TILM3701 - Tilastotiede ja data 2022

Koonneet Henri Nyberg[1] Roope Rihtamo[2]

2022-09-15

[1]Turun yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos, henri.nyberg@utu.fi
[2]Turun yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos, roope.rihtamo@utu.fi

Sisällys

Kurssin rakenne

- Tällä kurssilla tarkoituksena on melko yleisellä tasolla johdatella tilastotieteen ja aineistojen (datan) maailmaan pohtimalla myös näiden laajempia merkityksiä tieteellisen tutkimuksen hyvin keskeisinä osina.

- Kurssilla vältetään, mahdollisuuksien mukaan, kovin teknistä matemaattista esitystapaa, mutta tarvittavissa määrin tullaan myös käyttämään tilastotieteen perusopinnoissa tarvittavia matemaattisia merkintöjä ja määritelmiä. Esim. todennäköisyyslaskennan ja tilastollisen päättelyn perusteita ei käydä vielä riittävällä matemaattisella tarkkuudella lävitse, vaan nämä tarkastelut jäävät tätä kurssia seuraavien kurssien (TILM3553 Todennäköisyyslaskennan peruskurssi tai TILM3568 Todennäköisyyslaskenta sivuaineopiskelijoille sekä TILM3555 Tilastollisen päättelyn peruskurssi) asiaksi. Nämä kurssit, yhdessä alkuvaiheen pakollisten matematiikan kurssin lisäksi, muodostavat siis tämän kurssin johdannon kanssa lähtökohdan tilastotieteen opinnoille.

- Luennot eivät suoraan perustu yhteen kirjaan tai lähteeseen. Käytettyjä lähdemateriaaleja luetellaan alapuolella oheislukemiston myötä.

- Oheislukemistoa (sopivilta osin):

  - Mellin, I. (2004). Johdatus tilastotieteeseen: Tilastotieteen johdantokurssi (1.kirja). Yliopistopaino, Helsingin yliopisto.
  - Mellin, I. (2000). Johdatus tilastotieteeseen: Tilastotieteen jatkokurssi (2.kirja). Yliopistopaino, Helsingin yliopisto.
  - Mellin, I. (2006). Tilastolliset menetelmät. Luentomoniste, Aalto yliopisto (TKK).
  - Holopainen, M. ja P. Pulkkinen (2008). Tilastolliset menetelmät. Sanoma Pro Oy.
  - Pahkinen, E. ja R. Lehtonen (1989). Otanta-asetelmat ja tilastollinen analyysi. Gaudeamus, Helsinki.
  - Pahkinen, E. ja R. Lehtonen (2004). Practical Methods for Design and Analysis of Complex Surveys. 2. painos, Wiley.
  - Sund, R. (2003). Tilastotiede käytännön tutkimuksessa -kurssi. Helsingin yliopisto.

  - Silver, N. (2014). Signaali ja kohina: Miksi monet ennusteet epäonnistuvat mutta jotkin eivät? Terra Cognita. (Suomentanut Kimmo Pietiläinen)
    * Englanninkielinen teos: Silver, N. (2015). The Signal and the Noise: Why So Many Predictions Fail–but Some Don't. Penguin Books; Illustrated edition
  - Pesonen, M. (2017). Kurssimateriaali kurssille Aineistonhankinta ja tutkimusasetelmat, Turun yliopisto.
  - Vartia, Y. (1989). Tilastotieteen perusteet. Yliopistopaino, Helsinki. II painos.

- Muita taustamateriaaleja
  - Tilastokeskuksen tilastokoulu (linkki)
  - Tilastotieteen sanasto suomi-englanti-suomi, ks. Juha Alho, Elja Arjas, Esa Läärä ja Pekka Pere (2021). Tilastotieteen sanasto. Suomen Tilastoseuran julkaisuja 8.

Suuret kiitokset Visa Kuntzelle ja Emil Lehdelle kommenteista ja avusta materiaalin työstämisessä. Kaikki jäljelle jääneet painovirheet ovat materiaalin kokoajien.

Kurssimateriaali

Kurssin materiaali on koostettu em. lähteistä ja pyrkii paikoin pelkistettyyn esitysmuotoon mutta kuitenkin niin että materiaalin opiskelemalla kurssin osaamistavoitteet täyttyvät kokonaisuudessaan. Osaamistavoitteet on listattu Turun yliopiston opinto-oppaassa matematiikan ja tilastotieteen laitoksen opintotarjonnasta kurssikuvauksen alta ja ne löytyvät alta vielä laajemmin.

- Opintojakson suoritettuaan opiskelija:
  - On saanut kokonaiskuvan tilastotieteestä ja sen perusteista
  - Osaa hahmottaa tilastotieteen roolin omana tieteenalana ja eri sovellusalueiden yhteydessä
  - Tunnistaa erilaiset tutkimusasetelmat ja aineistotyypit
  - On sisäistänyt tilastotieteen keskeisiä käsitteitä ja osaa niiden avulla tarkastella kriittisesti tieteellisiä tutkimuksia
  - Pystyy erottamaan edustavan otoksen ja näytteen

Kurssin sisältöä on listattu opinto-oppaassa ja laajemmin alla. Tämä listaus toimii hyvänä luettelona kurssin keskeisistä teemoista.

- Kurssin sisältöä:

  - Tilastotiede tieteenalana ja sen suhde lähitieteisiin, kuten datatieteeseen (data science)
  - Tilastotieteen rooli uuden tieteellisen tiedon tuottamisessa
  - Tilastolliset aineistot (data), niiden kerääminen ja mittaaminen
  - Tilastollisen päättelyn perusteita
  - Otannan perusteet
  - Tilastotieteen sovellusten ja sovellusalueiden esittelyä

Materiaalin seassa on eritelty väärikoodatuin tietolaatikoin erinäisiä tärkeitä tilastotieteellisiä konsepteja ja termejä sekä esimerkkejä tilastotieteen sovelluksista. Näistä ensin mainitut löytyvät Deltan violeteista laatikoista ja jälkimmäiset Statistikan oransseista.[1] Alla esimerkkilaatikot.

Konsepti tai termi
Konseptin tai termin löyhä määritelmä.

Esimerkki
Aihetta koskeva esimerkki.

[1] Toim. Huom. värit eivät täysin alkuperäisten värien kanssa yhteneväisiä.

Luku 1

Johdantoa ja johdattelua tilastotieteeseen

Ihmisellä on luontainen pyrkimys ymmärtää, mitä hänen ympärillään tapahtuu. Ymmärrys perustuu ihmisen tekemiin havaintoihin, joita luokittelemalla tai seuraamalla hän pyrkii löytämään säännönmukaisuuksia. Näiden säännönmukaisuuksien löytäminen vaatii loogisten johtopäätösten tekoa. Pelkän uteliaisuuden tyydyttämiseen ja älyllisen mielihyvän lisäksi ihminen pyrkii ennakoimaan tulevaa ja siten varautumaan tuleviin tapahtumiin... Edellä kuvattuja taitoja voi oppia.

Holopainen ja Pulkkinen (2008)

1.1 Tilastotiede ja kurssin idea

- Tämän tilastotieteen ensimmäisen kurssin ideana on (ainakin)
  - Esitellä ja johdatella **tilastolliseen ja tieteelliseen ajatteluun** ja sen hyödyntämiseen eri tyyppisissä tutkimusongelmissa.
  - Esitellä tilastotieteen roolia **empiirisen tutkimusaineiston keräämisessä ja analyysissä** sekä tarkastella tieteentekemisen ja tilastotieteen suhdetta.
  - Pohtia **tilastotieteen olemusta tieteenalana** ja tarkastella tilastotieteen ja datatieteiden (data sciencen) samankaltaisuuksia ja eroja.
  - Pohtia **sattuman ja satunnaisuuden roolia** jokapäiväisessä elämässä ja erityisesti osana tieteellistä tutkimusprosessia.
  - Oppia tilastotieteen peruskäsitteitä ja (tilastollisen) tutkimuksenteon alkeita ja siihen liittyviä mahdollisia ongelmia esimerkiksi tilastollisten aineistojen keräämisessä.

- Oppia tilastollisten aineistojen **kuvaamisen ja käsittelyn** alkeita sekä tilasto(tieteellisen)llisen **mallintamisen** ja **koeasetelmien** peruskäsitteitä.

- Kurssilla käsitellään myös **tilastollisen päättelyn** peruskäsitteitä ja perusteita kuten
  - Mitä on **todennäköisyys** ja miten se tulkitaan tilastotieteessä sekä laajemmin tieteessä. Erityisesti tilastotieteen osalta keskiössä on tämän kurssin osalta **satunnaismuuttujat** sekä niihin liitettävät käsitteet
    * **Odotusarvo**, **varianssi** ja kahden (tai useamman) satunnaismuuttujan **korrelaatio**.
    * Satunnaismuuttujien **todennäköisyysjakaumien** perusteita ja niiden yhteyksiä mm. normaalijakaumaan ja muutamiin muihin keskeisiin jakaumiin.
    * Tilastollinen malli työkaluna satunnaismuuttujien formaalissa mallintamisessa ja päättelyssä. Tilastolliseen malliin liittyy (usein) **parametreja** joihin tilastollinen päättely kohdistuu.
    * Tilastollisten mallien **estimoinnin** perusidea, eli miten tilastollisen mallin parametreille muodostetaan arvot käytettävissä olevan aineiston pohjalta. Esimerkiksi: mitä tarkoittaa tilastollisen mallin parametrin **estimaattori** ja sen **harhattomuus**?
    * Alustavia tarkasteluja tilastollisen mallin uskottavuuden käsitteelle ja **luottamusväleille** tilastollisen mallin estimoiduille parametreille.

- Toinen kurssin keskeisistä teemoista on tarkastella tieteellistä tutkimusprosessia teoriassa ja käytännössä. Tämä sisältää mm. seuraavia aiheita (joita siis käsitellään tällä kurssilla päällisin puolin varsin yleisestä näkökulmasta katsoen ja tarkemmat yksityiskohdat jätetään tätä kurssia seuraavien tilastotieteen kurssien aihepiireiksi):
  - **Tutkimusongelman** asettaminen: mitä halutaan tutkia?
  - Tutkimusongelman täsmentäminen ja **tutkimusstrategian** laatiminen: millä keinoin asetettuun tutkimusongelmaan voidaan vastata?
  - **Tutkimusaineiston** (tai vain lyhyemmin **aineiston** eli **datan**) kerääminen
    * **Aineiston ennakkoehdot**: mitkä ehdot tulee täyttyä, jotta asetettuun tutkimusongelmaan voidaan vastata?

    * **Otanta** (ja mittaaminen): miten tutkimusaineisto kerätään niin, että se täyttää aineiston ennakkoehdot? Erilaisissa tutkimuksissa käytetään erilaisia aineistoja kuten:
        - Survey- eli haastatteluaineistot: aineisto kerätään haastattelemalla tutkimuskohteita
        - Rekisteriaineistot: aineisto on kerätty valmiiksi rekisteriin ja sitä käytetään tutkimukseen
        - Aikasarja-aineistot tai pitkittäisaineistot: useita mahdollisesti korreloituneita havaintoja samoista tutkimuskohteista
        - Ynnä muita, ks. 10

- **Aineiston kuvaaminen**: minkälaista aineistoa on kerätty ja vastaako se ennakkoehtoja?
- **Aineiston analyysin** lähtökohtia
    - Mitä tilastollista mallia/malleja käytetään?
    - Mitä tarkoitetaan mallien tuntemattomien parametrien arvojen estimoinnilla?
    - Tilastollinen päättely (estimointitulosten pohjalta)
- **Johtopäätelmien** tekeminen tilastollisen päättelyn pohjalta: saatiinko tutkimusongelmaan vastaus ja kuinka luotettava saatu vastaus on?

1.2 Tilastotieteen asema tutkimusyhteisön ulkopuolella

- Tilastotiede on oppiaineena usein varsin tuntematon toisen asteen opinnoista valmistuneelle, sillä sitä ei juurikaan opeteta lukioissa tai ammattikouluissa huolimatta sen keskeisestä ja kasvavasta roolista tieteenteossa.
- Tiedeyhteisön ulkopuolellakin **tilastotiedettä ja tilastotieteilijöitä arvostetaan laajalti**.
- **Tilastotiede onkin nostanut profiiliaan viimeisten vuosikymmenien aikana** tietoteknisen kehityksen tuotua laajat tietoaineistot ja kehittyneet laskennalliset menetelmät lähes jokaisen kansalaisen saataville.
- Tämä "*datavallankumous*" näkyy tilastotieteilijöiden kysynnässä työmarkkinoilla: erilaisten aineistojen määrän lisääntyessä kasvaa myös kysyntä työntekijöistä, jotka osaavat ammatitaitoisesti käsitellä, tulkita ja mallintaa tilastollisia aineistoja.
- Ei siis liene ihmekään, että erilaisten "data"-alkuisten työpaikkojen, kuten **datatieteilijä** (eng. **data scientist**) tai **data-analyytikko** (**data analyst**) määrä on kasvanut voimakkaasti jo pidempään. Kaikkia tieto- ja datainensiivisten ammattien tekijöitä yhdistää yksi tekijä: **heidän tulee hallita ja osata tilastotiedettä!**
    - Karkeistettuna mitä paremmin ja enemmän (laajemmin), sen parempi palkka ja monipuolisemmat työtehtävät!

1.3 Kurssin luonne tilastotieteen opintojen esittelijänä

Kurssin mittaan esitellään tilastotieteen perusteiden lisäksi **miten Turun yliopistossa tilastotieteen opinnoissa syvennytään** tällä kurssilla esiteltäviin menetelmiin, aineistotyyppeihin ja mallinnuskokonaisuuksiin. Tilastotieteen opintotarjontaan voi perehtyä TY:n opinto-oppaan avulla!

Luku 2

Tieteellinen tieto, tilastot ja arkitieto yhteiskunnassa

Tässä luvussa tarkastellaan tieteen ja tieteellisen tutkimusprosessin luonnetta erityisesti uuden **tutkitun** tiedon tuottamisen näkökulmasta. **Tiedelukutaidon** merkitys on kasvanut nyky-yhteiskunnassa, kun tiedejulkaisujen saavutettavuus ja tunnettuus on lisääntynyt mm. tieteen popularisoinnin ja median laajemman tiedeuutisoinnin vuoksi. Tiedon, erityisesti tieteellisen tiedon, rooli korostuu yhä enemmän myös kaikilla elämän osa-alueilla: terveysteknologia (esim. sykemittarit tai Oura-sormus) perustuu lääke- ja terveystieteellisiin läpimurtoihin, talouspoliittisia päätöksiä edeltää entistä suurempi määrä asiantuntijoiden taloustiedeperusteista analyysia ja jopa peruskouluopetus on murroksessa kasvatustieteen saavutusten myötä.

Voidakseen ymmärtää ja arvioida kriittisesti tiedeuutisia tulee lukijan olla tietoinen tieteellisen tutkimuksen luonteesta: miten tutkimusartikkeleja luetaan, mitä niiltä voidaan odottaa ja minkälaiset tulokset ovat uskottavia. **Tilastotiede näyttelee keskeistä roolia lähes kaikessa tutkimuksessa ja erityisesti erilaisten tutkimuskysymysten ja niitä vastaavien hypoteesien testauksessa**. Aloitetaan kurssin varsinainen oppimateriaali kunnianhimoisesti tarkastelemalla mitä tiede oikeastaan on.

2.1 Mitä on tiede?

- Annetaan tieteen määritelmälle ensin muutamia pohtivia suuntaviivoja:
  - *Tiede on **järjestelmällistä** ja **järkiperäistä** uuden tiedon hankintaa.*[1] Tiede (voidaan) siis ymmärtää toiminnaksi, jossa tavoitellaan

[1] Haaparanta ja Niiniluoto (1986). Johdatus tieteelliseen ajatteluun. Filosofian laitoksen julkaisuja 3/86. Helsingin yliopisto.

ja hankitaan **tietoa**.
  - Tieteellinen tutkimus on tutkivan subjektin ja tutkimusobjektin välistä vuorovaikutusta.
  - Tiede pyrkii järjestämään tiedon yksinkertaisiksi kokonaisuuksiksi ja pyrkii löytämään säännönmukaisuuksia.

- Tiede on siis tiedon hankintaa, jonka kohteena on meitä ympäröivä todellinen maailma sen ilmiöineen ja tapahtumineen.
  - Tiedon hankinnalla tarkoitetaan kumulatiivista prosessia, jossa ympäröivän maailman ilmiöitä ja niiden välisiä suhteita
    i) selitetään,
    ii) niitä koskevia käsityksiä vahvistetaan osoittamalla ne tosiksi sekä
    iii) löydetään niistä uutta tietoa.
  - Tiede siis erottaa intuition ja "arkitiedon" oikeasta, tutkitusta tiedosta esittämällä reaalimaailmaa koskevia väitteitä ja osoittamalla ne todeksi tieteellisin menetelmin.
  - Tiede käsittää myös aiemman tutkimuksen ja se toimii kaiken tieteellisen tiedon jäsenneltynä kokonaisuutena.
  - Tieteen tekemiseen liittyvä vaatimus **uudesta tiedosta** kuitenkin sulkee tieteen ulkopuolelle toiminnot, joissa on kyse vain aikaisemmin hankittujen tietojen omaksumisesta ja järjestämisestä (vrt. opiskelu, komitea/selvitystyöt).
    * Aikaisemmin hankittujen tietojen vahvistaminen ja todentaminen, eli uuden tutkimuksen tekeminen, on kuitenkin tiedettä sen tuottaessa uutta tietoa.

- Tieteelle voidaan asettaa (ainakin) seuraavat kaksi sitä määrittelevää ominaisuutta.
  - **Järjestelmällisyys**: tieteellinen tiedonhankinta on yhteiskunnallisesti organisoitu tutkimusta tekevien (ja opetusta järjestävien) instituutioiden tehtäväksi, joka kokoaa tutkimustulokset systemaattisiksi tietojärjestelmiksi niin kansallisella kuin kansainvälisellä tasolla.
    * Näihin instituutioihin lukeutuu yliopistot, korkeakoulut ja tutkimuslaitokset ja vastaavasti tietojärjestelmiksi mm. tieteelliset julkaisut.
    * Tiede ylittää järjestelmällisyytensä vuoksi tiedostamisen "arkitason" (vrt. aiemmat pohdinnat arkitiedon ja tieteellisen tiedon välillä).
  - **Järkiperäisyys**: Järkiperäisyyden vaatimus asettaa rajoitteita tieteelliselle ajattelutavalle. Tiede ei siis voi nojautua

  * Yksilölliseen vaistoon tai intuitioon
  * Suostutteluun
  * Propagandaan
  * “Jumalalliseen ilmoitukseen” tai vastaavaan

- Tieteen keskiössä on todellista maailmaa koskevat (tieteelliset) **teoriat** ja niihin liitettävät **hypoteesit**.

Tieteellinen teoria
Tieteelliset teoriat ovat hyvin perusteltuja kuvauksia ja selityksiä siitä, miten ympäröivä maailmamme toimii tai esimerkiksi siitä miten eri ilmiöt ovat yhteyksissä toisiinsa. Ne ovat luotetuin, täsmällisin ja kattavin tieteellisen tiedon muoto. Teorian vahvuus riippuu siitä, kuinka laajoja ja erilaisia reaalimailman ilmiöitä sillä voidaan (yksinkertaisesti) selittää.

- Teoria muodostuu tieteellistä menetelmää käyttämällä ja se on kehittynyt ajassa kumulatiivisesti kertyneen tiedon myötä. Teoria muodostuu siis toistuvien sitä vahvistavien uusien havaintojen ja tutkimuksen myötä.
- Tieteellisen teorian pyrkimys on selittää ja ennustaa sen kohteena olevaa ilmiötä tyylikkäästi sekä yksinkertaisesti. Se on luonteeltaan induktiivinen ja alisteinen muutoksille tai jopa hylkäämiselle empiirisen todistusaineiston (“evidenssin”) osoittaessa sen olevan puutteellinen tai väärä.
  - Tieteellisen teorian tulee siis olla empiirisesti testattavissa ja sen tekemät ennusteet falsifioitavissa: teoriaan liittyvät ennustukset määrittelevät sen hyödyllisyyden, sillä teoria joka ei tee testattavia ennustuksia on hyödytön.
  - Teoriat kehittyvät vuorovaikutuksessa todellisen maailman kanssa kun tieteellisessä tutkimuksessa niitä ja erityisesti niihin liittyviä hypoteeseja testataan ja saatuja tuloksia tulkitaan vallitsevien teorioiden valossa.
    * Jos tulokset ovat linjassa teorian tekemien ennustusten kanssa, teoria vahvistuu (se “verifioidaan”) ja riittävän evidenssin myötä se voidaan hyväksyä, eli siitä on *tieteellinen konsensus*: paras mahdollinen selitys kys. ilmiölle.
    * Jos tulokset poikkeavat teorian ennustuksista, ne tulkitaan teorian empiiriseksi vastaväitteeksi (“falsifikaatioksi”). Tällöin voidaan ensin tarkastella onko tulokset saatu uskottavalla *tieteellisellä menetelmällä* ja mikäli näin on, ja seuraavatkin tutkimustulokset ovat vastaavia, teoriaa voidaan parantaa tai mahdollisesti muuttaa kokonaan.

  - Tämä tieteellisen tiedon kumuloituminen muokkaa teorioita vuosien saatossa täsmällisemmiksi ja paremmiksi kuvauksiksi ympäröivästä maailmasta.
    * On kuitenkin syytä huomauttaa että tieteellisetkään teoriat eivät ikinä ole (eikä niiden tarvitse olla) täydellisen täsmällisiä, jotta ne olisivat käyttökelpoisia ja hyödyllisiä.
- Teorianmuodostukseen liittyy keskeisesti tieteellinen menetelmä, johon taas liittyy teorioita koskevien *hypoteesien* testaaminen.

Hypoteesi

- Hypoteesi tarkoittaa teorioista johdettua tai aikaisemman tutkimuksen perusteella esitettyä ennakoitua ratkaisua tai selitystä tutkittavaan ongelmaan.
- Hypoteesi ilmaistaan teoriaa koskevana väitteenä, jonka paikkansapitävyyttä halutaan tutkia.
- Hypoteeseja voidaan testata kokeellisesti ja näin saadut tiedot/tulokset voivat osoittaa hypoteesin vääräksi.
- **Nollahypoteesi** vastaa tavallisesti tyypillistä, odotettavissa olevaa tulosta, esimerkiksi ettei kahden mitatun ilmiön välillä ole yhteyttä tai että tietty hoito on tehotonta.
  - Nollahypoteesia *ei todisteta ("hyväksytä")*, vaan voidaan ainoastaan sanoa, ettei aineisto tarjoa todistusaineistoa nollahypoteesin hylkäämiselle.
- Vastahypoteesi sisältää usein mielenkiinnon kohteena olevan tapahtuman, kuten "on eroa" tai "on vaikutusta".
  - Tiedeyhteisöllä on usein taipumus jättää julkaisematta tutkimustuloksia, joissa nollahypoteesi jää voimaan. Yleensä tämä tilanne syntyy, kun lopputulos ei eroa jo aikaisemmin otaksutusta. (Toki ajoittain tilanne on myös toisinpäin eli "toivotaan" nollahypoteesin hylkäämistä).

- Tieteilijät yleensä perustavat hypoteesinsa aikaisemmin tehtyihin havaintoihin, joita ei voida selittää olemassa olevilla tieteellisillä teorioilla tyydyttävästi.

- Uuden tieteellisen tiedon tuottaminen ja jo tuotetun tiedon ymmärtäminen vaatii **tieteellisen ajattelutavan** omaksumista, jonka **perustana on lähes aina tilastollinen päättely**.
  - Tieteelliselle ajattelulle ja tiedon tuottamiselle on tunnusomaista, että se pohtii ja kehittelee **paradigmojaan** eli oman toimintansa perusteita.

Paradigma on tietyn alan oman tieteellisen toiminnan oppirakennelma, ajattelutapa ja peruste, joka mm. ohjaa tutkimuskysymysten asettelua, käytettäviä menetelmiä ja tulosten tulkintoja. Paradigmat elävät jatkuvassa muutoksessa tieteen kehityksen myötä.

- Esimerkkinä toimii taloustieteen nk. “uskottavuusvallankumous”, jossa tilastollisten menetelmien myötä taloustieteellisen tutkimuksen painopiste tuntuu siirtyneen vahvemmin empiirisen kausaalitutkimuksen puolelle.

- Paradigmat siis ohjaavat uuden tieteellisen tiedon tuottamista asettamalla tutkimukselle yhtenevät raamit, jotka ohjaavat sitä, miten tutkimuskysymyksiä asetetaan ja miten niihin etsitään vastauksia sekä myös sitä, miten saatuja tuloksia tulkitaan.
  - Tieteellinen tieto perustuu siis eri tutkimusalojen tiedeyhteisöjen paradigmoihin ja täten siihen, minkälaista tutkimusta, ja mistä ilmiöistä, kannattaa tehdä.
  - Paradigmojen ei pidä ajatella olevan kaavoihin kangistuneita ajattelu- ja menettelytapoja, jotka oikeuttavat vain tietynlaisen tutkimuksen tekemisen.
    - Päinvastoin, paradigmat ovat ajan myötä kumuloitunutta tietoa siitä, mitkä toimintatavat ja -menetelmät tuottavat uskottavaa, koko tiedeyhteisön hyväksymää tiedettä, joka täyttää hyvän tieteen kriteerit.
    - On kuitenkin mahdollista, ja käytännössä varmaa, että vallitsevat paradigmat myös estävät osaltaan uusien löytöjen syntymistä: liian vahvasti alan paradigmojen kanssa ristiriidassa oleva tulos saattaa jäädä julkaisematta, mikäli tutkija ei pidä sitä lainkaan mahdollisena suhteessa vallitseviin paradigmoihin.
    - Samoin on käytännössä varmaa, että vallitsevat paradigmat muuttuvat ajan myötä uusien löytöjen myötä!
  - Tieteelliseen ajattelutapaan kuuluu olennaisesti juuri tiedon kumuloitumisen ymmärtäminen: yksittäinen vahva tulos on vasta alku ja

vahvistettu tieto jostain ilmiöstä, yhteydestä tai vaikutuksesta syntyy monien mittausten ja tutkimusten jatkumona.

- Tietoa ei siis voida johtaa siitä, miltä asiat näyttävät, kuten on tyypillistä “arkiajattelussa”.
  - Tiede kehittää teorioita kriittisesti ja määrätietoisesti rationaalisen ajattelun keinoin.
  - Teorioita ja niihin liitettäviä hypoteeseja testataan tieteellisin menetelmin ja näin saadaan uutta tietoa tutkittavasta ilmiöstä.
- Tiivistetysti voidaan sanoa että tiede on kumulatiivinen tutkimusprosessi, jossa hankitaan uutta tietoa ja samalla vahvistetaan vanhaa, mutta epävarmaa tietoa tieteellisin menetelmin.
  - Tieteellisten menetelmien käyttöä ohjaa tutkimusalakohtaiset paradigmat, jotka ovat suuntaviivoja ja viiteistöjä siitä, minkälainen tutkimus tuottaa uskottavia tuloksia.

Arkitieto

- epäluotettavat havainnot
- epäjohdonmukaisuus
- omien kokemusten vaikutus
- logiikan puute
- lyhytjänteisyys
- valikoivat havainnot
- muistamattomuus
- irrallisuus asiayhteydestä
- tyytyminen ensimmäiseen selitykseen
- liiallinen yleistäminen

Tieteellinen tieto

- perustuu tietoiseen opiskeluun, analyysiin ja yleistämiseen (otantateoria)
- muodostaa hierakkisen järjestelmän
- objektiivisuus
- etsii yleisiä lainmukaisuuksia ja periaatteita
- perusteltua
- julkista
- korjaantuvaa
- kriittisyys
- olennaisen ja epäolennaisen erottaminen

Kuva 2.1: Arkitieto ja tieteellinen tieto

2.2 Tieteellinen menetelmä

- Milloin tutkimus sitten on tieteellistä? Tiede on tiedonhankintaa, jossa käytetään erityistä, mahdollisesti tilanteesta (sovelluksesta) riippuvaa, tieteellistä **menetelmää** eli **metodia**.

Tieteellinen menetelmä: Tieteellinen menetelmä on kullakin tieteen alalla vallitseva, ajan myötä kehittynyt ja nykyisten paradigmojen mukainen menettelytapa, jolla uutta tietoa tuotetaan ja vanhaa, mutta epävarmaa tietoa vahvistetaan. Se ei ole selkeä työvaiheiden luettelo tai menetelmähakemisto, vaan yleisesti hyväksytty ja hyväksi todettu tapa pyrkiä totuuteen erilaisten tutkimusongelmien ratkomisessa. Hyvälle tieteelliselle menetelmälle voidaan lukea seuraavia kriteerejä.

- **Objektiivisuus ja loogisuus**
  - Tutkimuskohteen ominaisuudet ovat tutkijan mielipiteistä riippumattomia.
  - Tieteellinen tieto tutkimuskohteesta syntyy tutkijan ja tutkimuskohteen vuorovaikutuksen tuloksena.
  - Tiedon lähteenä on tutkimuskohteesta saatava kokemus.
  - Tutkimuskohteesta voidaan saada totuudellista tietoa, jonka laadusta myös tutkijayhteisö voi olla yhtä mieltä.
- **Kriittisyys**
  - Ilmenee niinä vaatimuksina, joita **hypoteesin** asettamiselle, testaamiselle ja hyväksymiselle on asetettu.
  - Tieteellisten hypoteesien tulee olla intersubjektiivisesti testattavissa eli niillä täytyy olla yhdessä sopivien lisäoletusten kanssa sellaisia seurauksia, joiden totuus tai virheellisyys voidaan julkisesti tarkistaa.
- **Autonomisuus**
  - Tieteen tulosten arvioiminen on (tiukasti ottaen) tieteellisen yhteisön oma asia, johon tieteen ulkopuolella olevat ryhmät eivät saa vaikuttaa.
  - Ei ole hyväksyttävää vedota siihen, että väitteen totuus olisi toivottavaa tai epätoivottavaa esimerkiksi poliittisista, uskonnollisista tai moraalisista syistä.
- **Edistyvyys**
  - Tieteen edistyminen merkitsee kasvun eli tulosten määrällisen lisääntymisen ohella sitä, että virheellisiä hypoteeseja tai teorioita korvataan uusilla tuloksilla, jotka ovat tosia tai ainakin vähemmän virheellisiä kuin aikaisemmat.
- **Toistettavuus ja yleistettävyys**
  - Tieteen tulokset tulee olla muiden tutkijoiden toistettavissa eli replikoitavissa. Toistettavuudelle (paikoin myös uusittavuudelle, joskin merkitys vaihtelee) on erilaisia määritelmiä.

- Tarkastellaan lähemmin erästä määritelmää erilaisille toistettavuuden lajeille. Esittelemme tässä Hamermeshin (2007)[2] esittämän erilaisten replikointien jaottelun:
  - **Puhdas replikointi**: toinen tutkija, käyttäen täysin samaa tutkimusaineistoa ja samaa tilastollista menetelmää kuin alkuperäisessä tutkimuksessa, saa täsmälleen samat tutkimustulokset.
  - **Tilastollinen replikointi**: toinen tutkija, käyttäen eri tutkimusaineistoa (otosta), joka on kuitenkin poimittu samasta populaatiosta (ks. Luku 5), mutta samaa menetelmää, saa vastaavanlaisia tuloksia, jotka vahvistavat alkuperäisen tutkimuksen perustulokset.
  - **Tieteellinen replikointi**: toinen tutkija, käyttäen samoja asioita mittaavaa tutkimusaineistoa, joka on kuitenkin kerätty eri populaatiosta, ja käyttäen samankaltaista, mutta ei identtistä menetelmää, saa vastaavanlaisia tuloksia, jotka vahvistavat alkuperäisen tutkimuksen perustulokset.

- Teorioiden sisältämiä väitteitä voidaan muotoilla tieteellisiksi malleiksi, joihin voidaan liittää hypoteeseja, joita testataan tieteellisin menetelmin käyttäen ilmiö(i)stä mitattua havaintoaineistoa.
  - Tieteelliset mallit ovat yksinkertaistuksia reaalimaailmasta ja ne kuvaavat tutkimuksen aihetta jostain näkökulmasta tarkasteltavana systeeminä.
  - Mallit hyödyntävät matemaattista esitystapaa, sillä se tarjoaa formaalin ja objektiivisen tutkimusaiheen kuvauksen sekä mahdollistaa siihen liittyvän loogisen päättelyn havaitun, empiirisen aineiston pohjalta.
  - Tilastolliset mallit ovat käytännössä tieteellisten mallien formaaleja matemaattisia esityksiä, jotka lisäksi mahdollistavat mallia koskevan tilastollisen päättelyn esimerkiksi hypoteesien ja niiden testaamisen avulla. Päättely perustuu tilastotieteen teoriaan, joka mahdollistaa päättelyn epävarman ja satunnaisen aineiston tapauksissa.
  - Hypoteesien asettamisen voidaan ajatella tutkittavaa ilmiötä koskeviksi ennusteiksi, joita verrataan havaittuun aineistoon. Mikäli havaittu aineisto ei sovi testattavaan teoriaan tai siihen liittyviin hypoteeseihin, voidaan (hieman yksinkertaistaen) teoriaa kehittää paremmaksi. Tämä vuoropuhelu vie tiedettä eteenpäin ja tuottaa lisää tutkittua tietoa ympäröivästä maailmasta.

[2] Hamermesh, D. S. (2007). Replication in economics. *Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'´economique* 40 (3), 715–733.

- Hypoteesien testaaminen on yhtäältä tieteellisten teorioiden kehittämisen ja vahvistamisen ja toisaalta kritiikin keskiössä.
  - Metodologinen pluralismi: Kaikkia menetelmiä voi soveltaa hyvin tai huonosti, mutta niitä voi käyttää myös luovasti väärin.

2.3 Tilastojen yleisestä roolista yhteiskunnassa

- Ihminen ei voi toimia maailmassa järkevästi, ellei hän pysty muodostamaan oikeata kuvaa maailmasta ja sen tilasta. Nykyaikana oikeaa kuvaa varten tarvitaan maailmaa ja sen tilaa merkityksellisesti ja oikein kuvaavia, ajantasaisia **(tilasto)tietoja**.

