

Лабораторная работа №8

Модель конкуренции двух фирм

Кузнецов Юрий Владимирович

Содержание

Цель работы	1
Задачи.....	1
Среда	2
Теоретическое введение	2
Случай I.....	2
Случай II	2
Ход работы	3
Вывод.....	10
Ресурсы.....	10

Цель работы

Рассмотреть модель конкуренции двух фирм. Построить вышеуказанную модель средствами OpenModelica и Julia.

Задачи

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

Нормировка: $t = c_1 \theta$

Начальные условия и параметры: $M_0^1 = 6.8$, $M_0^2 = 6$, $p_{cr} = 35$, $N = 31$, $q = 1$, $\tau_1 = 18$, $\tau_2 = 23$, $p_1 = 1.5$, $p_2 = 8.7$

Значения p_{cr} , $p_{1,2}$, N указаны в тысячах единиц, а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц.

Среда

- Julia – это открытый свободный высокопроизводительный динамический язык высокого уровня, созданный специально для технических (математических) вычислений. Его синтаксис близок к синтаксису других сред технических вычислений, таких как Matlab и Octave.
- OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica.

Теоретическое введение

Случай I

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:[@rudn-task]

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{cases}$$

Случай II

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00067 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{cases}$$

В обоих случаях: $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 p_1^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 p_2^2 Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 p_1^2 \tau_2^2 p_2^2 Nq}$, $c_1 = \frac{p_{cr} - p_1}{\tau_1 p_1}$, $c_2 = \frac{p_{cr} - p_2}{\tau_2 p_2}$.

Ход работы

Запускаем Pluto.

[illegible]

Julia. Zanyck Pluto

Первым делом подкючим пакеты Plots и DifferentialEquations. Далее объявим начальные данные верные для всех кейсов при помощи констант. Также объявим начальное условие для системы ДУ.

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
const M1_0 = 6.8 * 1e6;  
const M2_0 = 6 * 1e6;
```

```
const p_crit = 35 * 1e3;
const N = 31 * 1e3;
const q = 1;
const p1 = 11.5 * 1e3;
const tau1 = 18;
const p2 = 8.7 * 1e3;
```

```

const tau2 = 23;

const a1 = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * N * q);
const a2 = p_crit / (tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
const b = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
const c1 = (p_crit - p1) / (tau1 * p1);
const c2 = (p_crit - p2) / (tau2 * p2);

u0 = [M1_0, M2_0]
t = (0, 150 * c1)

```

The screenshot shows the Pluto.jl notebook interface. At the top, there's a header with the Pluto.jl logo, a 'Save notebook...' button, and a 'Restart notebook (recommended)' button. Below the header, there are two input fields for imports: 'using Plots' and 'using DifferentialEquations'. The main code cell is titled '(0, 17.029)' and contains the following Julia code:

```

begin
    const M1_0 = 6.8 * 1e6;
    const M2_0 = 6 * 1e6;

    const p_crit = 35 * 1e3;
    const N = 31 * 1e3;
    const q = 1;
    const p1 = 11.5 * 1e3;
    const tau1 = 18;
    const p2 = 8.7 * 1e3;
    const tau2 = 23;

    const a1 = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * N * q);
    const a2 = p_crit / (tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
    const b = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
    const c1 = (p_crit - p1) / (tau1 * p1);
    const c2 = (p_crit - p2) / (tau2 * p2);

    u0 = [M1_0, M2_0]
    t = (0, 150 * c1)
end

```

Julia. Скрипт (1). Конкуренция двух фирм.

Построим модель. Используя DifferentialEquations зададим и решим систему ДУ, после чего построим график решения и сохраним его. Далее запустим итоговый код.

