	2.72	2.56	2.44	2.35	2.27	2.21	2.16	2.12	2.06	2.00	1.96	1.89	1.85	1.79	1.74	1.71	1.68	1.63	
	0.910		74.0	10.5	5.68	4.21	3.51	3.12	2.86	2.68	2.55	2.44	2.36	2.30	2.24	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.90	1.84	1.78	1.76	1.73	1.67	
	0.920		93.7	11.9	6.22	4.52	3.74	3.30	3.01	2.81	2.67	2.56	2.47	2.40	2.34	2.29	2.21	2.15	2.10	2.02	1.97	1.90	1.84	1.81	1.77	1.71	
	0.930		123	13.7	6.87	4.91	4.02	3.51	3.19	2.97	2.81	2.68	2.59	2.51	2.44	2.39	2.30	2.23	2.18	2.09	2.04	1.96	1.89	1.86	1.83	1.76	
	0.940		167	16.1	7.71	5.39	4.35	3.77	3.41	3.16	2.98	2.84	2.73	2.64	2.57	2.50	2.41	2.34	2.28	2.18	2.12	2.04	1.96	1.92	1.89	1.82	
	0.950		241	19.4	8.81	6.00	4.77	4.10	3.68	3.39	3.18	3.02	2.90	2.80	2.71	2.65	2.54	2.46	2.39	2.28	2.21	2.12	2.04	2.00	1.96	1.88	
10	0.960		376	24.4	10.4	6.83	5.33	4.52	4.02	3.68	3.44	3.25	3.11	3.00	2.90	2.82	2.70	2.61	2.53	2.41	2.33	2.23	2.14	2.09	2.04	1.96	
	0.970		669	32.7	12.7	8.04	6.13	5.12	4.50	4.09	3.79	3.57	3.40	3.26	3.15	3.06	2.91	2.80	2.72	2.57	2.48	2.37	2.26	2.20	2.15	2.05	
	0.975		963	39.4	14.5	8.90	6.68	5.52	4.82	4.36	3.78	3.59	3.44	3.31	3.21	3.05	2.93	2.84	2.68	2.57	2.45	2.33	2.28	2.22	2.11		
	0.980		1505	49.4	16.9	10.1	7.42	6.05	5.24	4.70	4.33	4.04	3.83	3.66	3.52	3.40	3.22	3.09	2.98	2.81	2.69	2.56	2.43	2.37	2.30	2.19	
	0.990		6022	99.4	27.3	14.7	10.2	7.98	6.72	5.91	5.35	4.94	4.63	4.39	4.19	4.03	3.78	3.60	3.46	3.22	3.07	2.89	2.72	2.64	2.56	2.41	
	0.500		2.04	1.35	1.18	1.11	1.07	1.05	1.03	1.02	1.01	1.00	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97	0.97	0.96	0.96	0.95	0.94	0.94	0.94	0.93	0.93	
	0.600		3.41	1.86	1.54	1.40	1.32	1.27	1.24	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07	1.06	1.06	1.05	
	0.700		6.36	2.70	2.06	1.80	1.66	1.57	1.51	1.47	1.43	1.41	1.38	1.37	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.27	1.25	1.23	1.22	1.21	1.20	1.18	
	0.800		14.8	4.38	2.98	2.46	2.19	2.03	1.92	1.84	1.78	1.73	1.69	1.66	1.64	1.62	1.58	1.55	1.53	1.49	1.47	1.44	1.41	1.39	1.37	1.34	
	0.900		60.2	9.39	5.23	3.92	3.30	2.94	2.70	2.54	2.42	2.32	2.25	2.19	2.14	2.10	2.03	1.98	1.94	1.87	1.82	1.76	1.71	1.68	1.65	1.60	
11	0.910		74.4	10.5	5.67	4.19	3.49	3.09	2.83	2.65	2.52	2.42	2.34	2.27	2.22	2.17	2.10	2.04	2.00	1.92	1.87	1.81	1.75	1.72	1.69	1.64	
	0.920		94.3	11.9	6.20	4.50	3.72	3.27	2.98	2.79	2.64	2.53	2.44	2.36	2.31	2.25	2.25	2.18	2.12	2.07	1.98	1.93	1.86	1.80	1.77	1.68	
	0.930		123	13.7	6.86	4.89	3.99	3.48	3.16	2.94	2.78	2.65	2.55	2.47	2.41	2.35	2.35	2.26	2.20	2.15	2.06	2.00	1.93	1.86	1.82	1.72	
	0.940		168	16.1	7.69	5.36	4.32	3.74	3.37	3.12	2.94	2.80	2.69	2.60	2.53	2.47	2.37	2.30	2.24	2.14	2.07	2.00	1.92	1.88	1.84	1.77	
	0.950		242	19.4	8.79	5.96	4.74	4.06	3.64	3.35	3.14	2.98	2.85	2.75	2.67	2.60	2.49	2.41	2.35	2.24	2.16	2.08	1.99	1.95	1.91	1.83	
	0.960		378	24.4	10.3	6.79	5.29	4.48	3.98	3.64	3.39	3.21	3.06	2.95	2.85	2.77	2.65	2.56	2.48	2.36	2.28	2.18	2.08	2.04	1.99	1.90	
	0.970		673	32.7	12.7	7.99	6.07	5.06	4.44	4.03	3.73	3.51	3.34	3.20	3.09	3.00	2.85	2.74	2.66	2.51	2.42	2.31	2.20	2.14	2.09	1.99	
	0.975		969	39.4	14.4	8.84	6.62	5.46	4.76	4.30	3.96	3.72	3.53	3.37	3.25	3.15	2.99	2.87	2.77	2.61	2.51	2.39	2.27	2.21	2.16	2.05	
	0.980		1514	49.4	16.9	10.0	7.34	5.98	5.17	4.63	4.26	3.97	3.76	3.59	3.45	3.33	3.15	3.02	2.91	2.74	2.62	2.49	2.36	2.30	2.23	2.12	
	0.990		6056	99.4	27.2	14.5	10.1	7.87	6.62	5.81	5.26	4.85	4.54	4.30	4.10	3.94	3.69	3.51	3.37	3.13	2.98	2.80	2.63	2.55	2.47	2.32	
12	0.500		2.06	1.35	1.19	1.12	1.08	1.05	1.04	1.02	1.01	1.00	0.99	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97	0.96	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
	0.600		3.43	1.87	1.54	1.40	1.32	1.28	1.24	1.20	1.18	1.17	1.16	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07	1.06	1.06	1.05		
	0.700		6.39	2.71	2.07	1.80	1.66	1.57	1.51	1.47	1.43	1.40	1.38	1.36	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.26	1.25	1.23	1.21	1.20	1.19	1.17	
	0.800		14.8	4.39	2.98	2.46	2.19	2.02	1.91	1.83	1.77	1.72	1.69	1.65	1.63	1.61	1.57	1.54	1.52	1.48	1.46	1.42	1.39	1.36	1.33		
	0.900		60.5	9.40	5.22	3.91	3.28	2.92	2.68	2.52	2.40	2.30	2.23	2.17	2.12	2.07	2.01	1.95	1.91	1.84	1.79	1.74	1.68	1.65	1.63	1.57	
	0.910		74.7	10.5	5.66	4.17	3.47	3.07	2.81	2.63	2.50	2.39	2.39	2.31	2.25	2.19	2.15	2.07	2.02	1.97	1.90	1.84	1.78	1.72	1.69	1.66	
	0.920		94.7	11.9	6.19	4.49	3.70	3.25	2.96	2.76	2.61	2.50	2.41	2.34	2.28	2.23	2.15	2.09	2.04	1.96	1.90	1.83	1.77	1.74	1.71	1.64	
	0.930		124	13.7	6.84	4.86	3.97	3.46	3.14	3.09	2.91	2.77	2.66	2.57	2.49	2.43	2.34	2.26	2.20	2.10	2.04	1.96	1.88	1.84	1.81	1.73	
	0.940		169	16.1	7.67	5.31	4.27	3.69	3.32	3.07	2.88	2.74	2.63	2.54	2.47	2.40	2.31	2.23	2.18	2.07	2.01	1.93	1.85	1.81	1.77	1.70	
	0.950		244	19.4	8.74	5.91	4.68	4.00	3.57	3.28	3.07	2.91	2.79	2.69	2.60	2.53	2.42	2.34	2.28	2.16	2.09	2.00	1.92	1.88	1.83	1.75	
13	0.960		381	24.4	10.3	6.72	5.22	4.41	3.90	3.56	3.32	3.13	2.99	2.87	2.78	2.70	2.57	2.48	2.40	2.28	2.19	2.10	2.00	1.95	1.91	1.82	
	0.970		678	32.7	12.6	7.91	5.99	4.98	4.36	3.94	3.65	3.43	3.25	3.12	3.00	2.91	2.76	2.65	2.57	2.42	2.33	2.21	2.10	2.05	1.99	1.90	
	0.975		977	39.4	14.3	8.75	6.52	5.37	4.67	4.20	3.87	3.62	3.43	3.28	3.15	3.05	2.89	2.77	2.68	2.51	2.41	2.29	2.17	2.11	2.05	1.94	
	0.980		1526	49.4	16.8	9.89	7.23	5																			