- Yhteiskunnan kaikilla sektoreilla toiminnan seuranta, päätöksenteko ja ennakointi perustuvat eri sektoreita kuvaaviin **(tilasto)tietoihin** ja niiden analysoinnissa käytettäviin **tilastollisiin menetelmiin**.
  - Oikein todellisuutta kuvaavat, ajantasaiset (tilasto)tiedot ovat välttämättömiä modernin yhteiskunnan toiminnalle.
  - Esimerkiksi päätöksenteko sekä julkisella että yksityisellä sektorilla (elinkeinoelämässä) perustuu pitkälti yhteiskuntaa ja elinkeinoelämää kuvaaviin (tilasto)tietoihin ja tilastollisten menetelmien tuottamiin tuloksiin sekä niiden perusteella tehtäviin päätöksiin.
    - Esimerkkejä ovat tietyt konkreettiset (talous)poliittiset toimenpiteet (talous)tilastojen perusteella. Lisäksi tuotantoprosessien ohjaus ja laadunvalvonta teollisuudessa sekä markkinatutkimus kaupan alalla perustuvat tilastollisiin menetelmiin.
  - (Tilasto)tietojen saatavuutta voidaan pitää jopa toimivan demokratian edellytyksenä.

- Koska todellisuutta kuvaaviin (tilasto)tietoihin sisältyy (lähes) aina epävarmuutta ja satunnaisuutta, tilastotiede ja tilastolliset menetelmät luovat perustan tilastojen tuotannolle, jalostukselle ja analysoinnille.
  - Niinpä tilastojen tuotannon, jalostuksen ja analysoinnin menetelmien kehittäminen on keskeinen osa tilastotieteen tehtäväkenttää.
  - Samoin tilastotieteen menetelmien ymmärtämisellä on keskeinen rooli tietoyhteiskunnassa toimimisessa ja vaikuttamisessa.

Esimerkki (väite): Naiset puhuvat enemmän kuin miehet.

- Lähtökohta väitteen (hypoteesin) tutkimiseen:
  - Uskomus on väärä kunnes toisin todistetaan.
  - Lähdetään liikkeelle olettamuksesta, että miehet ja naiset puhuvat yhtä paljon.
  - Olettamuksen tueksi tai kumoamiseksi täytyy kerätä todistusaineistoa.
  - Jotta tutkimukseen saataisiin täysin varma vastaus, kaikki miesten ja naisten puheet ihmiskunnan olemassa olon ajalta pitäisi pystyä laskemaan = mahdotonta.
- Mitä siis tehdä?
  - Täytyy tyytyä tutkimaan osajoukkoja miehistä ja naisista (otos), mihin tarvitaan **otantamenetelmiä** (käsitellään tarkemmin myöhemmin luvussa 5).
  - Arvotaan satunnaisesti tutkimushenkilöitä miesten ja naisten joukosta ja mitataan kuinka paljon he puhuvat.
  - Satunnaisuus tärkeää, sillä jos valikoitaisiin tarkoituksella puheliaita tai vähäsanaisia tutkimushenkilöitä, tulokset vääristyisivät.
- Jokaiseen mittaukseen liittyy virhe.
  - Täysin satunnainenkaan otos ei edusta täydellisesti koko väestöä. Joukkoon saattaa valikoitua puhtaasti sattumaltakin poikkeuksellisen puheliaita tai harvasanaisia naisia tai miehiä.
  - Millaisia sekoittavia tekijöitä tulee mieleen? Mitkä seikat voisivat vaikuttaa tutkittavaan asiaan?
  - Otoskoolla, eli sillä kuinka monta tutkimishenkilöä tutkitaan, on keskeinen rooli tutkimuksen luotettavuudelle. Mitä suurempi otos, sitä pienemmäksi sattuman osuus käy ja vastaavasti mitä pienempi otos, sitä suurempi on yksittäisten sattumien vaikutus.
    - Tilastolliset mallit turvautuvat todennäköisyyksiin erottaakseen sattuman vaikutuksen: kun aineisto on kerätty, halutaan tietää kuinka todennäkoistä on, että uskomus pitää paikkaansa.
- Palataan takaisin esimerkkiimme: Yleisen uskomuksen mukaan naiset puhuvat enemmän kuin miehet.
  - Tutkimuksen mukaan miehet vaikuttavat kuitenkin puhuvan yhtä paljon kuin naisetkin.
  - Laajemmat tutkimukset osoittavat, että **tilanteella** on puheen määrään paljon suurempi vaikutus kuin sukupuolella.

- Kiitos tilastotieteen, väärä uskomus on korvautunut tiedolla!

Are Women Really More Talkative Than Men?

Matthias R. Mehl[1,*], Simine Vazire[2], Nairán Ramírez-Esparza[3], Richard B. Slatcher[3], James W. Pennebaker[3]

+ Author Affiliations

* To whom correspondence should be addressed. E-mail: mehl@email.arizona.edu

Science 06 Jul 2007:
Vol. 317, Issue 5834, pp. 82
DOI: 10.1126/science.1139940

Abstract

Women are generally assumed to be more talkative than men. Data were analyzed from 396 participants who wore a voice recorder that sampled ambient sounds for several days. Participants' daily word use was extrapolated from the number of recorded words. Women and men both spoke about 16,000 words per day.

Kuva 2.2: Are women really more talkative than men?

2.4 Mitä on tutkimus?

- Tiede tavoittelee tietoa, mutta mistä?
  - Jokaisen tutkimuksen lähtökohtana on (tai ainakin pitäisi useimmiten olla) tiedollisen uteliaisuuden, käytännön tarpeiden tai teorian kehittämispyrkimyksen herättämä ongelma, johon tutkimuksen avulla etsitään vastausta. Tutkimus yrittää käsittää sekä tulkitun ilmiön, että sen tajunnassa synnyttämät spontaanit mielikuvat tai arkipäivän tiedot.
  - Tutkimus siis pyrkii löytämään täysin uutta tietoa, varmentamaan (mahd. aiempien tutkimusten myötä) syntyneitä vallitsevia mutta epävarmoja käsityksiä sekä tarkistamaan vakiintuneen tiedon paikkansapitävyyttä.
  - Valtaosa tieteestä asemoituu erityisesti kahden viimeisen kohdan alaisuuteen vaikka tieteen popularisoinnissa (mm. median toimesta) usein keskitytäänkin uusiin tiedemaailmaa ja joskus "käytännön" elämää järisyttäviin löydöksiin, jotka tosin voivat usein olla hyvin epävarmoja!

    * Lisää tieteen popularisoinnista jaksossa 4.6.

- Millaisia kysymyksiä **tutkimuksessa** asetetaan (voidaan asettaa)?
  - **Kuvaus**: Kuinka suuri on yli 65-vuotiaiden osuus Suomen väestöstä?
  - **Riippuvuuden kuvaus**: Ovatko paljon mainostavat yritykset kannattavampia kuin vähän mainostavat?
  - Kuvattujen ilmiöiden **selittäminen** ja **ymmärtäminen**. Miksi vanhempien sosioekonominen asema vaikuttaa ekonomien työhönsijoittumiseen? Tämän tutkimuskysymyksen tapauksessa pyrkimys on lähinnä selittää (ymmärtää) ilmiötä.
  - **Ennustaminen**: Jos kansantulon kasvu pienenee x%, työttömyyden ennustetaan kasvavan y tuhannella.
  - Kohdetta kuvaavien käsitteiden ja teorioiden rakentaminen, teorioiden ansioiden ja puutteiden arviointi.
- Myöhemmin materiaalissa (luvussa 11) keskustellaan vielä tarkemmin miten tilastotieteessä ilmiön ymmmärtäminen (selittäminen) ja ennustaminen eroavat toisistaan.

- **Tutkimuksen rajat?** Onko niitä?
  - Tutkimus antaa aina vajavaisen kuvan tutkimuskohteesta.
    * Kehittynytkin tieteellinen teoria tai malli on aina reaalimaailman yksinkertaistus: tutkimus on aina alisteinen käytetylle menetelmälle ja sen oletuksille!
  - Ymmärtämiseen tarvittava havaintomaailman hahmotus (saattaa) tuottaa ideologisesti ja historiallisesti sitoutuneita yksinkertaistavia sekä luonteeltaan usein hyvin teoreettisia abstraktioita.
    * Alakohtainen substanssitietous sekä sen vahvuuksien ja puutteiden sekä historiallisen ja ideologisen kontekstin tiedostaminen on ensiarvoisen tärkeää kaikessa tutkimuksessa!
  - Joka tapauksessa täyteen neutraaliuteen ja objektiivisuuteen on mahdotonta päästä. Tästä huolimatta on hyvä ja tärkeää pystyä tunnistamaan tämä haaste.
  - Tutkimusta voi tehdä joistakin arvolähtökohdista, mutta sen tulisi olla näkyvää. Omien arvojen mahdollisimman selvä eksplikointi on yksi keino, jolla voi yrittää vähentää piiloarvojen vaikutusta tutkimukseen.
    * Arvot ilmenevät esimerkiksi tutkimuksessa käytetyissä käsitteissä, jotka harvoin ovat arvovapaita. Useimmat käsitteet voidaan korvata toisilla, joilla on paikoin hyvin erilainen arvosisältö joskin arvottava lataus saattaa myös olla paikoin tarkoituksellista! Joka tapauksessa arvopainotteisten valintojen tunnistaminen on vaikeaa.

        * Toisaalta arvoihin sitoutuminen on väistämätöntä, sillä se on sosiaalisen olemassaolon sivutuote. Yhteiskunnan jäseninä meillä on tuskin mahdollisuuksia (täydellisesti) irroittautua arvoistamme kun pyrimme esim. ammatillisiin päämääriin.
            · Myös päinvastainen ongelma olemassa: Tutkimusta arvioidaan siihen perustellusti tai perusteettomasti kiinnitettyjen arvonäkökohtien mukaan!

- Tutkimukseen kuuluu olennaisesti myös oman tutkimustyön kuvaaminen, ts. kertomus siitä, miten esitettyihin tuloksiin on päästy.
    - Tämän myötä tieteelliselle ajattelulle on ominaista automaattinen **itsensä korjaaminen**.
    - Tutkimuskysymys, valitut menetelmät, käytetty aineisto ja tehdyt johtopäätökset perataan auki tutkimusartikkelissa/raportissa, joka sitten lähetetään **vertaisarvioitavaksi** tietelliseen julkaisuun, jossa muut alan asiantuntijat arvioivat sen ja päättävät hyväksytäänkö se julkaistavaksi.
- **Vertaisarvioinnissa** yksi tai useampi, tehdystä tutkimuksesta riippumaton, saman alan tutkija lukee ja tarkastaa tehdyn tutkimusartikkelin, arvioi sitä ja suosittaa tietellisen julkaisun arvioinnista vastaavalle päätoimittajalle (editorille) kyseisen artikkelin hyväksymistä tai hylkäämistä.
    - Vertaisarviointi ei aina takaa sitä, että julkaistu tutkimus olisi virheetön ja erinomaisesti tehty, vaan myös väärää tietoa pääsee välillä vertaisarviointiprosessin läpi.
    - Tämä ei kuitenkaan poista tieteellisen prosessin luotettavuutta, sillä uusi tieto varmentuu vasta usean samaa tutkimuskysymystä tutkineen ja vastaavat tulokset saaneen tutkimuksen myötä. Toisin sanoen, tieteellisen prosessin voidaan ajatella konvergoituvan totuuteen, vaikka yksittäisiä virhearviointeja sattuisikin.
- **Tutkimuksen kieli**
    - Tutkimus edellyttää arkikieltä täsmällisempää kommunikaatiota.
    - Ongelmaan liittyvien käsitteiden huolellinen määritteleminen ja erittely on tarpeellista.
        * Käsitteiden ja eri aloilla, osin samoista asioista käytettävien, toisistaan eroavien termien systemaattinen määrittely ja jäsentely selkeyttää tiedeyhteisön välistä kommunikointia.

    * Eivät korvaa empiiristä tietoa vaan vaikuttavat tiedon järjestymiseen ja sen perusteella tehtäviin päätelmiin.

Esimerkki: Luonnontieteelliset vs. yhteiskunnalliset sovellutukset:

- Luonnontieteiden lainalaisuuksia: Monet luonnontieteelliset ilmiöt ovat luonteeltaan varsin pysyviä.
  - Voidaan tehdä luotettavasti laajojakin yleistyksiä.
  - Selityksiä voidaan empiirisesti testata.
  - Luotettavia matemaattisia esityksiä voidaan kehittää.
- Yhteiskuntatieteissä (yhteiskuntatieteiden historiallisuuden myötä) erinäisiä lainalaisuuksia ja tyypillisiä piirteitä:
  - Usein tutkitaan **yhteiskunnallisia ilmiöitä**, jotka eivät suurelta osin ole toistettavissa.
  - Vaihtelevat huomattavasti ajan myötä (aiemmin voimassaolleet lainalaisuudet eivät välttämättä ole enää voimassa ja päinvastoin), mikä vaikeuttaa tilastollista analyysiä.
  - Yhteiskunnallisten ilmiöiden mittaaminen?
    * Yhteiskunnan rakenne ja toiminta on ehdollinen siinä käytettävän merkitysjärjestelmän suhteen. Kysymys **mittaamisesta** on asetettava suhteessa tähän käsitejärjestelmään. Joudutaan tekemään erilaisia kompromisseja eksaktisuus- ja systemaattisuusvaatimusten sekä arkikielen monimerkityksellisyyden välillä.

2.5 Tutkimuksen vaiheet ja tulosten julkaiseminen

Tieteellinen tutkimus ja asiantuntijatyö tuottavat valtavan määrän perusteltua, luotettavaa tutkimustietoa. Ks. tarkemmin tieteellisestä julkaisemisesta linkin tapauksessa erityisesti yhteiskuntatieteiden alalla, mutta perusperiaatteet pätevät myös muiden tieteenalojen tapauksessa

https://blogs.uef.fi/tiedonhaku-yhteiskuntatiede/tieteelliset-julkaisut/

Vastuullisen tieteen

https://vastuullinentiede.fi/fi/julkaiseminen

artikkelit tarjoavat tietoa siitä, kuinka tutkittua tietoa tuotetaan, julkaistaan ja arvioidaan luotettavasti ja yhteisesti hyväksytyllä tavalla. Jotta tiede vaikuttaa koko yhteiskunnan hyväksi, toiminnan on oltava vastuullista tutkimuksen jokaisessa vaiheessa.

Helsingin Yliopisto tarjoaa lisäksi Tiedelukutaidon perusteet -kurssia MOOC-toteutuksena (Massive Open Onlince Course). Keskustelethan ennen kurssin käymistä oman alasi koulutussuunnittelijan (tai vastaavan vastuuhenkilön) kanssa siitä, soveltuuko kyseinen kurssi sisällytettäväksi johonkin omaan opintokokonaisuuteesi.

- Julkisuus ja avoimuus tekevät tutkimuksesta tiedettä.
- Tiedeviestintä on tiedeyhteisöjen sisäistä ja ulkoista tiedonvälitystä ja vuorovaikutusta. Tutkimuksesta viestiminen ei ole vain tutkimustuloksista viestimistä. Vastuullinen tiedeviestintä lisää luottamusta tieteelliseen tietoon.
- Tieteellinen julkaiseminen on tutkijoille tärkeä meritoitumisen tapa, ja siksi on tärkeää, että tekijyys määritellään niin, että se palkitsee tutkijat oikeudenmukaisesti.

Luku 3

Tilastotiede tieteenalana

Tässä luvussa hahmottelemme tilastotieteen piirteitä tieteenalana. Käymme läpi tilastotieteelle ominaisia piirteitä, jotka erottavat sen niin lähitieteistä, kuten matematiikasta ja tietojenkäsittelytieteestä, kuin myös sovellusaloista. Usein näkee tilastotieteen typistettävän vain työkaluksi eri sovellusalojen empiiriseen tutkimukseen siitäkin huolimatta että tilastotieteellä on oma rikas teoriapohjansa sekä kiistaton asema omana tieteenalanaan.

Tieteenalan määritteleminen lyhyesti on aina hieman hankalaa. Tästä huolimatta seuraavassa yritämme osaltaan vastata seuraaviin kysymyksiin:

- Mitä tilastotiede on ja mitä se ei ole? Miksi tilastotiede ei ole vain sovellettua matematiikkaa tai matematiikalla höystettyä tietojenkäsittelyä?
- Mihin tilastotiedettä käytetään? Onko tilastotieteellä käyttöä ns. "akatemian" eli tutkimusyhteisön ulkopuolella?
- Minkälaista on tyypillinen tilastotiedettä kohtaan esitetty kritiikki?

3.1 Lisää tilastotieteen perustermejä

Seuraavia tilastotieteen esittelyä ja karakterisointeja ajatellen määritellään seuraavassa lisää tilastotieteellisen tutkimuksen peruskäsitteitä. Näihin käsitteisiin paneudutaan osaltaan tarkemmin mm. luvussa 5.

- Tilastotieteellinen tutkimus tarkastelee reaalimaailman ilmiöitä. Täten tutkimuskohteena on tavallisessa elämässä tavattavia asioita, ihmisiä tai tapahtumia. Tutkimuskohteita kutsutaan tilastoyksiköiksi ja niiden joukkoa kutsutaan populaatioksi (perusjoukoksi).

  - Esimerkiksi jos tutkitaan kuntavaaleissa äänestävien tuloja niin jokainen äänestysikäinen muodostaa oman tilastoyksikkönsä (ks. alla) ja täten populaationa (perusjoukkona) toimii kaikki äänestysikäiset kansalaiset. Jos taas tutkitaan äänestysaktiivisuutta eri kunnissa, muodostaa jokainen kunta oman tilastoyksikkönsä ja kaikki Suomen kunnat muodostavat populaation.

Populaatio
Konkreettinen tai hypoteettinen tutkimuskohteiden joukko, joka koostuu kaikista tilastoyksiköistä

- Populaation muodostavilta tilastoyksiköiltä tarkastellaan niiden ominaisuuksia, eli **tilastollisia muuttujia**.
  - Edellisissä esimerkeissä nämä olisivat esim. äänestäjien tulot ja kuntien äänestysprosentti.
  - Mielenkiinnon kohteena olevia tilastollisia muuttujia kutsutaan **tutkimusmuuttujiksi** (tulot ja kuntien äänestysprosentti) ja niiden lisäksi voidaan kerätä lisätietoa eli **taustamuuttujia** (näitä voisivat olla esimerkiksi asuinpaikka ja kunnan väkiluku).
  - Tilastoyksiköiden tilastollisilla muuttujilla on tietty mahdollisten arvojen joukko, ja näillä arvoilla on jokin **jakauma** populaatiossa.
    * Esimerkiksi tulot voivat määritelmästä riippuen saada minkä tahansa positiivisen arvon mutta äänestysprosentti on luonnollisesti rajattu nollan ja sadan prosentin väliin.

Tilastoyksikkö ja tilastollinen muuttuja
Populaation muodostavilta tilastoyksiköiltä (populaation alkioilta) tarkastellaan tilastollisia muuttujia, joita voidaan mitata tai havaita.

- Kun tarkasteltavien tilastoyksikön tilastollisten muuttujien (numeeriset) arvot havaitaan, kutsutaan näiden arvojen joukkoa **havainnoksi**

Havainto
Havainto muodostuu tilastoyksikön tarkasteltavien tilastollisten muuttujien havaitusta arvoista.

- Kerättyjen havaintojen joukko muodostaa **havaintoaineiston**, eli **datan**.

Havaintoaineisto/data
Havaintoaineisto, data, on tilastoyksiköiden tilastollisista muuttujista kerätty havaintojen joukko.

Tiivistettynä:

- Populaatio koostuu tutkimuksen kohteena olevista tilastoyksiköistä.
- Havaitaan tilastoyksiköistä tutkimuksen kannalta mielenkiintoisia tilastollisten muuttujien numeerisia arvoja.
- Nämä havainnot muodostavat havaintoaineiston, eli datan, jota voidaan käyttää tutkimuksessa ja tutkia **populaation ominaisuuksia**.

3.2 Mitä tilastotiede on ja mitä se ei ole?

- Aloitetaan tarkastelemalla erinäisiä **tilastotieteen "karakterisointeja"** eri tahojen ja tutkijoiden toimesta:
  - ***Tilastotiede on tietotuotannon teknologiaa***, *jonka avulla voidaan suorittaa kvantitatiivisten tietojen joukkotuotantoa ja havaintoihin perustuvia tieteellisiä ja käytännöllisiä päätöksiä. Tilastotiede on siis yksikköjen muodostamaan joukkoon liittyvän numeerisen tietoaineiston keräämistä, analysointia ja tulkintaa koskeva tiede* [1].
  - ***Tilastotiede on yleinen menetelmätiede***, *jota sovelletaan, jos reaalimaailman ilmiöstä halutaan tehdä johtopäätöksiä ilmiötä kuvaavien kvantitatiivisten tai numeeristen tietojen perusteella sellaisissa tilanteissa, joissa tietoihin liittyy epävarmuutta tai satunnaisuutta* [2].
  - ***Tilastotiede on yleinen menetelmätiede***, *jota sovelletaan, jos reaalimaailman ilmiöstä halutaan tehdä johtopäätöksiä ilmiötä kuvaavien kvantitatiivisten tai numeeristen tietojen perusteella sellaisissa tilanteissa, joissa tietoihin liittyy epävarmuutta tai satunnaisuutta.*
  - *Vale, emävale, tilasto* [3].
  - *Statistics concerns what can be learned from data* [4].
  - *"Maalaisjärjen tehostamista"* [5].

[1] Leo Törnqvistin, Suomen ensimmäisen tilastotieteen professorin, esittämä luonnehdinta (Vartia, 1989).

[2] Mellin (2005).

[3] Mark Twain popularisoi tämän lausahduksen teoksessaan *Chapters from My Autobiography* jo vuonna 1907. Huomionarvoista toki on, että valtaosa "modernin" tilastotieteen, jolle nykytilastotiede pohjautuu, teoriakehityksestä on tapahtunut vasta Twainin teoksen julkaisun jälkeen. Esimerkiksi Ronald Fisher, jota pidetään modernin tilastotieteen isänä, julkaisi merkityksellisimmät työnsä vasta 1920- ja 30-lukujen aikana. Tällä lentävällä lausahduksella ei siis ole mitään tekemistä nykyisten tilastollisten menetelmien kanssa.

[4] (A.C. Davison)

[5] (Sund, 2003)

- Tilastotiede siis **kehittää** ja **soveltaa menetelmiä** ja (tilastollisia) **malleja**, joiden avulla reaalimaailman ilmiöistä voidaan tehdä johtopäätöksiä ilmiöitä kuvaavien numeeristen tai kvantitatiivisten tietojen perusteella tilanteissa, joissa tietoihin liittyy **epävarmuutta ja satunnaisuutta**.
  - Tilastollisten menetelmien avulla pyritään löytämään reaalimaailman satunnaisia ilmiöitä kuvaavista numeerisista (eli kvantitatiivisista) tiedoista **systemaattisia piirteitä** joita jalostetaan sellaiseen muotoon, että ilmiöistä voidaan tehdä päätelmiä.
    - Vrt. signaalin ja kohinan erottaminen (ks. Silver, 2014)[6].
  - Tilastolliset mallit perustuvat todennäköisyyslaskentaan ja niillä mallinnetaan reaalielämän ilmiöiden alla piileviä prosesseja tai mekanismeja. Näiden prosessien tuottamia tietoja (aineistoja) tiivistetään usein graafisiksi esityksiksi ja tunnusluvuiksi sekä tilastollisten mallien parametreiksi, joiden pohjalta johtopäätöksiä tehdään.
  - Tässä onnistuakseen tilastollisten menetelmien tuleekin pyrkiä erottelemaan **sattuma** ja **systemaattisuus** tarkasteltavissa ilmiöissä tai, tarkemmin, niitä kuvaavissa aineistoissa, jotta johtopäätökset olisivat luotettavia.

Voidaan sanoa, että saadakseen tarkemmin selville mitä tilastotiede on, pitää opiskella tilastotiedettä ja sen käyttöä!

Mitä tilastotiede ei ole

- **Tilastotiede ei ole vain tilastojen tuotantoa**
  - Vaikka sana **tilasto** tuo useimmille ensimmäisenä mieleen yhteiskuntaa ja sen toimintaa kuvaavat **numeeristen tietojen järjestelmälliset kokoelmat**, tilastotiede ei suinkaan ole ainoastaan tilastojen ja niiden tekemisen oppia.
    - Tämä siitäkin huolimatta, että niiden menetelmien konstruointi, joilla näitä tilastoja tuotetaan, jalostetaan ja analysoidaan on keskeinen osa tilastotiedettä. Tilastot ovat siis usein tilastotieteen soveltajan tutkimuskohteena ja tilastojen laadinnassa käytetään apuna tilastotieteen menetelmiä.
    - Suomessa Tilastokeskus toimii virallisena tilastoviranomaisena ja tilastotuottajana. Tätä **tilastotuotannon** kokonaisuutta nimitetään ajoittain **tilastotoimeksi**. **Tilastotieteen käyttöalue on paljon tätä laajempi**.

[6] Silver, N. (2014). Signaali ja kohina: Miksi monet ennusteet epäonnistuvat mutta jotkin eivät? Terra Cognita. (Suomentanut Kimmo Pietiläinen)

        * Terminologiaa:
            · Tilastoala = Tilastotiede + Tilastotoimi
            · Tilastotiede = Teoreettinen tilastotiede + Soveltava tilastotiede
            · Tilastotoimi = Tilastojen tuotanto + Tilastojen hyödyntäminen

- Tilastotieteen kannalta mikä tahansa reaalimaailman ilmiötä kuvaava **numeeristen tai kvantitatiivisten tietojen järjestelmällinen kokoelma** voi muodostaa **tilastollisen aineiston** ja siten tilastollisen tutkimuksen mahdollisen kohteen.
    – Esimerkiksi kaikki **empiirisen** tai **kvantitatiivisen** tutkimuksen tutkimus- tai havaintoaineistot ovat tilastotieteen kannalta tilastollisia aineistoja.

- Tilastotiede sijoittuu tieteiden kentässä matematiikan, filosofian ja tietojenkäsittelytieteen rinnalle. Tästä huolimatta se ei kuitenkaan ole yksiselitteisesti minkään näiden osa-alue.
    – **Tilastotiede ei ole matematiikan osa-alue**, sillä tilastotiede lähestyy tieteellistä ongelmanratkaisua eri tavoin:
        * Matematiikka on tietyllä tavalla aina eksaktia ja sen tulokset perustuvat formaaliin deduktioon ja loogisiin todistuksiin, johtaen usein "eksaktiin" ratkaisuun tai matemaattisesti formaaliin ratkaisun loogiseen esitystapaan.
        * Tilastotiede sen sijaan on aina konteksti- ja aineistopohjaista ja perustuu induktiiviseen päättelyyn. Saadut tulokset ovat aina epävarmoja - koska ne kuvailevat epävarmaa tietoa generoivia prosesseja!
            · Tilastotiede on siis hyvä nähdä omana tieteenalanaan matemaattisesta esitystavastaan huolimatta. Eihän esimerkiksi myöskään fysiikkaa (sentään) pidetä matematiikan osa-alueena!
    – **Tilastotiede ei ole myöskään tietojenkäsittelytieteen osa-alue**, vaikkakin useiden laskennallisten menetelmien ja tehokkaan tietojenkäsittelyn rooli tilastollisissa analyyseissä on jatkuvasti kasvanut.
        * Tietojenkäsittelytieteen teoria ei rakennu tilastotieteen tavoin ajatukselle epävarmoista ja satunnaisista reaalimaailman ilmiöistä.

- Vaikka nämä ja jotkin muut alat jakavat tilastotieteen kanssa useita piirteitä ja ominaisuuksia, on tilastotiede kuitenkin siis perustellusti oma tieteenalansa. Tämä erottelun vaikeus jo itsessään todistaa kuinka keskeinen rooli tilastotieteellä on eri aloilla!
  - Tilastotiede ei siis kuulu yksiselitteisesti sen lähitieteiden alle, vaan muodostaa oman tieteenalan omine teorioineen ja tieteellisine premisseineen. Käsittelemme myöhemmin tilastotieteen roolia matematiikan ja/tai datatieteiden ("data science") kokonaisuudessa ja keskustelemme tarkemmin näiden erojen luonteesta.

Mitä tilastotiede (ainakin) on

- **Tilastotiede yleisenä menetelmätieteenä**
  - Tieteellistä tietoa ympäröivästä maailmasta hankitaan tieteellisillä **menetelmillä/metodeilla** (Ks. tieteellisen menetelmän kriteerit luku 2)), joiden avulla tutkitaan jotain ilmiötä tai sen generoimaa kvantitatiivista mutta epävarmaa tietoa sisältävää aineistoa.
  - Tilastotieteessä kehitetyt ja kehitettävät menetelmät antavat tutkijoille yhtenevät ja tiedeyhteisön hyväksymät raamit, jotka mahdollistavat (tilastollisen) päättelyn ja päätöksenteon epävarman tiedon vallitessa. Näin voidaan uskottavasti ja luotettavasti tiivistää tietoa, jota erilaiset aineistot sisältävät, perustaa johtopäätöksiä näille tiivistyksille ja saavuttaa uusia tieteellisiä löytöjä.
    - Tilastotieteen menetelmien käyttö ja soveltaminen onkin siis aina alakohtaista. Tästä huolimatta tilastollisia menetelmiä sovelletaan aina johonkin **aineistoon**!
  - Tilastotieteen nähdäänkin usein kuuluvan ns. **menetelmätieteisiin**, joissa mm.:
    - Kehitetään työkaluja muiden tieteiden tutkimusongelmien ratkaisuksi
    - On myös oma sovelluksista vapaa teorianmuodostuksensa
  - Menetelmäkehityksen näkökulma tilastotieteeseen: *tilastotiede kehittää matemaattisia **malleja** satunnaisilmiöitä kuvaavia kvantitatiivisia tietoja generoiville prosesseille.* Koska tietoihin liittyy **epävarmuutta** tai **satunnaisuutta**, **tilastolliset mallit** perustuvat **todennäköisyyslaskentaan**.
    - Juuri sattuman ja epävarmuuden huomioiminen tutkimusasetelmissa erottaa tilastotieteen muista menetelmätieteistä!

- Tilastollisia menetelmiä voidaan soveltaa tietojen keruun, jalostuksen ja analysoinnin jokaisessa vaiheessa. Päämääränä on jalostaa tiedot muotoon, joka mahdollistaa tutkittavaa reaalimaailman ilmiötä koskevien johtopäätösten tekemisen käytettyjen menetelmien pohjalta, eli ns. **tilastollisen päättelyn**.

  – Tutkimuksessa on pystyttävä valitsemaan ja käyttämään menetelmiä, jotka antavat aineistosta vastauksia haluttuihin kysymyksiin. Tämä vaatii yhtä lailla sovellusalakohtaista osaamista (ns. substanssiosaamista) kuin myös kattavaa menetelmäosaamista.

- Tilastotieteessä lähtökohtana ja ratkaisevassa asemassa on siis aina jonkin satunnaisilmiön generoima **aineisto**, josta haluamme oppia tai tietää lisää, kenties voidaksemme tehdä suuria yhteiskunnallisia päätöksiä sen pohjalta!

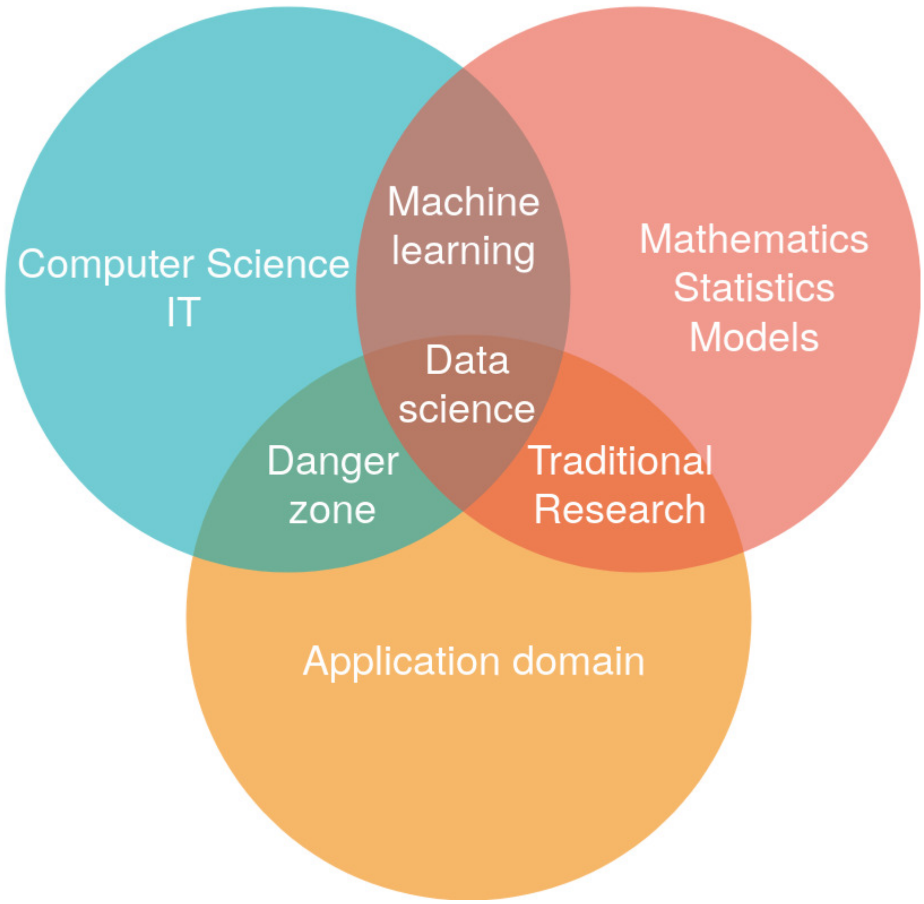
  – Tämä aineistokeskeisyys yhtäältä erottaa tilastotieteen rajatieteistään ja toisaalta tuo sen lähemmäksi niitä ja sovellusalojaan.
  – Aineistoa analysoidaan, kuvaillaan ja mallinnetaan tilastollisin menetelmin, joiden kehittäminen on keskeinen osa tilastotiedettä.
  – Pelkkä menetelmien kehittäminen kuuluu pitkälti matemaattisen/-teoreettisen tilastotieteen osa-alueelle.
  – Pelkkä ainestoon keskittyminen ja (mekaaninen) analysointi voi sen sijaan olla joissain tilanteissa pitkälti tietojenkäsittelyä.
  – **Tilastollinen "mallintaminen"** löytyykin näiden välistä ja se sisältää eri alojen sovelluksista kumpuavan tarpeen uusien menetelmien kehittämiseen.