```

case = "2"; k = 0.00067;

function VS!(du, u, p, t)
    du[1] = u[1] - (b / c1 + k) * u[1] * u[2] - a1 / c1 * u[1] ^ 2;
    du[2] = c2 / c1 * u[2] - (b / c1) * u[1] * u[2] - a2 / c1 * u[2] ^ 2;
end

prob = ODEProblem(VS!, u0, t)
sol = solve(prob)

plt = plot(
    sol,
    dpi=500,

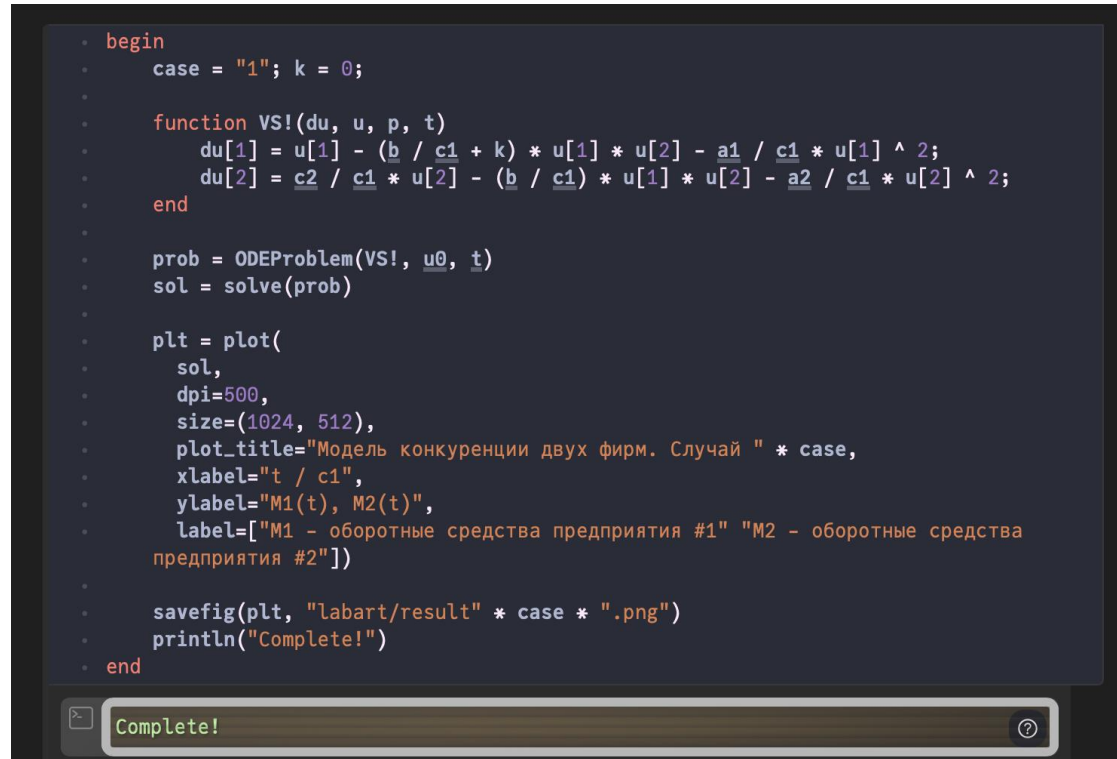
```

```

size=(1024, 512),
plot_title="Модель конкуренции двух фирм. Случай " * case,
xlabel="t / c1",
ylabel="M1(t), M2(t)",
label=["M1 - оборотные средства предприятия #1" "M2 - оборотные средства
предприятия #2"])