$v_1$	$\alpha$	$v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	25	30	40	60	80	120	$\infty$
13	0.500		2.08	1.37	1.20	1.13	1.09	1.06	1.05	1.03	1.02	1.02	1.01	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97	0.96	0.96	0.95	0.95	0.95	
	0.600		3.46	1.88	1.55	1.41	1.33	1.28	1.25	1.22	1.20	1.19	1.17	1.16	1.15	1.15	1.13	1.12	1.12	1.10	1.09	1.08	1.07	1.07	1.06	1.05	
	0.700		6.44	2.73	2.07	1.81	1.66	1.57	1.51	1.46	1.43	1.40	1.38	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.26	1.24	1.22	1.20	1.19	1.18	1.16	
	0.800		15.0	4.40	2.98	2.45	2.18	2.01	1.90	1.82	1.76	1.71	1.67	1.64	1.61	1.59	1.55	1.53	1.50	1.46	1.44	1.40	1.37	1.36	1.34	1.31	
	0.900		60.9	9.41	5.21	3.89	3.26	2.89	2.65	2.49	2.36	2.27	2.19	2.13	2.08	2.04	1.97	1.92	1.87	1.80	1.75	1.70	1.64	1.61	1.58	1.52	
	0.910		75.3	10.5	5.65	4.15	3.45	3.04	2.78	2.60	2.46	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.03	1.98	1.93	1.85	1.80	1.74	1.68	1.65	1.62	1.55	
	0.920		95.4	11.9	6.17	4.46	3.67	3.22	2.93	2.72	2.57	2.46	2.37	2.30	2.24	2.19	2.10	2.04	1.99	1.91	1.85	1.79	1.72	1.69	1.65	1.59	
	0.930		125	13.7	6.82	4.83	3.93	3.42	3.10	2.87	2.70	2.58	2.48	2.40	2.33	2.28	2.19	2.12	2.07	1.97	1.91	1.84	1.77	1.73	1.70	1.63	
	0.940		170	16.1	7.64	5.30	4.25	3.67	3.30	3.04	2.86	2.72	2.61	2.52	2.44	2.38	2.28	2.21	2.15	2.05	1.98	1.90	1.82	1.78	1.75	1.67	
	0.950		245	19.4	8.73	5.89	4.66	3.98	3.55	3.26	3.05	2.89	2.76	2.66	2.58	2.51	2.40	2.31	2.25	2.14	2.06	1.97	1.89	1.84	1.80	1.72	
14	0.600		383	24.4	10.3	6.70	5.19	4.38	3.88	3.53	3.29	3.10	2.96	2.84	2.75	2.67	2.54	2.45	2.37	2.24	2.16	2.06	1.97	1.92	1.87	1.78	
	0.700		680	32.8	12.6	7.88	5.96	4.94	4.32	3.91	3.61	3.39	3.22	3.08	2.97	2.88	2.73	2.62	2.53	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.96	1.86	
	0.800		980	39.4	14.3	8.71	6.49	5.33	4.63	4.16	3.83	3.58	3.39	3.24	3.12	3.01	2.85	2.73	2.64	2.48	2.37	2.25	2.13	2.07	2.01	1.90	
	0.900		1531	49.4	16.7	9.85	7.19	5.83	5.02	4.49	4.11	3.83	3.61	3.44	3.30	3.18	3.00	2.87	2.77	2.59	2.47	2.34	2.21	2.14	2.08	1.96	
	0.910		6126	99.4	27.0	14.3	9.82	7.66	6.41	5.05	4.65	4.34	4.10	3.91	3.75	3.50	3.32	3.18	2.94	2.79	2.61	2.44	2.36	2.28	2.13		
	0.920		2.09	1.37	1.21	1.13	1.09	1.07	1.05	1.04	1.03	1.02	1.01	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.95	0.95		
	0.930		3.47	1.89	1.56	1.41	1.33	1.28	1.25	1.22	1.20	1.19	1.18	1.16	1.15	1.14	1.13	1.12	1.10	1.10	1.08	1.07	1.07	1.06	1.05		
	0.940		6.46	2.73	2.07	1.81	1.66	1.57	1.51	1.46	1.43	1.40	1.38	1.36	1.34	1.33	1.31	1.29	1.28	1.26	1.24	1.22	1.20	1.19	1.18	1.16	
	0.950		15.0	4.41	2.98	2.45	2.18	2.01	1.90	1.82	1.75	1.70	1.67	1.63	1.61	1.58	1.55	1.52	1.50	1.46	1.43	1.40	1.36	1.33	1.30		
	0.960		61.1	9.42	5.20	3.88	3.25	2.88	2.64	2.48	2.35	2.26	2.18	2.12	2.07	2.02	1.95	1.90	1.86	1.79	1.74	1.68	1.62	1.59	1.56	1.50	
16	0.500		75.5	10.5	5.64	4.14	3.43	3.03	2.77	2.58	2.45	2.34	2.26	2.19	2.14	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.78	1.72	1.66	1.63	1.60	1.53	
	0.600		983	39.4	14.3	8.68	6.46	5.30	4.60	4.13	3.80	3.55	3.36	3.21	3.08	2.98	2.82	2.70	2.60	2.44	2.34	2.21	2.09	2.03	1.98	1.87	
	0.700		1535	49.4	16.7	9.81	7.16	5.80	4.98	4.45	4.07	3.79	3.57	3.40	3.26	3.15	2.97	2.83	2.73	2.55	2.44	2.30	2.17	2.10	2.04	1.92	
	0.800		6143	99.4	26.9	14.2	9.77	7.60	6.36	5.56	5.01	4.60	4.29	4.05	3.86	3.70	3.45	3.27	3.13	2.89	2.74	2.56	2.39	2.31	2.23	2.08	
	0.900		2.10	1.38	1.21	1.14	1.10	1.08	1.06	1.04	1.03	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96		
	0.910		3.49	1.90	1.56	1.42	1.34	1.29	1.25	1.23	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.08	1.07	1.07	1.06	1.05	
	0.920		6.50	2.74	2.08	1.81	1.66	1.57	1.51	1.46	1.43	1.40	1.38	1.36	1.34	1.33	1.31	1.29	1.27	1.25	1.23	1.21	1.19	1.18	1.17	1.15	
	0.930		15.1	4.42	2.98	2.45	2.17	2.00	1.89	1.81	1.74	1.70	1.66	1.62	1.60	1.57	1.54	1.51	1.48	1.44	1.42	1.38	1.35	1.31	1.28	1.26	
	0.940		61.3	9.43	5.20	3.86	3.23	2.86	2.62	2.45	2.33	2.23	2.16	2.09	2.04	2.00	1.93	1.87	1.83	1.76	1.71	1.65	1.59	1.56	1.53	1.47	
	0.950		75.8	10.5	5.63	4.12	3.42	3.01	2.75	2.56	2.42	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	1.99	1.93	1.89	1.81	1.75	1.69	1.62	1.59	1.56	1.50	
18	0.500		96.1	11.9	6.15	4.43	3.63	3.18	2.89	2.68	2.53	2.42	2.33	2.25	2.19	2.14	2.06	1.99	1.94	1.86	1.80	1.73	1.66	1.63	1.60	1.53	
	0.600		171	16.1	7.61	5.26	4.21	3.62	3.25	2.99	2.81	2.66	2.55	2.46	2.39	2.32	2.22	2.15	2.09	1.99	1.92	1.84	1.76	1.72	1.68	1.60	
	0.700		246	19.4	8.69	5.84	4.60	3.92	3.49	3.20	2.99	2.83	2.70	2.60	2.51	2.44	2.33	2.25	2.18	2.07	1.99	1.90	1.82	1.77	1.73	1.64	
	0.800		385	24.4	10.2	6.64	5.13	4.32	3.47	3.22	3.03	2.89	2.77	2.68	2.59	2.47	2.37	2.30	2.17	2.09	1.98	1.89	1.84	1.79	1.70		
	0.900		685	32.8	12.5	7.80	5.88	4.87	4.25	3.83	3.54	3.31	3.14	3.00	2.89	2.79	2.65	2.54	2.45	2.30	2.20	2.09	1.98	1.92	1.87	1.76	
	0.910		987	39.4	14.2	8.63	6.40	5.24	4.54	4.08	3.74	3.50	3.30	3.15	3.03	2.92	2.76	2.64	2.55	2.38	2.15	2.03	1.97	1.92	1.80	1.78	
	0.920		1542	49.4	16.6	9.75	7.10	5.74	4.92	4.39	4.01	3.73	3.51	3.34	3.20	3.09	2.90	2.77	2.67	2.49	2.37	2.23	2.10	2.04	1.97	1.85	
	0.930		6170	99.4	26.8	14.2	9.68	7.52	6.28	5.48	4.92	4.52	4.21	3.97	3.78	3.62	3.37	3.19	3.05	2.81	2.66	2.48	2.31	2.23	2.15	2.00	
	0.940		2.11	1.39	1.22	1.15	1.11	1.08	1.06	1.05	1.04	1.03	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.97	0.97	0.96	0.96		
	0.950		3.51	1.90	1.57	1.42	1.34	1.29	1.26	1.23	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.08	1.07	1.07	1.06	1.05	
	0.960		6.52	2.75	2.08	1.81	1.66	1.57	1.51	1.46	1.43	1.40	1.37	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.27	1.25	1.23	1.21	1.19	1.18	1.17	1.14	
	0.970		15.1	4.43	2.98	2.45	2.17	2.00	1.88	1.80	1.74	1.69	1.65	1.62	1.59	1.56	1.53	1.50	1.47	1.43	1.40	1.37	1.33	1.32	1.30	1.26	
	0.980		61.6	9.44	5.19	3.85	3.22	2.85	2.61	2.44	2.31	2.22	2.14	2.08	2.02	1.98	1.91	1.85	1.81	1.74	1.69	1.62	1.56	1.53	1.44		
	0.990		76.1	10.5	5.62	4.11	3.40	2.99	2.73	2.54	2.41	2.30</td															