    ∗ Tämä vuoropuhelu muodostaa tilastotieteelle luonnollisen "takaisinkytkennän" teoreettisen ja soveltavan puolen välillä: uudet teoreettiset menetelmät vastaavat soveltavan tilastotieteen ongelmiin mutta herättävät aina uusia kysymyksiä, jotka palautuvat taas teoreettisen tilastotieteilijän pöydälle!

  – Luonnollisesti valtaosa tilastotieteilijöistä ja lähitieteiden harrastajista asettuvat näiden äärimmäisten luonnehdintojen välimaastoon eikä tarkkaa luokittelua ole sinänsä tarpeen tehdä ja korostaa.
  – Joka tapauksessa tilastotieteen kehityksen keskiössä ovat aina sovellusalakohtaiset ongelmat, joista useat palautuvat yleisemmälle tasolle teoreettisen tilastotieteen kehityspolkuihin.

3.3 Tilastotieteen suhde lähitieteisiin

- Kuvio 3.1[7] tarjoaa karkean yleistyksen tietojenkäsittelytieteen (Computer Science) ja sovellusalan (Application domain) sekä tilastotieteen (Statistics) ja matematiikan (Mathematics) välisistä yhteyksistä. On selvää että tilastotieteellä on paljon päällekäisyyksiä lähitieteidensä kanssa ja joskus näkeekin (huolimatta edellä tehdyistä huomioista) että tilastotiede niputetaan yhteen matematiikan tai tietojenkäsittelytieteen kanssa.



Kuva 3.1: Tilastotieteen ja rajatieteiden yhteyksiä kuvaava Venn-diagrammi. (Duchesnay, 2020)

- Yritetään siis vielä hahmotella tilastotieteen suhdetta sitä lähimpänä olevaan (soveltavaan) matematiikkaan.

[7] Kuvan lähde: Duchesnay (2020)

  - Tilastotieteessä olennaisen otantateorian (Luku 5) voisi ajatella olevan matemaattisesti määritelty teoria, jossa myös on aineiston käsite, mutta se ei tee siitä vielä varsinaisesti tilastotiedettä.
  - Matematiikassa kuvataan ongelma ja esitetään se teorian muodossa, eli malli on *"parametreista havaintoihin"*.
  - Tilastotieteessä ongelma on käänteinen, edetään *"havainnoista parametreihin"*, mutta ongelman matemaattinen kuvaus vaaditaan ensin.
  - Tilastotiede esittää menetelmiä ja käsitteitä tämän käänteisen ongelman ratkaisemiseen.
    * Karkeasti erotellen tilastotieteessä käsiteltävät ongelmat lähtevät aina havainnoista eli aineistosta ja matematiikassa suunta on teoriasta aineistoon.
    * Voidaankin siis sanoa, että tilastotieteen erottaa puhtaasta matematiikasta se, että siinä tutkitaan metodeja, jotka mahdollistavat päättelyn/tiedon hankinnan puutteellisesta tai epävarmasta tiedosta.

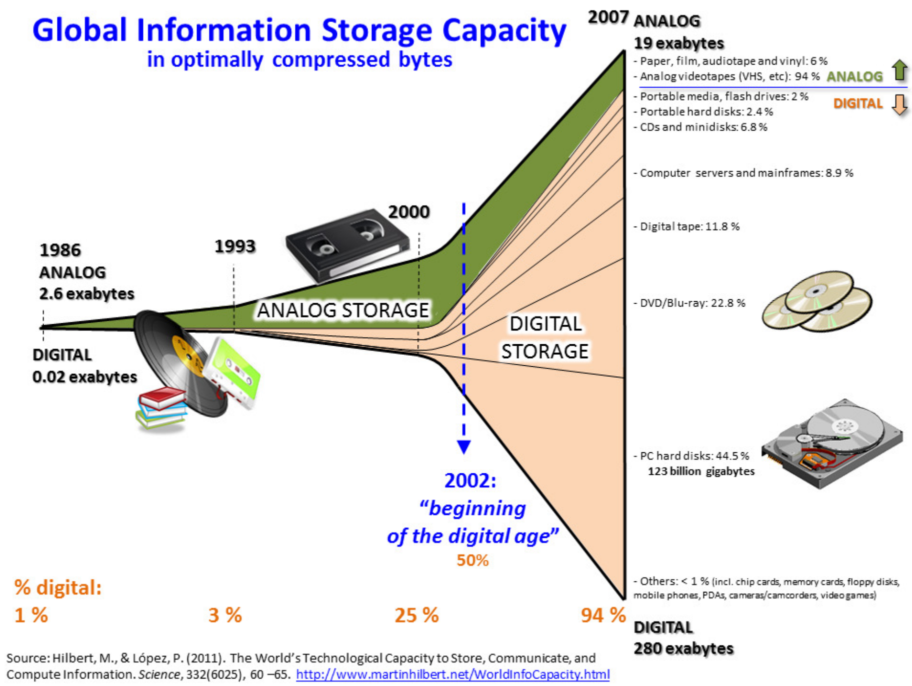
- Ilmiöiden kuvaamiseen ja käyttäytymisen ennakoimiseen käytetään usein **mallia**. Mallit (matemaattiset/tilastolliset mallit) voidaan jakaa **deterministisiin** ja **stokastisiin** malleihin.
  - Deterministisen mallin tapauksessa, tiettyjen alkuehtojen (alkuarvojen) vallitessa voidaan määrittää tarkaltevan ilmiön lopputulos. Esimerkkejä ovat esim. monet fysiikan lait.
  - Stokastiset mallit perustuvat todennäköisyyslaskentaan. Stokastisia malleja käytetään kun alkuehtojen perusteella ei voida varmasti määrittää tarkasteltavan ilmiön lopputulosta. Tällöin eri vaihtoehtoihin liittyvät tietyt esiintymistodennäköisyydet. Esimerkkejä ovat esim. rahanheitto tai sään ennustaminen.
  - Kun jotain ilmiötä kuvataan stokastisen mallin avulla, voidaan käyttää (joudutaan käyttämään) tilastollisia menetelmiä. Vaikka käytännössä laskenta hoidetaan tietokoneohjelmien avulla, meidän tilastotieteen tutkijoina ja käyttäjinä on huolehdittava tutkimusprosessin onnistuneesta toteutuksesta muilta osin.

- Tilastotiede ei myöskään ole puhtaasti tietojenkäsittelyä, vaikka tilastotiede onkin luonteeltaan aineistopohjaista ja aineistojen sisältämää tietoa on käsitelty osin samoin kuin tietojenkäsittelyssä siitä asti kun se on ollut mahdollista (tietokoneen keksimisen myötä).
  - Tilastotieteen ja tietojenkäsittelytieteen ero on lähitieteistä selvin: tilastotieteellä on "mekaanisesta" tai teoreettisesta tietojenkäsittelystä selkeästi erillinen ja oma teoriapohjansa.

        * Siinä missä tilastotieteen teoria perustuu aineiston stokastiselle mallintamiselle, tietojenkäsittely on enemmänkin algoritmista ajattelua, missä aineistolla on ratkaisevalla tavalla erilainen rooli.
    - Lisäksi suomen kielessä tietojenkäsittely ymmärretään laajemmassa mielessä ohjelmoitavissa olevaksi automatisoimiseksi, jota tilastotiede ei perusolemukseltaan suinkaan ole.

- Tarkastellaan seuraavaksi tilastotieteen suhdetta viime vuosien aikana paljon suosiota keränneeseen datatieteeseen (data science) johon voidaan katsoa lukeutuvan mm.
    - Tilastotiede ja matematiikka
        * Erityisesti tilastollinen data-analytiikka ja satunnaisen aineiston mallintaminen sekä soveltuvat soveltavan matematiikan osa-alueet.
    - Tietojenkäsittely
        * Tietoteknologian kehityksen myötä taitavien tietojenkäsitteljöiden kysyntä on kasvanut merkittävästi. Lähes jokaisella alalla kerätään entistä enemmän dataa lähes kaikesta, jonkun pitäisi osata myös käsitellä sitä!
        * Datatieteen voidaankin osaltaan katsoa syntyneen tästä elinkeinoelämän tarpeesta asiantuntijoille, jotka osaavat käsitellä suuria tietoaineistoja (dataa) sekä mallintaa niitä hyödyllisellä tavalla.
    - Sovellusala
        * Datatiede on luonteeltaan pääosin soveltavaa ja sen alaan lukeutuvia menetelmiä sovelletaan aina johonkin tosielämän ongelmaan. Tästä syystä nk. substanssiosaaminen sovellusalalta on datatieteilijälle erityisen tärkeää ja nykypäivänä datatieteilijän rooli onkin pirstaloitunut yhä enemmän eri sovellusalojen datatieteisiin.
        * Tästä huolimatta datatieteilijöiden käyttämät mallinnusmenetelmät ovat usein varsin samanlaisia, sillä ne pohjautuvat edelleen tilastotieteen ja matematiikan teoriapohjaan. Ilman jälkimmäisten riittävää osaamista, liikutaan datatieteen osalta vaarallisilla vesillä! (Ks. oheinen kuva ja keskustelu alla).

- Datatieteellä ei usein nähdä olevan omaa historiallisen tieteellisen prosessin luomaa teoriapohjaa vaan sen voidaan katsoa olevan kokoelma eri alojen tieteellisiä menetelmiä ja tuloksia, jotka voidaan yhdistää tavalla, jonka "datavallankumous" (ks. kuva 3.2) mahdollistaa ja jotka ovat keskeisessä roolissa dataintensiivisissä sovellutuksissa.



Kuva 3.2: Datavallankumous (Hilbert, M. ja Lopez, P. (2011) The Worlds Technological Capacity to Store, Communicate and Compute Information. Science, 332(6025), 60-65.

- "Danger zone"
  - Kuvan 3.1 "danger zone" (Duchesnay, 2020) kuvaa tilannetta, jossa ilmiöiden/mallien tilastotieteellinen perusta unohdetaan.
  - Tilastotieteen näkökulman ohittava (laiminlyövä) soveltaja ei aina kykene suhtautumaan kriittisesti muodostuvaa ennustemallia, tai ennustetulosta, kohtaan eikä täten päädy parhaisiin mahdollisiin (tarkimpiin) ennustetuloksiin tilanteessa, jossa jokin toinen malli kuvaisi ilmiötä annettua mallia paremmin.
  - Ko. soveltaja ottaa mallin sekä sen antaman ennustetuloksen annettuna, eikä mieti *mistä kyseinen ennustetulos johtuu*. Jotta tarkat ennustetulokset toteutuvat jatkossakin (kun uutta aineistoa, dataa, tulee saataville), on ennustajan oleellista huomioida mitkä tekijät johtivat tarkkaan ennustulokseen.

- Eri menetelmät sopivat eri sovelluskohteisiin. Tilastotieteilijä osaa useimmiten tunnistaa eri sovelluskohteisiin sopivat menetelmät paremmin kuin tietojenkäsittelijä. Vastaavasti tehokkaan/onnistuneen ohjelmointikoodin kirjoittamisessa tilanne on usein toisinpäin.

3.4 Tilastotieteen osa-alueet

- Tilastotiede on saanut alkunsa siitä, että yhteiskunnan modernisoituessa on tarvittu yhä enemmän tietoja erilaisiin hallinnollisiin tarpeisiin. Samalla on syntynyt tarve kehittää menetelmiä joiden avulla tilastojen luotettavuutta on voitu parantaa.
  - Kehitys oli pitkään ns. ongelmasta menetelmään ja tutkimusalojen erilaisuudesta johtuen myös tilastotiede on kehittynyt vastaamaan monipuolisesti erilaisiin menetelmällisiin ongelmiin!
  - Tämä on johtanut osaltaan siihen, että tilastotiede jakautuu moniin osa-alueisiin. Osa-alueita on niin paljon, että alan huiputkaan eivät voi hallita niitä kaikkia!
- Tästä huolimatta tilastotiede voidaan karkeasti jakaa teoreettiseen ja soveltavaan osa-alueeseen, jotka toimivat alituisessa vuoropuhelussa.

Soveltava tilastotiede

Soveltava tilastotiede
on nimensä mukaisesti teoreettisen tilastotieteen kehittämien menetelmien soveltamista jonkin tutkimusalan empiiriseen ongelmaan. Suurin osa tilastotieteen menetelmistä on alun perin kehitetty jonkin konkreettisen tutkimusongelman innoittamana.

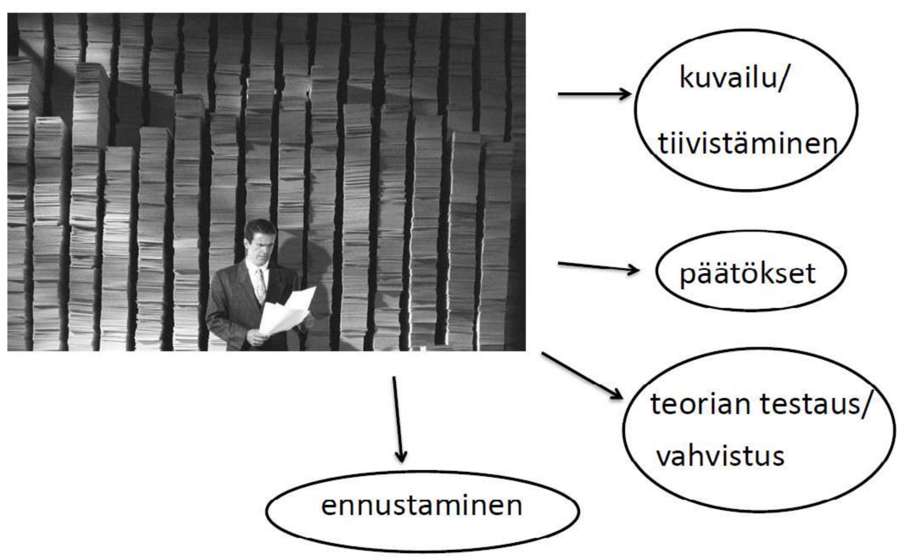
- Yleisesti ottaen eri tieteenaloilla kohdattavat menetelmäsuuntaukset voidaan jakaa kahteen luokkaan tutkimusaineistojen tyypin perusteella:
  - **Kvantitatiivinen**: eli määrällinen tutkimus on tutkimusta, jossa tutkimusongelma on muotoiltu tarkasti etukäteen ja tutkimuskysymyksiin vastataan käyttäen tilastollisia menetelmiä pyrkien **selittämään ja ennustamaan** tutkimuksen kohteena olevaa ilmiötä.
    - Täsmällisten ja laskennallisten tilastollisten menetelmien käyttäminen numeeriseen aineistoon on kvantitatiiviselle tutkimukselle ominaisin piirre.
    - Perustuu yleensä satunnaisotokseen (kts. luvut 4, 5 ja 6) ja tutkimusaineisto on tiivistetty numeeriseksi havaintomatriisiksi, jolle oleellinen vaatimus on sen totuudellisuus.

        * **Kritiikki**: määrällinen tutkimus on (paikoin) sokea tutkittavien ilmiöiden sellaiselle luonteelle, jota ei pystytä kvantifioimaan, eli muuntamaan numeeriseen muotoon. Näihin voidaan katsoa lukeutuvan mm. tunteet, merkitykset ja kokemukset, ellei tutkija keksi niiden numeeriselle mittaamiselle uskottavaa keinoa.

    - **Kvalitatiivinen**: eli laadullinen tutkimus on tutkimusta, jossa tutkimuksen kohteena olevaa ilmiötä ja sen merkitystä sekä tarkoitusta pyritään **ymmärtämään** kokonaisvaltaisella tavalla.
        * Laadullisessa tutkimuksessa annetaan usein tilaa tutkimuksen kohteena olevien ilmiöiden ja/tai ihmisten näkökulmille, vaikuttimille, kokemuksille ja tuntemuksille. Tutkimusyksikköjen otanta on täten usein harkinnanvaraista.
        * Laadullisessa tutkimuksessa tutkimusongelma muotoutuu tutkimuksen edetessä ja sille tyypillistä on hypoteesittomuus, eli tutkimus on tarkoitus aloittaa mahdollisimman vähin ennakko-oletuksin. Ennakko-oletuksista on kuitenkin mahdotonta täysin irtautua, joten niiden ilmi tuominen esioletuksina tai "tutkimushypoteeseina" eli arvauksina tuloksista on osa tutkimusta.
        * Kritiikkiä: laadullinen tutkimus ei pysty vastaamaan kysymykseen miksi, sillä ilman määrällisiä (numeraalisia) aineistoja ei ilmiöiden välisiä riippuvuuksia kyetä tutkimaan: **laadullisessa tutkimuksessa menetetäänkin mahdollisuus tutkia ilmiöiden todellisia syitä**.
            · Laadullinen tutkimus nähdään usein vähemmän objektiivisena ja sen otosta koskevia tuloksia ei useinkaan voida yleistää koskemaan perusjoukkoa.

- **Yleisenä menetelmätieteenä tilastotiedettä voidaan (ja myös pitäisi) soveltaa kaikilla reaalimaailmaa tutkivilla tieteenaloilla, joiden tutkimusaineistot voidaan esittää kvantitatiivisessa muodossa.**
    - Tilastollisten menetelmien käyttö on siis huomattavan paljon yleisempää määrällisessä kuin laadullisessa tutkimuksessa.
- Menetelmien soveltamisen tarkoituksena on (voi olla): **i) kuvailla ja tiivistää tietoa**, jota havaittu aineisto sisältää **ii)** sovellusalan oman **teorian empiirinen testaus** tai **iii)** edellisten pohjalta tehtävä **tilastollinen päättely**.

- **Deskriptiivisellä eli kuvailevalla tilastotieteellä** tarkoitetaan sellaisten menetelmien soveltamista, joiden avulla havaintoaineistosta voidaan esimerkiksi laskea tunnuslukuja, kuvata havaintomuuttujien jakaumia ja visualisoida aineiston generoimaa ilmiötä tai siitä johdettuja tunnuslukuja.
- **Tilastollinen päättely** on sen sijaan aineiston tarkasteluun/kuvailuun sekä mallintamiseen perustuvaa päätöksentekoa, jossa kvantitatiiviseen aineistoon kuuluva epävarmuus ja satunnaisuus on otettu huomioon.
    - Keskeinen tilastollisen päättelyn käyttötarkoitus soveltajille on usein **teorian ja siihen liitettävien hypoteesien testaaminen**, joka voi johtaa joko teorian vahvistumiseen (*verifiointiin*) tai sen vääräksi osoittamiseen (*falsifioimiseen*) (ks. luku 2.1).
    - On myös syytä muistaa, että yksi tutkimus ei vielä osoita teoriaa oikeaksi tai vääräksi vaan siihen tarvitaan useita tutkimuksia sekä erilaisia tutkimusasetelmia ja -menetelmiä.
- Kuvaileva tilastotiede ja tilastollinen päättely kulkevat soveltavassa tilastollisessa tutkimuksessa käsi kädessä.



Kuva 3.3: Soveltava tilastotiede

Teoreettinen tilastotiede

Teoreettinen tilastotiede kehittää (tilasto)matemaattisia malleja kuvaamaan satunnaisilmiöitä- ja prosesseja, jotka generoivat reaalimaailman ilmiöitä kuvaavia numeerisia tai kvantitatiivisia tietoja, joihin liittyy epävarmuutta ja satunnaisuutta.

- Teoreettinen tilastotiede luo pohjan tilastollisten menetelmien ymmärtämiselle, soveltamiselle ja kehittämiselle.
  - Ilman riittävää ymmärrystä tilastollisten menetelmien toimintaperiaatteista niiden soveltaja on vaarassa tehdä virhepäätelmiä! (Ks. alaluku 3.5 tilastotieteen kritiikistä)
- Mallit perustuvat todennäköisyyslaskentaan, ja niitä kutsutaan tilastollisiksi malleiksi, stokastisiksi malleiksi tai todennäköisyysmalleiksi.
  - Tilastolliset mallit perustuvat laajalti niin kutsuttuun uskottavuusfunktioon. Se on malli, joka riippuu havaintoaineiston lisäksi yhdestä tai useammasta parametrista. (ks. tarkemmin luku 6)
  - Uskottavuusfunktion arvo kertoo kuinka todennäköisenä voidaan havaittua aineistoa pitää, mikäli sen oletetaan olevan peräisin vastaavasta mallista jollain parametriarvoilla.
  - Uskottavuuspäättelyn perusajatuksena on, että se tai ne parametriarvot, joilla uskottavuusfunktion arvo maksimoituu kuvaa aineiston generoinutta prosessia parhaiten.
  - Aineistoa koskevia hypoteeseja voidaan testata käyttäen uskottavuusfunktion maksimia vastaavaa tilastollista mallia!
  - *"Kaikki mallit ovat vääriä, mutta jotkut ovat käyttökelpoisia."* (Box, 1976).

- Uskottavuusfunktiot perustuvat aina satunnaisilmiöiden mahdollisia arvoja kuvaaviin nk. **tiheysfunktioihin** tai **pistetodennäköisyysfunktioihin**.
  - Tiheysfunktiot kuvaavat jonkin satunnaismuuttujan (satunnaisilmiön) saamien arvojen jakaumaa.
  - Esimerkiksi kolikonheitto on satunnaisilmiö ja sillä on vain kaksi arvoa[8] ja kolikonheittoa voidaan kuvata nk. binomijakaumalla, jossa merkitään $\mathrm{Bin}(n, p)$ missä n on heittojen lukumäärä ja p on kruunan todennäköisyys.

[8] Kolikon kantilleen jäämistä ei tässä lasketa mahdolliseksi tapahtumaksi.

  - Esimerkki: heitetään kolikkoa 40 kertaa ja saadaan kruuna 40/40 tapauksessa. Onko tämän havaintoaineiston perusteella uskottavaa, että kolikonheitto noudattaa binomijakaumaa Bin$(40, 0.5)$? Eli kuinka uskottavan voidaan pitää että kyseinen kolikko on tavallinen, painottamaton kolikko?

Kuva 3.4: Tilastotiede ja todennäköisyys

- Todennäköisyyslaskenta luo tilastotieteelliselle epävarmuuden mallintamiselle vahvan ja uskottavan matemaattisen perustan.
  - Todennäköisyyslaskentaa opetetaan tarkemmin (tätä kurssia seuraavilla) kursseilla TILM3553 Todennäköisyyslaskennan peruskurssi pääaineopiskelijoille, TILM3568 Todennäköisyyslaskenta sivuaineopiskelijoille ja SMAT5306 Todennäköisyyslaskennan jatkokurssi.

3.5 Tilastotieteen kritiikkiä

- Tilastotieteen rooli tiedeyhteisössä on niin tärkeä että sitä kohtaan on ymmärrettävästi esitetty myös paljon kritiikkiä. Valtaosa kritiikistä kohdistuu joko tilastotieteen matemaattisuuteen tai sitten siinä tarvittaviin oletuksiin, jotka mahdollistavat esimerkiksi hypoteesien testaamisen.

$$
\begin{aligned}
E[\sigma_y^2] &= E\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_j\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E\left[y_i^2 - \frac{2}{n} y_i \sum_{j=1}^{n} y_j + \frac{1}{n^2}\sum_{j=1}^{n} y_j \sum_{k=1}^{n} y_k\right] \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{n-2}{n}E[y_i^2] - \frac{2}{n}\sum_{j\neq i} E[y_i y_j] + \frac{1}{n^2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k\neq j} E[y_j y_k] + \frac{1}{n^2}\sum_{j=1}^{n} E[y_j^2]\right] \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{n-2}{n}(\sigma^2+\mu^2) - \frac{2}{n}(n-1)\mu^2 + \frac{1}{n^2}n(n-1)\mu^2 + \frac{1}{n}(\sigma^2+\mu^2)\right] \\
&= \frac{n-1}{n}\sigma^2.
\end{aligned}
$$

Pohja tilastollisten menetelmien ymmärtämiselle, soveltamiselle ja kehittämiselle

Kuva 3.5: Teoreettinen tilastotiede

  - Usein kritiikki on aiheetonta ja johtuu sen esittäjän puutteellisesta tilastotieteen ymmärryksestä. Perusteettoman kritiikin esittäminen toista tieteenalaa kohtaa ei kuitenkaan ole vieras ilmiö juuri millään alalla.

- Tässä alaluvussa käymme läpi yleisimpiä kritiikin muotoja, joita tilastotiedettä kohtaan esitetään ja pyrimme tarjoamaan vastauksia/vastineita silloin kun niitä voidaan antaa.

“Yleismaailmallinen” kritiikki

- Aloitetaan yleismaailmallisella kritiikillä, jota tilastollista tutkimusta vastaan on esitetty:
  - Tilastotieteessä käytettävien tunnuslukujen, kuten keskiarvon, reaalimaailman vastineet ovat joskus mielivaltaisia. Esimerkiksi keskiarvo on ajoittain ongelmallinen tunnusluku, sillä lienee varsin selvää, että keskimääräistä ihmistä ei ole olemassa vaikka tilastotieteessä näitä tunnuslukuja usein lasketaankin.
    - Esimerkiksi puhekielessä yleinen nk. “Keskiarvo-Kalle”, eli 1,8 lapsen vanhempi ja 1,5 auton omistaja on tietenkin täysin kuvitteellinen.

    * Lisäksi joskus kuulee tilastotieteilijöitä kritisoitavan lausumalla "*Jos toinen jalka on jääkylmässä vedessä ja toinen kiehuvassa vedessä, niin tilastotieteilijän mielestä ihmisellä on tällöin keskimäärin hyvä olla*"

- Korrelaatio on tunnusluku, joka kuvaa kahden muuttujan välistä riippuvuutta (palaamme tähän tarkemmin luvussa 7). Se ei kuitenkaan kuvaa millään tavoin kausaalisuutta, eli sitä kumpi aiheuttaa kumman, jos kumpikaan.[9]
  - Esimerkiksi "jäätelön syönti ja hukkumiskuolemat" -tapauksessa havainnollisesti todetaan jäätelönkulutuksen ja hukkumiskuolemien lukumäärän korreloivan keskenään, mutta taustalla vaikuttava tekijä onkin lämmin kesä, joka vaikuttaa molempiin.
- Vaikkei näiden esimerkkien oikeellisuutta ole syytä kiistää, niin tilastollisen tiedon arvioinnissa on kuitenkin syytä päästä syvemmälle.

Kritiikki matemaattisuutta kohtaan

- Ehkä merkittävin kritiikki tilastollisia menetelmiä kohtaan kohdistuu kritiikin näkökulmasta perusteettomaan, tai ainakin liian vahvaan, matemaattisuuden tuomaan itsevarmuuteen. Voidaankin siis perustellusti kysyä, että **onko tieteellisyys = matemaattisuus**?
  - Useat tieteenalat käyttävät tutkimuksessaan edistyneitäkin tilastollisia menetelmiä siitä huolimatta, että tutkijoiden tilastomatemaattinen pohjakoulutus ei välttämättä ole riittävällä tasolla kyseisten menetelmien kokonaisvaltaiseen ymmärtämiseen.
    * Helppokäyttöisistä tilasto-ohjelmistoista on riittävät perustaidot omaaville käyttäjille erittäin paljon hyötyä mutta koneiden ja ohjelmien käytön opettelu ei kuitenkaan ole varsinaista tilastotiedettä (tarvitaan enemmän tilastotieteen opintoja).
    * Laskentatehon ja modernin tietojenkäsittelyteknologian ansiosta monimutkaisiakin tilastollisia analyysejä on kuitenkin mahdollista tehdä vaikka tutkijalla olisi tilastotieteestä vain perustiedot, jos sitäkään.
    * Pahimmillaan tämä saattaa johtaa siihen, että analyyseja tehdään ymmärtämättä mitä itse asiassa ollaan tekemässä.
  - Tilastollisten analyysien hyödyllisyyden ja järkevyyden ehtona on kuitenkin käytettävien menetelmien, aineiston ja tutkittavan ilmiön pintaa syvemmälle ulottuva tuntemus.

[9] Tyler Vigen on kerännyt verkkosivuilleen (ks. linkki) mitä moninaisimpia esimerkkejä kahdenvälisistä nk. *näennäisistä* korrelaatioista.

    * Käytettävien tilastollisten menetelmien oletukset on osattava ottaa huomioon ja toisaalta odottamattomien tulosten syyt on pystyttävä jäljittämään.
        · Teknistä esitystä käyttävää tutkijaa saatetaan pitää erityisen uskottavana, koska hän kykenee käyttämään vaikeita menetelmiä. Tästä huolimatta tutkimusongelma ei saisi päästä unohtumaan.
        · Tutkijan tulisikin varmistua siitä, että käytettävät menetelmät todella vastaavat asetettuihin tutkimuskysymyksiin ja että tutkimusongelma on ratkaistavissa käytettävillä menetelmillä.
        · Tekninen esitys ei takaa onnistunutta tilastollista tutkimusta eri näkökulmista katsoen. Monet tilastolliset menetelmät ovat vaikeita ja vaativat soveltajiltaan paljon.
        · Lisäksi on hyvä muistaa, että käytettävien menetelmien lähtökohdat ja oletukset eivät matemaattisuudestaan huolimatta ole välttämättä neutraaleja!
    * Kaikkia tieteentekijöitä ei voida velvoittaa opiskelemaan edistynyttä abstraktia tilastotieteen teoriaa (tilastomatematiikkaa), mutta menetelmien oikeaoppinen käyttö kuitenkin vaatii riittävää ymmärrystä.

Kritiikki yksinkertaistuksia kohtaan

- Edellisiä kohtia yleisemmin tilastotiedettä on kritisoitu siitä, että se ei kykene riittävällä tasolla huomioimaan reaalimaailman kompleksisuutta.
    - Merkittävässä osassa tilastollisia analyyseja lähtökohtana on usko “todellisen” maailman ja näin ollen aineistoa generoivien mekanismien olemassaoloon.
        * Tätä saatetaan usein pitää kuitenkin kyseenalaisena: voiko “tosielämän stokastiikasta” muka todella löytyä säännönmukaisuuksia?
        * Tämä kysymys on kuitenkin pitkälti tieteenfilosofinen ja palautuu lopulta sovellusalaan sekä tutkimusongelmaan ja -kysymykseen: tilastollisten menetelmien toimivuutta voidaan helposti testata esimerkiksi simulaatiokokeilla.
    - Tilastotiedettä on myös kritisoitu sen “sokeudesta” sosiaaliseen vuorovaikutukseen liittyviin subjektiivisiin kokemuksiin kuten tunteisiin, kokemuksiin ja ei-numeeriisiin havaintoihin.

    * Tämä kritiikki ei kuitenkaan suoranaisesti ole tilastotieteen kritiikkiä, vaan jälleen sovellusalakohtainen ja erityisesti tutkimuskysymyksen asettelua koskeva ongelma.
        · Tuntemuksia ja kokemuksia voidaan hyvin testata tilastollisin menetelmin, mikäli tutkija osaa uskottavasti määritellä niille numeerisen mittauksen kriteeristöt!
        · Tämä on kuitenkin vaikeaa, sillä aivan kaikkea ei voida kvantifioida: kirjoitetun tekstin tai sosiaalisten merkitysten tulkinnan sekä elämysten kuten musiikin ja taiteen aiheuttamien mielikuvien ja tunteiden voidaan perustellusti nähdä olevan hyvin haastavia kvantifioida.
    * Näiden aiheiden tulkinta, ymmärtäminen ja tutkiminen ulottuu kvantitatiivisen tutkimuksen ulkopuolelle.
  – Mikäli tutkittavasta ilmiöstä pystyy kvantitatiivisilla mittauksilla saada relevanttia tietoa, tulisi aineiston analyysin apuna joka tapauksessa aina käyttää tilastollisia menetelmiä!
  – Vaikka kvantitatiivisia aineistoja ei voi pitää objektiivisina faktoina asioiden tilasta, se ei tarkoita, etteivätkö tulokset voisi olla käyttökelpoisia.

Temppukokoelmakritiikki

- Eräs ehkä osin implisiittinen kritiikki tilastotiedettä kohtaan on sen pitäminen nk. **“temppukokoelmana”.**
  – Tilastotieteen voi nähdä koostuvan numeeristen tietojen jalostamisen menetelmistä. Tämä näkemys, joka on usein tahaton, pelkistää tilastotieteen *vain* **menetelmäkokoelmaksi**, vailla omaa teoriaa.
  – Eri tutkimusalojen empiirisessä työssä (liian) usein vain kerätään aineisto ja vasta sitten mietitään mitä sillä voitaisiin tehdä.
  – Usein apuun haetaan tilastotieteilijä, jonka odotetaan loihtivan (tilastollisen) ratkaisun ongelmaan kuin ongelmaan.
    * Joskus tämä toki onnistuukin, mutta useimmiten ei.
    * Tilastotiede ei siis ole “työkalupakki”, josta valitsemalla oikeanlaisen menetelmän voi vastata mihin tahansa tutkimuskysymykseen!
  – Tilastolliset menetelmät tulee ymmärtää ja niitä tulee soveltaa kaikissa soveltavan tutkimuksen vaiheissa, jotta tutkimusongelmaan kyetään vastaamaan eikä turhaa työtä tule tehdyksi.
  – Karkeasti luokitellen tilastotieteilijät kehittävät menetelmiä, joita soveltajat käyttävät.

    * Soveltavia tilastotieteilijöitä löytyy kuitenkin yhä kiihtyvissä määrin! Erityisesti eri rajatieteiden alueilla, kuten alaluvussa 3.6 lyhyesti esitellään.

Tilastotieteen väärinkäyttö

- Tilastotiedettä on myös mahdollista käyttää väärin monin eri tavoin, joka edelleen altistaa koko tieteenalan (perusteettomalle) kritiikille!
  - Tilastoja ja tilastotiedettä käytetään paljon väärin, mutta tämä on usein tahatonta (esim. puutteellisesta koulutuksesta johtuvaa).
    * Joskus kuitenkin näkee tarkoituksellista tilastojen vääristelyä tai tahallista tilastollisten menetelmien väärinkäyttöä!
    * Kansalaisten tiedelukutaidon ja tilastollisten menetelmien tuntemuksen merkitys on kasvanut viime vuosikymmeninä ja kasvanee jatkossa yhä, kun esimerkiksi erilaiset “vaihtoehtotieteet” ovat nousseet suositummiksi.
    * Tilastotieteen ymmärrys auttaa itse kutakin tunnistamaan virheellisiä tai puutteellisin tiedoin tehtyjä päätelmiä ja täten helpottaa tietoyhteiskunnassa toimimista ja kriittistä ajattelua!
- Yleisiä tilastollisten menetelmien väärinkäyttötapoja ovat esimerkiksi seuraavat:
  - **“Kolmannen tyypin virhe”**: kun tilastollisia menetelmiä käyttämällä saadaan oikeita vastauksia, mutta vääriin kysymyksiin! Esimerkiksi jos tutkija ei täysin ymmärrä minkälaisia vastauksia käytettävissä olevasta aineistosta ja valitulla menetelmällä voidaan saada, voi hän syyllistyä kolmannen tyypin virheeseen. Tällöin voi nimittäin käydä niin, että hän tulkitsee tilastolliset testit täysin oikein, mutta luulee väärin niiden vastaavaan eri kysymykseen kuin on esitetty.
  - Black-box ilmiö: saadaan *ehkä* oikeita vastauksia, mutta ei tiedetä *miksi* ja *mihin* kysymyksiin.
    * Totaalinen tilastollisen päättelyn osaamattomuus saattaa johtaa tutkijan täysin väärille urille ja esimerkiksi jokseenkin epäoleelliseen tekniseen näpertelyyn monimutkaisten mallien kanssa.