savefig(plt, "labart/result" * case * ".png")
println("Complete!")

```



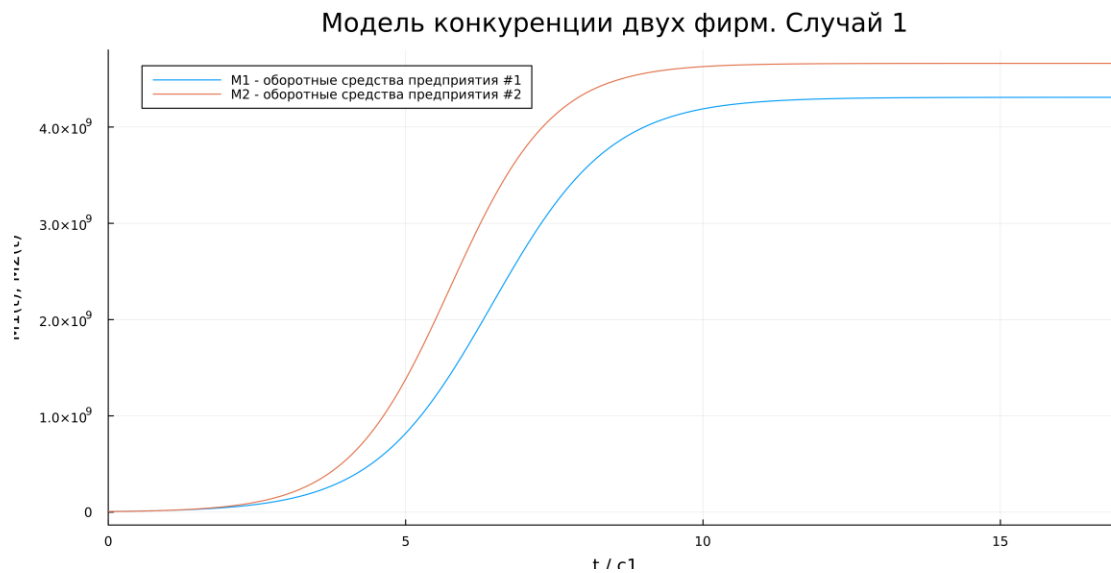
```

• begin
•   case = "1"; k = 0;
•
•   function VS!(du, u, p, t)
•       du[1] = u[1] - (b / c1 + k) * u[1] * u[2] - a1 / c1 * u[1] ^ 2;
•       du[2] = c2 / c1 * u[2] - (b / c1) * u[1] * u[2] - a2 / c1 * u[2] ^ 2;
•   end
•
•   prob = ODEProblem(VS!, u0, t)
•   sol = solve(prob)
•
•   plt = plot(
•       sol,
•       dpi=500,
•       size=(1024, 512),
•       plot_title="Модель конкуренции двух фирм. Случай " * case,
•       xlabel="t / c1",
•       ylabel="M1(t), M2(t)",
•       label=["M1 - оборотные средства предприятия #1" "M2 - оборотные средства
•       предприятия #2"])
•
•   savefig(plt, "labart/result" * case * ".png")
•   println("Complete!")
• end

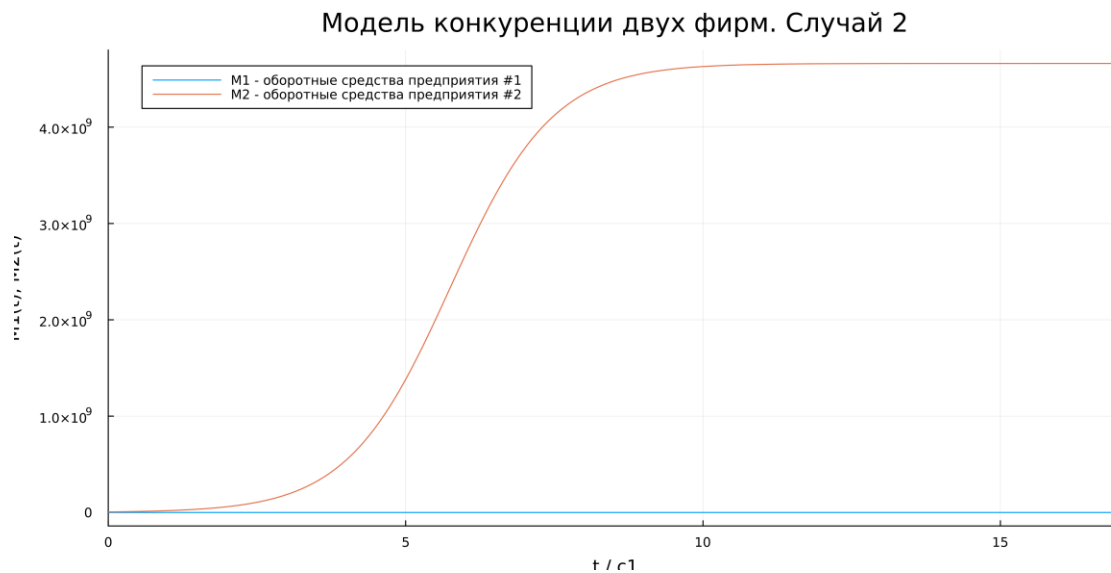
```

Complete!

Julia. Скрипт (2). Конкуренция двух фирм.



Julia. Модель. Конкуренция двух фирм. Случай I



Julia. Модель. Конкуренция двух фирм. Случай II

Напишем код на modelica для решения 1-ой задачи.