$v_1$	$\alpha$	$v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	25	30	40	60	80	120	$\infty$
	0.500	2.12	1.39	1.23	1.15	1.11	1.08	1.07	1.05	1.04	1.03	1.03	1.02	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97	0.97	0.97	
	0.600	3.52	1.91	1.57	1.43	1.34	1.29	1.26	1.23	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.07	1.07	1.06	1.05		
	0.700	6.54	2.75	2.08	1.81	1.66	1.57	1.51	1.46	1.42	1.40	1.37	1.35	1.34	1.32	1.30	1.28	1.27	1.24	1.23	1.20	1.18	1.17	1.16	1.14		
	0.800	15.2	4.43	2.98	2.44	2.17	2.00	1.88	1.80	1.73	1.68	1.64	1.61	1.58	1.56	1.52	1.49	1.47	1.42	1.39	1.36	1.32	1.31	1.29	1.25		
	0.900	61.7	9.44	5.18	3.84	3.21	2.84	2.59	2.42	2.30	2.20	2.12	2.06	2.01	1.96	1.89	1.84	1.79	1.72	1.67	1.61	1.54	1.51	1.48	1.42		
	0.910	76.3	10.6	5.62	4.10	3.39	2.98	2.71	2.53	2.39	2.28	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.89	1.84	1.76	1.71	1.64	1.58	1.54	1.51	1.44		
20	0.920	96.7	11.9	6.13	4.40	3.60	3.15	2.85	2.65	2.49	2.38	2.29	2.21	2.15	2.10	2.01	1.95	1.90	1.81	1.75	1.68	1.61	1.58	1.54	1.47		
	0.930	126	13.7	6.77	4.77	3.86	3.34	3.01	2.78	2.62	2.49	2.39	2.30	2.24	2.18	2.09	2.02	1.96	1.87	1.80	1.73	1.65	1.61	1.57	1.50		
	0.940	172	16.1	7.59	5.22	4.17	3.58	3.21	2.95	2.76	2.62	2.50	2.41	2.34	2.27	2.17	2.10	2.04	1.93	1.86	1.78	1.70	1.65	1.61	1.53		
	0.950	248	19.4	8.66	5.80	4.56	3.87	3.44	3.15	2.94	2.77	2.65	2.54	2.46	2.39	2.28	2.19	2.12	2.01	1.93	1.84	1.75	1.70	1.66	1.57		
	0.960	388	24.4	10.2	6.59	5.08	4.26	3.75	3.41	3.16	2.97	2.83	2.71	2.61	2.53	2.40	2.31	2.23	2.10	2.02	1.91	1.81	1.76	1.71	1.62		
	0.970	690	32.8	12.5	7.74	5.82	4.80	4.18	3.76	3.46	3.24	3.07	2.93	2.82	2.72	2.57	2.46	2.37	2.22	2.13	2.01	1.89	1.84	1.78	1.67		
	0.975	993	39.4	14.2	8.56	6.33	5.17	4.47	4.00	3.67	3.42	3.23	3.07	2.95	2.84	2.68	2.56	2.46	2.30	2.20	2.07	1.94	1.88	1.82	1.71		
	0.980	1552	49.4	16.6	9.67	7.01	5.65	4.84	4.30	3.92	3.64	3.43	3.25	3.11	3.00	2.82	2.68	2.58	2.40	2.28	2.14	2.01	1.94	1.88	1.75		
	0.990	6209	99.4	26.7	14.0	9.55	7.40	6.16	5.36	4.81	4.41	4.10	3.86	3.66	3.51	3.26	3.08	2.94	2.70	2.55	2.37	2.20	2.12	2.03	1.88		
	0.500	2.13	1.40	1.23	1.16	1.12	1.09	1.07	1.06	1.05	1.04	1.03	1.03	1.02	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00	0.99	0.98	0.98	0.98	0.97			
	0.600	3.54	1.92	1.58	1.43	1.35	1.30	1.26	1.23	1.21	1.20	1.18	1.17	1.16	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.07	1.07	1.06	1.05		
	0.700	6.58	2.76	2.09	1.81	1.67	1.57	1.51	1.46	1.42	1.39	1.37	1.35	1.33	1.32	1.29	1.28	1.26	1.24	1.22	1.20	1.17	1.16	1.15	1.13		
	0.800	15.3	4.44	2.98	2.44	2.16	1.99	1.87	1.79	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.54	1.50	1.47	1.45	1.41	1.38	1.34	1.30	1.28	1.27	1.23		
	0.900	62.1	9.45	5.17	3.83	3.19	2.81	2.57	2.40	2.27	2.17	2.10	2.03	1.98	1.93	1.86	1.80	1.76	1.68	1.63	1.57	1.50	1.47	1.44	1.38		
	0.910	76.7	10.6	5.60	4.08	3.37	2.96	2.69	2.50	2.36	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.86	1.81	1.72	1.67	1.60	1.53	1.50	1.46	1.40		
	0.920	97.2	12.0	6.12	4.38	3.58	3.12	2.82	2.62	2.46	2.35	2.25	2.18	2.11	2.06	1.98	1.91	1.86	1.77	1.71	1.64	1.57	1.53	1.49	1.42		
25	0.930	127	13.7	6.76	4.74	3.83	3.31	2.98	2.75	2.58	2.45	2.35	2.27	2.20	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.82	1.76	1.68	1.60	1.56	1.52		
	0.940	173	16.1	7.57	5.19	4.13	3.54	3.17	2.91	2.72	2.58	2.46	2.37	2.29	2.23	2.13	2.05	1.99	1.88	1.81	1.73	1.64	1.60	1.56	1.47		
	0.950	249	19.5	8.63	5.77	4.52	3.83	3.40	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.23	2.14	2.07	1.96	1.88	1.78	1.69	1.64	1.60	1.51		
	0.960	390	24.5	10.1	6.55	5.03	4.21	3.71	3.36	3.11	2.92	2.78	2.66	2.56	2.48	2.35	2.25	2.18	2.04	1.96	1.85	1.75	1.70	1.65	1.55		
	0.970	693	32.8	12.4	7.69	5.76	4.74	4.12	3.71	3.41	3.18	3.01	2.87	2.75	2.66	2.51	2.40	2.31	2.16	2.06	1.94	1.82	1.76	1.71	1.60		
	0.975	998	39.5	14.1	8.50	6.27	5.11	4.40	3.94	3.60	3.35	3.16	3.01	2.88	2.78	2.61	2.49	2.40	2.23	2.12	1.99	1.87	1.81	1.75	1.63		
	0.980	1560	49.5	16.5	9.60	6.94	5.58	4.77	4.23	3.85	3.57	3.36	3.18	3.04	2.93	2.74	2.61	2.50	2.32	2.20	2.06	1.93	1.86	1.79	1.66		
	0.990	6240	99.5	26.6	13.9	9.45	7.30	6.06	5.26	4.71	4.31	4.01	3.76	3.57	3.41	3.16	2.98	2.84	2.60	2.45	2.27	2.10	2.01	1.93	1.77		
	0.500	2.15	1.41	1.24	1.16	1.12	1.10	1.08	1.07	1.05	1.04	1.03	1.03	1.02	1.02	1.01	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98		
	0.600	3.56	1.92	1.58	1.43	1.35	1.30	1.26	1.24	1.22	1.20	1.18	1.17	1.16	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.08	1.07	1.06	1.06	1.04		
	0.700	6.61	2.77	2.09	1.82	1.67	1.57	1.51	1.46	1.42	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.27	1.25	1.23	1.21	1.19	1.17	1.15	1.14	1.12		
	0.800	15.3	4.45	2.98	2.44	2.16	1.98	1.86	1.78	1.71	1.66	1.62	1.59	1.56	1.53	1.49	1.46	1.44	1.39	1.36	1.33	1.29	1.27	1.25	1.21		
	0.900	62.3	9.46	5.17	3.82	3.17	2.80	2.56	2.38	2.25	2.16	2.08	2.01	1.96	1.91	1.84	1.78	1.74	1.66	1.61	1.54	1.48	1.44	1.41	1.34		
	0.910	77.0	10.6	5.60	4.07	3.35	2.94	2.67	2.48	2.34	2.23	2.15	2.08	2.02	1.97	1.89	1.83	1.78	1.70	1.64	1.57	1.50	1.47	1.43			
	0.920	97.5	12.0	6.11	4.37	3.56	3.10	2.80	2.60	2.44	2.32	2.23	2.15	2.09	2.04	1.95	1.89	1.83	1.74	1.68	1.61	1.53	1.50	1.46	1.38		
30	0.930	127	13.7	6.75	4.73	3.81	3.29	2.96	2.73	2.56	2.43	2.32	2.24	2.17	2.11	2.02	1.95	1.89	1.79	1.73	1.65	1.57	1.53	1.49	1.40		
	0.940	174	16.1	7.55	5.17	4.50	3.81	3.38	3.08	2.86	2.70	2.57	2.47	2.38	2.31	2.19	2.11	2.04	1.92	1.84	1.74	1.65	1.60	1.55	1.46		
	0.950	391	24.5	10.1	6.52	5.00	4.18	3.67	3.33	3.08	2.89	2.74	2.62	2.52	2.44	2.31	2.21	2.14	2.00	1.92	1.81	1.70	1.65	1.60	1.49		
	0.970	695	32.8	12.4	7.65	5.72	4.71	4.08	3.67	3.37	3.14	2.97	2.83	2.71	2.62	2.47	2.35	2.27	2.11	2.01	1.89	1.77	1.71	1.65	1.54		
	0.975	1001	39.5	14.1	8.46	6.23	5.07	4.36	3.89	3.56	3.31	3.12	2.96	2.84	2.73	2.57	2.44	2.35	2.23	2.10	1.94	1.82	1.75	1.69	1.57		
	0.980	1565	49.5	16.4	9.55	6.89	5.53	4.72	4.19	3.81	3.52	3.31	3.13	2.99	2.88	2.69	2.56	2.45	2.27	2.15	2.01	1.87	1.80	1.73	1.60		
	0.990	6261	99.5	26.5	13.8	9.38	7.23	5.99	5.20	4.65	4.25	3.94	3.70	3.51	3.35	3.10	2.92	2.78	2.54	2.39	2.20	2.03	1.94	1.86	1.70		
	0.500	2.16	1.42	1.25																							