Esimerkki: Kolmannen tyypin virhe
Oletetaan että haluat tutkia onko kahden eri ikäryhmän ihmisten pituuksissa eroja ja sinulla on käytettävissä edustava otos molempien ikäluokkien edustajista. Päätät tutkia *yksisuuntaisesti* onko toisen ryhmän, ryhmän A, keskipituus *pienempi* kuin ryhmän B. Testitulos osoittaa, että voit hylätä nollahypoteesin, jonka mukaan ryhmien *keskipituus olisi sama*. Kolmannen tyypin virhe syntyy silloin, jos tosiasiallisesti testin hylkääminen johtui siitä, että ryhmän A keskipituus olikin *suurempi*

kuin ryhmän B keskipituus, mutta tätä et testin tuloksen perusteella voi tietää!

3.6 Tilastotieteen sovelluskohteita ja "rajatieteitä"

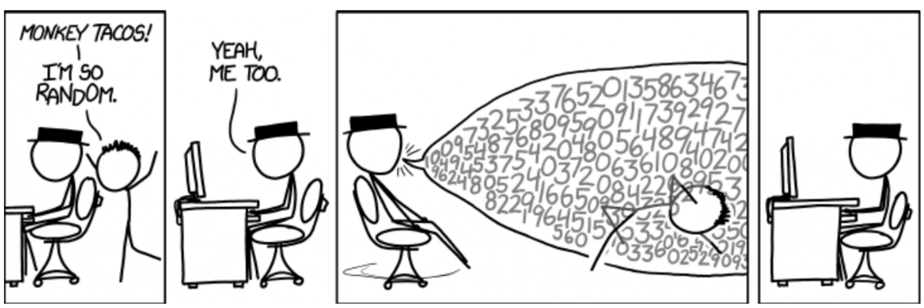
- Yleisenä menetelmätieteenä tilastotiedettä sovelletaan useilla eri tieteenaloilla.
  - Jokaisella sovellusalalla on oma erillinen teoriapohjansa sekä empiiriset käytänteet, joten substanssitietous on sovellettaessa erityisen tärkeää.
    - Huolimatta vaihtelevista empiirisistä käytännöistä sovellusmenetelmän taustalla on (lähes aina) kuitenkin tilastotieteen alalla kehitetty menetelmä.
    - Sovellusaloilla ongelmanratkaisussa yhdistetäänkin metodiseen osaamiseen välttämättä myös substanssitietoutta. Tämän myötä soveltavan tilastollisen tutkimuksen kenttä on laaja ja rikas.
  - Osa näistä sovelluskentistä on kehittynyt vahvassa yhteisvaikutuksessa tilastotieteen ja lähitieteiden (viime aikoina erityisesti koneoppimisen) yhteydessä.
- Usein on pystyttävä arvioimaan ongelmanasettelun ja tulosten tarkoituksenmukaisuutta ja pyrkiä välttymään siltä että tutkijan tieteelliset ja yhteisölliset sitoumukset heijastuisivat tutkimuksen kulkuun.
- Tilastotieteen pääaineopiskelun osalta substanssitietous saavutetaan usein sivuaineopintojen perusteella. Vastaavasti toisinpäin muiden aineiden pääaineopiskelijoiden kohdalla, jolloin tilastotiede voi yhtä hyvin toimia (laajalti opiskeltuna) vahvana sivuaineena.
- Jokaisella tieteenalalla, jonka tutkimusaineistot voidaan esittää numeerisessa tai kvantitatiivisessa muodossa voi soveltaa/voisi soveltaa/pitäisi soveltaa tilastollisia menetelmiä sekä tutkimusaineistoja kerättäessä että niitä analysoitaessa.
  - Siten jokainen empiirisen tutkimuksen havaintoaineisto on tilastollisen tutkimuksen mahdollinen kohde.
  - Esim. kokeellinen tutkimus käyttää apunaan tilastollisia menetelmiä.
- Koska tilastotieteellä on sovelluksensa miltei kaikilta tieteenhaaroilla, on syntynyt nk. "rajatieteitä":

  - Sovellusaloja, joilla tilastotieteen soveltaminen on muodostunut omaksi tutkimuskohteekseen/tieteenlajikseen (ks. linkit):
    * Psykologia: psykometriikka,
    * Sosiaalitieteet: sosiometria,
    * Taloustiede: ekonometria,
    * Kemia: kemometria,
    * Bio- ja lääketiede: biometria,
    * Epidemiologia,
  - Soveltavan matematiikan tutkimusaloja, jotka ovat osaltaan päällekkäisiä tilastotieteen kanssa
    * Informaatioteoria,
    * Matemaattinen tilastotiede,
    * Todennäkäsyyslaskenta,
    * Operaatioanalyysi
  - Tietojenkäsittelytieteen alaan (osittain) lukeutuvia tutkimusaloja
    * Laskennalliset menetelmät,
    * Data mining,
    * Knowledge discovery,
    * Hahmontunnistus,
    * Tekoäly,
    * Koneoppiminen

- Ja paljon muita!

Luku 4

Sattuma ja satunnaisuus tilastotieteessä



Kuva 4.1: Hauska kuva satunnaisuudesta.

Tässä luvussa pohdimme sattuman ja satunnaisuuden roolia tilastotieteessä ja tieteessä ylipäätään. Satunnaisuudella tarkoitetaan yleensä säännönmukaisuuden puuttumista ja ennustamattomuutta ja kenties juuri siksi sitä voidaan pitää yhtenä maailman vaikuttavimmista ilmiöistä. Jokainen haluaisi tietää mitä tuleman pitää ja siksi sattuma tekee elämästä mielenkiintoista: se vaikuttaa ja muokkaa niin meitä itseämme kuin ympäröivää maailmaa mitä merkityksellisimmin tavoin - joskus jopa vasten tahtoamme ja usein vailla täyttä ymmärtystämme!

Ihmisen oma kokemus on kuitenkin altis kaikenlaisille virhepäätelmille, joita kutsutaan myös kognitiivisiksi vinoumiksi. Haluamme löytää systematiikkaa ja tarkoitusta kaaoksesta sekä merkityksiä ja syy-seuraussuhteita sellaisista tapahtumista, jotka kuuluvat normaalivaihtelun piiriin. Tällaisissa tilanteissa usein tilastollinen tarkastelu paljastaakin ilmiön todellisen, alkuperäisestä kuvitelmasta poikkeavan luonteen. Erottaakseen systemaattinen vaihtelu satunnaisesta ja ymmärtääkseen oikeasti merkityksellisiä syy-seuraussuhteita, satunnaisuutta on välttämätöntä ymmärtää. Tämä välttämättömyys pätee erityisesti tiedeyhteisön jäseniin, jotka pyrkivät tutkimaan ympäröivän maailman satunnaisia ilmiöitä. Tilastotiede perustuu satunnaisilmiöiden ja satunnaisen aineiston tutkimiseen, joten sen ymmärtäminen on keskeisessä roolissa niin tilastotieteen kuin muidenkin tieteiden sekä lopulta maailman ymmärtämisessä.

4.1 Satunnaisilmiöt ja satunnaismuuttujat tilastotieteessä

- Edellisestä luvusta muistamme, että tilastotieteellisen tutkimuksen kohteena on aina jokin tilastoyksikköjen tutkimusmuuttujista koostuva havaintoaineisto, jonka pohjalta tehdään päätelmiä perusjoukosta/populaatiosta.
- Nämä tilastolliset muuttujat tulkitaan satunnaisiksi, ja täten tilastollisen tutkimuksen tavoite on tutkia satunnaisilmiötä, joka on generoinut nämä havaitut eli toteutuneet arvot.
  - Yksi tilastotieteen olennainen tehtävä onkin kehittää **tilastollisia malleja**, joiden avulla satunnaisilmiöitä voidaan kuvata, selittää ja ennustaa.
  - Tilastollisen mallin satunnaisten piirteiden kuvaus perustuu johonkin **todennäköisyysmalliin**.

Satunnaisilmiö
Reaalimaailman ilmiö on satunnaisilmiö, jos seuraavat ehdot pätevät:

- Ilmiöllä on useita erilaisia tulosvaihtoehtoja.
- Sattuma määrää mikä tulosvaihtoehdoista toteutuu, eli yksittäistä tulosta ei voida tietää etukäteen.
- Vaikka tulos vaihtelee ilmiön toistuessa satunnaisesti, käyttäytyy tulosvaihtoehtojen suhteellisten osuuksien jakauma tilastollisesti stabiilisti ilmiön toistokertojen lukumäärän kasvaessa.

- **Tilastollisella stabiiliudella** tarkoitetaan sitä, että on mahdollista arvioida kuinka **todennäköisiä** erilaiset tapahtumat, eli satunnaisilmiön tulosvaihtoehdot ovat.
  - Toisin sanoen satunnaisilmiön tulosvaihtoehtoihin on liityttävä säännönmukaisuutta, jonka on tultava esille ilmiön toistuessa.

Esimerkkejä satunnaisilmiöistä

- Helpoin esimerkki on uhkapelit, kuten kortti- ja noppapelit, arpajaiset, lotto tai ruletti: näitä käytetäänkin usein todennäköisyyslaskennan peruskursseilla satunnaisilmiöiden esittelyyn.
- Lukion biologian tunneilta muistetaan, että perinnöllisyyskin on osaltaan sattumaa: se määrää kummalta vanhemmalta perittävä geenikopio on peräisin.
  - Vastaavasti populaatiotasolla eri ominaisuuksien jakautuminen yksilöiden ja populaatioiden välillä on satunnaista.
  - Populaatiotaso voi tässä tarkoittaa esimerkiksi erilaisten eliöiden eri alueilla eläviä populaatioita, joiden välisiä eroja pyritään tutkimaan ja selittämään.
  - Vastaavasti ihmisten, ihmisryhmien ja ihmisten muodostamien organisaatioiden sisäisessä ja välisessä käyttäytymisessä on useita satunnaisia elementtejä.
- Jopa deterministiseen toimintaperiaatteeseen tähtäävissä tehdastuotannossa käy satunnaisia virheitä tuotteiden valmistusprosesseissa, jotka ilmenevät esimerkiksi viallisina tuotteina.
- Vastaavasti luonnontieteellisiin mittauksiin liittyy mittausvirheitä, jotka kuuluvat satunnaisvaihtelun piiriin. Esimerkiksi varhaisissa valonnopeusmittauksissa mittausvirheet saattoivat olla suuriakin!
- Myös kvanttimekaniikan ja hiukkasfysiikan tutkimat ilmiöt ovat perusluonteeltaan satunnaisia.

Satunnaismuuttujat

- Tilastollista vaihtelua ilmentävät tilastolliset muuttujat tulkitaan **satunnaismuuttujiksi** ja havainnot (havaintoarvot) voidaan näin ollen tulkita näiden satunnaismuuttujien realisoituneiksi arvoiksi. Tällöin tilastollisen tutkimuksen kohteena on nämä havainnot generoinut *satunnaisilmiö*.
  - Satunnaismuuttuja siis kuvaa tarkasteltavan mitattavan ominaisuuden (satunnais)vaihtelua tutkimuksen kohteiden, eli tilastoyksiköiden joukossa.
  - Mitattavan ominaisuuden mahdolliset arvot määräävät satunnaismuuttujan luonteen. Yleisesti satunnaismuuttujat jaetaan kahteen luokkaan: **jatkuviin** ja **diskreetteihin**.
  - Satunnaismuuttujan **todennäköisyysjakauma**, määrää erilaisten

tulosvaihtoehtojen todennäköisyyden ja mahdollistaa täten tilastollisen analyysin ja päättelyn.

* Satunnaisuus eroaa mielivaltaisesta prosessista siinä, että satunnaista ilmiötä voidaan kuvata jollakin **tilastollisella lailla** kun taas mielivaltaista prosessia ei.

Satunnaismuuttuja
Satunnaismuuttuja (usein lyhyesti sm., englanniksi random variable, merkitään esim. Y, ja kutsutaan ajoittain myös stokastiseksi muuttujaksi) on todennäköisyyslaskennan peruskäsite, jolla tarkoitetaan satunnaisilmiön määräämää lukua.

- Satunnaismuuttujan Y realisoituvaa arvoa y kutsutaan realisaatioksi tai toteumaksi.
- Tilastollinen aineisto muodostuu useiden satunnaismuuttujien (tilastoyksiköiden tutkimusmuuttujien) realisoituneista arvoista.
- Realisoituneiden arvojen vaihtelua tilastoyksiköiden välillä kutsutaan satunnaisvaihteluksi.

Jatkuvat ja diskreetit satunnaismuuttujat

- Satunnaismuuttuja Y on jatkuva, jos se voi saada ylinumeroituvan määrän arvoja tai ts. minkä tahansa arvon joltain väliltä, kuten tyypillisesti minkä tahansa arvon joltain reaalilukuväliltä.
- Satunnaismuuttuja Y on diskreetti, jos se voi saada vain joitain mahdollisia arvoja (vain yksittäisiä, äärellisen tai numeroituvasti äärettömän määrän, arvoja). Yksinkertaisimmillaan diskreetti satunnaismuuttuja Y on kaksiarvoinen (binäärinen), jolloin sen mahdollisia arvoja tyypillisesti merkitään $y = 0$ tai $y = 1$.

Esimerkki: satunnaismuuttuja
Ihmisen pituutta voidaan pitää (ennen mittaukseen tulemista) satunnaismuuttujana Y ja lopullista pituutta täten pituuden realisaationa y. Pituutta kohdellaan jatkuvana muuttujana senttimetreissä, mutta mikäli määritetään toteumaksi jonkin pituuden raja-arvon, esimerkiksi 170 cm, ylittävä pituus, on kyseessä kaksiarvoinen (binäärinen) satunnaismuuttuja (pituus on joko yli tai alle 170 cm).

- Muuttujat voidaan luokitella myös **kvalitatiivisiin** ja **kvantitatiivisiin** muuttujiin.
  - Kvalitatiivisiin muuttujiin liittyy luokittelu- tai järjestysasteikko
  - Kvantitatiivisiin muuttujiin välimatka- ja suhdeasteikko.
- Tilastolliset menetelmät perustuvat todennäköisyyslaskennan[1] tuloksiin ja tarjoavat keinon hallita satunnaisuuden aiheuttamaa epävarmuutta sekä tavan erottaa systemaattinen ja satunnainen vaihtelu, eli signaali ja kohina, toisistaan.
- Tilastollisen aineiston **tilastollisella mallilla** tarkoitetaan täten niiden satunnaismuuttujien todennäköisyysjakaumaa, jonka ajatellaan generoineen havainnot.
  - Yksinkertaisimmillaan esimerkiksi yksinkertaiseen satunnaisotantaan takaisinpanolla perustuva satunnaismalli (palaamme tähän otantaa käsittelevässä luvussa 5).
  - Satunnaisuus perustuu siihen, että satunnaismuuttujien toteutuvat arvot (ja niistä lasketut tunnusluvut kuten keskiarvo) vaihtelevat satunnaisesti otoksesta toiseen.
- Todennäköisyyslaskennan ja tilastotieteen tehtävä on tuottaa **matemaattisia ja tilastollisia malleja** satunnaisilmiöissä havaittavalle tilastolliselle stabiliteetille.

4.2 Satunnaisuus ja todennäköisyydet

- Tilastotieteessä **tutkimusaineiston keräämistä** voidaan pitää hyvänä esimerkkinä satunnaisilmiöstä.
  - Voimme ajatella, että tilastollisen tutkimuksen kohteet on aina valittu arpomalla.
  - Arvonta on mainio esimerkki satunnaisilmiöstä, sillä siihen liittyy aina ennustamattomuutta: vaikka yksittäisen arvonnan tulosta ei voi tietää etukäteen, noudattaa se kuitenkin todennäköisyyden lakeja.
  - Koska arvonnan tulos vaihtelee satunnaisesti arvontakerrasta toiseen, myös tutkimuksen kohteita kuvaavat tiedot vaihtelevat satunnaisesti arvontakerrasta toiseen.
  - Tutkimuksen kohteita kuvaavien tietojen käyttäytymisessä havaitaan kuitenkin arvontaa toistettaessa juuri sitä säännönmukaisuutta, jota kutsutaan tilastolliseksi stabiliteetiksi. **Tämä säännönmukaisuus on tilastollisen tutkimuksen kohde.**

[1] Todennäköisyyslaskentaa käsitellään välillisesti tulevissa luvuissa mutta varsinaisesti tarkemmin 2. periodin kurssilla TILM3553 Todennäköisyyslaskennan peruskurssi ja (erityisesti sivuaineopiskelijoille) TILM3568 Todennäköisyyslaskenta sivuaineopiskelijoille.

- Esimerkkejä tilastollisten aineistojen keräämisen menetelmistä, jotka perustuvat arvontaan:
  - **Satunnaistetut kokeet**: Kokeellisessa tutkimuksessa tavoitteena on vertailla erilaisten käsittelyiden vaikutuksia kokeen kohteisiin. Erilaisten virhelähteiden kontrolloimiseksi käsittelyt on syytä arpoa kohteille.
  - **Satunnaisotanta**: Otannalla[2] tarkoitetaan laveasti tutkimusaineistojen keräämisen menetelmiä. Erilaisten virhelähteiden kontrolloimiseksi tutkimuksen kohteet on syytä valita arpomalla. (Ks. Luku 5)
- Kerätyn (tai havaitun) aineiston pohjalta tehdään päätelmiä sen generoineesta satunnaisilmiöstä esimerkiksi testaamalla erilaisia siihen liittyviä hypoteeseja.
  - Tilastotiede voidaan jakaa kahteen merkittävään paradigmaan sen mukaan, miten tilastolliseen päättelyyn, ml. hypoteeseihin ja niiden testaamiseen, suhtaudutaan. Näitä ovat **klassinen eli frekventistinen tilastotiede** sekä **Bayesilainen tilastotiede**. Tarkastellaan seuraavaksi minkälaisia eroja ja yhtäläisyyksiä näiden koulukuntien välillä on.

Frekventistinen tilastotiede

- Klassisessa eli frekventistisessä tilastotieteessä ajatellaan että hypoteesien testaaminen tulee perustua yksinomaan havaittuun aineistoon ja siihen liitettävään tilastolliseen malliin.
- Nimi “frekventistinen” juontuu siitä, että tilastollisen mallin perustana oleva todennäköisyysjakauma määrittää satunnaismuuttujan mahdollisten arvojen todennäköisyydeksi niiden suhteellisen osuuden äärettömästä määrästä realisaatioita, ts. niiden suhteellisen frekvenssin.
- Klassisessa tilastotieteessä havaittuun aineistoon *sovitetaan* tilastollinen malli, joka vastaa saatua aineistoa parhaiten.
  - Tämä tilastollinen malli voidaan (useimmiten) perustaa nk. **uskottavuusfunktioon**, joka on *aineiston* sekä yhden tai useamman *parametrin* funktio ja joka saavuttaa suurimman arvonsa nk. “suurimman uskottavuuden pisteessä”.
  - Uskottavuusfunktio kertoo kuinka todennäköisenä havaittua aineistoa voidaan pitää, mikäli sen oletetaan olevan peräisin vastaavasta mallista jollain parametriarvolla.

[2] Erityisesti erilaisten otantamenetelmien yhteydessä, joita tarkastellaan tarkemmin luvussa 5.

    * Täten ne parametriarvot, joilla uskottavuusfunktion arvo maksimoituu, *kuvaavat aineiston generoimaa prosessia parhaiten*, annettuna malli- eli jakaumaoletus.
  - Uskottavuusfunktioista, tilastollisten mallien estimoinnnista ja parametreista lisää seuraavassa alaluvussa sekä luvussa 6.

- Perusjoukkoa koskevia hypoteeseja testataan tilastollisen mallin avulla: havaittu aineisto määrittää uskottavuusfunktion perusteella sellaiset hypoteesit, jotka jäävät joko voimaan tai tulevat hylätyiksi.

- Klassisessa tilastotieteessä hypoteesien testaus perustuu siis vain aineistoon eli tilastollinen päättely on induktiivista: aineiston avulla otosta koskeva päätelmä voidaan yleistää koskemaan perusjoukkoa.

  - Toki kaikki päättely on alisteista tehdyille oletuksille koskien käytettävää tilastollista mallia.

Bayesilainen tilastotiede

- Bayesilainen tilastotiede on tilastotieteen toinen suuri paradigma ja on saanut nimensä englantilaiselta harrastelijamatemaatikko ja presbyteeripappi Thomas Bayesilta, jota pidetään Bayesilaisen tilastotieteen isänä.
- Bayesilainen tilastotiede ulottaa todennäköisyyskäsityksen, eli tn-jakauman, myös aineistoa koskevien hypoteesien puolelle: kuinka todennäköisenä jotain hypoteesia voidaan pitää jo ennen tutkimusaineiston keräämistä?

  - Myös Bayesilaisessa tilastotieteessä hyödynnetään uskottavuusfunktiota, mutta hypoteesien testaus ei perustu niinkään frekventistiseen ajatukseen todennäköisyyksistä suhteellisina osuuksina äärettömässä sarjassa.
  - Bayesilaiset perustavat sen sijaan hypoteesien testaamisen tutkimuskysymystä koskevien ennakkokäsitysten päivittämiselle sen jälkeen, kun aineisto on havaittu.
  - Nämä ennakkokäsitykset voidaan kuvata todennäköisyysjakaumana, priorijakaumana, jota päivitetään ns. posteriorijakaumaksi kun aineisto havaitaan. Näin päättely perustuu priorijakauman ja aineiston uskottavuusfunktion väliselle kompromissille!

- Ajatusta ennakkokäsityksistä todennäköisyyksinä käytetään niin Bayesilaisen tilastotieteen kritiikkinä kuin puolustuksena.

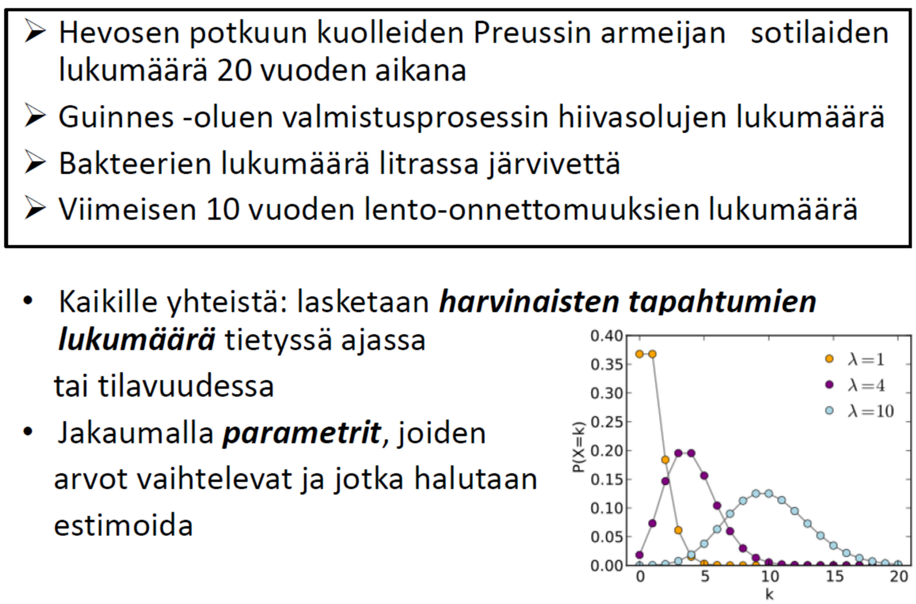
  - Lopulta olemme kaikki Bayesilaisia: jokaisella on sisäisiä ennakkokäsityksiään, myös tutkijoilla! Nämä ennakkokäsitykset voivat perustua esimerkiksi aiempaan tutkittuun tietoon, mutta myös uskomuksiin.

  - Prioritiedon hyödyntäminen tilastollisessa tutkimuksessa on usein perusteltua.
  - Bayesilaista tilastotiedettä tarkastellaan tarkemmin esimerkiksi kursseilla TILM3577 Bayes-päättely sekä TILM3601 Bayes-laskenta.

4.3 Tilastolliset mallit, jakaumat ja parametrit

- Tilastolliset mallit perustuvat satunnaismuuttujan mahdollisten tulosvaihtoehtojen todennäköisyyksiä kuvaavalle **todennäköisyysjakaumalle**, joka määrää millä todennäköisyydellä satunnaismuuttuja saa erilaisia arvoja.
  - Kuten aiemmin todettiin, satunnaismuuttujat jaetaan kahteen luokkaan: diskreetteihin ja jatkuviin.
- Toisaalta ajoittain tietyn suureen/ilmiön mallinnuksessa voidaan perustellusti käyttää molempiin luokkiin kuuluvien satunnaismuuttuja- ja tilastollisen mallityypin vaihtoehtoja.
  - Esimerkki: Esimerkiksi COVID19-tartuntatapausten lukumäärä Suomessa on periaatteessa diskreetti satunnaismuuttuja, joka saa yksittäisen (kokonaisluku)arvon joka kuukausi, mutta käytännössä lukumäärät ovat tässä tapauksessa sen verran suuria, että niitä mallinnetaan jatkuva-arvoisena muuttujana.
  - Vastaavasti esimerkiksi potilaan jonotusaika päivystyksessä voi periaatteessa saada minkä tahansa arvon tietyltä reaalilukuväliltä ($[0, \infty)$, ts. mikä vain positiivinen arvo) ja tällöin käytettäisiin jatkuviin sm:jiin perustuvia tilastollisia menetelmiä.
- Satunnaismuuttujan mahdolliset arvot määräävät myös mahdollisen todennäköisyysjakauman ja täten myös käytettävän tilastollisen mallin.
  - **Diskreetin satunnaismuuttujan** jakauma voidaan usein esittää taulukkomuodossa. Eri arvojen todennäköisyydet muodostavat kyseisen satunnaismuuttujan todennäköisyysjakauman (**pistetodennäköisyysfunktion**), jota voidaan havainnollistaa esimerkiksi pylväsdiagrammilla.
  - Jatkuvan satunnaismuuttujan Y arvot muodostavat jonkin reaaliakselin välin, joka sisältää äärettömän määrän lukuja. Tämän vuoksi jatkuvan satunnaismuuttujan jakauman esittäminen taulukon kautta ei ole luontevaa, vaan jakauma esitetään yleensä satunnaismuuttujan **tiheysfunktion** avulla.
    * Pistetodennäköisyys- ja tiheysfunktiot siis määräävät satunnaismuuttujan mahdollisille arvoille todennäköisyydet väliltä $[0, 1]$ ja näin voidaan arvioida havaitun aineiston uskottavuutta ja testata siihen liitettäviä hypoteeseja suhteessa estimoituun suurimman uskottavuuden estimaattiin.

- Tilastolliset mallit approksimoivat "todellista" aineiston generoinutta ilmiötä. Tilastolliset mallit riippuvat **parametreista** ja keskeinen oletus erityisesti klassisessa tilastotieteessä on, että aineiston generoinutta satunnaisilmiötä kuvaa jokin vakioinen mutta tuntematon parametriarvo (tai niiden joukko).
  - Kuviossa 4.2 on kuvattu Poisson-jakauman sovelluskohteita ja sen pistetodennäköisyysfunktion muotoa eri parametrin λ arvoilla. Poisson-jakaumaa esitellään tarkemmin alaluvussa 4.5.



Kuva 4.2: Esimerkki: Poisson-jakauman sovelluskohteita ja sen pistetodennäköisyysfunktio eri parametrin λ arvoilla.

Parametrien estimointi ja niiden testaus

- Satunnaisilmiötä kuvaava tilastollinen malli perustuu siis johonkin parametriseen todennäköisyysjakaumaan, joka yhdessä havaintojen kanssa määrittää uskottavuusfunktion.
  - Aineistoa kuvaavan tilastollisen mallin uskottavuus pyritään maksimoimaan, mikä tarkoittaa valitun todennäköisyysjakauman sovittamista havaintoaineistoon mahdollisimman hyvin.
  - Tässä nk. "suurimman uskottavuuden estimoinnissa" aineiston generoiman (oletetun) todennäköisyysjakauman parametriarvot **estimoidaan** (eli arvioidaan) käytettävän otoksen/aineiston avulla.

    - Perusjoukkoa parhaiten kuvaavan (eli “aineiston generoineen”) parametrin arvo pyritään siis estimoimaan aineiston perusteella.

- Parametrien estimoinnin lisäksi usein **testataan** parametreja koskevia oletuksia (eli hypoteeseja).
- Estimointi ja testaus ovat tilastolliseen tutkimukseen liittyvän **tilastollisen päättelyn** keskeisiä välineitä, joiden avulla tutkittavasta ilmiöstä pyritään tekemään johtopäätöksiä siitä kerätyn havaintoaineiston perusteella.
    - Estimoitujen parametrien testaus voi vastata esimerkiksi seuraavanlaisiin kysymyksiin:
        * Onko suomalaisten miesten keskipituus 180 cm?
        * Vaikuttaako yliopistokoulutus tulevaisuuden ansioihin?
        * Auttaako tietty lääkeaine jonkin sairauden hoidossa?
        * Voiko osakemarkkinoiden tuottoja ennustaa?
- Parametrien testaus on osa tilastollista päättelyä, johon palataan tarkemmin luvussa 6

4.4 Odotusarvo ja varianssi

- Satunnaismuuttujan todennäköisyysjakauman tietoa voidaan tiivistää tunnuslukuihin, joista keskeisimpiä ovat **odotusarvo**, **varianssi** ja **keskihajonta**.

Odotusarvo
Satunnaismuuttujan Y odotusarvo $\mathrm{E}(Y)$ kuvaa satunnaismuuttujan odotettavissa olevaa arvoa.

- Muodostamalla satunnaiskokeen tulosten **painotettu keskiarvo**, jossa kunkin tuloksen painona on vastaavan tapauksen todennäköisyys, niin saatua arvoa sanotaan odotusarvoksi $\mathrm{E}(Y)$.
- Odotusarvo kuvaa jakauman painopistettä.
- Merkinnän $\mathrm{E}(Y)$ käyttö juontaa juurensa englannin kielen sanoihin “odotus”, expectation, ja “odotusarvo”, expected value.

Esimerkki: Odotusarvo
Perinteikäs esimerkki odotusarvosta on tavallisen kuusitahoisen nopan silmäluvun odotusarvo. Nopanheitto on diskreetti satunnaisilmiö ja tavallisen painottamattoman nopan tapauksessa jokaisen silmäluvun todennäköisyys on yhtä suuri. Merkitään nopan silmälukua (sm) Y ja sen

realisaatiota y. Nopan silmäluvun realisaatioiden mahdolliset arvot ovat $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ja niiden todennäköisyydet ovat $P(Y = y) = \frac{1}{6}$. Nopanheiton silmäluvun odotusarvo määritetään siis painotettuna keskiarvona

$$E(Y) = \sum_{i=1}^{6} y \cdot P(Y = y) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{2} = 3.5$$

- Odotusarvon lisäksi kiinnostuksen kohteena on usein jakauman keskittyneisyys (hajaantuneisuus). Ts. kun halutaan puolestaan kuvata satunnaismuuttujan arvojen vaihtelua, tutkitaan todennäköisyysjakauman **varianssia** ja **keskihajontaa**.

Varianssi
Satunnaismuuttujan Y hajontaa voidaan mitata varianssilla

$$\mathrm{Var}(Y) = \mathrm{E}\Big[\Big(Y - \mathrm{E}(Y)\Big)^2\Big],$$

tai sen neliöjuuren eli **keskihajonnan** avulla

$$\mathrm{D}(Y) = \sqrt{\mathrm{Var}(Y)}.$$

- Mitä lähempänä nollaa keskihajonta ja varianssi ovat, sitä todennäköisempää on, että satunnaismuuttujan arvo on lähellä odotusarvoa.
- Merkintöjen $\mathrm{Var}(Y)$ ja $\mathrm{D}(Y)$ taustalla on englannin kielen sanat variance (varianssi) ja deviation, joka tarkoittaa poikkeamaa, hajontaa.

- Odotusarvon ja varianssin (keskihajonnan) tavanomaiset estimaattorit ovat otoskeskiarvo ja otosvarianssi (otoshajonta), joihin palataan vielä myöhemmin.

4.5 Joitain jakaumia

Tarkastellaan seuraavassa muutamia keskeisiä tilastollisia jakaumia. Esittelemme ensin keskeisintä jatkuvien satunnaismuuttujien jakaumaa, normaalijakaumaa, ennen muutamien diskreettien satunnaismuuttujien jakaumia.