```
model Var1
  constant Real M1_0 = 6.8 * 1e6;
  constant Real M2_0 = 6 * 1e6;

  constant Integer p_crit = 35 * integer(1e3);
  constant Integer N = 31 * integer(1e3);
  constant Integer q = 1;
  constant Real p1 = 11.5 * integer(1e3);
  constant Integer tau1 = 18;
  constant Real p2 = 8.7 * integer(1e3);
```

```

constant Integer tau2 = 23;

constant Real a1 = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * N * q);
constant Real a2 = p_crit / (tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
constant Real b = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
constant Real c1 = (p_crit - p1) / (tau1 * p1);
constant Real c2 = (p_crit - p2) / (tau2 * p2);

Real t = time / c1;
Real M1(t);
Real M2(t);
initial equation
  M1 = M1_0;
  M2 = M2_0;
equation
  der(M1) = M1 - (b / c1) * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 ^ 2;
  der(M2) = c2 / c1 * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 ^ 2;
  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 15, Interval = 0.01));
end Var1;

```

```

1  model Var1
2    constant Real M1_0 = 6.8 * 1e6;
3    constant Real M2_0 = 6 * 1e6;
4
5    constant Integer p_crit = 35 * integer(1e3);
6    constant Integer N = 31 * integer(1e3);
7    constant Integer q = 1;
8    constant Real p1 = 11.5 * integer(1e3);
9    constant Integer tau1 = 18;
10   constant Real p2 = 8.7 * integer(1e3);
11   constant Integer tau2 = 23;
12
13   constant Real a1 = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * N * q);
14   constant Real a2 = p_crit / (tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
15   constant Real b = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
16   constant Real c1 = (p_crit - p1) / (tau1 * p1);
17   constant Real c2 = (p_crit - p2) / (tau2 * p2);
18
19   Real t = time / c1;
20   Real M1(t);
21   Real M2(t);
22   initial equation
23     M1 = M1_0;
24     M2 = M2_0;
25   equation
26     der(M1) = M1 - (b / c1) * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 ^ 2;
27     der(M2) = c2 / c1 * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 ^ 2;
28     annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 15, Interval = 0.01));
29   end Var1;
30
31
32
33
34
35
36

```

Ln: 32, Col: 0

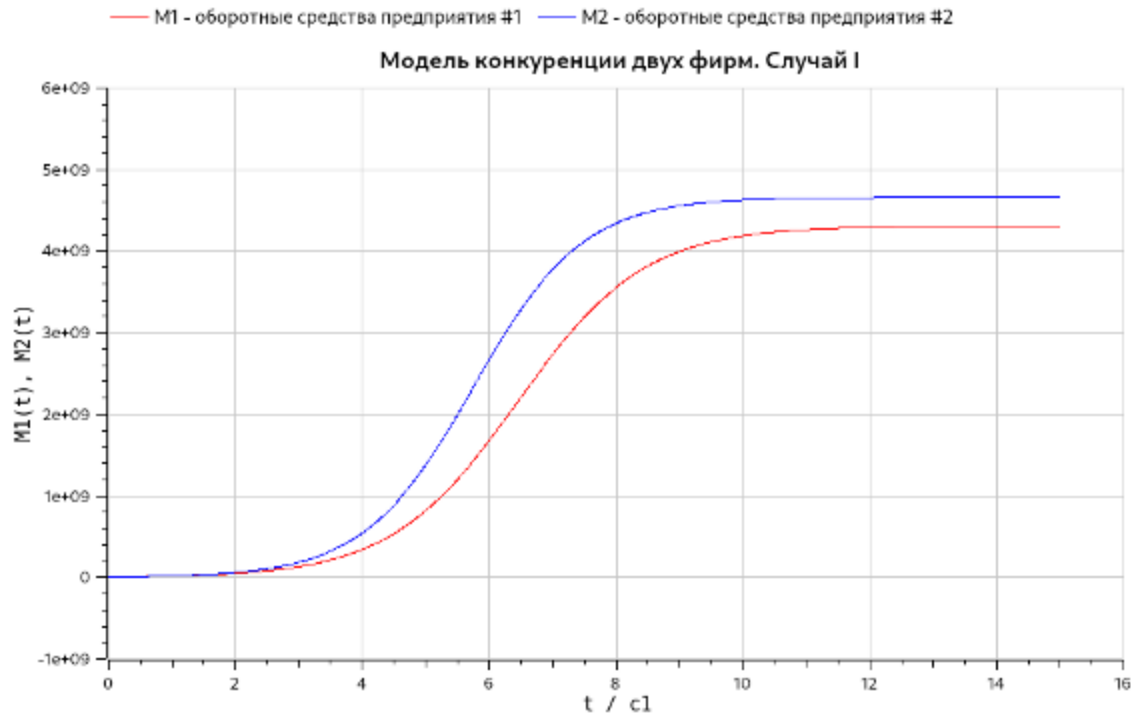
Welcome

Modeling

Plotting

Debugging

Modelica. Скрипт. Конкуренция двух фирм. Случай I



Modelica. Модель. Конкуренция двух фирм. Случай I

Напишем код на modelica для решения 2-ой задачи: изменим ДУ.