$v_1$	$\alpha \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	16	18	20	25	30	40	60	80	120	$\infty$
0.500	2.17	1.43	1.25	1.18	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.05	1.04	1.04	1.03	1.03	1.02	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00	0.99	0.99	
0.600	3.60	1.94	1.59	1.44	1.36	1.31	1.27	1.24	1.22	1.20	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.08	1.07	1.06	1.05	1.04	
0.700	6.67	2.79	2.10	1.82	1.67	1.57	1.50	1.45	1.41	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.28	1.26	1.25	1.22	1.20	1.17	1.15	1.13	1.12	1.09	
0.800	15.4	4.46	2.98	2.43	2.15	1.97	1.85	1.76	1.69	1.64	1.60	1.56	1.53	1.51	1.47	1.43	1.41	1.36	1.33	1.29	1.24	1.22	1.20	1.15	
0.900	62.8	9.47	5.15	3.79	3.14	2.76	2.51	2.34	2.21	2.11	2.03	1.96	1.90	1.86	1.78	1.72	1.68	1.59	1.54	1.47	1.40	1.36	1.32	1.24	
0.910	77.6	10.6	5.58	4.04	3.32	2.90	2.63	2.43	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.77	1.72	1.63	1.57	1.49	1.42	1.38	1.34	1.25	
0.920	98.3	12.0	6.09	4.33	3.52	3.05	2.75	2.54	2.39	2.27	2.17	2.09	2.03	1.97	1.88	1.82	1.76	1.67	1.60	1.52	1.44	1.40	1.36	1.27	
60	0.930	129	13.8	6.72	4.69	3.76	3.24	2.90	2.67	2.50	2.36	2.26	2.17	2.10	2.04	1.95	1.87	1.81	1.71	1.64	1.56	1.47	1.42	1.38	1.28
0.940	175	16.1	7.51	5.12	4.06	3.46	3.08	2.82	2.63	2.48	2.36	2.27	2.19	2.12	2.02	1.94	1.87	1.76	1.69	1.59	1.50	1.45	1.40	1.30	
0.950	252	19.5	8.57	5.69	4.43	3.74	3.30	3.01	2.79	2.62	2.49	2.38	2.30	2.22	2.11	2.02	1.95	1.82	1.74	1.64	1.53	1.48	1.43	1.32	
0.960	394	24.5	10.1	6.45	4.93	4.10	3.59	3.24	2.99	2.80	2.65	2.53	2.43	2.35	2.21	2.11	2.03	1.90	1.80	1.69	1.58	1.52	1.46	1.34	
0.970	701	32.8	12.3	7.57	5.63	4.61	3.99	3.57	3.27	3.04	2.86	2.72	2.61	2.51	2.36	2.24	2.15	1.99	1.89	1.76	1.63	1.57	1.50	1.37	
0.975	1010	39.5	14.0	8.36	6.12	4.96	4.25	3.78	3.45	3.20	3.00	2.85	2.72	2.61	2.45	2.32	2.22	2.05	1.94	1.80	1.67	1.60	1.53	1.39	
0.980	1578	49.5	16.3	9.44	6.77	5.41	4.60	4.06	3.68	3.40	3.18	3.01	2.86	2.75	2.56	2.42	2.31	2.13	2.00	1.86	1.71	1.64	1.56	1.41	
0.990	6313	99.5	26.3	13.7	9.20	7.06	5.82	5.03	4.48	4.08	3.78	3.54	3.34	3.18	2.93	2.75	2.61	2.36	2.21	2.02	1.84	1.75	1.66	1.47	
0.500	2.18	1.43	1.26	1.18	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.05	1.04	1.04	1.03	1.03	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	
0.600	3.61	1.95	1.60	1.45	1.36	1.31	1.27	1.24	1.22	1.20	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.08	1.07	1.06	1.05	1.03	
0.700	6.69	2.79	2.10	1.82	1.67	1.57	1.50	1.45	1.41	1.38	1.36	1.34	1.32	1.30	1.28	1.26	1.24	1.21	1.19	1.17	1.14	1.12	1.11	1.08	
0.800	15.5	4.47	2.98	2.43	2.14	1.97	1.84	1.76	1.69	1.64	1.59	1.56	1.53	1.50	1.46	1.43	1.40	1.35	1.32	1.28	1.23	1.21	1.18	1.13	
0.900	62.9	9.48	5.15	3.78	3.13	2.75	2.50	2.33	2.20	2.09	2.01	1.95	1.89	1.84	1.77	1.71	1.66	1.58	1.52	1.45	1.37	1.33	1.29	1.21	
0.910	77.8	10.6	5.57	4.03	3.31	2.89	2.61	2.42	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.81	1.75	1.70	1.61	1.55	1.47	1.39	1.35	1.31	1.22	
0.920	98.5	12.0	6.08	4.32	3.51	3.04	2.74	2.53	2.37	2.25	2.16	2.08	2.01	1.96	1.87	1.80	1.74	1.65	1.58	1.50	1.41	1.37	1.33	1.23	
80	0.930	129	13.8	6.71	4.68	3.75	3.23	2.89	2.65	2.48	2.35	2.24	2.16	2.10	2.08	2.02	1.93	1.85	1.79	1.69	1.62	1.53	1.44	1.39	1.24
0.940	175	16.1	7.51	5.11	4.04	3.45	3.07	2.80	2.61	2.46	2.34	2.25	2.17	2.10	2.00	1.92	1.85	1.74	1.66	1.57	1.47	1.42	1.37	1.26	
0.950	253	19.5	8.56	5.67	4.41	3.72	3.29	2.99	2.77	2.60	2.47	2.36	2.27	2.20	2.08	1.99	1.92	1.80	1.71	1.61	1.50	1.45	1.39	1.27	
0.960	395	24.5	10.0	6.43	4.91	4.08	3.57	3.22	2.97	2.78	2.63	2.50	2.40	2.32	2.19	2.09	2.01	1.87	1.77	1.66	1.54	1.48	1.42	1.29	
0.970	703	32.8	12.3	7.54	5.61	4.59	3.96	3.54	3.24	3.01	2.84	2.69	2.58	2.48	2.33	2.21	2.12	1.96	1.85	1.72	1.59	1.53	1.46	1.32	
0.975	1012	39.5	14.0	8.33	6.10	4.93	4.23	3.76	3.42	3.17	2.97	2.82	2.69	2.58	2.42	2.29	2.19	2.02	1.90	1.76	1.63	1.55	1.48	1.33	
0.980	1581	49.5	16.3	9.41	6.74	5.38	4.57	4.03	3.65	3.37	3.15	2.97	2.83	2.71	2.53	2.39	2.28	2.09	1.97	1.81	1.66	1.59	1.51	1.35	
0.990	6326	99.5	26.3	13.6	9.16	7.01	5.78	4.99	4.44	4.04	3.73	3.49	3.30	3.14	2.89	2.70	2.56	2.32	2.27	2.11	1.92	1.78	1.69	1.60	
0.500	2.18	1.43	1.26	1.18	1.14	1.12	1.10	1.08	1.07	1.06	1.05	1.05	1.04	1.04	1.03	1.03	1.02	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00	0.99	0.99	
0.600	3.62	1.95	1.60	1.45	1.36	1.31	1.27	1.24	1.22	1.20	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.08	1.06	1.05	1.03	1.03	
0.700	6.70	2.80	2.10	1.82	1.67	1.57	1.50	1.45	1.41	1.38	1.35	1.33	1.32	1.30	1.27	1.25	1.24	1.21	1.19	1.16	1.13	1.12	1.10	1.06	
0.800	15.5	4.47	2.98	2.43	2.14	1.96	1.84	1.75	1.68	1.63	1.59	1.55	1.52	1.49	1.45	1.42	1.39	1.34	1.31	1.26	1.22	1.19	1.17	1.11	
0.900	63.1	9.48	5.14	3.78	3.12	2.74	2.49	2.32	2.18	2.08	2.00	1.93	1.88	1.83	1.75	1.69	1.64	1.56	1.50	1.42	1.35	1.31	1.26	1.17	
0.910	77.9	10.6	5.57	4.02	3.30	2.88	2.60	2.41	2.27	2.15	2.07	1.99	1.93	1.88	1.80	1.73	1.68	1.59	1.53	1.45	1.37	1.32	1.28	1.18	
0.920	98.7	12.0	6.07	4.31	3.50	3.03	2.73	2.52	2.36	2.24	2.14	2.06	1.99	1.94	1.85	1.78	1.72	1.63	1.56	1.47	1.39	1.34	1.29	1.19	
120	0.930	129	13.8	6.70	5.10	4.03	3.43	3.05	2.79	2.59	2.44	2.33	2.23	2.15	2.08	1.98	1.89	1.83	1.71	1.64	1.54	1.44	1.38	1.21	
0.940	176	16.2	7.50	5.10	4.03	3.43	3.05	2.79	2.59	2.44	2.33	2.23	2.15	2.08	1.98	1.89	1.83	1.71	1.64	1.54	1.44	1.38	1.33	1.21	
0.950	253	19.5	8.56	4.40	3.70	3.27	2.75	2.55	2.45	2.34	2.25	2.18	2.10	2.06	1.97	1.90	1.77	1.68	1.58	1.47	1.41	1.35	1.22	1.10	
0.960	396	24.5	10.0	6.41	4.89	4.06	3.55	3.20	2.95	2.75	2.60	2.48	2.38	2.30	2.16	2.06	1.98	1.84	1.74	1.62	1.50	1.44	1.38	1.24	
0.970	704	32.8	12.3	7.52	5.58	4.56	3.94	3.52	3.21	2.99	2.81	2.67	2.55	2.45	2.30	2.18	2.09	1.92	1.82	1.69	1.55	1.48	1.41	1.26	
0.975	1014	39.5	13.9	8.31	6.07	4.90	4.20	3.73	3.39	3.14	2.94	2.79	2.65	2.55	2.38	2.26	2.16	1.98	1.87	1.72	1.58	1.51	1.43	1.27	
0.980	1585	49.5	16.3	9.38	6.71	5.35	4.54	4.00	3.62	3.34	3.12	2.94	2.80	2.68	2.49	2.35	2.24	2.05	1.93	1.77	1.62	1.54	1.46	1.28	
0.990	6339	99.5	26.2	13.6	9.11	6.97	5.74	4.95	4.40	4.00	3.69	3.45	3.25	3.09	2.84	2.66	2.52	2.27	2.11	1.92	1.73	1.63	1.53	1.32	
0.500	2.20	1.44	1.27	1.19	1.15	1.12	1.10	1.09	1.08																

## 1.8 Formules d'approximation

Ces formules donnent des valeurs approchées des fonctions de répartitions et des fonctions fractiles. En règle générale, on préférera utiliser les abaques ou les tables.

