Tema#1: Mecânica

Bartolomeu Joaquim Ubisse

Instituto Superior de Ciências de Saúde (ISCISA)

(Aulas preparadas para estudantes de Anatomia Patológica)

27 de Junho de 2021

Conteúdos

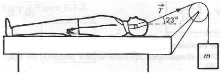
1. Porque estudar Mecânica no curso de Saúde?
2. Grandezas físicas (escalares e vectoriais)
   - Componentes de vector, módulo e vectores unitários
   - Operação sobre vectores
3. Cinemática de um ponto material
4. Dinâmica de um ponto material
   - Leis de Newton
   - Forças especiais
   - Torque (momento de força)
   - Equilíbrio dos corpos
5. Trabalho e Energia

Porque estudar Mecânica no curso de Saúde?

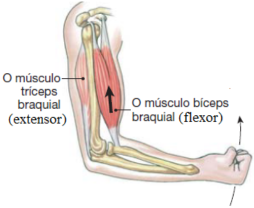
Mecânica

É o ramo da Física que se dedica ao estudo do movimento dos corpos.

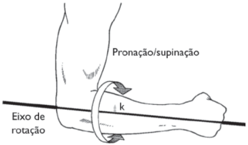
Quando os músculos do corpo humano exercem forças,podem mudar o estado de movimento de um corpo e também podem causar deformações.



Tracção[Okuno,1986]



Flexão e extensão[Silverthorn,2017]



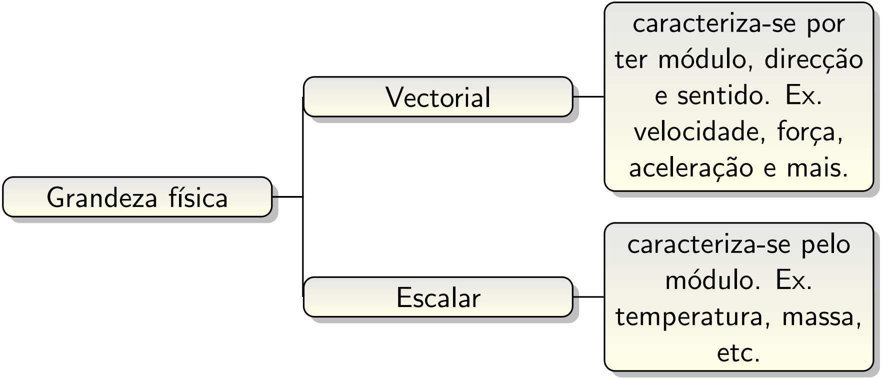
Rotação

Qual é a importância de se conhecer o movimento dos membros do nosso corpo?

GRANDEZAS FÍSICAS. OPERAÇÕES SOBRE VECTORES

Grandezas físicas (escalares e vectoriais).

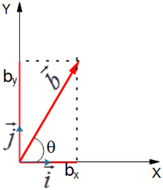
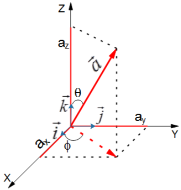
Qualquer propriedade mensurável de um fenómeno, corpo e/ou substância é uma grandeza.



Existem diferentes maneiras de representar vectores dependendo da comodidade de cada autor. Nas nossas sessões usaremos uma **letra minúscula com uma seta em cima**, por ex., $\vec{a}$.

Componentes de vector, módulo e vectores unitários.

As componentes de vector são as suas projecções ao longo dos eixos do sistema de coordenadas.

2D	3D
	
$b_x = \lvert\vec{b}\rvert cos\theta$ $b_y = \lvert\vec{b}\rvert sin\theta$ $\lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{b_x^2 + b_y^2}$	$a_x = \lvert\vec{a}\rvert sin\theta cos\phi$ $a_y = \lvert\vec{a}\rvert sin\theta sin\phi$ $a_z = \lvert\vec{a}\rvert cos\theta$ $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$	$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$

$\vec{i}, \vec{j}$ e $\vec{k}$ são vectores unitários e $|\vec{a}|$ chama-se módulo do $\vec{a}$.

Operação sobre vectores

Adição e subtração

A adição e subtração de vectores pode-se efectuar mediante dois métodos: Analítico e geométrico.

Analítico

Dados dois vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ de forma analítica, o vector soma $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ é dado por:

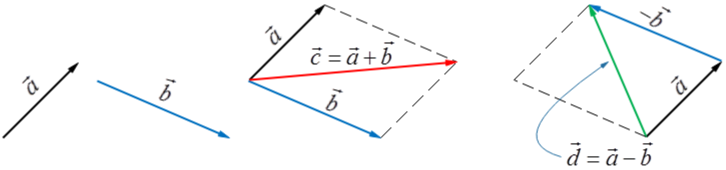
$$\vec{c} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k} \tag{1}$$

e o vector diferença $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ é dado por:

$$\vec{d} = (a_x - b_x)\vec{i} + (a_y - b_y)\vec{j} + (a_z - b_z)\vec{k} \tag{2}$$

Geométrico

Sejam dados dois vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, o vector soma $\vec{c}$ e o vector diferença $\vec{d}$ são expressos conforme se ilustra nos diagramas ii) e iii) respectivamente.



i) Dois vectores   ii) Soma   iii) Diferença

Operação sobre vectores - Cont.