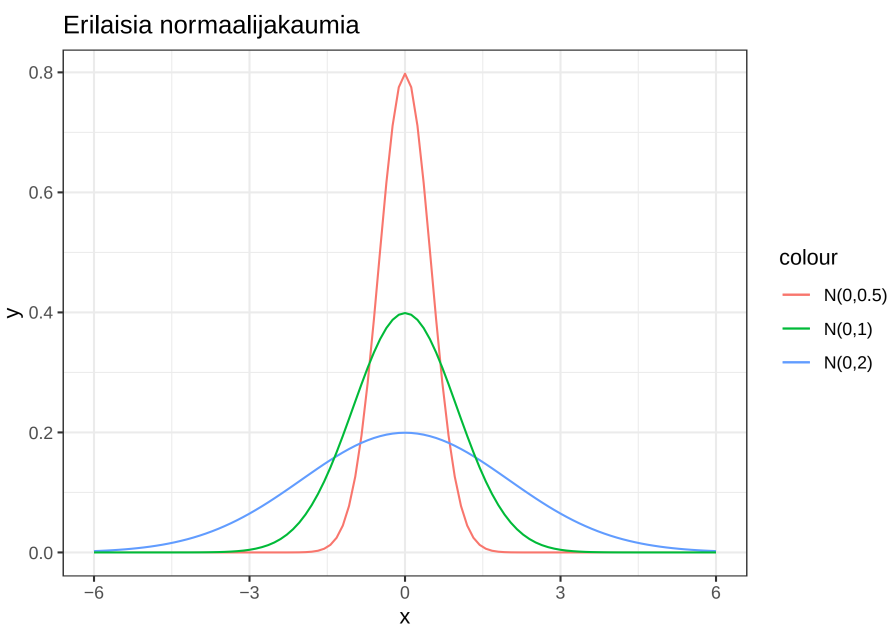
4.5.1 Normaalijakauma

- Jos satunnaismuuttuja Y noudattaa **normaalijakaumaa** odotusarvolla $\mathrm{E}(Y) = \mu$ ja varianssilla $\mathrm{Var}(Y) = \sigma^2$, niin tällöin merkitään $Y \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$.
- Y:n tiheysfunktio on muotoa (ks. kuva alla)

$$f(y; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2},$$

jossa e viittaa Neperin lukuun $e \approx 2,71828$.

- Ylläoleva tiheysfunktio määrittelee parven normaalijakaumia kun parametreille (vakioille) μ ja σ^2 annetaan erilaisia arvoja. Nämä kaksi parametria määräävät normaalijakauman tarkemman muodon.
  - Alla olevassa kuvassa 4.3 on kuvattu erilaisia normaalijakauman tiheysfunktion muotoja eri parametriarvoille.



Kuva 4.3: Normaalijakaumien muotoja eri parametriarvoilla.

Esimerkki: Miesten pituus

- Tutkitaan miesten pituutta hyvin määritellyssä joukossa, kuten varusmiespalvelusta tiettynä vuonna suorittavien joukossa.
  - Pituus on ominaisuus, jonka voidaan nähdä määräytyvän monista perintö- ja ympäristötekijöistä. Pituutta voidaan siis pitää satunnaismuuttujana.
  - Oletetaan, että pituus noudattaa normaalijakaumaa. Näin ollen sm. Y on valitun miehen pituus ja $Y \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$.
- Tuntemattomien parametrien μ ja σ^2 tulkinta:
  - Odotusarvo $\mu = \mathrm{E}(Y)$ on satunnaisesti valitun miehen pituuden odotettavissa oleva arvo.
  - Varianssi $\sigma^2 = \mathrm{Var}(Y) = \mathrm{E}\left[\left(Y - \mu\right)^2\right]$ kuvaa valitun miehen pituuden odotusarvostaan määrätyn poikkeaman (keskihajonnan) neliön odotettavissa olevaa arvoa (kuvaten ts. pituuksien jakauman keskittyneisyyttä/hajaantuneisuutta pituuksien odotusarvon ympärillä).

4.5.2 Bernoulli-, binomi- ja Poisson-jakauma

- **Bernoulli-jakauma** on todennäköisyysjakauma, jossa satunnaismuuttujalla Y on kaksi mahdollista tulosvaihtoehtoa $Y = 1$ tai $Y = 0$.
  - Yleensä $Y = 0$ tarkoittaa, että jokin tapahtuma ei tapahdu ja $Y = 1$ että tapahtuu.
  - Todennäköisyys tapahtumalle $Y = 1$ on $\mathrm{P}(Y = 1) = p$ ja vastaavasti vastatodennäköisyys $\mathrm{P}(Y = 0) = 1 - p$.
  - Bernoulli-jakaumaa merkitään $Y \sim B(p)$, jossa siis $0 < p < 1$.
  - Bernoulli-jakauman **pistetodennäköisyysfunktio** on muotoa

    $$f(y; p) = \mathrm{P}(Y = y) = p^y (1 - p)^{(1-y)},$$

    jossa y on sm:n Y realisaatio (havaittu arvo) ja parametri p on tuntematon (voidaan estimoida otoksen avulla, kuten myöhemmin tullaan näkemään).
- Bernoulli-jakauman odotusarvo $\mathrm{E}(Y) = p$ ja varianssi $\mathrm{Var}(Y) = p(1 - p)$.

- **Binomijakauma**
  - Olkoon $Y_1, \dots, Y_n$ riippumattomia satunnaismuuttujia ja $Y_i \sim B(p)$, $i = 1, \dots, n$.
  - Jos $X = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$, niin $X \sim \mathrm{Bin}(n, p)$. Ts. sm. X noudattaa **binomijakaumaa** parametrein n ja p.
  - Pistetodennäköisyysfunktio:

$$\mathrm{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{(n-k)}.$$

- Jakauman odotusarvo $\mathrm{E}(X) = np$ ja varianssi $\mathrm{Var}(X) = np(1-p)$.
- Binomijakaumalla kyetään vastaamaan mm. kysymykseen millä todennäköisyydellä n:n kokoisessa otoksessa tapahtuu k onnistumista.

Esimerkki: Miesten lukumäärä Saksin osavaltion perheissä 1876–1885[a]

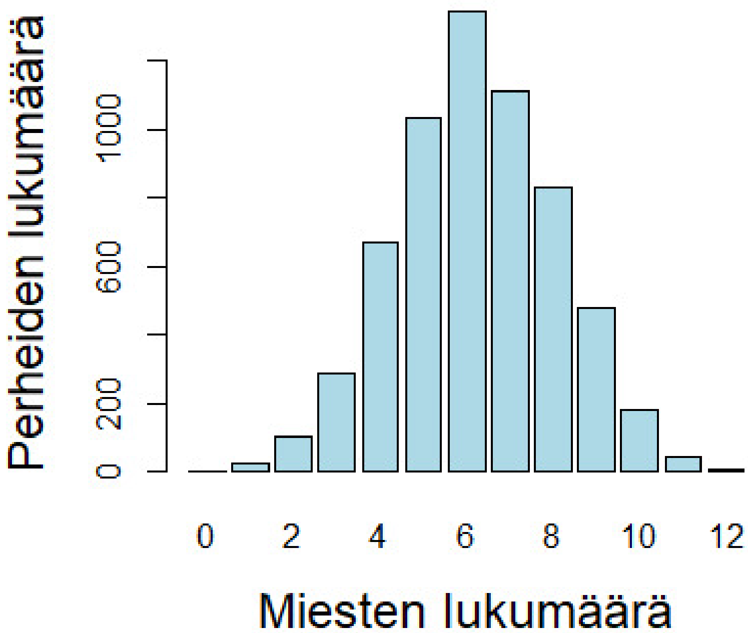
Vuosien 1876–1885 aikana Saksin osavaltiossa rekisteröitiin yli neljä miljoonaa syntynyttä lasta. Tällöin vanhempien tuli ilmoittaa lapsen sukupuoli (mies tai nainen) heidän syntymätodistuksessaan. Myöhemmässä tutkimuksessa tutkittiin tarkemmin 6115 perhettä, joissa asui 12 lasta ja tarkemmin miesten (poikien) lukumäärää näissä perheissä.

Oheisessa taulukossa taulukoidaan miesten (poikien) lukumäärät näissä 12 lapseen perheissä. Tarkasteltava jakauma esitetään vielä erikseen oheisessa kuviossa 4.4.

Tässä tilantessa mielenkiinnon kohteena saattaisi olla hypoteesi, jonka mukaan pojan (miehen) syntymätodennäköisyys $\mathrm{P}(\text{mies}) = p$ on $p = 0.5$.

[a]Ks. tarkemmin esimerkki 3.2 kirjassa (s. 67-68) Friendly, M., ja D. Meyer (2015). *Discrete Data Analysis with R. Visualization and Modeling Techniques for Categorical and Count Data.* Chapman & Hall/CRC.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Miesten lkm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Perheiden lkm	3	24	104	286	670	1033	1343	1112	829	478	181	45	7



Kuva 4.4: Miesten lukumäärä Saksin osavaltiossa 12:n lapsen perheissä.

Poisson-jakauma

- Jos satunnaismuuttuja Y on Poisson-jakautunut, merkitään $Y \sim P(\lambda)$, jossa parametri $\lambda > 0$ on Poisson-jakauman parametri, jota kutsutaan myös ajoittain intensiteettiparametriksi.

- Poisson-jakaumaa voidaan käyttää tilanteissa, joissa sm. Y on jokin lukumäärä ja sen pistetodennäköisyysfunktio on muotoa

$$\mathrm{P}(Y = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

- Odotusarvo ja varianssi ovat Poisson-jakauman tapauksessa samat: $\mathrm{E}(Y) = \mathrm{Var}(Y) = \lambda$.

Esimerkki: Poisson-jakauma

Tarkastellaan Englannin Valioliigakauden 1995–1996 otteluissa tehtyjä maalimääriä. Valioliiga (The F.A. Premier League) on korkein Englannin jalkapalloliigan sarjataso, jossa ensi kerran juuri kaudella 1995-1996 20 joukkuetta (aiemmin Valioliigan perustamisen kauden 1992–1993 alussa 22 joukkuetta) pelasivat keskenään kerran toisiaan vastaan koti- ja vieraskentällä. Otteluita oli siis yhteensä 380.

Tämä esimerkki perustuu edellä mainittuun Friendlyn ja Meyerin (2015) kirjan esimerkkiin 3.9 (s. 78-79), joka vastaavasti perustuu Alan J. Leen (1997) artikkeliin[a], jonka esittämään kysymykseen (hypoteesiin) vastaus on tietenkin ilmeinen! Näin ollen seuraavassa tarkastellaankin kotijoukkueiden ja vierasjoukkueiden maalintekointensiteettiä Poisson-jakaumaan perustuen. Seuraavassa emme siis pyri mallintamaan tietyn spesifin ottelun lopputulosta vaan tarkastelemme "keskimääräisen" kotijoukkueen ja vierasjoukkueen "edustavaa" ottelua.

Seuraava taulukko raportoi tehtyjen maalimäärien jakaumat pelatuissa 380 ottelussa. Neljän tai yli neljän maalin tapaukset kirjataan 4+:nä maalina. Ts. esim. kys. kauden lopputulokset *Blackburn Rovers - Nottingham Forest* 7-0 ja *Bolton Wanderers - Manchester United* 0-6 tulevat aineistoon tuloksina 4+ vs. 0 ja 0 vs. 4+.

[a] Alan J. Lee (1997). Modeling Scores in the Premier League: Is Manchester United Really the Best? *Chance* 10(1), 15-19.

Kotij. maalien lkm.	Vierasj. maalien lkm.					Yht.
	0	1	2	3	4+	Yht.
0	27	29	10	8	2	76
1	59	53	14	12	4	142
2	28	32	14	12	4	90
3	19	14	7	4	1	45
4+	7	8	10	2	0	27
Yht.	140	136	55	38	11	380

Esimerkki (jatkuu): Poisson-jakauma

Olettamalla, että koti- ja vierasjoukkueen todennäköisyys tehdä maali ottelun aikana on vakio, niin tällöin koti- ja vierasjoukkueen ottelun aikana tekemien maalien lukumäärää (ilman edellä käytettyä maalimäärien "katkaisua" neljään) voidaan melko hyvin approksimoida oletuksella, että nämä lukumäärät ovat Poisson-jakautuneita. Ts. $Y_i^H \sim P(\lambda_H)$ on sm., joka kuvaa i:n ottelun kotijoukkueen tekemien maalien lukumäärää ja intensiteettiparametrin λ_H arvon määrittäminen kuuluu tilastollisen päät-

telyn ja erityisesti estimointiteorian piiriin. Vastaavasti vierasjoukkueen maalimäärät: $Y_i^A \sim P(\lambda_A)$.
Osoittautuu, että parametreille λ_H ja λ_A saatavat estimaatit ovat $\lambda_H = 1.49$ ja $\lambda_A = 1.06$ ja ne vastaavat tässä yksinkertaistetussa tilanteessa koti- ja vierasjoukkueen keskimääräisiä maalimääriä:

	Kotijoukkue (home)	Vierasjoukkue (away)	Yht.
Keskiarvo	1.486	1.063	2.550
Varianssi	1.316	1.172	2.618

Tuloksista voidaan siis päätellä, että kotijoukkueen (odotettavissa oleva) maalimäärä on vierasjoukkuetta korkeampi (osoittaen kotiedun merkitystä jalkapallossa). Lisäksi edellä todetun Poisson-jakauman teoreettisten ominaisuuksien mukaisesti keskimääräiset maalimäärät ovat lähellä niiden variansseja, mikä osoittaa osaltaan (tässä yksinkertaistetussa tilanteessa), että Poisson-jakaumaan perustuva jakaumaoletus on kelvollinen.
On syytä todeta lopuksi, että tämän vahvasti yksinkertaistetun tilanteen sijaan tilastotieteessä on laaja ja kasvava kirjallisuuden haara jalkapalloa ja muuta urheilua koskevien tilastollisen menetelmien saralla. Nämä vaativat kuitenkin syvällisemmän ymmärryksen saavuttamiseksi jälleen huomattavasti laajempia tilastotieteen (aine- ja syventäviä) opintoja.

4.6 Sattuman rooli tieteenteossa: Vale-emävale-tilasto?

Erityisesti nykypäivänä ei-tieteellinen tieto ja tarkoituksellinen disinformaatio, joita perustellaan heppoisin havainnoin, leviävät internetissä kulovalkean tavoin. On tiedeyhteisön ja tutkijoiden moraalinen vastuu taistella näitä uskomuksia vastaan **popularisoimalla tiedettä**. Tämä saattaa kuitenkin ajoittain jopa pahentaa ongelmaa, sillä popularisoinnissa päteviltäkin tutkijoilta voi unohtua *satunnaisuuden voima*.[3]

- Kuten todettua, tilastollisessa tutkimuksessa mielenkiinnon kohteena on satunnaisilmiöiden tutkiminen ja erityisesti systemaattisen ja satunnaisen vaihtelun (signaalin ja kohinan) erottaminen sekä muuttujien välisten riippuvuuksien tutkiminen.

[3] Tämä jakso perustuu osin psykometriikan yliopisto-opettajan Jari Lipsasen blogiin vuodelta 2021.

  - Kiinnostuksen kohteena on siis hyvin harvoin vain jokin yksittäinen tunnusluku, kuten keskiarvo, varianssi tai korrelaatio (palaamme näihin myöhemmin luvussa 6).
  - Tieteen popularisointi on yksi tutkijoiden ja yliopistojen tiedeyhteisön tärkeimmistä yhteiskunnallisista tehtävistä, mutta valitettavan usein se typistyy yksittäisen viimeisimmän tutkimustuloksen esittelyksi.

- Yliopistoyhteisössä kuitenkin luonnollisesti luotamme kumuloituneeseen tutkittuun tietoon ja tiedämme, että **yksittäinen tutkimus on vasta hyvä alku**.

  - Ihmistieteitä, kuten ilmeisesti erityisesti psykologiaa sekä osin myös muiden ohella lääke- ja taloustiedettä, on viimeisen vuosikymmenen ajan puhuttanut paljon niin sanottu **replikaatiokriisi**, sillä useaa arvostettuakaan tutkimusta ei ole saatu **toistettua eli replikoitua**.
  - On ymmärrettävää, että replikaatiokriisi, varsinkin jos se on (alakohtaisesti) laajalle levinnyttä, murentaa kansalaisten luottamusta tieteellisiin tuloksiin.
  - Toistettavuus on yksi tutkimuksen peruskriteereistä, joka erottaa tieteellisen tiedon muista tietolähteistä, joten sen puuttuminen herättää ymmärrettävästi huolta tieteellisen prosessin toimivuudesta.
  - Replikaatiokriisin voi kuitenkin myös tulkita toisin: ilman kriittisyyttä omia (ja muiden) tuloksia kohtaan, ei mitään kriisiä olisikaan, joten silkka sen olemassaolo on osoitus tieteellisen prosessin toimivuudesta.

- Kun tuntee ja tunnistaa sattuman voiman ja ymmärtää kaikki mahdolliset satunnaisuuden lähteet, jotka altistavat tutkimusprosessin virheille, tulee samalla ymmärtäneeksi että eri tavoin koeteltu, useassa tutkimuksessa kumuloitunut tieto tulisi olla kaiken tieteen popularisoinnin keskiössä yksittäisten, mahdollisesti uusien ja yllättävien tutkimustulosten sijaan.

  - Tähän mennessä olemme jo oppineet, että tälle on myös vahvat tilastolliset perustelut: satunnaisen tiedon maailmassa mikään ei ole täysin varmaa, ei edes kaikkein edistyneimpien tilastomenetelmien avulla!

Luku 5

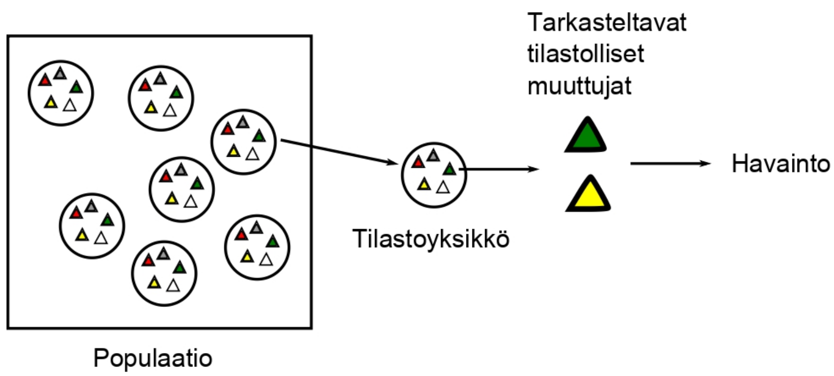
Tilastolliset aineistot, niiden kerääminen ja mittaaminen

Edellisessä luvussa käsiteltiin tilastotieteen suhtautumista satunnaisilmiöihin. Tässä luvussa tarkastelemme lähemmin miten reaalimaailman satunnaisilmiöistä kerätään tietoa ja miten niitä voidaan mitata. Tilastotieteen perusoppimäärä rakentuu ajatukselle ilmiöiden tutkimisesta rajallisen ja epävarman tiedon vallitessa. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että tutkimuksen kohteena olevat rajalliset aineistot sisältävät niin systemaattista kuin satunnaisuudesta johtuvaa vaihtelua. Tilastollisten menetelmien avulla pyrimme erottamaan systemaattisen vaihtelun satunnaisesta sekä tekemään tilastollista päättelyä aineiston generoimasta mekanismista. Lyhyesti tämä tarkoittaa aineiston systemaattisen vaihtelun tilastollista mallintamista ja sen parametrien estimointia otoksesta, joka kattaa vain (pienen) osajoukon koko populaation (perusjoukon) tilastoyksiköistä.

Voidaksemme tehdä uskottavaa päättelyä “havainnoista parametreihin”, tulee otoksen olla riittävän **edustava**. Tämän luvun keskeisin oppi onkin, että miten **otanta** tulisi suorittaa, jotta havaintoaineisto olisi **edustava otos** populaatiosta, silloin kun aineisto kerätään otannalla. Vaikka aineiston hankinta vaatii yleensä runsaasti käytännön työtä, kannattaa se tehdä huolellisesti, sillä huonosti toteutetun otannan vuoksi tutkimusongelman kannalta keskeisiä johtopäätöksiä ei voida tehdä!

5.1 Kertausta: Data eli aineisto

- **Tilastollinen tutkimus** aloitetaan tutkimusaineiston keruun suunnittelulla.
- Kertauksen vuoksi: tilastollinen tutkimusaineisto (havaintoaineisto) koostuu tilastoyksiköiden populaatiosta havaituista tilastomuuttujien arvoista.



Kuva 5.1: Populaatiosta havaintoon.

- Havaintoaineisto voidaan koota taulukoksi, johon listataan tilastoyksiköt riveille ja tilastomuuttujat sarakkeisiin. Jos havaintoaineisto koostuu n tilastoyksiköstä, joista jokaisesta on kerätty esim. m:stä tilastomuuttujasta havainnot, niin aineisto voidaan kirjoittaa taulukon muotoon:

	tilastomuuttuja 1	tilastomuuttuja 2	...	tilastomuuttuja m
tilastoyksikkö 1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	...	$x_{1,m}$
tilastoyksikkö 2	$x_{2,2}$	$x_{2,2}$	...	$x_{2,m}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
tilastoyksikkö n	$x_{n,1}$	$x_{1,2}$	...	$x_{n,m}$

Tässä siis rivillä i on i. **tilastoyksikön** havainto ja sarakkeessa j on j. tilastollisesta muuttujasta havaitut arvot $x_{i,j}$. Ts. yhdellä rivillä on yhden tilastoyksikön tiedot kaikista tilastomuuttujista ja yksi sarake on kaikkien tilastoyksiköiden tiedot yhdestä tilastomuuttujasta.

- Usein (varsinkin parhaillaan kiihtyvällä vauhdilla) kerättävät havaintoaineistot ovat niin suuria, ettei edellisenkaltaisesta havaintotaulukosta voida usein suoraan tarkastelemalla nähdä aineiston pääpiirteitä.
  - Tällöin voi olla tarpeen luokitella aineistoa taulukon muodostamiseksi.
  - Luokittelussa on kysymys aineiston tiivistämisestä kohtuullisen kokoiseksi ja havainnollisempaan muotoon. Luokittelussa tilastomuuttujan arvot sijoitetaan eri luokkiin siten, että yhden tilastomuuttujan arvo voi kuulua vain yhteen luokkaan. Luokka ilmoitetaan yleensä luokkavälinä, kuten reaalilukuvälinä. Esimerkiksi henkilön ikä on tapana luokitella ikäjakauman kuvaamisessa 10-vuotisluokkiin (15-24, 25-34, ...), vaikka periaatteessa ikä voitaisiin ilmoittaa minuutinkin tarkkuudella.
  - Luokkien lukumäärään vaikuttavat muun muassa tilastomuuttujan arvojen vaihteluväli ja havaintoaineiston laajuus. Luokittelussa pyritään siihen, että luokkien lukumäärä saadaan tarvittaessa luokkia yhdistämällä kohtuulliseksi ja että luokat valitaan tasavälisesti eli siten, että kahden peräkkäisen luokan alarajojen erotus on vakio. Kun aineistoa luokitellaan, aineiston luettavuus paranee mutta toisaalta osa tiedoista menetetään eivätkä yksittäiset havaintoarvot ole enää tiedossa.
  - Emme vielä tällä kurssilla käsittele tilastografiikan esittämistä tarkemmin. Muun muassa tilastollisen päättelyn peruskurssi (TILM3555) vastaa näihin kysymyksiin tarkemmin. Graafiset menetelmät ovat joka tapauksessa erittäin tärkeä osa aineiston havainnollistamista. Kuvat helpottavat aineiston tulkitsemista ja toimivat usein perusteltuna lähtökohtana monimutkaisempien tilastollisten mallien (ja algoritmien) sovittamiselle.

- Kvantitatiivisen tutkimuksen aineistoksi kelpaa periaatteessa kaikki havaintoihin perustuva informaatio, joka on **mittauksen** avulla muutettavissa numeeriseen muotoon.
  - Havaintoyksiköiden tilastollisten muuttujien numeerisia arvoja kutsutaan **havaintoarvoiksi** tai **havainnoiksi**.
  - Kaikki havaitut tilastolliset muuttujat eivät ole aina mielenkiintoisia. Tutkimuksen kannalta mielenkiintoisia muuttujia kutsutaan **tutkimusmuuttujiksi**, joiden lisäksi havaintoaineisto pitää mahdollisesti sisällään **taustamuuttujia**.

  * Esimerkiksi, jos tutkimuksella halutaan tietoa suomalaisen aikuisväestön mielipiteistä, havaintoyksikköinä ovat aikuisväestöön kuuluvat henkilöt. Jos halutaan tietoa suomalaisista kunnista, havaintoyksikköinä ovat Suomen kunnat jne.
  * Ensimmäisessä tapauksessa tilastollisina muuttujina on aikuisväestön mielipiteet, joita voidaan selvittää esimerkiksi kyselytutkimuksella. Toisaalta voidaan myös kerätä taustamuuttujiksi haastatelluista muita tietoja, kuten asuinpaikka, ikä ja ammatti.

- Kaikkia mielenkiintoisia muuttujia ei kuitenkaan välttämättä voida havaita, eli niille ei voida määrittää numeerista arvoa. Tällöin puhutaan nk. **latenteista muuttujista**, eli muuttujista joita ei suoraan havaita mutta joiden oletetaan vaikuttavan havaittavien muuttujien taustalla. Latentteja muuttujia voidaan rakentaa tilastollisten mallien avulla käyttäen hyödyksi niihin liittyviä havaittuja muuttujia.
  * Latentteja muuttujia ovat esimerkiksi elämänlaatu, onnellisuus, konservatiivisuus, yms.

- Tilastollinen tutkimus voi olla joko **kokonaistutkimus** tai **otantatutkimus**.

Kokonaistutkimus

Kokonaistutkimus on tutkimus, jossa tutkitaan kaikki tutkimuksen kohteena olevan perusjoukon alkiot, ts. kaikki ajateltavissa olevat kohteet tutkitaan.

- Kokonaistutkimus on yleinen tutkimustapa silloin, kun kohdeperusjoukko on selvästi määritelty ja sen alkioita koskevat tilastolliset muuttujat ovat helposti mitattavissa.
- Esimerkiksi jos tutkitaan Suomen kuntia, niin kokonaistutkimuksessa tutkitaan kaikki kunnat. Kunnista on useimmissa tilanteissa mahdollista kerätä mielenkiinnon kohteena olevia tilastollisia muuttujia.
- Toisaalta jos tutkitaan jonkin lääkeaineen vaikutuksia ihmisiin, niin kokonaistutkimuksessa tutkittaisiin jokainen ihminen erikseen. Selvää on, että tällainen kokonaistutkimus olisi liian vaikeaa toteuttaa.

Otantatutkimus
Otantatutkimuksessa tutkimus kohdistetaan johonkin (populaation/-perusjoukon) osajoukkoon, joka pooimitaan sopivaa **otantamenetelmää** käyttäen (ks. alaluku 5.5) ja populaatiota/perusjoukkoa koskevat johtopäätelmät tehdään tähän otokseen perustuen.

- Otantatutkimus on usein luonnollinen valinta, sillä koko populaation tutkiminen ei useinkaan ole mahdollista tai kannattavaa.
  - Esimerkiksi aseiden patruunoita valmistava tehtailija ei voi tutkia toimivatko kaikki ammukset. Myöskään valaisimien valmistaja tuskin tekee kokonaistutkimuksia valmistamiensa tuotteiden kestoajan selvittämiseksi.
- Perusjoukosta otokseen poimittuja alkioita kutsutaan **otosyksiköiksi** ja niiden muodostama osajoukko, eli **otos**, on se osa perusjoukkoa, joka tutkitaan tutkimusaineiston keräämisen jälkeen.
  - Lääketutkimusta tehdäänkin poikkeuksetta otantatutkimuksena (ja kontrolloituina kokeina, ks. alempaa), jolloin lääkettä testataan vain osajoukolla koko ihmispopulaatiosta ja tämän osajoukon alkiot ovat otosyksiköitä.
  - Näin toimimalla, ja riittävän edustavalla otoksella, saadaan kuitenkin tarpeeksi tietoa lääkeaineen vaikutuksista ja tulokset voidaan yleistää populaatiotasolle ja lääke ottaa käyttöön.
- Otantatutkimus on halvempi kuin kokonaistutkimus ja tulokset saadaan nopeammin!

- Otantatutkimuksessa keskitytään siis perusjoukkoa edustavan pienemmän, mieluusti satunnaisesti valitun otoksen tutkimiseen.
  - Otantatutkimuksissa tiedot kerätään useimmiten haastattelemella, kirjallisella/sähköisellä kyselyllä tai suoraan tietorekistereistä. Tiedonkeruun toteuttaminen (eri sovelluksissa) määrää osaltaan käytettävän otantamenetelmän.
  - Teoriassa äärelliseen perusjoukkoon kohdistuvat kokonaistutkimukset voidaan aina tulkita otantatutkimuksiksi (perusjoukko tulkitaan otokseksi hypoteettisesta äärettömästä perusjoukosta)!
    - Esimerkiksi Galilein tekemät painovoiman vaikutusta kappaleiden putoamisaikaan liittyneet mittaukset. Koetuloksia (mittauksia) voidaan pitää otoksena äärettömästä mahdollisten koetulos-

ten joukosta. Tällöin ainoa mahdollisuus ilmiön tutkimiseen on käyttää otantaa.

- Otantatutkimuksen tulokset voivat olla luotettavampia kuin kokonaistutkimuksen.
  - Otantatutkimuksessa voidaan panostaa enemmän huolelliseen ja tarkkaan mittaamiseen sekä valitun otoksen tavoittamiseen.
  - Kokonaistutkimuksessa vastauskato ja tarkasteltavan populaation valintavirhe ovat mahdollisia siinä missä otantatutkimuksessakin.
- Otantateoria on yksi tilastotieteen keskeisimpiä oppeja ja tarjoaa teoreettisen kehikon empiiristen tutkimusten tulosten yleistämiseen. Tarkastellaan siis tarkemmin otannan ideaa ja toteuttamista seuraavassa alaluvussa.

5.2 Otannan idea

- Otantatutkimuksen (karkeat) suunnittelu- ja työvaiheet ovat seuraavat:
  1. Tavoitteiden asettaminen
  2. Perusjoukon (populaation) asettaminen
  3. Kehikko
  4. Kerättävän informaation sisältö (mitä tietoa todella tarvitaan, mitä voidaan jättää pois, suunnitellaan kysymykset ja mahdollinen kyselylomake)
  5. Otoskoon määrittäminen
  6. Suoritetaan otoksen poiminta, tietojen keräys ja tarkastus
  7. Aineiston taulukointi ja analysointi
  8. Raportin laatiminen
- Otantatutkimuksessa ajatuksena on siis poimia **edustava otos** siitä populaatiosta (perusjoukosta), joka on mielenkiinnon kohteena eli jota halutaan tutkia ja josta halutaan tietoja.
  - **Tavoiteperusjoukko** on joukko, johon otannan myötä saatavat tutkimustulokset halutaan yleistää. Toisin sanoen, se mistä haluamme tietoja määrää populaation.
  - **Kohdeperusjoukko** on joukko, jota koskevia tietoja halutaan kerätä.
    - Esimerkiksi äänestysikäiset Suomen kansalaiset.
    - Usein tavoiteperusjoukko = kohdeperusjoukko.
    - Tavoiteperusjoukko voi joskus olla laajempi (esim. “ihmiset” vs. “suomalaiset”).
- Tutkimuksessa (edustavaan) otokseen poimitut tilastoyksiköt, näiden tilastolliset muuttujat ja niiden arvot muodostavat **otosaineiston** eli siis tutkimus- tai havaintoaineiston (**datan**).

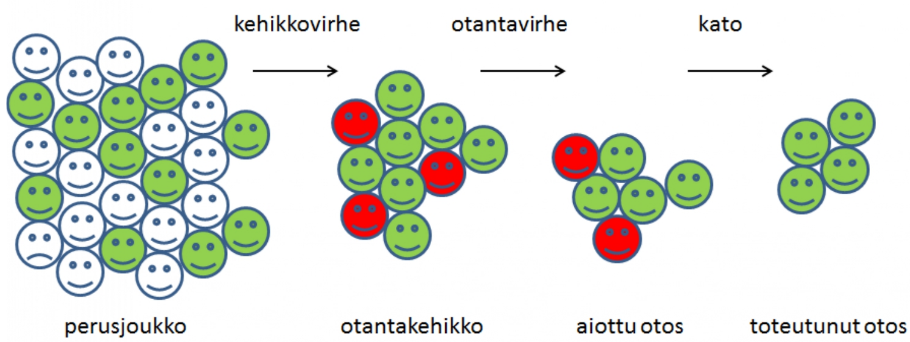
- Tutkimuskysymykseen vastatakseen tutkija valitsee sopivan tilastollisen mallin ja estimoi sen parametrit tähän otokseen perustuen.
- Perusoletuksena on otoksen ja valitun tilastollisten mallin pohjalta suoritettavan tilastollisen päättelyn **yleistettävyys koko populaatioon**.
- Otos valitaan erilaisia **otantamenetelmiä** hyödyntäen pyrkien varmistamaan otoksen **edustavuus** (perusjoukko pienoiskoossa, ks. kuva 5.2).

Edustavuus
Tutkimukseen valitut yksiköt edustavat koko populaatiota, ts. tutkimukseen valittu osajoukko kuvaa perusjoukon ominaisuuksia kattavasti.

- Keskeistä tutkimuksen ja sen edustavuuden kannalta on, että tutkija osaa kerätä sisällöllisesti ja määrällisesti **sopivan kokoisen** aineiston.
- Tietyn otoksen edustavuutta arvioidessa voi käyttää apuna seuraavia kysymyksiä:
  - Miksi päädyttiin tämän kokoiseen otokseen?
    * **Otoskoko** vaikuttaa siihen miten hyvin otoksesta tehdyt johtopäätökset voidaan yleistää koskemaan koko perusjoukkoa, ts. kuinka luotettavia ne ovat. Tämä johtuu siitä että yksittäisten otosyksiköiden ominaisuudet saattavat vaihdella suuresti ja kasvattamalla otoskokoa perusjoukon systemaattiset piirteet tulevat otoskoon kasvaessa yhä paremmin esille. Kun otoskoko vastaa populaation kokoa, on kyseessä tietenkin kokonaistutkimus, joka kertoo kaiken perusjoukosta. Otoskoon valintaan ja määräämiseen palataan myöhemmin luvussa 6.
  - Käytettiinkö apuna tilastotieteellisesti vankkaa suunnittelua otoskoon määrittämiseksi ja/tai miten pyrittiin varmistamaan tutkimuksen kannalta tärkeisiin analyysiryhmiin kuuluvien riittävä määrä aineistossa?
  - Harkittiinko muita otantamenetelmiä ja miksi päädyttiin juuri käytössä olleeseen menetelmään?
- Edustavuuteen vaikuttaa keskeisesti se, millä tavoin otanta pystytään suorittamaan, ts. mihin kohdeperusjoukkoon otanta kohdistetaan.
  - **Kehikkoperusjoukko** on rekisterin, luettelon tms. peittämä osa kohdeperusjoukkoa. Kyseessä on siis se osa kohdeperusjoukkoa, josta otanta ylipäänsä pystytään suorittamaan eli **otantakehikko**.
  - **Otantakehikon alipeitto** esiintyy, kun otantakehikosta puuttuu osa kohdeperusjoukon alkioista (esim. tutkimus suoritetaan puhelinhaastattelulla, mutta osa aiottuun otokseen kuuluvista haastatel-

tavista ei omista puhelinta). Vastaavasti **otantakehikon ylipeittoa** esiintyy, kun otantakehikkoon kuuluu kohdeperusjoukkoon kuulumattomia alkioita.