### 1.8.1 Loi du $\chi^2$

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{\chi_v^2}(x) &= \Phi\left(\frac{\left(\frac{x}{v}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(1 - \frac{2}{9v}\right)}{\sqrt{\frac{2}{9v}}}\right) \\ \tilde{F}_{\chi_v^2}^{-1}(\alpha) &= v\left(1 - \frac{2}{9v} + u_\alpha \sqrt{\frac{2}{9v}}\right)^3\end{aligned}$$

Utilisable pour  $v \geq 2$ , de bonne qualité pour  $v \geq 8$ .

### 1.8.2 Loi de Student

$$\begin{cases} \tilde{F}_{\mathcal{T}_v}(t) &= \Phi\left(\frac{\operatorname{arcsinh}\left(\frac{t}{\sqrt{v}}\right)}{\sqrt{\frac{1}{v-2}\left(1 - \frac{1}{v-4}\right)}}\right) \\ \tilde{F}_{\mathcal{T}_v}^{-1}(\alpha) &= \sqrt{v} \sinh\left(u_\alpha \sqrt{\frac{1}{v-2}\left(1 - \frac{1}{v-4}\right)}\right) \end{cases}$$

Utilisable pour  $v \geq 8$ , de bonne qualité pour  $v \geq 13$ .

### 1.8.3 Loi de Fisher

Attention, ces approximations sont seulement valables pour  $v_1 < v_2$ . Dans le cas contraire, utiliser les formules de transformation.

$$\begin{cases} \tilde{F}_{\mathcal{F}_{v_1, v_2}}(x) &= \Phi\left(\frac{\left(\frac{x(v_2-2)}{v_2}\right)^r - 1 - r(r-1)b}{r\sqrt{2b}}\right) \\ \tilde{F}_{\mathcal{F}_{v_1, v_2}}^{-1}(\alpha) &= \frac{v_2}{v_2-2} \left(1 + r(r-1)b + u_\alpha r\sqrt{2b}\right)^{\frac{1}{r}} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} r &= \frac{v_2-v_1}{3(v_2+v_1)} \\ b &= \frac{v_2+v_1-2}{v_1(v_2-4)} \end{cases}$$

Utilisable pour  $(v_1 < v_2, v_1 \geq 4, v_2 \geq 30)$  et de bonne qualité pour  $(v_1 < v_2, v_1 \geq 8, v_2 \geq 150)$ .

## 2 Test de Wilcoxon-Mann-Whitney

Soient  $X_1, \dots, X_{n_1}$  et  $Y_1, \dots, Y_{n_2}$  les deux échantillons. Par convention on suppose  $n_1 \leq n_2$ . On note  $W_X$  la somme des rangs des observations issues de l'échantillon de  $X$ .

### 2.1 Test bilatéral

On rejette  $H_0 : F_X = F_Y$  par rapport à  $H_1 : F_X \neq F_Y$  si  $W_X \leq B$  ou  $W_X \geq n_1(n_1 + n_2 + 1) - B$ ,  $B$  étant la valeur lue dans la table.

$$\alpha^* = 5\%$$

$n_1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$n_2$														
4			10											
5		6	11	17										
6		7	12	18	26									
7		7	13	20	27	36								
8	3	8	14	21	29	38	49							
9	3	8	15	22	31	40	51	63						
10	3	9	15	23	32	42	53	65	78					
11	4	9	16	24	34	44	55	68	81	96				
12	4	10	17	26	35	46	58	71	85	99	115			
13	4	10	18	27	37	48	60	73	88	103	119	137		
14	4	11	19	28	38	50	63	76	91	106	123	141	160	
15	4	11	20	29	40	52	65	79	94	110	127	145	164	185
16	4	12	21	31	42	54	67	82	97	114	131	150	169	190
17	5	12	21	32	43	56	70	84	100	117	135	154	175	195
18	5	13	22	33	45	58	72	87	103	121	139	159	179	201
19	5	13	23	34	46	60	74	90	107	124	144	163	184	205
20	5	14	24	35	48	62	77	93	110	128	148	168	189	211
21	6	14	25	37	50	64	79	95	114	132	152	172	194	216
22	6	15	26	38	51	66	82	99	117	136	156	177	199	222
23	6	15	27	39	53	68	85	102	120	139	160	181	203	226
24	6	16	28	40	55	70	87	104	123	143	164	185	208	232
25	6	16	28	42	57	72	89	107	126	146	168	190	213	237
26	7	17	29	43	58	74	92	110	129	150	172	194	218	242
27	7	17	31	45	60	76	94	113	133	154	176	199	223	247
28	7	19	32	46	62	78	96	116	136	157	180	203	228	253

$$\alpha^* = 1\%$$

$n_1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$n_2$														
5			15											
6		10	16	23										
7		10	17	24	31									
8		11	17	25	34	43								
9	6	11	18	26	35	45	56							
10	6	12	19	27	37	47	58	71						
11	6	12	20	28	38	49	61	74	87					
12	7	13	21	30	40	51	63	76	90	106				
13	7	14	22	31	41	53	65	79	93	109	125			
14	7	14	22	32	43	54	67	81	96	112	129	147		
15	8	15	23	33	44	56	70	84	99	115	133	151	171	171
16	8	15	24	34	46	58	72	86	102	119	137	155	175	
17	8	16	25	36	47	60	74	89	105	122	140	159	179	
18	8	16	26	37	49	62	76	92	108	125	144	163	184	
19	3	9	17	27	38	50	64	78	94	111	128	147	167	188
20	3	9	18	28	39	52	66	81	97	113	132	151	171	193
21	3	9	18	29	40	53	68	83	99	116	135	155	175	197
22	3	10	19	29	42	55	70	85	102	119	138	158	179	201
23	3	10	19	30	43	57	71	87	104	122	142	162	184	206
24	3	10	20	31	44	58	73	89	107	125	145	166	188	210
25	3	11	20	32	45	59	75	91	109	128	148	170	192	215
26	3	11	21	32	46	60	76	94	112	131	152	173	196	220
27	4	11	21	33	47	62	78	96	115	134	155	177	200	224
28	4	11	21	34	48	63	80	98	117	137	159	181	204	229

## 2.2 Test unilatéral

On rejette  $H_0 : F_X = F_Y$  par rapport à :

- $H_1 : F_X > F_Y$  si  $W_X \leq B$ ;
- $H_1 : F_X < F_Y$  si  $W_X \geq n_1(n_1 + n_2 + 1) - B$ ,

$B$  étant la valeur lue dans la table.

$$\alpha^* = 5\%$$

$n_1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$n_2$														
2														
3	3	6												
4	3	6	11											
5	3	7	12	19										
6	3	8	13	20	28									
7	3	8	14	21	29	39								
8	4	9	15	23	31	41	51							
9	4	9	16	24	33	43	54	66						
10	4	10	17	26	35	45	56	69	82					
11	4	11	18	27	37	47	59	72	86	100				
12	5	11	19	28	38	49	62	75	89	104	120			
13	5	12	20	30	40	52	64	78	92	108	125	142		
14	5	13	21	31	42	54	67	81	96	112	129	147	166	
15	6	13	22	33	44	56	69	84	99	116	133	152	171	192
16	6	14	24	34	46	58	72	87	103	120	138	156	176	198
17	6	15	25	35	47	61	75	90	106	123	142	161	183	203
18	7	15	26	37	49	63	77	93	110	127	146	167	188	210
19	7	16	27	38	51	65	80	96	113	131	151	171	193	215
20	7	17	28	40	53	67	83	99	117	136	156	176	198	221
21	9	19	30	42	56	71	86	103	121	140	160	181	203	226
22	9	19	31	44	58	73	89	106	125	144	164	186	208	232
23	10	20	32	45	59	75	92	109	128	147	169	190	213	237
24	10	21	33	47	61	77	94	112	131	152	173	195	219	243
25	10	21	34	48	63	79	97	115	135	155	177	200	224	248
26	11	22	35	49	65	82	100	118	138	160	182	205	229	254
27	11	23	36	50	67	83	102	121	142	163	186	209	234	259
28	11	23	37	52	69	86	105	125	145	167	190	214	239	265

$$\alpha^* = 1\%$$

$n_1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15			
$n_2$																	
2																	
3																	
4			9														
5				10	16												
6				5	11	17	24										
7				6	11	18	25	34									
8				6	12	19	27	35	45								
9				7	13	20	28	37	47	59							
10				7	13	21	29	39	49	61	74						
11				7	14	22	30	40	51	63	77	91					
12				2	8	15	23	32	42	53	66	79	94	109			
13				3	8	15	24	33	44	56	68	82	97	113	130		
14				3	8	16	25	34	45	58	71	85	100	116	134	152	
15				3	9	17	26	36	47	60	73	88	103	120	138	156	176
16				3	9	17	27	37	49	62	76	91	107	124	142	161	181
17				3	10	18	28	39	51	64	78	93	110	127	146	165	185
18				3	10	19	29	40	52	66	81	96	113	131	150	170	191
19				4	10	19	30	41	54	68	83	99	116	135	153	174	195
20				4	11	20	31	43	56	70	85	102	120	138	158	179	200
21				4	11	21	32	44	58	72	88	105	122	142	161	183	205
22				4	11	21	33	45	59	74	91	108	126	145	166	187	210
23				4	12	22	34	47	61	77	93	111	129	149	169	192	214
24				4	12	23	35	48	63	79	95	113	133	153	174	196	219
25				4	13	23	36	49	64	81	97	116	135	156	177	201	224
26				4	13	24	37	51	66	83	100	119	139	160	182	205	229
27				5	13	25	37	52	67	85	102	122	142	164	185	209	233
28				5	13	25	39	54	70	87	105	125	145	167	190	214	239