```
model Var2
  constant Real M1_0 = 6.8 * 1e6;
  constant Real M2_0 = 6 * 1e6;

  constant Integer p_crit = 35 * integer(1e3);
  constant Integer N = 31 * integer(1e3);
  constant Integer q = 1;
  constant Real p1 = 11.5 * integer(1e3);
  constant Integer tau1 = 18;
  constant Real p2 = 8.7 * integer(1e3);
  constant Integer tau2 = 23;

  constant Real a1 = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * N * q);
  constant Real a2 = p_crit / (tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
  constant Real b = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);
  constant Real c1 = (p_crit - p1) / (tau1 * p1);
  constant Real c2 = (p_crit - p2) / (tau2 * p2);

  Real t = time / c1;
  Real M1(t);
  Real M2(t);
initial equation
  M1 = M1_0;
  M2 = M2_0;
```


equation

```
der(M1) = M1 - (b / c1 + 0.00067) * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 ^ 2;  
der(M2) = c2 / c1 * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 ^ 2;  
annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 15, Interval = 0.01));  
end Var2;
```

```
1 model Var2  
2   constant Real M1_0 = 6.8 * 1e6;  
3   constant Real M2_0 = 6 * 1e6;  
4  
5   constant Integer p_crit = 35 * integer(1e3);  
6   constant Integer N = 31 * integer(1e3);  
7   constant Integer q = 1;  
8   constant Real p1 = 11.5 * integer(1e3);  
9   constant Integer tau1 = 18;  
10  constant Real p2 = 8.7 * integer(1e3);  
11  constant Integer tau2 = 23;  
12  
13  constant Real a1 = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * N * q);  