- ∗ Nämä ovat nk. **kehikkovirheitä**. Lisäki esimerkiksi kyselytutkimuksissa tai rekisteriaineistoissa saattaa esiintyä **katoa**, eli osa vastauksista jää uupumaan tai niitä ei jostain syystä mitata.
- ∗ **Otantavirhe** taas on satunnaisuudesta johtuvaa tilastollisten muuttujien vaihtelua otoksesta toiseen ja se onkin ainoa virhelaji, jonka suuruutta voidaan tilastollisin menetelmin arvioida.

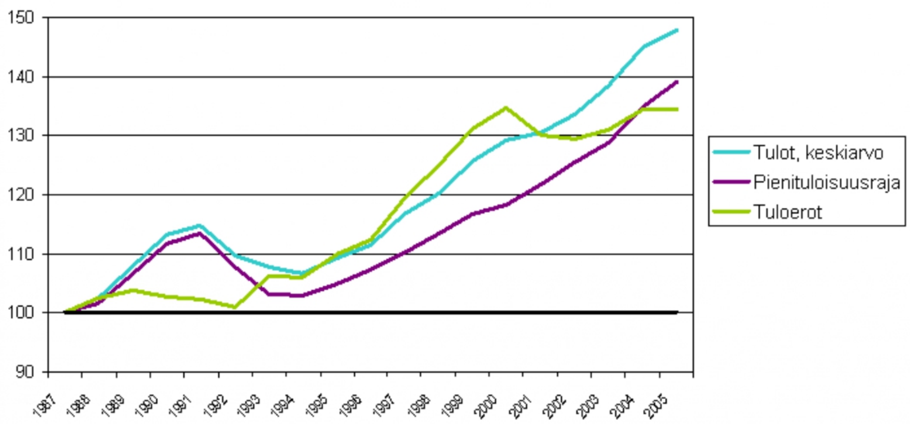


Kuva 5.2: Otannan idea.

- Edustavan otoksen avulla on mahdollista tehdä perusjoukkoa koskevaa tilastollista päättelyä, sillä otos kuvaa perusjoukon ominaisuuksia riittävän hyvin. Tämä on yksi tilastotieteen keskeisimpiä oppeja mutta myös kriittisen tiedelukutaidon ja arkijärjen kannalta tärkeää.

Esimerkki: Kotitalouksien tulot, tuloerot ja pienituloisuusrajan kehitys 1987-2005 (Tilastokeskus)

- Tilastoyksikkö on kotitalous, joten kaikkien kotitalouksien tutkiminen (kokonaistutkimus, ks. alla) olisi vaikeaa ja aikaavievää.
- Tutkittavaksi valitaan vain muutama tuhat kotitaloutta (ts. otantatutkimus) ja selvitetään näiden tulot.
  - – Tuloja, pienituloisuusrajaa ja tuloeroja on havainnollistettu kuvassa 5.3.
- On mahdollista tehdä **kaikkia** suomalaisia kotitalouksia koskevia johtopäätöksiä, jos tutkitut yksiköt ovat **edustava otos** suomalaisista kotitalouksista. Ts. osajoukkoa koskevat päätelmät voidaan yleistää koskemaan perusjoukkoa, mikäli osajoukko on edustava otos perusjoukosta.



Kuva 5.3: Tuloerot.

5.3 Mittaaminen ja mitta-asteikot

Mittaaminen

- Tilastotieteellinen tutkimus perustuu aina mitattaviin satunnaisilmiöihin: tavoitteena on mittaamalla liittää jokin luku ilmiötä kuvaavaan ominaisuuteen, ts. mitata kyseisen satunnaismuuttujan havaittua arvoa.
- Kumpaa tahansa tutkimusotetta (kokonais- tai otantatutkimus) noudatettaessa tietojen keräämisessä on olennaisena osana kohteiden ominaisuuksien **mittaaminen**.
  - Mittaaminen vaatii aina mittauksen kohteen, hyvin määritellyn mitattavan ominaisuuden ja **mittarin**, joka liittää mielekkäät lukuarvot mitattavaan ominaisuuteen.
  - Erilaiset mittarit heijastavat ilmiön ominaisuuksia eri tavoin ja eri tarkkuudella
    - Esimerkiksi, jos tutkitaan opiskelijoiden pituuden kehitystä, niin mitataan pituutta eri aikoina. Pituudet voidaan mitata senttimetreissä, metreissä, kilometreissä tai vaikkapa tuumissa.
    - Mittari on hyvä, jos sen antama mittaus on
      - **(i) validi** eli mittaus esittää oikein mitattavaa ominaisuutta (senttimetri mittaa pituutta, gramma ei) ja
      - **(ii) luotettava** eli mittaus on **harhaton** ja **toistettavissa**.

    * Määritellään nämä termit vielä erikseen, sillä ne ovat keskeisiä tilastotieteessä.

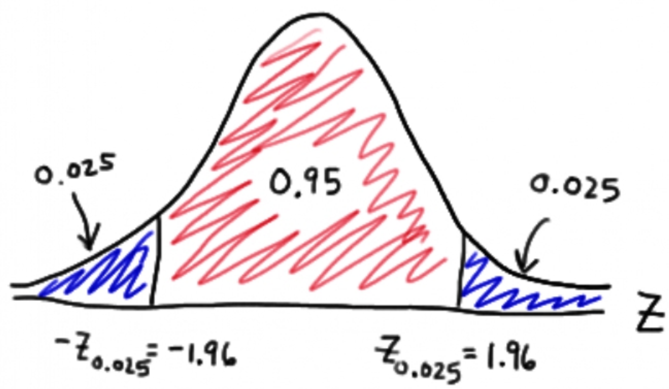
Harhattomuus
Mittari on harhaton, jos se ei systemaattisesti ali- tai yliarvioi mitattavan ominaisuuden määrää.

- Harhaton mittari siis antaa keskimäärin oikeita mittauksia mitattavasta ominaisuudesta.
- Harhattomuutta pidetään myös hyvänä ominaisuutena tilastollisten mallien parametrien estimaattoreille. Tähän palataan myöhemmin luvussa 6.

Toistettavuus
Mittari on toistettava, jos se tuottaa keskimäärin samanlaisia mittauksia samanlaisista otoksista eli se on johdonmukainen ja mittausvirheet ovat pieniä.

- Huonosti toistettava mittari antaa tilastoyksiköiden samankaltaisille ominaisuuksille hyvin erilaisia arvoja riippuen otoksesta.
- **Mittausten reliabiliteettia/luotettavuutta** arvioidessa voidaan pohtia esimerkiksi seuraavia kysymyksiä:
    - Kuinka hyvin mittaustulokset ovat toistettavissa, kuinka paljon niissä on ei-sattumanvaraisuutta?
    - Mittausten validiteetti: kuinka hyvin pystyttiin mittaamaan sitä, mitä oli tarkoitus mitata?
- Kun mittaaminen on luotettavaa ja validia, tutkimusaineisto on **sisäisesti luotettavaa**.
- Aineiston **ulkoinen luotettavuus** toteutuu silloin, kun tutkittu otos edustaa perusjoukkoa eli on edustava.
    - Validi mittaaminen ei pelasta otosta, jos se ei ole edustava!
- Jokaisen tutkimuksen tulosten luotettavuuden perusteena on käytetty aineisto, kuinka se on hankittu ja mistä lähteestä. Kun käytetään luotettavaksi havaittuja mittareita, voidaan kustakin aineistosta laskea erikseen tunnuslukuja mittauksen luotettavuudelle. Esimerkkinä **luottamusväli**:

- Väli, joka vaihtelee otoksesta toiseen ja joka usein sisältää mielenkiinnon kohteena olevan parametrin, kun otantakoetta toistetaan!
- Luottamusväliä käytetään määrittämään estimaatin luotettavuutta.
- Väliestimointia tarkastellaan tarkemmin luvussa 6.



Kuva 5.4: Normaalijakaumaan perustuva 95% luottamusväli.

- Luotettavuudella voidaan tarkoittaa myös tutkimuksen **objektiivisuutta / puolueettomuutta**
  - **Objektiivinen totuus**, tutkimustulokset ovat samat riippumatta siitä kuka pätevä tutkija tutkimuksen on tehnyt.
  - Tulosten tulisi olla luotettavia, mutta luotettavatkin tulokset voivat olla puolueellisia siinä mielessä, että ne tarkastelevat asiaa vain yhdeltä näkökannalta!
  - Esim. tarkastellaan yrityksen henkilöstökysymyksiä, työn organisointia ja työmoraalia, ongelmien tarkastelua johdon vs. henkilöstön näkökulmasta.

Esimerkki: C-vitamiinin vaikutus syövän hoidossa

- Annettiin C-vitamiinia 100:lle terminaalivaiheen syöpäpotilaalle ja seurattiin kuolleisuutta (Cameron and Pauling, 1976).
  - Pyrittiin luomaan tärkeiden ominaisuuksien suhteen samanlaisia verrokkiryhmiä ja valittiin kutakin potilasta kohden 10 verrokkia, jotka olivat samanlaisia iän, sukupuolen, primäärikasvaimen sijaintipaikan ja histologisen kasvaintyypin suhteen.
  - Seuranta-aika: aika hetkestä, jolloin todettiin tavanomaisten hoitojen olevan tehottomia, kuolinhetkeen saakka.

- Tulos: C-vitamiinia saaneet käsittelyryhmän potilaat elivät 4 kertaa kauemmin ($p < 0.0001$).

- Ristiriitaista evidenssiä saatiin tutkimuksessa, jossa vastaava tutkimusongelma, mutta toteutettu satunnaistettuna kokeena (Moertel et al. 1985).
  - Satunnaistettiin potilaat, joilla pitkälle edennyt paksunsuolen tai peräsuolen syöpä, C-vitamiinia saavien ja lumelääkettä saavien ryhmiin.
  - Tulos: kontrolliryhmän potilaat elivät keskimäärin hieman pidempään, mutta ero ei tilastollisesti merkitsevä.
- Mistä kahden tutkimuksen erot johtuivat?
  - Huonolla tuurilla kaltaistetut verrokit erosivat käsittelyryhmän potilaista joillakin merkittävillä tavoilla, joita ei oltu mitattu! Miten kvantifioida “huonoa tuuria”?
- Tilastolliset menetelmät tekevät juuri tämän: “Mikä on todennäköisyys, että havaittu tulos (tai sitä enemmän nollahypoteesista poikkeava tulos) olisi syntynyt vain sattumalta?”
  - Ilman satunnaistamista tuota kenties merkittävää ei-mitattua eroa ei pystytä varmuudella kontrolloimaan.
  - Todellisuudessa ero johtui siitä, että ensin mainitun tutkimuksen kontrollit valittiin jo kuolleista syöpäpotilaista, eikä heihin liittynyt enää mitään satunnaisuutta!

Mitta-asteikot

- Kuten satunnaismuuttujia koskeneessa luvussa 4 opittiin, satunnaisilmiöillä on erilaisia tulosvaihtoehtoja, jotka kantavat satunnaismuuttujien todennäköisyysjakaumia.
  - On syytä huomauttaa, että vaikka mitattava ilmiö ei olisikaan numeerinen, se voidaan aina “koodata” eli muuntaa numeeriseksi. Esimerkiksi perinteinen kaksiarvoinen mies-nainen -muuttujan tapauksessa voidaan käyttää tunnuksia 0 ja 1.
- Ilmiön luonteesta riippuen voidaan näille tulosvaihtoehdoille käyttää erilaisia **mitta-asteikkoja**.
  - **Laatueroasteikko/luokitteluasteikko** (nominaaliasteikko): Muuttujan mittaustaso on tällöin sellainen, että sen arvot voidaan

luokittaa toisistaan eroaviin luokkiin. Ts. mihin luokkaan kohde kuuluu mitattavan ominaisuuden perusteella?

  * Tilastoyksiköt luokitellaan ennaltamääriteltyihin luokkiin. Luokkien järjestyksellä ei ole merkitystä.
  * Kukin tilastoyksikkö kuuluu vain yhteen luokkaan. Tällöin kahdesta tilastoyksiköstä/havainnosta voidaan päätellä vain kuuluvatko ne saamaan luokkaan vai eivät.
  * Emme pysty määrittelemään empiirisesti mielekästä järjestystä havaintoarvojen välillä.
  * Esimerkkejä: Sukupuoli, veriryhmä tai kotikunta.

– **Järjestysasteikko** (ordinaaliasteikko): Tällöin muuttujan arvot voidaan luokittelun lisäksi asettaa empiirisesti mielekkääseen järjestykseen. Tällöin siis mittauksen kohteella on “enemmän mitattavaa ominaisuutta” kuin jollakin toisella kohteella
  * Tilastoyksiköt luokitellaan ennalta määrättyihin luokkiin, joilla on yksikäsitteinen järjestys.
  * Esimerkkejä: Sotilasarvo, sosiaaliryhmä, kilpailun tulos tai sairauksien tarttuvuus.

– **Välimatka-asteikko** (intervalliasteikko): Luokittamisen ja järjestyksen asettamisen lisäksi havaintoarvojen välimatkalla on empiirisesti mielekäs tulkinta. Ts. intervalliasteikon tasoisen muuttujan arvoista voidaan sanoa, kuinka paljon toinen arvo on toista suurempi (pienempi).
  * Välimatka-asteikolla pystytään mittaamaan yksittäisten luokkien tai havaintoarvojen ero. Esimerkiksi: Lämpötilan mittaaminen esim. celcius-asteina. Pystymme numeroarvoina ilmoittamaan onko tänään lämpimämpi, yhtä lämmin vai kylmempi sää kuin eilen ja kuinka monta astetta muutos on.
  * Kuinka paljon kahden mittauksen kohteen ominaisuudet eroavat toisistaan.
  * Intervalliasteikon tasoisen muuttujan arvoista voidaan sanoa, kuinka paljon toinen arvo on toista suurempi (pienempi). Mittarin nollapiste on kuitenkin “keinotekoinen” ja siten vapaasti valittavissa. Samoin voidaan valita käytettävä mittayksikkö vapaasti. Oleellista on vain se, että havaintojen välisellä välimatkalla on aina empiirisesti mielekäs tulkinta.
  * Yhteen- ja vähennyslasku ovat sallittuja.

– **Suhdeasteikko**: Jos intervalliasteikon ominaisuuksien lisäksi on määriteltynä yksikäsitteinen mittalukujen absoluuttinen nollapiste.
  * Esimerkiksi kuuden euron hintainen tuote on kaksi kertaa niin kallis kuin kolmen euron tuote.
  * Kunnan veroäyri tai henkilön pituus: Absoluuttinen nollapiste on 0.
  * Nollapisteen ollessa absoluuttinen, se “pysyy paikallaan” ja mittalukujen suhteet pysyvät samoina.

- Mitta-asteikot voidaan jakaa kahteen luokkaan: **Luokittelu- ja järjestysasteikkoa kutsutaan kvalitatiivisiksi asteikoiksi**. Tällöin muuttujien arvot kuvaavat vain tilastoyksiköiden laadullisia piirteitä.
- Vastavasti **välimatka- ja suhdeasteikkoa kutsutaan kvantitatiivisiksi asteikoiksi**, koska tällöin mittaluvut kuvaavat jonkin ominaisuuden määrää.
- Tilastollisen analyysin kannalta mitta-asteikkojen merkitys on siinä, että tilastollisten (matemaattisten) operaatioiden sallittavuus määräytyy muuttujan mitta-asteikon mukaan. Mitä “korkeampi” mitta-asteikko, sitä enemmän on käytettävissä olevia analyysimenetelmiä. Esimerkiksi keskiarvon laskeminen on eräs tilastollinen operaatio, ja se ei ole sallittu kvalitatiivislle muuttujille.

Aineistotyyppejä

- Käsitellään tarkemmin vielä myöhemmin (Luvussa 10), joiden yhteydessä mitattavat muuttujat voivat olla kvalitatiivisia tai kvantitatiivisia.
  - Poikkileikkausaineisto: Tietoja useista tutkimuskohteista yhdeltä ajanhetkeltä tai aikäväliltä
  - Aikasarja-aineisto: Tietoja samasta tutkimuskohteesta eri ajanhetkiltä
  - Paneeliaineisto: Tietoja useilta ajanhetkiltä useista tutkimuskohteista
  - Tapahtumahistoria-aineisto: Tietoja tapahtumahetkiltä

5.4 Kontrolloidut kokeet ja suorat havainnot

- Tilastollinen tutkimusaineisto voidaan kerätä:
  - **Kontrolloiduilla kokeilla**, joissa tutkimuksen kohteet altistetaan suunnitelmallisesti erilaisiin koeolosuhteisiin selvittääkseen miten kohteet reagoivat muutoksiin.
  - **Suoria havaintoja** tehtäessä koeolosuhteita ei pyritä aktiivisesti muuttamaan vaan ainoastaan seurataan miten erilaiset olosuhteet ja niissä tapahtuvat muutokset vaikuttavat kohteisiin.
- Näistä tutkimusasetelmista kontrolloidut kokeet ovat tietenkin ihanteellisempia tutkimuksen tekemiselle, sillä tutkijan on mahdollista tarkastella tutkittavaa asiaa koeolosuhteissa “eristyksissä”.
- Kontrolloidut kokeet eivät kuitenkaan ole aina mahdollisia, jolloin on käytettävä suoria havaintoja.

  - Tällöin tutkimuskohdetta ei suunnitelmallisesti altisteta koeolosuhteille (“käsittelyille”) vaan muuttuvien olosuhteiden vaikutuksia tilastoyksikköihin seurataan passiivisesti.
  - Toisin sanoen tutkimuksen kohteena olevat tilastoyksiksöt eivät välttämättä edes tiedä osallistuvansa tutkimukseen.

- Lisäksi usein tehdään hoito/käsittelyvastetta koskevia vertailuja erilaisissa olosuhteissa, joka osaltaan vaikuttaa tulosten uskottavuuteen, sillä tutkittaviin tilastoyksiköihin voi vaikuttaa olosuhteiden muutosten lisäksi muut ulkopuoliset tekijät.
  - Näiden **selittävien** ja **sekoittavien tekijöiden** vaikutusten kontrollointi on suoria havaintoja tehtäessä vaativa tehtävä.
  - Mikäli ulkopuolisia tekijöitä ei havaita ja/tai pystytä mittaamaan, tai muuten jostain syystä olla lisätty ja käytetty käytettävässä tilastollisessa mallissa, voi kyseeseen tulla ns. **puuttuvien selittäjien harha**, joka tarkoittaa sitä että havaittuihin tuloksiin vaikuttaa jokin havaitsematon tekijä, mutta jonka vaikutusta ei kyetä kvantifioimaan puutteellisten havaintoarvojen vuoksi.
- Suoria havaintoja tehtäessä ei voida (usein) selvittää vasteen ja olosuhteiden **kausaalista** yhteyttä. Suorilla havainnoilla voidaan lähinnä saada selville onko vasteella ja olosuhteilla jokin yhteys (korrelaatio) (ks. luku 7).
- Suorien havaintojen keräämiseen liittyy olennaisesti joitain riskejä ja toisaalta rajoituksia. Riskit liittyvät käytännössä otoksen harhaisuuteen (erit. valikoitumisharha).
  - Esimerkiksi jos havaintoja tehtäessä suositaan systemaattisesti joitakin tulosvaihtoehtoja. Tämä suosiminen voi olla tahallista tai tahatonta.
  - Tämä tilastoyksiköiden **valikoituminen** otokseen aiheuttaa harhaa, sillä otokseen valikoituva osajoukko saattaa ylikorostaa perusjoukon joitain ominaisuuksia.

Valikoituminen
Valikoitumista tapahtuu, jos otokseen poiminta ei ole riippumatonta tilastoyksikön ominaisuuksista. Tätä kutsutaan valikoitumisharhaksi.

- Esimerkiksi verrattaessa sydän- ja verisuonitautipotilaiden hoitotoimenpiteitä potilaat eivät mahdollisesti ole valikoituneet yhtä todennäköisesti pallolaajennukseen, ohitusleikkaukseen tai lääkehoitoryhmään, sillä taudin vakavuus saattaa jo määritellä mikä hoitotoimenpide valitaan.
- Valikoituminen on iso ongelma seurantatutkimuksissa, sillä harhais-

ten havaintotulosten, eli harhaisen otoksen, perusteella ei voida tehdä luotettavia johtopäätöksiä perusjoukosta!

- Harhan syntymistä pyritään välttämään valitsemalla havaintojen kohteet perusjoukosta satunnaisesti (ellei tavoitteena ole tutkia kaikkia perusjoukon alkioita). Tämä merkitsee satunnaisotannan soveltamista havaintojen kohteiden valintaan, eli otokseen poimittavien tilastoyksiköiden valintaan sovelletaan **satunnaistamista**, jolloin sattuma määrää mitkä perusjoukon alkioista tulevat poimituksi otokseen (tutkimuksen kohteiksi)!

Satunnaistaminen
Tilastoyksiköiden poimimista populaatiosta otokseen riippumatta muiden yksiköiden poiminnasta tai kyseisten (poimittavien) yksiköiden ominaisuuksista.

- Satunnaistaminen takaa sen, että mahdolliset sekoittavat tekijät ovat jakaantuneet tasaisesti tutkittavassa joukossa. Tällöin sekoittavat tekijät eivät aiheuta harhaa otokseen ja tutkimuksen tulokset voidaan yleistää koko populaatioon.
- Satunnaistaminen poistaa otannasta valikoitumisharhan, sillä otokseen poiminta suoritetaan riippumatta tilastoyksiköiden ominaisuuksista. Satunnaistaminen on ainoa puolueeton tapa poimia otos (ei suosi mitään perusjoukon osaa)!

- Satunnaistaminen (osaltaan) mahdollistaa **tilastollisen päättelyn**, jonka avulla otoksesta saatuja tietoja voidaan hyödyntää tehtäessä päätelmiä koko perusjoukosta.
  - Tilastollisen päättelyn avulla voidaan muodostaa esimerkiksi jakaumien ja tilastollisten mallien tuntemattomille parametreille arviot (piste-estimaatit) ja arvioida niiden epävarmuutta (keskivirheet ja luottamusvälit) sekä testata tarkasteltavaan ilmiöön liittyviä hypoteeseja (ks. luku 6).
- Johtopäätelmien pätevyys riippuu mm. siitä, kuinka hyvin otanta on suoritettu. Tämän vuoksi on tärkeää ymmärtää otannan perusperiaatteet ja erilaisten otantamenetelmien luonne.
- Kontrolloiduissa kokeissa satunnaistaminen jakaa yksilöt **riippumatta yksilön omista ilmiöön vaikuttavista muuttujista** joko **käsittely- tai kontrolliryhmään** (eng. treatment ja control).

  - Se takaa, ettei valikoitumista jonkin käsittelyä edeltävän ominaisuuden mukaan esiinny.
  - Tämä tarkoittaa **altisteen** (käsittely / “treatment”) antamista (täysin) satunnaisesti kokeeseen valituille yksilöille, riippumatta näiden taustamuuttujien arvoista.
  - Nämä yksilöt sinänsä voivat olla satunnaisotos jostain populaatiosta (tai ainakin niiden toivotaan olevan), mutta satunnaistaminen tarkoittaa siis käsittelyn kohdentamista koeyksilöille, ei satunnaisotantaa sinänsä.
  - Esimerkiksi tutkittavat voidaan satunnaistaa lääkehoito- ja placeboryhmiin, jotta mahdolliset erot tutkittavien iässä, sukupuolessa ja muissa taustamuuttujissa eivät aiheuta systemaattista harhaa, kun tutkitaan lääkehoidon vaikutusta.

5.5 Otantamenetelmät

- Tässä jaksossa tarkastellaan erilaisia **otantamenetelmiä**. Näiden menetelmien tarkoitus on suorittaa otosaineiston (tutkimusaineiston) kerääminen niin, että se huomioi aiemmin esitellyt hyvän otannan kriteerit, ts. että sen tuottama otos on edustava ja luotettava. Näin ollen otos kuvaa koko perusjoukkoa.
  - Otantamenetelmän, joskus myös **otanta-asetelman**, valinta on tietenkin vahvasti sovellusalakohtainen: käytettävät aineistot ja täten otantamenetelmät määräytyvät pitkälti tehtävän tutkimuksen luonteen perusteella. Ts. käytännön tilanteet poikkeavat toisistaan lopulta varsin paljon ja eri tilanteisiin tarvitaan omat menetelmänsä.
  - Otanta-asetelmalla tarkoitetaan erityisesti otoksen poimintaan käytettyä **satunnaistuksen menetelmää**.
- Otannan tavoitteena on tietenkin edustava otos. Otoksen edustavuuteen vaikuttaa käytännön otannassa se, miten todennäköistä kullakin perusjoukon alkiolla (populaation tilastoyksiköllä) on tulla poimituksi otokseen. Tätä kutsutaan **sisältymistodennäköisyydeksi**.

Sisältymistodennäköisyys
Sisältymistodennäköisyys kuvaa sitä (tunnettua) todennäköisyyttä, jolla perusjoukon alkio tulee poimituksi otokseen.

- Käytännössä otoksen poiminta suoritetaan niin, että n:n alkion otos (n on otoskoko) poimitaan jollakin satunnaisotannan menetelmällä N:n alkion perusjoukosta (N on siis perusjoukon koko).

- Perusjoukon yksittäinen alkio (tilastoyksikkö) k tulee poimituksi n:n alkion otokseen (tutkimusaineistoon) tunnetulla **sisältymistodennäköisyydellä** π_k,

  $$0 < \pi_k \leq 1, \quad k = 1, \dots, N,$$

  jossa siis N on perusjoukon alkioiden lukumäärä. Toisin sanoen, kaikilla perusjoukon alkioilla on oma nollaa suurempi todennäköisyytensä (voi olla 1), π_k, tulla poimituksi otokseen.

  - Sisältymistodennäköisyys voi olla sama kaikille perusjoukon alkioille tai vaihdella perusjoukon eri osajoukkojen (alkioryhmien) välillä. Tämä tulee huomioida otantamenetelmän valinnassa, jotta saadun otoksen edustavuus ei vaarannu.
  - Sisältymistodennäköisyyttä voidaan käyttää monimutkaisemmassa otantateoriassa **asetelma-** ja **analyysipainojen** muodostamisessa sekä uudelleenpainotuksessa (vastauskadon korjaus).

- Tässä luvussa käsitellään erilaisia perinteisiä otantamenetelmiä sekä sitä, minkälaisten perusjoukkojen tilanteissa mikäkin otantamenetelmä on sopivin.

  - **Yksinkertainen satunnaisotanta** (YSO): perinteisin otantamenetelmä, jossa jokaisella tietyn kokoisella otoksella sama mahdollisuus tulla valituksi.
  - **Systemaattinen otanta** (SYS): eli tasavälisessä, otannassa poimintakehikkoon (perusjoukkoon) kuuluvat alkiot järjestetään jonoon ja siitä poimitaan otokseen joka k. alkio.
  - **Ositettu otanta**: perusjoukko (populaatio) jaetaan ominaisuuksiltaan yhtenäisiin eli homogeenisiin **ositteisiin**, joista jokaisesta poimitaan erillinen otos.
  - **Ryväsotanta** tai joskus myös **moniasteinen otanta**: Hyödynnetään perusjoukossa esiintyvää kerroksellisuutta, eli hierarkkisuutta otannassa.

5.5.1 Yksinkertainen satunnaisotanta

- **Yksinkertaisessa satunnaisotannassa** (YSO) jokaisella tilastoyksiköllä (perusjoukon alkiolla) on nollasta poikkeava todennäköisyys tulla valituksi otokseen.

  - Otannan satunnaisuus tulee siis siitä, että jokainen tilastoyksikkö poimitaan otokseen *satunnaisesti*! (Ks. luku 4)
  - YSOa pidetään otannan perusmuotona, jossa jokaisella perusjoukon alkiolla on lähtökohtaisesti yhtä suuri todennäköisyys tulla valituksi otokseen.
    - Yksinkertainen satunnaisotanta on periaatteiltaan intuitiivinen ja helppo ymmärtää. Lisäksi se on tietyissä tilanteissa usein helppo toteuttaa.

  - Tällöin on selvää että myös jokaisella perusjoukon samankokoisella osajoukolla on sama todennäköisyys tulla valituksi.
  - Toisin sanoen, todennäköisyys tulla poimituksi ei riipu tilastoyksikön ominaisuuksista tai siitä minkälaisia ominaisuuksia jo poimituilla otosyksiköillä on.
  - Satunnaisotanta siis selvästi korjaa valikoitumisharhaa (ks. aiempi luku 5.4) satunnaistamalla otokseen valikoitumisen täysin! YSO voidaankin aina tulkita arvonnaksi. Käytännön työssä arvonta onkin oiva satunnaistamisen keino.

- **YSO:n toteuttaminen**
  - Käytännössä yksinkertainen satunnaisotanta etenee vaiheittain:
    * Tutkimuksen alussa tutkijalla tulisi olla käytettävänään (ts. tulisi koostaa) lista kaikista perusjoukon havaintoyksiköistä (alkioista). Tämä muodostaa tutkimuksen **otantakehikon**.
    * Tämän jälkeen jokaiseen perusjoukon alkioon voidaan liittää numeeriset tunnukset.
    * Sitten valitaan haluttu otoksen koko. Otoskoon määrittäminen on keskeinen osa koesuunnittelua, ks. luku 6.6
    * Otantakehikosta arvotaan perusjoukon alkiot otokseen yksi kerrallaan.
    * Käytännössä arvonta voidaan toteuttaa satunnaislukuja generoimalla (tuottamalla) niin että jokaisen otantakehikon alkion sisältymistodennäköisyys on yhtä suuri.[1]

- YSO:n **poimintastrategiat**: Käytännössä yksinkertainen satunnaisotanta voidaan suorittaa kahdella eri tavalla: **palauttaen** tai **palauttamatta**.
  - Tarkastellaan, aiemman mukaisesti, **äärellistä populaatiota** (perusjoukkoa), jossa on N alkiota ja tarkoituksena on poimia n:n alkion kokoinen otos (huom. $n < N$). Olkoon i yksittäisen alkion indeksiluku (ts. jokainen alkio on numeroitu esimerkiksi tavalla $i = 1, \dots, N$).

YSO:n poiminta palauttaen

- Kun poiminta suoritetaan **palauttaen**, niin poimittu alkio palautetaan aina ennen uuden alkion arpomista takaisin perusjoukkoon, jolloin alkio voi tulla poimituksi otokseen useita kertoja.
  - Kyseessä on siis otanta **takaisinpanolla** (with replacement).
  - Tällöin alkioiden arvonnat ovat riippumattomia: alkion todennäköisyys tulla poimituksi otokseen ei riipu siitä kuinka monta alkiota otokseen on jo poimittu.
  - Alkion i sisältymistodennäköisyys on tällöin selvästi

[1] Satunnaislukujen generointia käsitellään ja opetellaan mm. kursseilla TILM3517 R-kielen alkeet ja TILM3705 Johdatus laskennalliseen tilastotieteeseen.

$$\pi_i = \frac{1}{N}, \quad \forall\, i$$

- Otantaan palauttaen liittyviä todennäköisyyksiä hallitaan **binomijakauman** avulla (ks. luku 4), joka johtaa yksinkertaiseen **tilastolliseen malliin** YSO:a käytettäessä.
- Poiminta palauttaen, tai otanta takaisinpanolla, on toisaalta varsin epärealistinen otantamenetelmä useassa tutkimuksessa. Esimerkiksi lienee mahdotonta testata samaa lääkettä useaan otteeseen samaan aikaan yhdellä koehenkilöllä.

YSO:n poiminta palauttamatta

- Kun poiminta suoritetaan **palauttamatta**, poimittua alkiota ei palauteta perusjoukkoon poiminnan jälkeen eikä se täten voi tulla poimituksi otokseen kuin kerran.
  - Kyseessä on siis otanta **ilman takaisinpanoa** (without replacement).
  - Tällöin alkioiden arvonnat eivät enää ole riipumattomia: alkion todennäköisyys tulla poimituksi otokseen riippuu siitä kuinka monta alkiota otokseen on jo poimittu.
  - Alkion i sisältymistodennäköisyys on tällöin vastaavasti

$$\pi_i = \frac{1}{N - A_i},$$

- Tässä A_i on jo poimittujen alkioiden lukumäärä ennen kyseistä **otositeraatiota**: ensimmäisen poiminnan kohdalla $A_i = 0$, toisen kohdalla $A_i = 1$ ja niin edespäin.
  - Ilman takaisinpanoa populaatiosta voidaan poimia $\binom{N}{n}$ erilaista otosta.[2]
  - Otantaan palauttamatta liittyviä todennäköisyyksiä hallitaan **hypergeometrisen jakauman** avulla, joka johtaa (melko) yksinkertaiseen **tilastolliseen malliin** YSO:a käytettäessä.

Esimerkki: Yksinkertaisen satunnaisotannan poimintastrategiat

[2] Kun otosyksiköiden järjestyksellä ei ole merkitystä. $\binom{N}{n}$ on ns. binomikerroin, joka saadaan kaavasta $\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$, jossa $N! = N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdots 1$ on N:n kertoma.

- Esimerkki: Poimitaan palloja kulhosta satunnaisesti.
  - Jos yksittäinen pallo (alkio) voi tulla poimituksi useammin kuin kerran, eli pallo palautetaan kulhoon sen poiminnan jälkeen, on kyseessä yksinkertainen satunnaisotanta takaisinpanolla.
  - Vastaavasti jos pallo voi tulla valituksi vain kerran, eli pallo poistetaan kulhosta sen poiminnan jälkeen, on kyseessä otanta ilman takaisinpanoa.

Otoskoon vaikutus YSO:n

- Yksinkertaisen satunnaisotannan erot takaisinpanolla ja ilman takaisinpanoa riippuvat otantakehikon (tai yleisemmin perusjoukon) koosta. Mikäli poimittava otos muodostaa suuren osan perusjoukosta (ts. $\frac{n}{N}$ on “suuri”, eli lähellä yhtä) menetelmät poikkeavat olennaisesti.
- Toisaalta, jos perusjoukko on ääretön niin menetelmillä ei ole käytännössä eroa (ts. kun $N \longrightarrow \infty$ niin $\frac{n}{N} \longrightarrow 0$ eli todennäköisyys että sama alkio poimittaisiin otokseen useammin kuin kerran lähestyy nollaa otoskoon lähestyessä ääretöntä).
  - Monesti onkin (teoreettiselta) kannalta järkevää olettaa että otos poimitaan äärettömästä perusjoukosta vaikka perusjoukko tosiasiallisesti olisikin äärellinen (mutta riittävän “iso”).
  - Tällöin voidaan olettaa käytettävän otantaa takaisinpanolla, sillä siinä käytettävät tilastolliset mallit ovat yksinkertaisempia kuin otannassa ilman takaisinpanoa ja tämä helpottaa tilastollisessa päättelyssä käytettäviä kaavoja.