### 3 Test de Wilcoxon signé

Soit  $M$  la médiane de  $Y - X$ , et  $W_+$  la somme des rangs des différences positives. On rejette  $H_0 : M = 0$  par rapport à :

- $H_1 : M < 0$  si  $W_+ \leq B$ ;
- $H_1 : M > 0$  si  $W_+ \geq n(n + 1)/2 - B$ ;
- $H_1 : M \neq 0$  si  $W_+ \leq B$  ou  $W_+ \geq n(n + 1)/2 - B$ ,

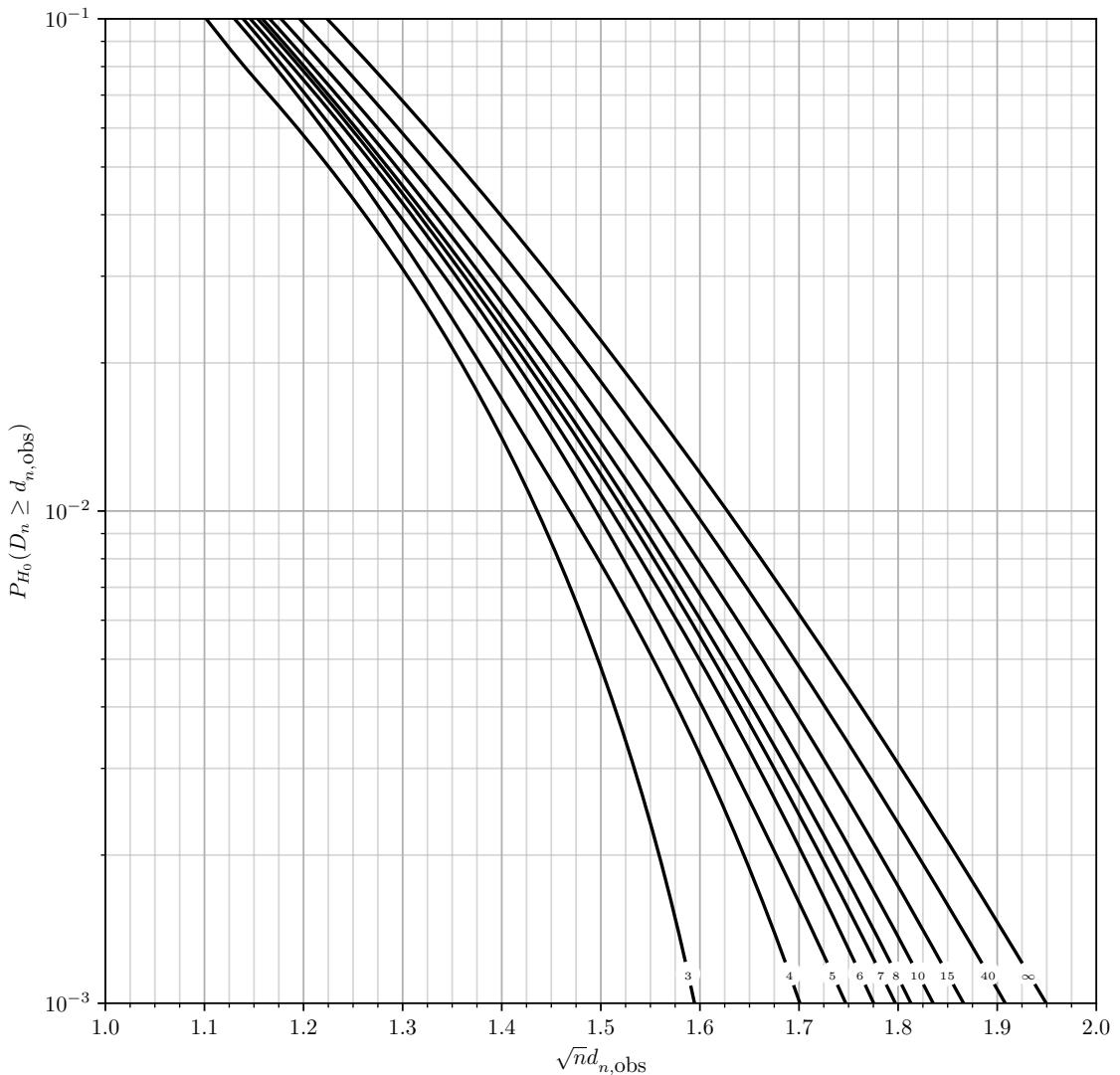
$B$  étant la valeur lue dans l'une des tables ci-dessous (test unilatéral ou bilatéral).

Test bilatéral			Tests unilatéraux		
$n$	risque 5%	risque 1%	$n$	risque 5%	risque 1%
6	0		6	2	
7	2		7	2	
8	3	0	8	5	
9	5	1	9	8	2
10	8	3	10	10	4
11	10	5	11	13	7
12	13	9	12	17	9
13	17	9	13	21	12
14	21	12	14	25	15
15	25	15	15	30	19
16	29	19	16	35	23
17	34	23	17	41	27
18	40	27	18	47	32
19	46	32	19	53	37
20	52	37	20	60	43
21	59	43	21	68	48
22	66	49	22	75	53
23	73	55	23	83	61
24	81	61	24	92	68
25	89	68	25	101	76

## 4 Distribution de Kolmogorov-Smirnov

$$W = \{D_n > d_{n,1-\alpha^*}\}$$

$n \backslash 1 - \alpha^*$	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	0.910	0.920	0.930	0.940	0.950	0.960	0.970	0.980	0.990
3	0.434	0.473	0.515	0.565	0.636	0.646	0.658	0.673	0.689	0.708	0.729	0.753	0.785	0.829
4	0.381	0.412	0.447	0.493	0.565	0.575	0.585	0.597	0.610	0.624	0.641	0.661	0.689	0.734
5	0.342	0.370	0.403	0.447	0.509	0.518	0.527	0.538	0.550	0.563	0.580	0.600	0.627	0.669
6	0.313	0.340	0.372	0.410	0.468	0.476	0.485	0.495	0.506	0.519	0.534	0.553	0.577	0.617
7	0.292	0.317	0.346	0.381	0.436	0.444	0.452	0.461	0.472	0.483	0.497	0.515	0.538	0.576
8	0.274	0.298	0.324	0.358	0.410	0.417	0.425	0.433	0.443	0.454	0.468	0.484	0.507	0.542
9	0.260	0.281	0.307	0.339	0.387	0.394	0.402	0.410	0.419	0.430	0.443	0.458	0.480	0.513
10	0.247	0.268	0.292	0.323	0.369	0.375	0.382	0.390	0.399	0.409	0.421	0.436	0.457	0.489
11	0.236	0.256	0.279	0.308	0.352	0.359	0.365	0.373	0.381	0.391	0.403	0.417	0.437	0.468
12	0.226	0.245	0.268	0.296	0.338	0.344	0.351	0.358	0.366	0.375	0.387	0.400	0.419	0.449
13	0.218	0.236	0.258	0.285	0.325	0.331	0.338	0.344	0.352	0.361	0.372	0.386	0.404	0.432
14	0.210	0.228	0.249	0.275	0.314	0.320	0.326	0.333	0.340	0.349	0.359	0.372	0.390	0.418
15	0.204	0.221	0.241	0.266	0.304	0.309	0.315	0.322	0.329	0.338	0.348	0.360	0.377	0.404
16	0.197	0.214	0.233	0.258	0.295	0.300	0.306	0.312	0.319	0.327	0.337	0.349	0.366	0.392
17	0.192	0.208	0.227	0.250	0.286	0.291	0.297	0.303	0.310	0.318	0.327	0.339	0.355	0.381
18	0.187	0.202	0.220	0.244	0.279	0.283	0.289	0.295	0.302	0.309	0.319	0.330	0.346	0.371
19	0.182	0.197	0.215	0.237	0.271	0.276	0.281	0.287	0.294	0.301	0.310	0.322	0.337	0.361
20	0.177	0.192	0.210	0.232	0.265	0.269	0.275	0.280	0.287	0.294	0.303	0.314	0.329	0.352
$\infty$	0.833	0.897	0.974	1.073	1.224	1.245	1.269	1.295	1.324	1.358	1.399	1.449	1.517	1.628
	$\sqrt{n}$													