14  constant Real a2 = p_crit / (tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);  
15  constant Real b = p_crit / (tau1 ^ 2 * p1^2 * tau2 ^ 2 * p2^2 * N * q);  
16  constant Real c1 = (p_crit - p1) / (tau1 * p1);  
17  constant Real c2 = (p_crit - p2) / (tau2 * p2);  
18  
19  Real t = time / c1;  
20  Real M1(t);  
21  Real M2(t);  
22  initial equation  
23    M1 = M1_0;  
24    M2 = M2_0;  
25  equation  
26    der(M1) = M1 - (b / c1 + 0.00067) * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 ^ 2;  
27    der(M2) = c2 / c1 * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 ^ 2;  
28    annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 15, Interval = 0.01));  
29  end Var2;  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36
```

Ln: 31, Col: 0

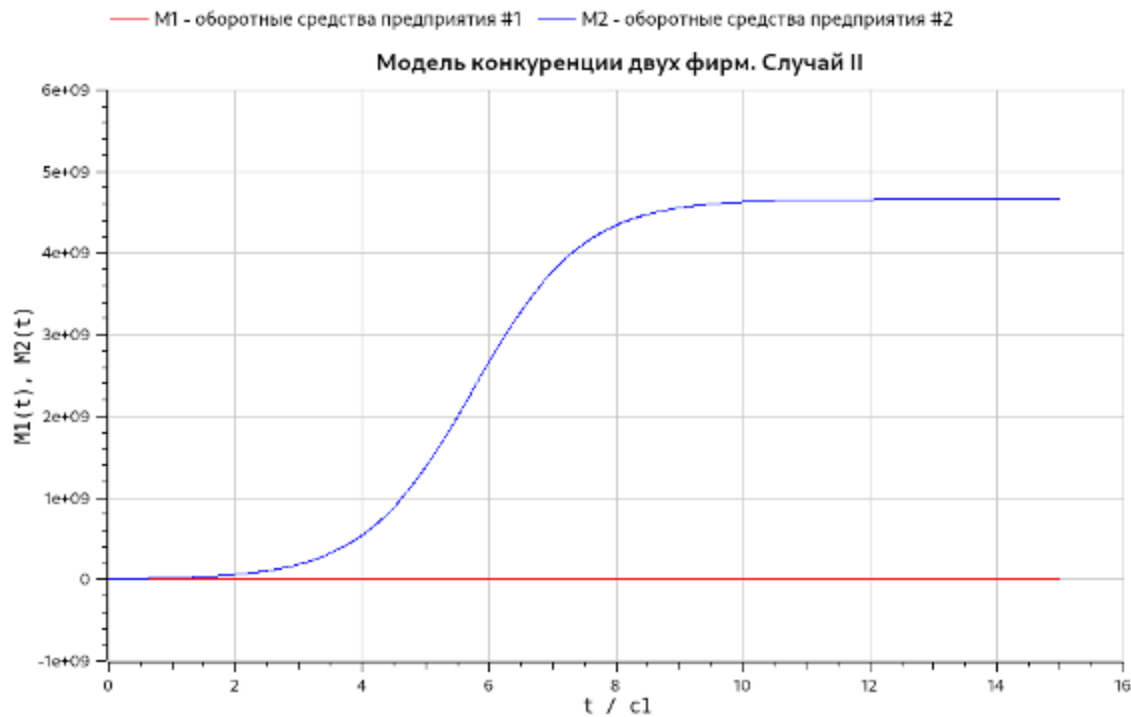
Welcome

Modeling

Plotting

Debugging

Modelica. Скрипт. Конкуренция двух фирм. Случай II



Modelica. Модель. Конкуренция двух фирм. Случай II

Вывод

Повысили навыки в области дифференциальных уравнений, улучшили навыки моделирования на Julia и на OpenModelica. Изучили и построили модель конкуренции двух фирм.

Ресурсы

- Julia. URL: http://www.unn.ru/books/met_files/JULIA_tutorial.pdf.
- OpenModelica. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/OpenModelica>.
- Эффективность рекламы. RUDN. URL: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=967257>.
- Pluto. URL: <https://plutojl.org/>.
- Plots in Julia. URL: <https://docs.juliaplots.org/latest/tutorial/>.
- Differential Equations in Julia. URL: https://docs.sciml.ai/DiffEqDocs/stable/getting_started/.