YSO: Potentiaaliset ongelmat

- Monissa tapauksissa ei kuitenkaan ole helppoa saada listaa kaikista perusjoukon havaintoyksiköistä (jolloin menetelmän käyttö on mahdotonta).
- Kyselytutkimuksissa perusjoukko on usein suuri ja laajalle alueelle hajaantunut. Henkilökohtaisten, kasvotusten toteutettavien, haastattelujen tekeminen vaatisi suuria resursseja (haastattelijat joutuisivat esim. matkustamaan ympäri Suomea satunnaisotokseen valikoituneiden henkilöiden asuinpaikkojen mukaan).
- Tällaisissa tutkimustilanteissa käytetäänkin usein muunlaisia otantamenetelmiä.

5.5.2 Systemaattinen otanta

- Systemaattisessa, eli tasavälisessä, otannassa poimintakehikkoon (perusjoukkoon) kuuluvat alkiot järjestetään jonoon ja siitä poimitaan otokseen joka k. alkio.
  - Esimerkiksi jos oletetaan että perusjoukkoon kuuluu 1000 tilastoyksikköä ja valittu otoskoko on 100, niin otos voidaan poimia perusjoukon alkioiden järjestetystä listasta poimimalla siitä joka kymmenes yksikkö.
  - Systemaattinen otanta ei oikeastaan kuulu satunnaisotannaksi laskettaviin menetelmiin, koska siinä ei sovelleta arvontaa.
  - Yksinkertainen satunnaisotanta voidaan kuitenkin nähdä systemaattisen otannan erikoistapauksena (eli systemaattinen otanta voidaan toteuttaa satunnaisotantana), missä perusjoukon alkiot järjestetään jonoon **satunnaistamalla**.
    - Ts. jonon järjestys on satunnainen, eli joka k. jonon alkio on “satunnaisotos” otantakehikosta.
  - Systemaattinen otanta tuottaa tällöin samat johtopäätelmät kuin yksinkertainen satunnaisotanta, jos perusjoukon alkioiden järjestys on tutkittavan ilmiön kannalta satunnainen! Toisin sanoen, harhaa ei synny mikäli perusjoukon alkioiden järjestys ei riipu sellaisesta ominaisuudesta, jota tutkitaan.
  - Systemaattisen otannan suhteen potentiaaliseksi ongelmaksi muotoutuu havaintoyksikkölistan mahdollinen säännöllinen jaksollisuus, jota se ei havaitse ja jolloin satunnaisotanta toimisi (kenties) paremmin.
    - Ongelmia syntyy esimerkiksi silloin, jos tiedot perusjoukosta koostuvat heteropariskunnista ja poimintaintervalli on parillinen luku. Tällöin seurauksena voi olla, että otokseen saattaisi valikoitua ainoastaan joko miehiä tai naisia.
- Myös systemaattisessa otannassa tarvitaan siis lista tai rekisteri kaikista perusjoukon havaintoyksiköistä ja sitä sovelletaankin tavallisesti YSO:n sijasta silloin, kun perusjoukon alkioista on käytettävissä tietorekisteri, luettelo tai havaintoja kerätään ajassa tai tilassa.
  - Esimerkiksi mielipidekyselyn kohteet poimitaan (voitiin poimia) puhelinluettelosta (tai vastaavasta rekisteristä) valitsemalla haastateltavaksi jokaiselta aukeamalta ensimmäisenä esiintyvä henkilö tai jotain tuotetta valmistavan tehtaan laaduvalvonnassa valitsemalla laatuarviointiin joka sadas tuote, joka hihnalta valmistuu. Muita esimerkkejä ovat esim. liikenne-, jäsenrekisteri- tai kassajonossa seisovien otantayksiköiden poiminta otokseen.

5.5.3 Ositettu otanta

- Ositettu otanta on sopiva menetelmä tilanteisiin, joissa perusjoukko koostuu jonkin ominaisuuden suhteen homogeenisista ryhmistä, ts. alkioryhmistä (osista). Ositettu otanta pyrkii varmistamaan, että tutkittava otos on edustava kaikkien (tutkimuksen kannalta) olennaisten ryhmien osalta.
  - Esimerkiksi jos tavoitteena on tutkia jonkin maan erilaisten ja usein hyvin eri kokoisten kieliryhmien taloudellista asemaa. Kaikista ryhmistä tulisi saada edustava otos.
  - Tällöin maan koko populaatioon kohdistettu yksinkertainen satunnaisotanta ei olisi järkevää, sillä otoskoon pitäisi olla (todennäköisesti) hyvin suuri, että jokaisesta kieliryhmästä saataisiin poimittua edustava otos.
  - Ositetun otannan avulla otos voitaisiin kerätä niin, että jokaisesta ryhmästä (ositteesta) poimitaan osaotos yksinkertaisella satunnaisotannalla tai systemaattisella otannalla ja nämä osaotokset yhdistetään yhdeksi otokseksi.
- Ositettu otanta voi (oikein toteutettuna ja sopivassa asetelmassa) tuottaa paljon tarkempaa tietoa kuin yksinkertainen satunnaisotanta samaa otoskokoa käytettäessä! Voidaan esimerkiksi käyttää tietoa siitä, että otosyksiköt ovat joka ositteessa keskenään samankaltaisia.
- Ositetun otannan käyttöön suurissa kyselytutkimuksissa liittyy samoja ongelma kuin yksinkertaiseen ja systemaattiseen satunnaisotantaan.
  - Otokseen valikoituneet vastaajat voivat olla mm. levittäytyneinä suurelle maantieteelliselle alueelle. Näin ollen otannan suorittaminen vaatii suuria kustannuksia.
  - Onko (järkevä) osittaminen ylipäätään mahdollista toteuttaa tarkasteltavassa sovelluskohteessa?

5.5.4 Ryväsotanta

- Ryväsotanta soveltuu tilanteisiin, joissa perusjoukko on "ryvästeistä" eli se voidaan jakaa luonnollisiin ryhmiin eli rypäisiin (eng. *clusters*).
- Rypäät indikoivat aineiston luontaista hierarkkista, eli monitasoista- tai asteista rakennetta.
  - Esimerkkejä tällaisista ryhmistä ovat erilaiset yritykset tai koululuokat. Esimerkiksi yritykset muodostavat luonnollisesti eri rypäitä, joiden alkiot ovat työntekijöitä ja koululuokat muodostavat koulun sisällä omia luonnollisia rypäitään ja opiskelijat ovat alkioita näissä rypäissä.

- Huomionarvoista onkin, että toisin kuin ositetussa otannassa, ryväsotannassa rypäiden oletetaan olevan toistensa kanssa riittävän samankaltaisia, että jokaista rypästä ei tarvitse erikseen tutkia.
  - Tämä onkin yksi ryväsotannan tärkeimpiä motivointeja, sillä sitä usein perustellaan kustannustehokkuudella: sen sijaan että poimitaan satunnaisia koululaisia mahdollisesti suuresta määrästä kouluja, voidaan poimia satunnaisia rypäitä (kouluja), joista tutkimusyksiköt eli koululaiset poimitaan.
  - Lisäksi koulun sisällä koululuokat muodostavat alirypäitä, joista voidaan edelleen poimia satunnaisotos, jotta päästään tutkimaan perusjoukon alkioita eli koululaisia esim. haastattelututkimuksen muodossa.
  - Tavoitteena on vähentää tietojen keruun aiheuttamia kustannuksia samalla varmistaen, että otos on kuitenkin mahdollisimman edustava!
- Ryväsotannan voi suorittaa **yksi-** tai **kaksivaiheisena** (**yksiasteinen/kaksiasteinen ryväsotanta**).
  - **Kaksivaiheisessa ryväsotannassa**
    - **Ensimmäisessä vaiheessa** poimitaan joukko rypäitä kaikkien rypäiden joukosta, eli vain osa rypäistä on mukana lopullisessa otoksessa.
    - **Toisessa vaiheessa** poimitaan ensimmäisessä vaiheessa poimituista rypäistä alkiotason otokset.
  - **Yksivaiheisessa ryväsotannassa** toisessa vaiheessa valitaan kaikki ensimmäisen vaiheen otosrypäiden alkiot, jolloin toisen vaiheen otanta typistyy ensimmäisen vaiheen rypäiden alkioiden kokonaistutkimukseksi.
  - Poiminnan eri vaiheissa voidaan soveltaa yksinkertaista satunnaisotantaa tai systemaattista otantaa.
- Ryväsotantaa käytetään usein suuria haastattelututkimuksia tehtäessä. Erityisesti, ryväsotantaa voidaan hyödyntää myös silloin, kun tutkijalla ei ole käytettävissään kattavaa listaa kaikista havaintoyksiköistä, mutta näiden muodostamat rypäät on määritettävissä.
- Ryväsotannan heikkoutena pidetään sitä, ettei aina ole helppoa muodostaa rypäitä, jotka ovat toistensa kaltaisia. Tulosten tarkkuus myös riippuu moninpaikoin siitä, kuinka hyvin rypäisiin jako onnistuu.

Esimerkkejä ryväsotannasta

- Esimerkki 1:

  - Poimitaan oppilaitoksen opiskelijoista otos arpomalla ensin otos luokkahuoneista (=rypäistä).
  - Arvotuissa luokkahuoneissa käydään sitten suorittamassa kysely.
    * Esim. Oppilaitoksen opiskelijoista voidaan poimia otos arpomalla ensin otos luokkahuoneista, jolloin luokkahuoneet ovat nk. rypäitä.
    * Mahdollisia ongelmia? Miten huomoida päivä- ja iltaopiskelijat? Tämän voisi toteuttaa arpomalla otos luokkahuoneista päiväsaikaan ja toinen otos ilta-aikaan. Tässä yhdistetään ryväsotantaan ositettu otanta, jolla taataan päivä- ja iltaopiskelijoiden edustus.
- Esimerkki 2: Tutkittaessa tänä vuonna peruskoulun aloittavia voidaan ensin poimia otos kouluista, jolloin koulut ovat rypäitä. Tämän jälkeen arvotaan kustakin otokseen tulleesta koulusta tietty määrä tutkimuksen kohderyhmään kuuluvia oppilaita.

5.6 Otantaesimerkkejä

Esimerkki: Työllisyys ja työttömyys, Tilastokeskuksen työvoimatutkimus

- Työvoimatutkimus on otostutkimus, jonka avulla tilastoidaan 15–74-vuotiaan väestön työmarkkinoille osallistumista, työllisyyttä, työttömyyttä ja työaikaa (yhden viikon aikana) kuukausittain, neljännesvuosittain ja vuosittain.
  - Työvoimatilastoja käytetään työvoimapoliittisten ennusteiden ja suunnitelmien laadinnassa, toimien seurannassa ja päätöksenteon tukena.
  - Työmarkkina-aseman perusluokittelussa väestö jaetaan työllisiin, työttömiin ja työvoiman ulkopuolisiin.
    * Työlliset ja työttömät muodostavat työvoiman.
  - Työvoimatutkimuksen **perusjoukon** muodostavat Suomessa vakinaisesti asuvat 15–74-vuotiaat henkilöt.
  - Työvoimatutkimuksen otos poimitaan **ositetulla satunnaisotannalla** väestön keskusrekisteriin perustuvasta Tilastokeskuksen väestötietokannasta kahdesti vuodessa.
- Ositetun satunnaisotoksen poiminta:

  - Tutkimus on paneelitutkimus, jossa samaa henkilöä haastatellaan viisi kertaa.
  - Joka kuukauden otokseen kuuluu noin 12 000 henkilöä, keskimäärin noin joka 300. henkilö perusjoukosta.
  - Yhden tutkimuskuukauden otos koostuu viidestä rotaatioryhmästä, jotka ovat tulleet tutkimukseen mukaan eri aikoina. Otos vaihtuu asteittain siten, että kolmena peräkkäisenä kuukautena vastaamisvuorossa ovat eri henkilöt.

- Julkisuudessa seurataan useimmiten kuukausittain työllisyyden ja työttömyyden muutoksia edellisen vuoden vastaavasta kuukaudesta. Vaihtoehtoisesti voidaan käyttää kausitasoitettuja lukuja, jolloin tilannetta voidaan verrata edelliseen kuukauteen.

Esimerkki: Terveys 2000

- Terveys 2000 -tutkimuksen tavoite oli tuottaa ajankohtainen kattava kuva työikäisen ja iäkkään väestön terveydestä ja toimintakyvystä selvittämällä tärkeimpien terveysongelmien yleisyyttä ja syitä sekä niihin liittyvän hoidon, kuntoutuksen ja avun tarvetta.
- Tutkimus koskee (koski) 18 vuotta täyttänyttä Suomen aikuisväestöä (perusjoukko), josta valitaan valtakunnallisesti edustava 10 000 henkilön otos.
- Poimittiin kaksivaiheinen ryväsotos terveyskeskuspiireistä.
  - Ositus perustui yliopistosairaaloiden vastuualuiden väestömäärään suhteutettuun kiintiöintiin.
  - Suurimmat 15 terveyskeskuspiiriä poimittiin otokseen ja lopuista 65:stä piiristä poimittiin loppuotos kussakin ositteessa systemaattisella (PPS) otannalla (sisältymistodennäköisyys suhteessa alkion kokoon).

5.7 Otannan haasteita vielä kootusti

- **Poimintaharha**: Otos ei edusta populaatiota. Vaarana varsinkin silloin, kun otokseen tulleet populaation alkiot ovat valikoituneet tai ovat itse valinneet itsensä otokseen. Vastaavasti toisinaan otoksen peitto ei ole hyvä eli tällöin otanta ei kata koko perusjoukkoa tai se kattaa perusjoukon ja vähän muutakin.

  - Jos television ajankohtaisohjelma pyytää katsojia twiittaamaan mielipiteensä ajankohtaisesta asiasta, kyseessä on itse valikoituva näyte (osallistujat valitsevat itse itsensä).

- Jos poimitaan tutkimukseen ne perusjoukon alkiot, jotka ovat tutkimuksen tekemishetkellä ‘saatavilla’, niin kyseessä on **näyte**. Näyte ei siis kata ilmiön koko vaihtelua edustavan satunnaisotoksen tapaan.

  - Esimerkiksi perinteiset katukyselyt eivät ole hyvä otantatapa, sillä kadulla liikkujat eivät välttämättä kovin hyvin edusta tutkittavaa perusjoukkoa, ellei perusjoukkona ole kyseisellä kadulla kyseiseen aikaan liikkuvat ihmiset.

- **Vajaapeittävyys**: Populaation alkioista ei ole välttämättä täydellistä luetteloa

- **Vastauskato**: Tutkimuksen kohteita ei tavoiteta tai he kieltäytyvät vastaamatta. Kadon vuoksi lopullinen otoskoko saattaa jopa karsiutua pois tai jokin osajoukko on aliedustettuna.

- **Vastausharha**: Kysymykset voivat olla huonosti muotoiltuja tai vastaajat voivat antaa vääriä tietoja.

Luku 6

Otokset ja otosjakaumat: tilastollisen päättelyn näkökulma

Tarkastellaan seuraavaksi otoksia ja otosjakaumia "tilastollisemmin" mitä edellisten lukujen erityisesti otantaa koskevan johdannon yhteydessä. Tilastollinen päättely on keskeinen osa tilastotiedettä, sillä se mahdollistaa päätelmien yleistämisen otoksesta populaatioon/perusjoukkoon. Tämä luku toimii esimerkkinä formaaliin matemaattiseen esitykseen perustuvan tilastollisen päättelyn perusteista (otannan ja otantajakaumien näkökulmasta), jonka ideana on yleisesti tehdä luotettavia johtopäätöksiä perusjoukosta otoksen perusteella. Tällä kurssilla käydään läpi (vain) tarvittavia yksityiskohtia sekä rakennetaan pohjia tn-laskennan kurssin jälkeiselle tilastollisen päättelyn peruskurssille (TILM3555).

6.1 Satunnaisotos, yhteisjakauma ja tilastollinen malli

- Luvusta 4 muistamme, että tilastollisen tutkimuksen kohteena on satunnaisilmiöt, joita kuvataan satunnaismuuttujia käyttäen. Satunnaismuuttujilla on todennäköisyysjakaumat, joita tilastotieteessä kuvataan todennäköisyys- eli tiheysfunktion avulla.
  - Merkitään satunnaismuuttujaa isolla kirjaimella, Y, ja satunnaismuuttujan realisaatiota pienellä kirjaimella y. Otoskokoa, eli otokseen osallistuvien tilastoyksiköiden määrää merkitään n:llä ja tilastoyksiköitä indeksöidään alaindeksillä $i = 1, \dots, n$.

- Otoksen poimimisen jälkeen satunnaismuuttujat $Y_1, \dots, Y_n$ saavat havaituiksi arvoikseen havaintoarvot $y_1, \dots, y_n$ (ts. $Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n$).
- Näin havaintoaineisto on siis **satunnaisotos**, joka voidaan määritellä tarkemmin seuraavasti.

Satunnaisotos
Olkoot $Y_1, \dots, Y_n$ riippumattomia ja samoinjakautuneita satunnaismuuttujia, joiden tiheysfunktiota (tf., tai pistetodennäköisyysfunktiota (ptnf)) merkitään $f(y, \theta)$:llä, jossa y:n on yksittäisen sm:jan Y reaalisaatio ja θ on jokin jakauman muodon määräävä parametri (tai parametrit). Parametrin θ arvoa ei yleensä tunneta ja tavoitteena onkin päätellä, **estimoida**, sen arvo lopulta käytettävissä olevasta aineistosta.

Satunnaisotoksen tilastollinen malli

- Havaintoarvot $y_1, \dots, y_n$ ovat kiinteitä lukuja, mutta ne vaihtelevat satunnaisesti otoksesta toiseen. Satunnaisotannassa **satunnaisuus liittyy siis havaintoarvojen vaihteluun satunnaisesti otoksesta toiseen**.
  - Satunnaisuus ei siis liity otannan tuloksena saatuihin havaintoarvoihin, vaan otoksen poimintaan.
- Satunnaismuuttujien $Y_1, \dots, Y_n$ **yhteisjakauma** muodostaa (tiettyjen lisäoletusten jälkeen) **tilastollisen mallin** havaintoarvojen satunnaiselle vaihtelulle eri otoksissa.
  - Koska tällä kurssilla satunnaismuuttujat $Y_1, \dots, Y_n$ oletetaan **riippumattomiksi toisiinsa nähden**, niiden yhteisjakauma on tulomuotoa $f(y_1, \dots, y_n; \theta) = f(y_1; \theta) \times \dots \times f(y_n; \theta)$.
- Tässä $f(y_1, \dots, y_n; \theta)$ on siis tilastollinen malli: sen muodon määrää tutkijan tekemä aineistoa koskeva jakaumaoletus, mikä voi paikoin olla hyvinkin monimutkainen. Tilastollisen mallin monimutkaisuus ilmenee sen parametrien määrästä: mitä useampi parametri (erit. suhteessa havaintojen määrään), sitä monimutkaisempi malli.
  - Useimmiten kuitenkin ajatellaan, että on käytettävä niin yksinkertaisia menetelmiä kuin mahdollista, mutta ei yhtään yksinkertaisempia. Tämä on ns. **parsimoonisuusperiaate** eli **vähäparametrisuus-** tai **säästeliäisyysperiaate**.
  - Vähäparametrisuusperiaatteen voidaan nähdä perustuvan ns. Occamin partaveitsen -periaatteeseen, jonka mukaan *"ilmiöitä selittävien*

  tekijöiden määrän tulee olla mahdollisimman vähäinen", ts. tilastotieteessä menetelmien (mallien) tulee olla mahdollisimman yksinkertaisia, mutta silti riittäviä.
  - Tämä periaate ja sen suhde ns. **varianssin ja harhan väliseen kompromissiin** on erityisen tärkeä erityisesti tilastollisen ennustamisen ja viime vuosikymmeninä yleistyneen tilastollisen (kone)oppimisen sovellutuksissa (ks. tarkemmin alaluku 3.3 ja luku 6).

- Oletetaan, että $Y_1, \dots, Y_n$ ovat aiempien oletusten pätiessä riippumattomia sm:jia ja että ne muodostavat satunnaisotoksen jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi on σ^2.
  - Ts. oletamme

$$\mathrm{E}(Y_i) = \mu, \quad \text{ja} \quad \mathrm{Var}(Y_i) = \sigma^2, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Tässä tapauksessa mielenkiinnon kohteena olevat parametrit ovat siis μ ja σ^2 eli $\theta = (\mu \quad \sigma^2)$.
- Tilastollisten mallien tehtävänä on siis estimoida nämä todennäköisyysjakaumien parametrit havaitun aineiston perusteella, joten keskeinen tilastollinen kysymys on että miten estimointi suoritetaan luotettavasti.

Esimerkki: satunnaisotos normaalijakaumasta
Normaalijakautuneiden satunnaismuuttujien satunnaisotokselle pätee $Y_1, \dots, Y_n \perp\!\!\!\perp,\ Y_i \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2),\ i = 1, \dots, n.$

- Merkintä $\perp\!\!\!\perp$ tarkoittaa, että sm:t $Y_1, \dots, Y_n$ ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita (toisinaan myös lyhyesti *iid* tai *i.i.d*, joka tulee englannin kielen ilmaisusta "independent and identically distributed"). Merkintä soveltuu käytettäväksi muidenkin jakaumien tapauksessa.
- Esimerkiksi R-ohjelmassa voidaan generoida 10 havainnon ($n = 10$) satunnaisotos standardoidusta normaalijakaumasta (ts. $Y_i \sim \mathrm{N}(0, 1)$, $i = 1, \dots, 10$) komennolla rnorm(10).

Esimerkki: miesten pituus

- Kerätään havaintoja miesten pituuksista yksinkertaisella satunnaisotannalla (takaisinpalauttaen) n kappaletta.

- Tällöin havaintoarvoja $Y_1, \dots, Y_n$ voidaan pitää riippumattomina satunnaismuuttujina, joista jokainen noudattaa tehdyn jakaumaoletuksen mukaan normaalijakaumaa $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$.

- Estimoinnin tehtävänä on muodostaa parhaat mahdolliset arviot parametreille μ ja σ^2, ja mahdollisesti testata esimerkiksi odotusarvolle μ asetettua hypoteesia.

6.2 Otosjakauma: Estimaattori ja estimaatti

- Erityisesti klassisessa tilastotieteessä päättely pohjautuu aineiston tilastollisen mallin kuvaamalle tilastolliselle stabiliteetille, joka ilmenee ajatuksena aineiston keruun toistamisesta.
  - Oletetaan, että tarkasteltavan aineiston on tuottanut satunnaisotanta tai satunnaiskoe, joka noudattaa tilastollista mallia $f(y_1, \dots, y_n; \theta)$ (aiemmin merkinnöin).
  - Toistetaan aineiston keruu samoissa olosuhteissa yhä uudelleen ja uudelleen.
  - Saatava aineisto (numeeriset arvot) $y_1, \dots, y_n$ vaihtelevat näin ollen valitun tilastollisen mallin jakauman kuvaamalla tavalla.
- Satunnaisotoksesta voidaan laskea erilaisia **tunnuslukuja/otossuureita**, joita merkitään T:llä, ts. ne ovat aineiston funktioita

$$T = g(Y_1, \dots, Y_n).$$

- **Tunnusluvut ovat satunnaismuuttujien funktioina myös satunnaismuuttujia.**
  - Tunnusluvulla on nk. todellinen arvo, $g(\theta)$, joka vastaa tunnusluvun arvoa perusjoukon tasolla ja jota pyritään aineistoa käyttäen estimoimaan.
  - Esimerkkinä tunnusluvusta on keskiarvo $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$.
  - Tunnusluvun havaittu arvo (realisaatio) pisteessä $(y_1, \dots, y_n)$ eli havaitussa aineistossa on

$$t = g(y_1, \dots, y_n).$$

- Otoksen poimimisen jälkeen, havaintoarvoja käyttäen, voidaan laskea tunnuslukujen havaitut arvot (jolloin ne ovat siis ei-satunnaisia).

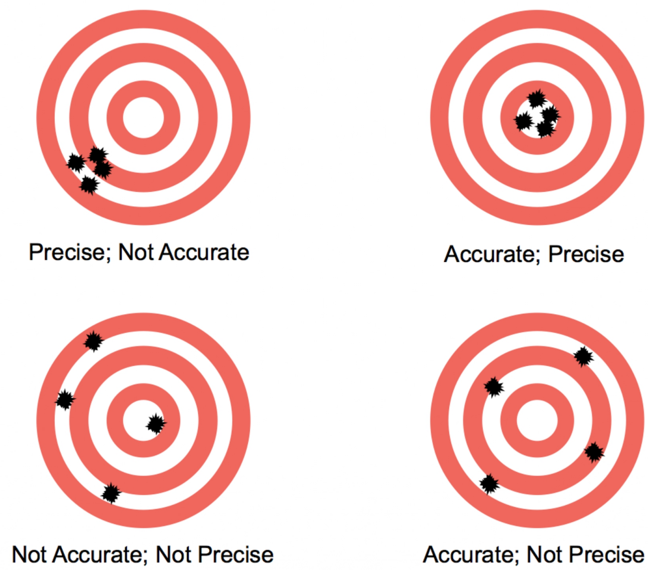
- Esimerkiksi keskiarvo on havaittujen arvojen keskiarvo, kun se lasketaan kerätystä aineistosta.
- Jos tunnuslukua T käytetään tilastollisen mallin parametrin (parametrien) θ estimointiin, niin tätä sanotaan tällöin parametrin **estimaattoriksi**.
  - Estimaattorin otoskohtaisia arvoja, kuten yllä t, kutsutaan **estimaateiksi**.
  - Toivottavaa olisi, että estimaatit $t = g(y_1, \dots, y_n)$ osuisivat mahdollisimman lähelle tunnusluvun todellista arvoa $g(\theta)$. Ts. satunnaismuuttujan eli tässä tapauksessa estimaattorin $T = g(Y_1, \dots, Y_n)$ jakauman tulisi keskittyä mahdollisimman tiiviisti $g(\theta)$:n ympärille.
- Koska tunnusluku/estimaattori T on satunnaismuuttuja, sillä on todennäköisyysjakauma, jota kutsutaan tunnusluvun T **otosjakaumaksi**.
  - Otosjakauma muodostaa (tilastollisen mallin) todennäköisyysmallin tunnusluvun T arvojen satunnaisvaihtelulle otoksesta toiseen.
  - Otosjakaumat riippuvat tuntemattomista **parametreista**, joiden arvoja ei yleensä tunneta ja niitä pyritään estimoimaan kerättyä otosta ja sopivaa tunnuslukua käyttäen.
  - Parametri on (usein) perusjoukon tunnusluku, jota halutaan arvioida. Parametrit **estimoidaan**, kuten yllä jo todettiin, havaintoaineistoa käyttäen.

Estimaattorin ominaisuudet

- Merkitään seuraavassa parametrin θ estimaattoria $\widehat{\theta}$:lla ja siltä voidaan toivoa seuraavia ominaisuuksia:

Harhattomuus
Estimaattorin odotettavissa oleva arvo yhtyy tuntemattoman parametrin θ todelliseen arvoon eli $\mathrm{E}(\widehat{\theta}) = \theta$.

- Harhaton estimaattori tuottaa keskimäärin oikean kokoisia arvoja (estimaatteja) estimoitavalle parametrille.
- Estimaattorin tuottama arvo parametrille saattaa tietylle otokselle poiketa paljonkin parametrin todellisesta arvosta, mutta odotusarvon frekvenssitulkinnan mukaan estimaattorin tuottamat otoskohtaiset arvot parametrille jakautuvat otantaa toistettaessa (symmetrisesti) parametrin todellisen arvon ympärille.



Kuva 6.1: Harhaton estimaattori

Tyhjentävyys
Tyhjentävä estimaattori käyttää kaiken otokseen sisältyvän parametria θ koskevan informaation.

Tehokkuus
Kahdesta saman parametrin θ estimaattorista tehokkaampi on se, jonka varianssi on pienempi. Ts. $\widehat{\theta}^{(1)}$ on tehokkaampi kuin $\widehat{\theta}^{(2)}$, jos $\mathrm{Var}(\widehat{\theta}^{(1)}) \leq \mathrm{Var}(\widehat{\theta}^{(2)})$.

Tarkentuvuus
Tarkentuvan estimaattorin $\widehat{\theta}$ arvot lähestyvät parametrin θ oikeaa arvoa otoskoon kasvaessa.

- Voidaan osoittaa (yksityiskohdat sivuutetaan tällä kurssilla), että esimerkiksi yksinkertaisen satunnaisotoksen tapauksessa tavanomaisilla binomi- ja normaalijakauman parametrien estimaattoreilla on kaikki edellä mainitut hyvät ominaisuudet.
  - Näin ei ole yleisesti monimutkaisemmissa otantatilanteissa ja tilastollisisssa malleissa.
  - Estimaattoreiden kehittäminen erilaisten tilastollisten mallien tapauksessa kuuluu teoreettisen tilastotieteen alaan.
- Seuraavaksi perehdytään tarkemmin kahteen kenties useimmiten tarkasteltavaan tunnuslukuun ja niiden otosjakaumiin:
  - Aritmeettisen keskiarvon otosjakaumaan 6.3
  - Suhteellisen osuuden (frekvenssin) otosjakaumaan 6.4

6.3 Otoskeskiarvo ja otosvarianssi (estimaattoreina)

Otoskeskiarvo

- Oletetaan, kuten aiemmin, että $Y_1, \ldots, Y_n$ ovat riippumattomia sm:jia ja että ne muodostavat satunnaisotoksen jakaumasta jonka odotusarvo on μ, ts. $\mathrm{E}(Y_i) = \mu$ ja varianssi on σ^2, ts. $\mathrm{Var}(Y_i) = \sigma^2$.
  - Havaintojen (satunnaismuuttujien) $Y_1, \ldots, Y_n$ **otoskeskiarvo** on

$$\bar{Y} = \frac{1}{n}(Y_1 + \cdots + Y_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$$

- Yksittäisen otoksen otoskeskiarvo on tällöin sm:jien realisaatioiden aritmeettinen keskiarvo

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i.$$

- Otoskeskiarvo on satunnaismuutuja, jonka saama arvo vaihtelee satunnaisesti otoksesta toiseen johtuen satunnaisotannasta.
- Kun satunnaismuuttujat ovat samoin jakautuneet odotusarvonaan μ, on otoskeskiarvo jakauman odotusarvon harhaton estimaattori, ts.

$$\mathrm{E}(\bar{Y}) = \mu$$

- Täten otoskeskiarvo kuvaa aineiston perusjoukon tilastollisen mallin odotusarvoa.

Aritmeettisen keskiarvon ominaisuuksia

- Aiempien oletusten pätiessä aritmeettisella keskiarvolla $\bar{Y}$ on seuraava odotusarvo ja varianssi:

$$\mathrm{E}(\bar{Y}) = \mu, \quad \mathrm{Var}(\bar{Y}) = \frac{\sigma^2}{n}.$$

- Aritmeettisen keskiarvon $\bar{Y}$ **standardipoikkeama**

$$\mathrm{D}(\bar{Y}) = \sqrt{\mathrm{Var}(\bar{Y})} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

- Standardipoikkeamaa kutsutaan myös **keskiarvon keskivirheeksi** ja se kuvaa otoskeskiarvon otosvaihtelua odotusarvon μ ympärillä.

- Aritmeettisen keskiarvon otosjakauma keskittyy yhä voimakkaammin havaintojen yhteisen odotusarvon μ ympärille, kun otoskoko n kasvaa.

  - Ts. otoskoon n kasvaessa $\mathrm{Var}(\bar{Y}) = \frac{\sigma^2}{n}$ pienenee.

Otosvarianssi

- Aineiston sisältämää vaihtelua kuvataan **otosvarianssilla**

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2.$$

  - Vastaavasti sm:jien vaihtelua perusjoukon tasolla kuvataan **populaatiovarianssilla**

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(Y_j - \mu)^2,$$

jota otosvarianssi harhattomasti estimoi.

- Huomioi, että **otosvarianssi** on eri asia kuin **otoskeskiarvon varianssi**.
- Otoskeskiarvo $\bar{Y}$ ja otosvarianssi S^2 ovat siis satunnaismuuttujia, joiden saamat arvot vaihtelevat satunnaisesti otoksesta toiseen.

Normaalijakautunut otos

- Muodostakoot havainnot $Y_1, \ldots, Y_n$ satunnaisotoksen normaalijakaumasta $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$.
- Tällöin voidaan osoittaa, että havaintojen $Y_1, \ldots, Y_n$ keskiarvo $\bar{Y}$ noudattaa normaalijakaumaa odotusarvolla μ ja varianssilla σ^2/n. Merkitään

$$\bar{Y} \sim \mathrm{N}\Big(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\Big).$$

- Itse asiassa ns. **asymptoottiseen teoriaan** vedoten (suurten otosten tapauksessa) voidaan osoittaa, että edellämainittu tulos pätee myös ilman normaalisuusoletusta.
  - Nämä tarkastelut vaativat jälleen selvästi enemmän käytyjä tilastotieteen (ja matematiikan) opintoja.

Standardoidun aritmeettisen keskiarvon otosjakauma

- Tarkastellaan **standardoitua** satunnaismuuttujaa

$$Z = \frac{\bar{Y} - \mathrm{E}(\bar{Y})}{\mathrm{D}(\bar{Y})} = \frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \sqrt{n}\Big(\frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma}\Big).$$

  - Tällöin Z:n odotusarvo $\mathrm{E}(Z) = 0$ ja varianssi $\mathrm{Var}(Z) = 1$.

- Jos $Y_i \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2), i = 1, \ldots, n$, niin tällöin Z noudattaa standardoitua normaalijakaumaa:
$$Z \sim \mathrm{N}(0, 1).$$
  - Jälleen voidaan osoittaa, että tämä tulos pätee asymptoottisesti (suurissa otoksissa) myös ilman yllä tehtyä normaalisuusoletusta.