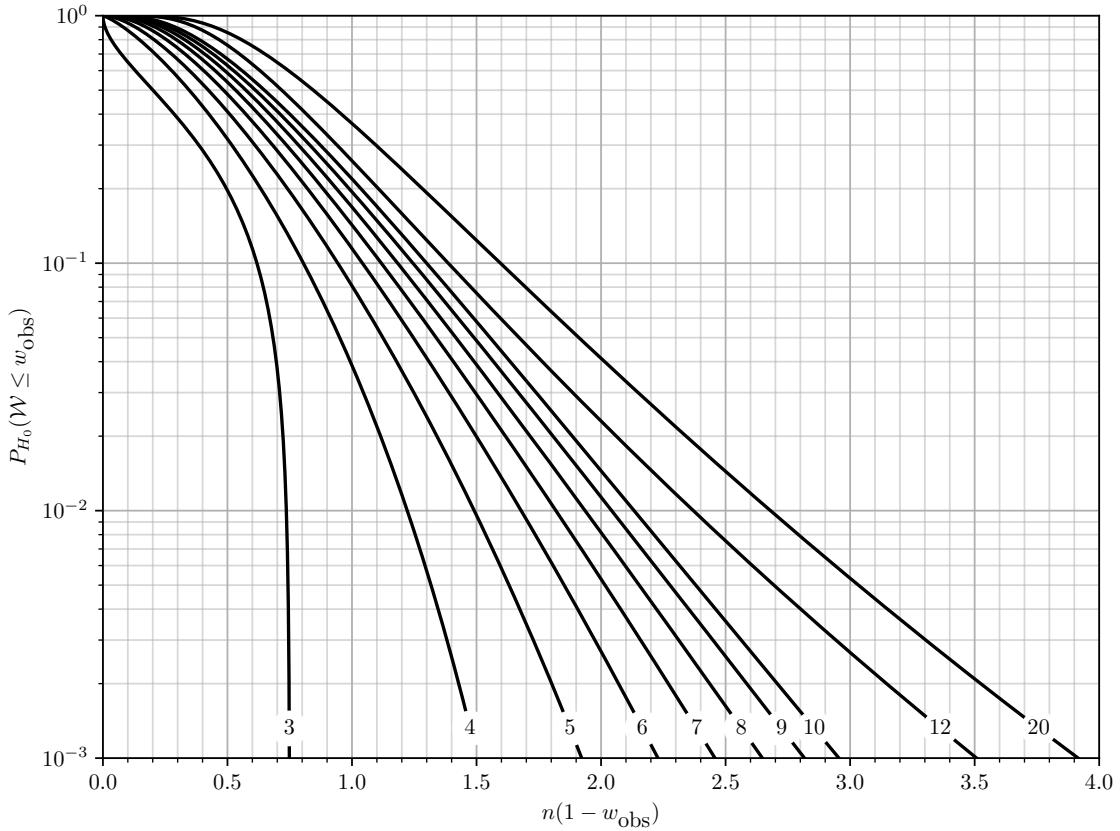
## 5 Test de Shapiro-Wilk

Soit  $(X_{(1)}, \dots, X_{(n)})$  l'échantillon  $(X_1, \dots, X_n)$  ordonné, la statistique de test et la région critique au niveau  $\alpha^*$  s'écrivent :

$$\mathcal{W} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i X_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \text{ et } RC = \{\mathcal{W} < w_{n,\alpha^*}\}$$

		$a_i$														
$n$	$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	1	-0.707	0.000	0.707												
4	1	-0.687	-0.166	0.166	0.687											
5	1	-0.665	-0.241	0.000	0.241	0.665										
6	1	-0.643	-0.281	-0.088	0.088	0.281	0.643									
7	1	-0.623	-0.303	-0.141	0.000	0.141	0.303	0.623								
8	1	-0.605	-0.316	-0.175	-0.056	0.056	0.175	0.316	0.605							
9	1	-0.589	-0.324	-0.198	-0.095	0.000	0.095	0.198	0.324	0.589						
10	1	-0.574	-0.329	-0.214	-0.123	-0.040	0.040	0.123	0.214	0.329	0.574					
11	1	-0.560	-0.331	-0.226	-0.143	-0.070	0.000	0.070	0.143	0.226	0.331	0.560				
12	1	-0.547	-0.333	-0.235	-0.159	-0.092	-0.030	0.030	0.092	0.159	0.235	0.333	0.547			
13	1	-0.536	-0.333	-0.241	-0.171	-0.110	-0.054	0.000	0.054	0.110	0.171	0.241	0.333	0.536		
14	1	-0.525	-0.332	-0.246	-0.180	-0.124	-0.073	-0.024	0.024	0.073	0.124	0.180	0.246	0.332	0.525	
15	1	-0.515	-0.331	-0.249	-0.188	-0.136	-0.088	-0.043	0.000	0.043	0.088	0.136	0.188	0.249	0.331	0.515

		$w_{n,\alpha^*}$														
$n$	$\alpha^*$	0.010	0.020	0.030	0.040	0.050	0.060	0.070	0.080	0.090	0.100	0.110	0.120	0.130	0.140	0.150
3	0.010	0.755	0.759	0.763	0.768	0.772	0.777	0.781	0.785	0.790	0.794	0.798	0.802	0.806	0.811	0.815
4	0.010	0.694	0.721	0.739	0.752	0.762	0.771	0.779	0.786	0.793	0.799	0.804	0.809	0.814	0.819	0.823
5	0.010	0.702	0.732	0.750	0.764	0.775	0.784	0.792	0.799	0.806	0.811	0.817	0.822	0.826	0.830	0.834
6	0.010	0.720	0.750	0.768	0.782	0.792	0.801	0.809	0.815	0.821	0.826	0.831	0.836	0.840	0.844	0.847
7	0.010	0.740	0.769	0.786	0.799	0.809	0.817	0.824	0.830	0.835	0.840	0.845	0.849	0.853	0.856	0.860
8	0.010	0.758	0.786	0.802	0.814	0.823	0.830	0.837	0.843	0.848	0.852	0.856	0.860	0.863	0.867	0.870
9	0.010	0.773	0.799	0.815	0.826	0.834	0.841	0.848	0.853	0.857	0.862	0.866	0.869	0.872	0.875	0.878
10	0.010	0.787	0.812	0.826	0.836	0.845	0.851	0.857	0.862	0.866	0.870	0.874	0.877	0.880	0.883	0.885
11	0.010	0.802	0.825	0.838	0.848	0.855	0.861	0.867	0.871	0.875	0.879	0.882	0.885	0.888	0.890	0.893
12	0.010	0.802	0.828	0.843	0.853	0.861	0.867	0.872	0.877	0.881	0.884	0.888	0.891	0.893	0.896	0.898
13	0.010	0.814	0.838	0.852	0.861	0.869	0.874	0.879	0.884	0.887	0.891	0.894	0.897	0.899	0.901	0.904
14	0.010	0.824	0.847	0.860	0.869	0.875	0.881	0.886	0.890	0.893	0.896	0.899	0.902	0.904	0.906	0.909
15	0.010	0.833	0.854	0.867	0.875	0.882	0.887	0.891	0.895	0.898	0.901	0.904	0.907	0.909	0.911	0.913



## 6 Formulaire

<b>Probabilités</b>	
Définitions	
Expérience aléatoire Espace fondamental Événement aléatoire Tribu $A$ sur $\Omega$ Probabilité sur $(\Omega, A)$ Proba. conditionnelle Indépendance Indép. mutuelle	expérience dont le résultat ne peut être prévu a priori ensemble des résultats d'une expérience aléatoire (souvent noté $\Omega$ ) événement vrai ou faux suivant le résultat d'une expérience aléatoire ( $\subset \Omega$ ) $\Omega \in A \quad A \in \mathcal{A} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{A} \quad \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{A}$ $P : A \rightarrow [0, 1]$ tq $P(\Omega) = 1$ et $A_i$ incompatibles $\Rightarrow P(\bigcup A_i) = \sum P(A_i)$ $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $A$ et $B$ ind. si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ $A_1, \dots, A_n$ mut. ind. si $\forall I \subset \{1, \dots, n\} \Rightarrow P(\bigcap_{i \in I} A_i) = \prod_{i \in I} P(A_i)$
Propriétés	
Th. de Bayes	$P(\emptyset) = 0 \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad P(\cup A_i) \leq \sum P(A_i)$ $P(B A) = \frac{P(A B)P(B)}{P(A)}$ et $(B_1, \dots, B_n)$ partition de $\Omega \Rightarrow P(B_i A) = \frac{P(A B_i)P(B_i)}{\sum_j P(A B_j)P(B_j)}$
Variables aléatoires	
Variable aléatoire Loi de probabilité F. de répartition F. d'1 v.a. $\varphi(X)$ Espérance Variance et covariance Moments d'ordre k V. a. indépendantes	application mesurable de $(\Omega, A, P)$ dans $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$ $P_X(B) = P(\{\omega \in \Omega   X(\omega) \in B\}) = P(X^{-1}(B))$ notée $P(X \in B)$ discret : $p(x) = P(X = x)$ et $P(X \in B) = \sum_{x \in B} p(x)$ continu : densité $f$ et $P(X \in I) = \int_I f(x)dx$ $F(x) = P(X \leq x)$ , $F$ continue à droite et croissante de 0 à 1, $F' = f$ pour 1 v.a. continue discret : $p(a) = \sum_{\{x   \varphi(x) = a\}} p(x)$ continu : $G = F \circ \varphi^{-1}$ ( $\varphi$ strictement crois.) ou $G = 1 - F \circ \varphi^{-1}$ ( $\varphi$ strictement déc.) $E(X) = \sum x p(x)$ ou $\int x f(x)dx$ et $E(\varphi(X)) = \sum \varphi(x) p(x)$ ou $\int \varphi(x) f(x)dx$ $\text{Var}(X) = E([X - E(X)]^2) = E(X^2) - [E(X)]^2$ $\text{Cov}(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))] = E(XY) - E(X)E(Y)$ non centré $m_k = E(X^k)$ , centré $\mu_k = E([X - E(X)]^k)$ discret : $p(x_1, \dots, x_n) = p(x_1) \dots p(x_n)$ continu : $f(x_1, \dots, x_n) = f(x_1) \dots f(x_n)$ ou $F(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n F(x_i)$ $E(X_1 \dots X_n) = E(X_1) \dots E(X_n)$ , $\text{Cov}(X, Y) = 0$ , $\text{Var}(\sum X_i) = \sum \text{Var}(X_i)$