6.4 Suhteellisen frekvenssin otosjakauma

Frekvenssi ja suhteellinen frekvenssi

- Oletetaan, että tapahtuman A todennäköisyys on
$$\mathrm{P}(A) = p,$$
jolloin tapahtuman A komplementtitapahtuman (vastatapahtuman) A^c todennäköisyys on
$$\mathrm{P}(A^c) = 1 - p = q.$$
- Poimitaan satunnaisotos, jonka koko on n. Tällöin A-tyyppisten alkioiden frekvenssi eli lukumäärä kyseisessä otoksessa on f.
- Suhteellinen frekvenssi eli osuus on tällöin
$$\hat{p} = \frac{f}{n}.$$
- Sekä frekvenssi (lukumäärä) f ja (täten myös) suhteellinen frekvenssi $\hat{p}$ ovat satunnaismuuttujia, joiden saamat arvot vaihtelevat satunnaisesti otoksesta toiseen.

Frekvenssin otosjakauma

- Frekvenssillä f on odotusarvo
$$\mathrm{E}(f) = np,$$
ja varianssi
$$\mathrm{Var}(f) = npq = np(1 - p).$$
- Frekvenssi f noudattaa binomijakaumaa parametrein n ja p:
$$f \sim \mathrm{Bin}(n, p).$$

Suhteellinen frekvenssi: Odotusarvo ja varianssi

- Suhteellisen frekvenssin $\hat{p}$ odotusarvo

$$\mathrm{E}(\hat{p}) = \mathrm{E}\Big(\frac{f}{n}\Big) = p,$$

ja varianssi

$$\mathrm{Var}(\hat{p}) = \frac{pq}{n} = \frac{p(1-p)}{n}.$$

- Suhteellisen frekvenssin $\hat{p}$ standardipoikkeamaa

$$\mathrm{D}(\hat{p}) = \sqrt{\mathrm{Var}(\hat{p})} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

voidaan kutsua **suhteellisen frekvenssin keskivirheeksi** ja se kuvaa suhteellisen frekvenssin otosvaihtelua odotusarvon p ympärillä.

Suhteellisen frekvenssin otosjakauma

- Koska $\mathrm{E}(\hat{p}) = p$ ja $\mathrm{Var}(\hat{p}) = \frac{pq}{n}$, niin suhteellisen frekvenssin otosjakauma keskittyy yhä voimakkaammin tapahtuman A todennäköisyyden $\mathrm{P}(A) = p$ ympärille, kun otoskoko n kasvaa.

- Jälleen suurten otosten tapauksessa voidaan osoittaa, että suhteellinen frekvenssi noudattaa em. oletusten pätiessä normaalijakaumaa:

$$\hat{p} \sim \mathrm{N}\Big(p, \frac{pq}{n}\Big).$$

- Aritmeettisen keskiarvon tapaan standardoitu sm.

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$

noudattaa suurissa otoksissa approksimatiivisesti standardoitua normaalijakaumaa.

EU-kansanäänestys

- Suomen EU-kansanäänestyksessä vuonna 1994 jäsenyyttä kannattaneiden suhteellinen osuus oli 0,54 (54 %).

- Mikä olisi ollut tällöin tn., että ennen äänestystä 200 havainnon otoksessa kyllä-osuus olisi ollut alle 50 %?

- Suhteellisen frekvenssin otosjakauman perusteella kylläkannatusosuuden jakauma olisi

$$\hat{p} \sim \mathrm{N}\Big(0.54, \frac{0.54 \times (1-0.54)}{200}\Big),$$

jossa $\frac{0.54\times(1-0.54)}{200} = 0.0352^2$.

- Näin ollen haluttu todennäköisyys (ts. saada sellainen satunnaismuuttujan $Z \sim \mathrm{N}(0,1)$ arvo että suhteellinen osuus on pienempi kuin 0.5)

$$P\Big(Z < \frac{0.5-0.54}{0.0352}\Big) = P(Z < -1.14) \approx 0.127.$$

6.5 Muita tunnuslukuja

Tilastollisia analyysejä tehtäessä johtopäätösten ja objektiivisten tulkintojen tueksi tarvitaan tunnuslukuja, joita muodostetaan tarkasteltavasta jakaumasta ja mm. otoskeskiarvon osalta jo sivuttiin edellä. Tunnuslukuja on paljon, ja jokainen niistä valottaa muuttujan jakaumaa eri näkökulmista.

Jakaumien tunnusluvut voidaan jakaa sijaintilukuihin, hajontalukuihin ja muihin tunnuslukuihin. Kahdesta ensimmäisestä esimerkkejä ovat keskiarvo ja varianssi tai keskihajonta (välimatka- ja suhdeasteikon havaintojen tapauksessa). Esitellään seuraavassa vielä lyhyesti muutamia muita tunnuslukuja.

- **Moodi**: Moodi eli tyyppiarvo on havaintoaineiston yleisin muuttujan arvo tai se on luokka, jolla on suurin frekvenssi.
- **Mediaani**: Mediaani on järjestetyn havaintoaineiston keskimmäinen arvo (jos havaintoarvoja on pariton määrä, parillisessa tapauksessa esitetään jompikumpi keskimmäisistä arvoista). Mediaani siis jakaa järjestetyn havaintoaineiston kahteen osaan siten, että puolet arvoista on mediaania pienempiä ja puolet arvoltaan mediaania suurempia.
  - Luokitteluasteikolla mitattaville muuttujille ei ole olemassa luontevia sijaintilukuja keskilukujen yhteydessä pl. moodi.
- Järjestysasteikolla mitatuille muuttujille voidaan mediaanin lisäksi määrittää **fraktiileja**: pp%:n fraktiili jakaa tilastoaineiston kahteen osaan siten, että kyseistä fraktiilia pienempiä havaintoarvoja on pp%.
  - Eniten käytettyjä fraktiileja ovat **kvartiilit**. **Alakvartiili** Q_1 on 25 %:n fraktiili, ja **yläkvartiili** Q_3 on 75 % fraktiili.

  - Tietyistä fraktiileista käytetään nimitystä **desiili**. Ensimmäinen desiili D_1 on 10 % fraktiili ja esim. yhdeksäs fraktiili D_9 on 90 % fraktiili.

- Hajontalukuja: Varianssin/keskihajonnan lisäksi, jos muuttuja on mitattu vähintään järjestysasteikolla, sille voidaan määrittää vaihteluväli ja kvartiiliväli. **Vaihteluväli** kuvaa aineiston kokonaispeittoa ja siinä ilmoitetaan aineiston pienin havainto ja suurin havainto. Ts. vaihteluväli=(pienin havainto, suurin havainto). **Kvartiiliväli** $= (Q_1, Q_3)$.

- Muita tunnuslukuja: Tilastollisen päätöksenteon yhteydessä käytettäviä tunnuslukuja ovat **vinous** ja **huipukkuus**. Vinous ja huipukkuus voidaan määrittää välimatka- ja suhdeasteikon muuttujille. Vinous ja huipukkuus mittaavat kumpikin omalla tavallaan jakauman poikkeamaa normaalijakaumasta. Normaalijakauman vinous on 0 ja huipukkuus on 3.

6.6 Luottamusvälit

- Satunnaisesti saadusta aineistosta laskettujen tunnuslukujen luotettavuus on tilastollisen mallin parametrien estimoinnissa keskeinen tilastollinen kysymys.
  - Otoksen poimintaan liittyvän satunnaisvaihtelun vuoksi emme voi varmuudella tietää onko saatu otokseen perustuva parametriestimaatti “lähellä” vai “kaukana” sen todellisesta arvosta.
  - Täten tarvitaan jokin tapa, jolla saadun parametriestimaatin luotettavuutta voidaan arvioida.

Luottamusväli
Luottamusväli on otoksen perusteella määrätty väli, joka tutkijan valitsemalla todennäköisyydellä (luottamustasolla) peittää tarkasteltavan tilastollisen mallin $f(y; \theta)$ parametrin θ tuntemattoman todellisen arvon. Se perustetaan otostunnusluvun, estimaattorin, otosjakaumaan.

- Otoskoko on luottamusvälejä koskevissa tarkasteluissa keskeinen ja luottamusväleihin palataankin otoskoon käsittelyn yhteydessä.

- Valittua luottamustasoa merkitään usein $1 - \alpha$:lla, jossa **merkitsevyystaso** (**riskitaso**) α on esimerkiksi $\alpha = 0.05$.

- Tulkinta: Jos **otantaa** jakaumasta $f(y; \theta)$ toistetaan, niin keskimäärin $100 \times (1 - \alpha)\%$ otoksista kontstruloiduista luottamusväleistä peittää parametrin θ todellisen arvon.

- Oletetaan, että olemme tehneet johtopäätöksen, että konstruloitu luottamusväli peittää parametrin θ tuntemattoman todellisen arvon.
  - Tällöin otantaa toistettaessa luottamusvälin konstruktiosta seuraa, että tehty johtopäätös on oikea keskimäärin $100 \times (1-\alpha)\%$ tapauksista.
  - Vastaavasti taas $100 \times \alpha\%$ ei peitä parametrin todellista arvoa.
- Luottamusväli on kenties tunnetumpi kansankieliseltä nimitykseltään **virhemarginaali**, joka on itseasiassa luottamusvälin puolikas: todellinen parametriarvo kuuluu saadun estimaatin ja virhemarginaalien sisään jäävälle osuudelle.
  - Normaalisti mm. otoskoon kasvu pienentää virhemarginaalia.
  - Kuten jatkossa tullaan havaitsemaan, virhemarginaalin suuruuteen vaikuttavat otosasetelma, otoskoko, luottamustaso ja tutkittavan tilastollisen tunnusluvun jakauma.
- Luottamusväleissä ei kuitenkaan varsinaisesti ole kyse “virheestä” vaan saadun/muodostetun tiedon tarkkuudesta.
  - Luottamusvälit, eli virhemarginaalit, siis (yleisesti) riippuvat valittavasta luottamustasosta $1-\alpha$ ja näin ollen samasta aineistosta on saatavissa useita virhemarginaaleja.
    - Täten on tarkalleen ottaen virheellistä sanoa, että “tutkimuksen virhemarginaali on 3,5 puoleen tai toiseen”.
    - Oikeammin olisi sanoa esimerkiksi “tutkimuksessa saadun kannatuksen virhemarginaali on 3,5 puoleen tai toiseen 95 % luottamustasolla.”
    - Virhemarginaali kasvaa, kun aineistoa lohkotaan: jos tuhannen hengen otoksesta esitetään tietoja, jotka kuvaavat erikseen miesten ja naisten ominaisuuksia, sukupuolittain lasketut ovat estimaatit epävarmempia kuin koko otoksesta esitetyt.
  - Vastaavasti on virheellistä sanoa että tutkimuksella olisi virhemarginaali, sillä virhemarginaali liittyy aina vain tutkimuksen antamiin numeerisiin arvoihin.
  - Aitoja virhelähteitä ovat mm. otantatutkimukseen liittyvien kysymysten muotoilu, käsitteiden monitulkintaisuus, vastaajien valikoituminen ja vastauskato.

Normaalijakauman odotusarvon luottamusväli

- Käsittelemme seuraavassa (normaalijakauman) odotusarvon μ luottamusvälejä ja jatkossa oletetaan (ellei toisin mainita), että taustalla oleva populaatio, N, on “iso” (ääretön).

  - Näin ollen ns. äärellisyyskorjausta ei käytetä (yksinkertaisuuden vuoksi).

- Tarkastellaan satunnaisotosta normaalijakaumasta $Y_1, \dots, Y_n \perp\!\!\!\perp$, $Y_i \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \dots, n$.

- Tarkastellaan normaalijakauman odotusarvon μ luottamusvälin määräämistä otannan avulla olettaen että jakauman varianssi σ^2 on tunnettu.

  - Muistetaan että normaalijakauman odotusarvoparametrin $\mathrm{E}(Y_i) = \mu$ **harhaton estimaattori** on aritmeettinen keskiarvo

$$\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i.$$

- Valitaan **luottamustasoksi** $1 - \alpha$, eli α määrää todennäköisyyden, jolla luottamusväli peittää odotusarvon μ todellisen arvon: yleinen valinta ihmistieteissä on $\alpha = 0.05$ tai $\alpha = 0.1$ vastaten 95% ja 90% prosentin luottamustasoa. Luonnontieteissä α on usein paljon pienempi.

- Määrätään **luottamuskertoimet** $-z_{\alpha/2}$ ja $z_{\alpha/2}$ (luottamusväli on kaksisuuntainen), joille pätee

$$\mathrm{P}(-z_{\alpha/2} \leq Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha,$$

jossa standardoitu satunnaismuuttuja

$$Z = \frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \sqrt{n}\Big(\frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma}\Big),$$

(ks. aiemmat alaluvut tässä luvussa 6) noudattaa $\mathrm{N}(0, 1)$-jakaumaa.

  - $\mathrm{P}(\cdot)$:llä merkitään todennäköisyyttä, joka tässä tapauksessa liittyy normaalijakaumaan, ja $z_{\alpha/2}$ on jakaumafunktion arvo pisteessä $\alpha/2$.

- Tällöin etsitään odotusarvoparametrille μ sellainen arvo, jolla oheinen epäyhtälö pätee ja päädytään luottamusväliin.

- Nyt epäyhtälöketju voidaan kirjoittaa muodossa

$$-z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2}.$$

- Joka voidaan kirjoittaa uudelleen muodossa

$$\bar{Y} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{Y} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

kertomalla nimittäjällä puolittain ja vähentämällä sm:jien keskiarvo molemmin puolin.

- Normaalijakauman odotusarvon $(1-\alpha)\times 100\%$ luottamusväli on siis

$$\Big(\bar{Y} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{Y} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Big).$$

- Luottamusväli on symmetrinen keskipisteensä $\bar{Y}$ suhteen. Siksi luottamusväli esitetään usein

$$\bar{Y} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

- Luottamusvälin pituus

$$2 \cdot z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

- **Virhemarginaali** on luottamusvälin pituuden puolikas eli

$$z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

- Edellä tiettyyn otokseen liittyvä luottamusväli perustetaan realisoituneeseen otoskeskiarvoon $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$.

- Olisi toivottavaa pystyä konstruoimaan parametrille μ mahdollisimman lyhyt luottamusväli, johon liittyvä luottamustaso olisi samanaikaisesti mahdollisimman korkea. Molempien vaatimusten samanaikainen täyttäminen ei ole kuitenkaan mahdollista, jos otoskoko n pidetään kiinteänä:

  - Luottamustason kasvattaminen pidentää luottamusväliä, jolloin tieto parametrin μ todellisesta arvosta tulee epätarkemmaksi.
  - Luottamusvälin lyhentäminen pienentää luottamustasoa, jolloin tieto parametrin μ todellisesta arvosta tulee epävarmemmaksi.

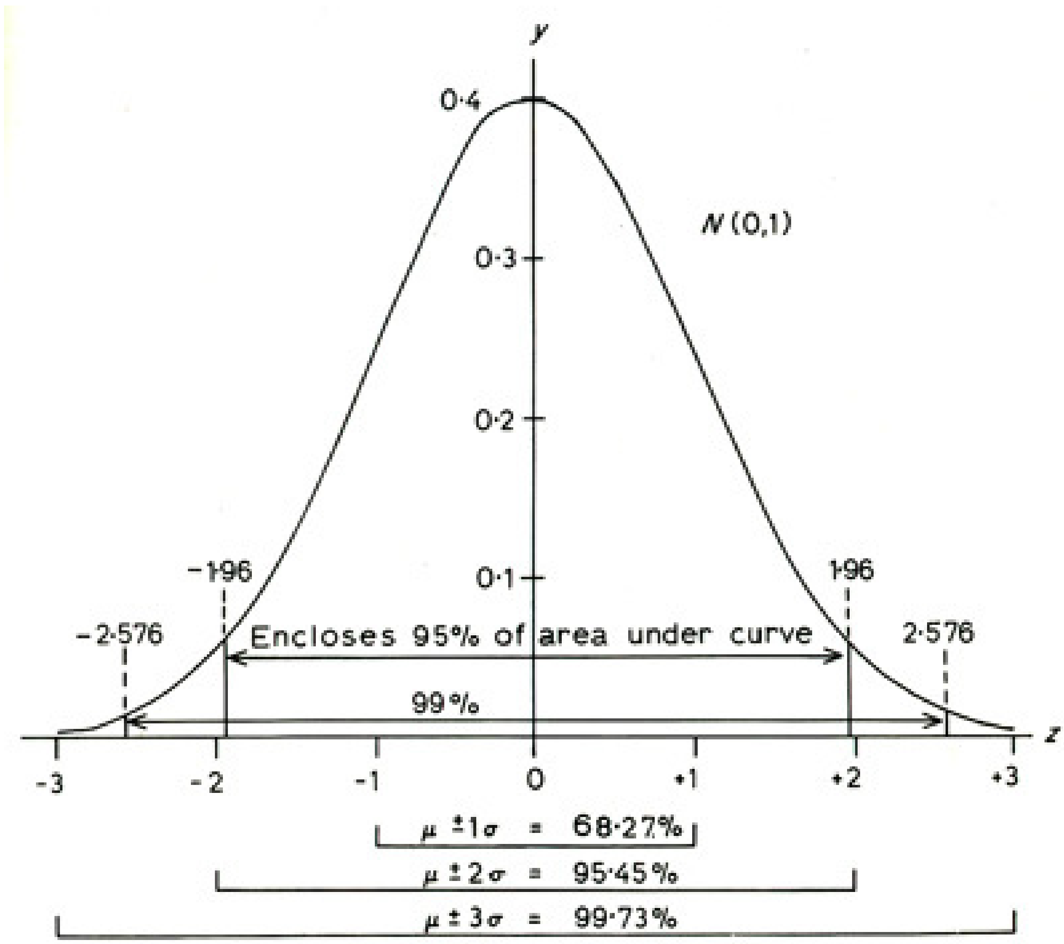
Normaalijakauman odotusarvon luottamusväli (σ^2 tuntematon)

- Tarkastellaan edelleen satunnaisotosta normaalijakaumasta, mutta oletetaan nyt että varianssi σ^2 tuntematon.

- Normaalijakauman odotusarvon $(1-\alpha)\times 100\%$ luottamusväli:

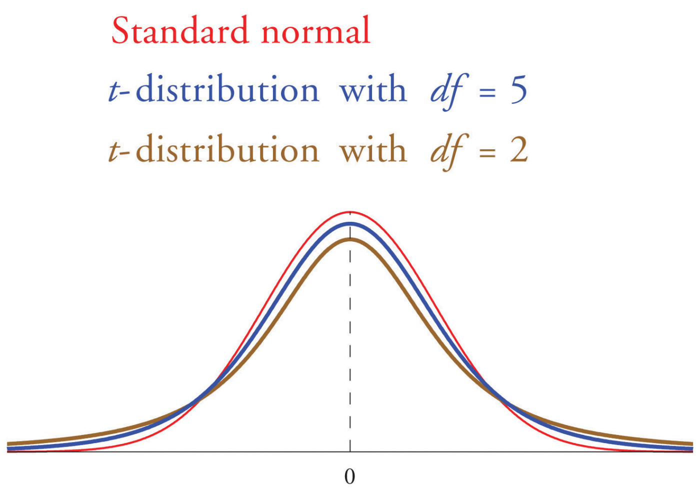
$$\Big(\bar{Y} - t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{Y} + t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}\Big),$$

  jossa **luottamuskertoimet** $-t_{\alpha/2}$ ja $t_{\alpha/2}$ saadaan nyt ***t*-jakaumasta** t_{n-1}, jossa S^2 on varianssin σ^2 harhaton estimaattori ja vapausasteiden lukumäärä on $n-1$.



Kuva 6.2: Standardoitu normaalijakauma: Virhemarginaaleja

– (Studentin) t-jakauma muistuttaa silmämääräisesti normaalijakaumaa, mutta se on paksuhäntäisempi. Vapausasteluvun kasvaesssa t-jakauma lähestyy normaalijakaumaa.
– Suurissa otoksissa (n iso) luottamuskertoimet voidaan poimia (approksimatiivisesti) myös normaalijakaumasta eli korvata edellä kertoimet $t_{\alpha/2}$ aiemmin käytetyillä kertoimilla $z_{\alpha/2}$.
– Normaalijakauman odotusarvon luottamusväli (σ^2 tuntematon), t-jakauma eri vapausastein df



Kuva 6.3: t-jakauman (ja standardoidun normaalijakauman) tiheysfunktioita

Luottamusväli: Suhteellisen osuuden odotusarvo

- Käsittelemme seuraavassa suhteellisen osuuden p luottamusvälejä.
- Tarkastellaan satunnaisotosta Bernoulli-jakaumasta $Y_1, \dots, Y_n \perp\!\!\!\perp$, $Y_i \sim B(p)$, $i = 1, \dots, n$, jossa merkitään $Y_i = 1$ jos tapahtuma A tapahtuu ja $Y_i = 0$ jos tapahtuma A ei tapahdu.
- Bernoulli-jakauman odotusarvoparametrin $p = \mathrm{E}(Y_i)$ harhaton estimaattori on tapahtuman A suhteellinen otosfrekvenssi

$$\hat{p} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i.$$

- Bernoulli-jakauman (vrt. binomijakauma) ominaisuuksien perusteella $\mathrm{E}(Y_i) = p$ ja $\mathrm{Var}(Y_i) = pq$, jossa $q = 1 - p$.

- Näin ollen voimme normaalijakauman odotusarvoparametrin luottamusvälin konstruloinnin tapaan määritellä satunnaismuuttujan Z:

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = \sqrt{n}\Big(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}}\Big),$$

joka noudattaa (suurissa otoksissa) $\mathrm{N}(0,1)$-jakaumaa.

- Suhteellisen frekvenssin hajonnan estimaattori on siis

$$\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},$$

jossa tuntematon p on korvattu sen estimaattorilla (otosvastineella) $\hat{p}$.

- Luottamuskertoimet määrätään aiempaan tapaan:

$$\mathrm{P}(-z_{\alpha/2} \leq Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha,$$

- Näin ollen odotusarvoparametrin (suhteellisen osuuden) p $(1-\alpha)\%$ luottamusväliksi saadaan

$$\Big(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\Big)$$

- Luottamusväli voidaan kirjoittaa

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

ja luottamusvälin pituus on

$$2 \times z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}.$$

6.7 Otoskoko

- Yksi tilastollisen päättelyn keskeisiä tavoitteita on yleistää otoksen pohjalta tehty päättely koskemaan koko perusjoukkoa. Seuraavaksi käymme läpi seikkoja, jotka tulee ottaa huomioon otoskokoa miettiessä.
- Kun on päätetty, millainen tutkimusaineisto halutaan kerätä, on päätettävä, kuinka suuri otoksen on oltava, jotta se edustaa tutkittavaa joukkoa kattavasti.
  - Liian pieni **otoskoko**, eli pieni määrä otokseen poimittuja tilastoyksiköitä, voi **sattumalta** poiketa paljonkin perusjoukosta.

    * Tämä niin kutsuttu **otantavirhe** on sitä suurempi mitä pienempää otosta käytetään.
    * Liian pienen otoksen vuoksi muuten hyvin toteuttu tutkimus- ja otanta-asetelma saattaa epäonnistua vastaamaan tutkimuksen mielenkiinnon kohteena olevaan kysymykseen.
  - Todella suuren otoksen koostaminen voi olla **työlästä**, **kallista** tai joskus jopa täysin mahdotonta esimerkiksi siksi että käytettävissä olevat tutkimusyksiköt eivät ole käytettävissä ajallisten rajoitteiden vuoksi (kuten harvinaisten tautien kantajat).
    * Toisaalta perusjoukon systemaattiset piirteet tulevat otoskoon kasvaessa paremmin esille, vaikka yksittäisten otosyksiköiden tilastolliset muuttujat saattavat vaihdella suuresti.
  - **Otoskoko** siis vaikuttaa keskeisesti siihen, miten hyvin otoksesta tehdyt johtopäätökset voidaan yleistää koskemaan koko perusjoukkoa!
- Optimaalinen, tai ainakin tutkimusongelmaan vastaamisen kannalta vähintään riittävä arvio, otoskoosta voidaan usein määrätä etukäteen.

Perusjoukon rooli otoskoon määrittämisessä

- Ensiksi tulee kuitenkin pohtia käsillä olevaa tutkimusongelmaa esimerkiksi kysymällä: **Millainen on perusjoukkosi?**
  - Onko tutkittavan muuttujan arvoissa paljon vaihtelua? Jos on, niin tämä täytyy huomioida kasvattamalla otoskokoa.
    * Esimerkiksi otosten keskiarvot alkavat käyttäytyä riittävän siististi vasta noin otoskoosta $n = 30$ alkaen.
    * Kyseinen otoskoko ei kuitenkaan ole missään tapauksessa yleinen ja pätevä peukalosääntö otoskoon koolle, vaan se tulee aina päättää tutkimusongelmakohtaisesti.
  - Kuuluuko tutkimukseesi esimerkiksi otoksen sisällä olevien ryhmien keskiarvojen vertailua tai muita otoksen osajoukkojen tunnuslukujen vertailua? Jos kuuluu, niin otoskoko tulee valita pienimmän ryhmäkoon mukaan, jotta siitäkin saadaan tarpeeksi edustajia.
    * Mitä isompaa otosta käytetään, sitä pienempi perusjoukossa esiintyvä ryhmien välinen ero pystytään otoksella tunnistamaan.

Tulosten vaaditun tarkkuuden vaikutus otoskokoon

- Tarkastelemme pian esimerkin avulla, kuinka tarvittavaa otoskokoa voidaan approksimoida tulosten halutun tarkkuuden avulla.

- Tarkastellaan kuitenkin ensin minkälaiset kysymykset liittyvät otoskoon pohdintaan tulosten tarkkuuden osalta.
    - Kuinka varma sinun on oltava, että tulokset vastaavat joukon mielipiteitä? Tämä on virhemarginaalisi.
        * Esimerkiksi puoluekannatuksen arvioimiseen 2 % virhemarginaalilla riittää huomattavasti pienempi otoskoko kuin 0.2 % virhemarginaalilla. Politiikan tutkija voisikin kasvattaa otoskokoa vaalien lähestyessä, mikäli mielii tarkempia tuloksia.
    - Kuinka varma haluat olla, että otos edustaa joukkoa oikein? Tämä on luottamustaso.
        * Luottamustaso on todennäköisyys sille, että valitsemasi otos on tulosten kannalta oleellinen.
        * Jos joukosta poimitaan 30 otosta sattumanvaraisesti, kuinka usein yhdestä otoksesta saadut tulokset eroavat merkittävästi muista 30 otoksesta? Jos luotettavuustaso on 95 %, samat johtopäätelmät saadaan 95 prosentissa tapauksista.

Odotetun vastauskadon vaikutus otoskokoon

- Kuinka suuri vastauskato tulee mahdollisesti olemaan?
    - Yleensä osa kyselytutkimukseen valituista jättää vastaamatta. Tätä kutsutaan kadoksi. Kato vinouttaa otosta, jos vastaamatta jättäneet ovat mielipiteiltään erilaisia kuin vastanneet.
    - Otoskoon kasvattaminen ei paranna kadon aiheuttamaa vinoutumista.
- Esimerkki: Jos Alkon myymälän asiakastutkimus suoritetaan ovensuukyselynä maanantaina aamupäivällä, niin vastaajat eivät luultavasti edusta myymälän koko asiakaskuntaa. Otantakehikko on tässä liian suppea ja seurauksena on todennäköisesti vinoutunut otos. Vinoutuma ei korjaannu vaikka otosta kasvatetaan maanantai-aamupäivän asiakkailla.

Esimerkki: otoskoko normaalijakauman odotusarvon estimoinnissa

- Palautetaan mieleen normaalijakauman $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ odotusarvon luottamusvälin määräminen (kun varianssi σ^2 oletetaan tunnetuksi).
- Luottamusväliksi saatiin

$$\bar{Y} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

ja luottamusvälin symmetrisyydestä johtuen luottamusvälin pituus

$$2 \times z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

- Oletetaan, että normaalijakauman odotusarvoparametrille μ halutaan konstruoida luottamusväli, jonka toivottu pituus on $2d$ (huom. symmetrisyys).
- Luottamusvälin lausekkeesta saadaan täten järjestelemällä

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\, \sigma}{d} \right)^2.$$

- Jos varianssi σ^2 on tuntematon, se voidaan kaavassa korvata havaitulla otosvarianssilla s^2, jolloin

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\, s}{d} \right)^2.$$

- Pitäydytään (yksinkertaisuuden vuoksi) luottamuskertoimissa $z_{\alpha/2}$ vaikka varianssi σ^2 olisikin tuntematon.

Esimerkki: otoskoko

- Oletetaan, että haluamme määrätä otoskoon niin, että otoskeskiarvo poikkeaa populaatiokeskiarvosta korkeintaan yhden yksikön ($d = 1$) todennäköisyydellä 0.05. Oletetaan, että varianssi on aiemmissa tutkimuksissa ollut $\sigma^2 = 5$. Oletetaan lisäksi, että taustallaoleva perusjoukko on iso (ääretön).
- Tällöin otoskoon tulisi olla

$$n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2}\, \sigma}{d} \right)^2 = \left(1.96\sqrt{5} \right)^2 \approx 19.2.$$

- Tarvittavan otoskoon tulisi siis olla tässä tapauksessa noin 20.

Äärellisyyskorjaus:

- Äärellisyyskorjausta käytetään, jos otos poimitaan äärellisestä perusjoukosta palauttamatta ja (nyrkkisääntönä)

$$\frac{n}{N} > 0.05,$$

jossa n on edelleen otoskoko, N perusjoukon koko ja $n < N$.

- Jos suhde n/N on lähellä arvoa 1, tarkoittaa se, että perusjoukosta huomattava osa kuuluu otokseen.
  - Tällöin otoskeskiarvon poikkeama populaatiokeskiarvosta on luonnollisesti pienempi kuin pienemmän otoksen tilanteessa.
  - Otoskoon kasvattaminen lisää siis estimoinnin tarkkuutta, ja juuri äärellisyyskertoimen avulla hajonta "korjataan" vastaamaan käytettyä otoskokoa.

Otoskoko, äärellisyyskorjaus: Normaalijakauman odotusarvon estimointi

- Oletetaan, että otannan taustalla oleva perusjoukko on äärellinen (pieni).
- Tällöin luottamusvälin konstruloinnissa huomioidaan äärellisyyskorjaus (vrt. aiemmat kaavat):

$$\bar{Y} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\frac{N-n}{N}\right)\frac{\sigma^2}{n}}.$$

- Tarvittava otoskoko on tällöin välivaiheiden jälkeen

$$n = \frac{1}{\frac{d^2}{z_{\alpha/2}^2\sigma^2} + \frac{1}{N}}.$$

Esimerkki: otoskoko (jatkoa)

- Oletetaan aiemman esimerkin tilanne kuitenkin siten, että perusjoukon koko on nyt $N = 100$.
- Tällöin otoskooon tulisi olla

$$n \geq \frac{1}{\frac{1}{1.96^2 \times 5} + \frac{1}{100}} \approx 16.11.$$

- Tarvittava otoskoko on siis noin 17.

Otoskoko: Suhteellinen osuus

- Palautetaan mieleen Bernoulli-jakauman odotusarvoparametrin p luottamusvälin muodostaminen.
  - Kuten normaalijakauman odotusarvoparametrin tapauksessa, pyrimme muodostamaan mahdollisimman lyhyen luottamusvälin, johon liittyvä luottamustaso olisi samanaikaisesti mahdollisimman korkea.
- Oletetaan aiempaan tapaan, että p:lle halutaan muodostaa luottamusväli, jonka toivottu pituus on $2d$.
- Tarvittava otoskoko saadaan kaavasta (kun perusjoukko oletetaan äärettömäksi)

$$n = \Big(\frac{z_{\alpha/2}\ \sqrt{p(1-p)}}{d}\Big)^2.$$

Suhteellinen osuus, äärellisyyskorjaus:

- Tarvittava otoskoko saadaan äärellisyyskorjausta käytettäessä kaavasta

$$n = \frac{Np(1-p)}{\frac{(N-1)d^2}{z^2_{\alpha/2}} + p(1-p)}.$$

  - Voidaan osoittaa, että jos perusjoukko N on iso (ääretön), niin tällöin edellinen lauseke supistuu aiempaan otoskokoa osoittavaan lausekkeeseen.
- Usein otoskokoa määrättäessä suhteellisesta osuudesta ei ole olemassa arviota.
- Tällöin suhteellisen osuuden p arvoksi asetetaan useimmiten $p = 0.5$, jolloin suhteellisen osuuden varianssi on suurin.

Esimerkki: Otoskoko ja suhteellinen osuus

- Geologi haluaa arvioida kallion kultapitoisuuden ottamalla kivinäytteen n eri pisteestä. Jokaisesta näytteestä havaitaan sisältyykö siihen kultaa. Kuinka suuri otos on poimittava, jotta kultapitoisuuden estimointivirheen d arvo on korkeintaan 0.05 todennäköisyydellä 0.95?

- Tässä kullan suhteellinen osuus on tuntematon, joten p:lle asetetaan $p = 0.5$.
- Äärellisyyskorjaus voidaan unohtaa, sillä näytteenottopisteiden pinta-alat ovat pieniä (eli niitä on äärettömän paljon, ts. tarkasteltavaan populaatioon niitä sisältyy hyvin suuri määrä).
- Tällöin otoskoko

$$n = \frac{1.96^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5}{0.05^2} \approx 384.16.$$

Luku 7

Tilastollinen riippuvuus ja korrelaatio

7.1 Muuttujien väliset riippuvuudet

7.2 Kahden muuttujan havaintoaineiston kuvaaminen

7.3 Tunnusluvut

7.4 Satunnaismuuttujien kovarianssi ja korrelaatio

Luku 8

Regressioanalyysi

8.1 Johdatus regressioanalyysin ideaan

8.2 Yhden selittäjän lineaarinen regressiomalli

8.3 Muita regressiomalleja

Luku 9

Tilastotieteen rooli uuden tiedon tuottamisessa

9.1 Tilastollisen tutkimuksen yhteisiä elementtejä

9.2 Tutkimusprosessi

Luku 10

Aineisto- ja tutkimustyypit ja koeasetelmat

10.1 Tutkimustyypit

10.2 Tutkimusstrategiat

10.3 Erilaisia aineistoja ja aineistolähteitä

Luku 11

Tilastollisesta ennustamisesta

11.1 Tilastollinen selittäminen vs. ennustaminen

11.2 Tilastolliseen ennustamiseen liittyviä huomioita

Luku 12

Tilastotieteen kehityksen nykytrendejä