<b>Lois de probabilités</b>						
Lois discrètes						
Loi	notations	$p(x)$	Domaine	$E(X)$	$\text{Var}(X)$	
uniforme	$\mathcal{U}(n)$	$\frac{1}{n}$	$\{1, \dots, n\}$	$(n+1)/2$	$(n^2-1)/12$	$n \in \mathbb{N}^*$
Bernoulli	$B(1, p)$	$p^x(1-p)^{1-x}$	$\{0, 1\}$	$p$	$p(1-p)$	$p \in ]0, 1[$
binomiale	$B(n, p)$	$C_n^x p^x(1-p)^{n-x}$	$\{0, \dots, n\}$	$np$	$np(1-p)$	$n \in \mathbb{N}$ , $p \in ]0, 1[$
Poisson	$P(\lambda)$	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$	$\mathbb{N}$	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda \in \mathbb{R}_+, B(n, p_n) \rightarrow P(\lambda)$ si $np_n \rightarrow \lambda$
Lois continues						
Loi	notations	$f(x)$	Domaine	$E(X)$	$\text{Var}(X)$	
uniforme	$\mathcal{U}_{[a,b]}$	$\frac{1}{b-a} 1_{[a,b]}(x)$	$\mathbb{R}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$a, b \in \mathbb{R}$ et $b > a$
normale	$N(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$	$\mathbb{R}$	$\mu$	$\sigma^2$	$\mu, \sigma \in \mathbb{R}$
chi-deux	$\chi_n^2$		$\mathbb{R}_+$	$n$	$2n$	$\sum_1^n (N(0, 1))^2$
exponent.	$E(\theta)$	$\theta e^{-\theta x}$	$\mathbb{R}_+$	$1/\theta$	$1/\theta^2$	$\theta \in \mathbb{R}^{+*}$
Student	$T_n$		$\mathbb{R}$	$0 (n > 1)$	$\frac{n}{n-2} (n > 2)$	$N(0, 1) / \sqrt{\frac{2n^2}{n-2}}$
Fisher	$F_{n,m}$		$\mathbb{R}_+$	$\frac{m}{m-2}$	$\frac{2m^2(n+m-2)}{n(m-4)(m-2)^2}$	$(\frac{\chi_n^2}{n}) / (\frac{\chi_m^2}{m})$

<b>Convergence stochastique</b>	
Définitions	
en probabilité	$(X_n) \xrightarrow{P} a \quad \forall \epsilon \text{ et } \eta, \exists n_0 \text{ tel que } n > n_0 \text{ entraîne } P( X_n - a  > \epsilon) < \eta$
	$(X_n) \xrightarrow{P} X \quad (X_n - X) \xrightarrow{P} 0$
en loi	$(X_n) \xrightarrow{L} X \quad F_n(x) \rightarrow F(x) \text{ en tout point } x \text{ de continuité de } F$
Propriétés	
	Cvg en probabilité $\Rightarrow$ Cvg en loi $E(X_n) \rightarrow a$ et $\text{Var}(X_n) \rightarrow 0 \Rightarrow (X_n) \xrightarrow{P} a$ Th. de Slutsky : $\left. \begin{array}{l} X_n \xrightarrow{L} X \\ Y_n \xrightarrow{P} a \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X_n + Y_n \xrightarrow{L} X + a \\ X_n Y_n \xrightarrow{L} aX \\ \frac{X_n}{Y_n} \xrightarrow{L} \frac{X}{a} \text{ si } a \neq 0. \end{array} \right.$

## Échantillon

Statistiques usuelles d'un échantillon iid $X_1, \dots, X_n$ ( $E(X) = \mu$ Var( $X$ ) = $\sigma^2$ )					
$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_i X_i$	$E(\bar{X}) = \mu$	$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$	LGN : $\bar{X} \xrightarrow{P} \mu$	TLC : $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \xrightarrow{D} N(0, 1)$	
$S^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_i (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_i X_i^2 - n\bar{X}^2)$			$E(S^{*2}) = \sigma^2$		
$\hat{F}(x) = \frac{1}{n} \text{card}\{i : X_i \leq x\}$					
Fractile empirique : $\hat{F}_{\alpha} = \begin{cases} X_{(n\alpha)} & \text{si } n\alpha \in \mathbb{N}, \\ X_{(\lfloor n\alpha \rfloor + 1)} & \text{sinon.} \end{cases}$					
Fonctions pivotales associées à un échantillon iid gaussien de taille $n$					
$\mu$	$\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$ si $\sigma^2$ connue		$\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{S^*}{\sqrt{n}}} \sim T_{n-1}$ si $\sigma^2$ inconnue		
$\sigma^2$	$\frac{\sum (X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi_n^2$ si $\mu$ connue		$\frac{(n-1)S^{*2} + (m-1)S_Y^{*2}}{\sigma^2} \sim \chi_{n+m-2}^2$ si $\mu$ inconnue		
Fonctions pivotales associées à 2 échantillons gaussiens indépendants de tailles $n$ et $m$					
	$(\frac{S_X^{*2}}{\sigma_X^2}) / (\frac{S_Y^{*2}}{\sigma_Y^2}) \sim F_{n-1, m-1}$	$\frac{\bar{X}-\bar{Y} - (\mu_X - \mu_Y)}{S^* \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \sim T_{n+m-2}$ (si même variance) où $S^{*2} = \frac{(n-1)S_X^{*2} + (m-1)S_Y^{*2}}{n+m-2}$			

## Estimation

Risque d'un estimateur	$E[(\hat{\theta} - \theta)^2]$
Borne de Fréchet	$B_F[u(\theta)] = \frac{(u'(\theta))^2}{I_n(\theta)}$ où $I_n(\theta) = E\left[\left(\frac{\partial \ln L}{\partial \theta}\right)^2\right] = -E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta^2}\right)$
CNS d'efficacité : $\frac{\partial \ln L}{\partial \theta}(\theta; X_1, \dots, X_n) = A(n, \theta)(\hat{u} - u(\theta))$ (on a $\text{Var}(\hat{u}) = \frac{u'(\theta)}{A(n, \theta)}$ )	

Tests	
Test du $\chi^2$	Tableaux de contingence : $D^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{\left(N_{ij} - \frac{N_i N_j}{n}\right)^2}{\frac{N_i N_j}{n}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{N_{ij}^2}{N_i N_j} - n \xrightarrow{H_0} \chi_{(r-1)(s-1)}^2$
$D^2 = \sum_{k=1}^K \frac{(N_k - n p_{k0})^2}{n p_{k0}} = \sum_{k=1}^K \frac{N_k^2}{n p_{k0}} - n \xrightarrow{H_0} \chi_{K-1}^2$	

Test de Kolmogorov-Smirnov		
$D_n = \max_{1 \leq i \leq n} \max( \hat{F}(x_i) - F_0(x_i) ,  \hat{F}(x_i^-) - F_0(x_i) )$		
$T = \frac{\sqrt{ x - y }}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n} + \frac{s_y^2}{m}}}$	$v = \frac{\left(\frac{s_x^2}{n} + \frac{s_y^2}{m}\right)^2}{\frac{s_x^2}{n-1} + \frac{s_y^2}{m-1}}$	$T \xrightarrow{H_0} \mathcal{T}_v$

Test de corrélation de Pearson		
$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_X^2 S_Y^2}}$	$r_{XY} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{XY}^2}} \xrightarrow{X \perp Y} \mathcal{T}_{n-2}$	
$\hat{r}_s = \frac{S_{rg(X)rg(Y)}}{\sqrt{S_{rg(X)}^2 S_{rg(Y)}^2}}$	$\left(\sqrt{\frac{n-3}{1.06}}\right) \frac{1}{2} \ln \frac{1+\hat{r}_s}{1-\hat{r}_s} \xrightarrow{X \perp Y} \mathcal{N}(0, 1)$	

Analyse de la variance	
Région critique du test de Bartlett : $W = \{(N-K)\ln msw - \sum_{k=1}^K (n_k - 1)\ln s_k^{*2} > \chi_{K-1, 1-\alpha}^2\}$	
$SSW = \sum_k \sum_i (X_k^i - \bar{X}_k)^2 = \sum_k (n_k - 1)S_k^{*2}$ et $MSW = \frac{SSW}{N-K}$	
$SSB = \sum_k n_k (\bar{X}_k - \bar{X})^2$ et $MSB = \frac{SSB}{K-1}$	
Sous $H_0$ : $\frac{MSB}{MSW} \sim F_{K-1, N-K}$	
Procédure LSD : $\mu_k$ et $\mu_\ell$ significativement différents si $\frac{ \bar{x}_k - \bar{x}_\ell }{\sqrt{msw(1/n_k + 1/n_\ell)}} > t_{N-K; 1-(\alpha^*/2)}$	
Test de Kruskal-Wallis : $W = \{h > \chi_{K-1; 1-\alpha^*}^2\}$ où $h = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{k=1}^K \frac{1}{n_k} \left( \sum_{i=1}^{n_k} r_i^k \right)^2 - 3(N+1)$	

Régression	
$\hat{b} = \frac{S_{XY}}{S_X^2}$ et $\hat{a} = \bar{Y} - \frac{S_{XY}}{S_X^2} \bar{X}$	
$\hat{a} \sim N(a, \frac{\sigma^2}{n} (1 + \frac{S_X^2}{n}))$ et $\hat{b} \sim N(b, \frac{\sigma^2}{n S_X^2})$	
$S_Y^2 = S_{reg} + S_{res}$ avec $S_{reg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = \hat{b}^2 S_X^2 = \frac{S_{XY}^2}{S_X^2}$ et $S_{res} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}_i^2$	
$\hat{\sigma}_{MV}^2 = S_{res}$ , $\hat{\sigma}^2 = \frac{n}{n-2} S_{res}$ et $(n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-2}^2$	
Intervalle de confiance sur $E(Y_0)$ : $\hat{Y}_0 \pm t_{n-2; 1-\alpha/2} \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{n S_X^2}}$	
Intervalle de prédiction : $\hat{Y}_0 \pm t_{n-2; 1-\alpha/2} \hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{n S_X^2}}$	