Produto Escalar

O produto escalar de $\vec{a}$ e $\vec{b}$, $(\vec{a} \cdot \vec{b})$, é um número definido por:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|cos\vartheta \tag{3}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \tag{4}$$

Comparando as duas expressões, conclui-se que:

$$cos\vartheta = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$

$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ - **condição de perpendicularidade**

Operação sobre vectores - Cont.

Produto vectorial

O produto vectorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b})$, é um terceiro vector $\vec{c}$ definido por:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| sin\vartheta \cdot \hat{\mathbf{n}} \tag{5}$$

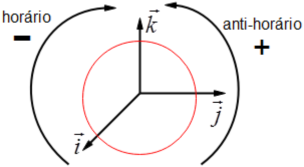
Onde, $\hat{\mathbf{n}}$- vector unitário $\perp$ ao plano formado por $\vec{a}$ e $\vec{b}$; ϑ– é o menor ângulo entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

$\vec{a} \times \vec{b} = 0$ - **condição de paralelismo**

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k} \tag{6}$$

Operação sobre vectores - Cont.



$$
\begin{aligned}
\vec{i}\times\vec{j} &= \vec{k} \quad ; \quad \vec{j}\times\vec{i} = -\vec{k}\\
\vec{j}\times\vec{k} &= \vec{i} \quad ; \quad \vec{k}\times\vec{j} = -\vec{i}\\
\vec{k}\times\vec{i} &= \vec{j} \quad ; \quad \vec{i}\times\vec{k} = -\vec{j}
\end{aligned}
$$

$$\vec{i}\times\vec{i} = \vec{j}\times\vec{j} = \vec{k}\times\vec{k} = 0$$

Operação sobre vectores - Cont.

Produto misto

O produto misto (escalar-vectorial) é um escalar cujo módulo equivale ao volume do paralelepípedo formado na base dos três vectores:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \tag{7}$$

Produto duplo

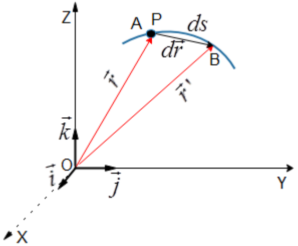
$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b}) \tag{8}$$

CINEMÁTICA DE UM PONTO MATERIAL

Cinemática de um ponto material

A cinemática dedica-se ao estudo do movimento dos corpos sem considerar as suas causas.

Quando um corpo muda da sua posição com o decorrer do tempo diz se que este está em movimento e, caso contrário, está em repouso.



As equações paramétricas do ponto **P** são:

$$x = x(t)$$
$$y = y(t)$$
$$z = z(t)$$

Assim, o vector posição é:

$$\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \tag{9}$$

Cinemática de um ponto material - Cont.

Trajectória: é o conjunto das sucessivas posições do corpo que se move no decorrer do tempo. Assim, a equação da trajectória obtém-se eliminando o tempo (t) nas equações paramétricas.

$F(x, y, z) = 0$

Velocidades instantânea e média

O conhecimento da variação da posição do corpo com o decorrer do tempo consegue-se atraves da velocidade. De notar-se que a trajectória do corpo pode variar ao longo do tempo e a velocidade é em cada instante tangente à trajectória.

Por várias razões, podemos estar interessados em conhecer a velocidade em cada instante do movimento do corpo, deste modo a velocidade em causa é denominada **instantânea**:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{10}$$

Cinemática de um ponto material - Cont.

Assim, conjugando (9) com (10) resulta:

$$\vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k} \qquad (11)$$

Por outro lado, podemos estar interessados em saber qual foi a velocidade do corpo ao se deslocar da posição **A** até à posicão **B**. Para tal, teremos que saber o espaço percorrido pelo corpo e o tempo gasto durante esse percurso. Neste caso, a velocidade em causa chama-se **velocidade média** e pode ser escalar ou vectorial.

Velocidade média escalar

$$v_{med} = \frac{\Delta s}{dt}$$

Vector velocidade média

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{dt}$$

Cinemática de um ponto material - Cont.

Aceleração

É a taxa de variação da velocidade do corpo ao longo do tempo.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{12}$$

onde, $\Delta \vec{v}$ é a variação da velocidade nos intantes t e $t + \Delta t$. No instante t a velocidade é $\vec{v}$ e no instante $t + \Delta t$ é $\vec{v} + \Delta \vec{v}$.

Reparem que $\dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ é vector aceleração média do corpo no intervalo de tempo Δt.

Assim, o vector aceleração média é:

$$\vec{a}_{med} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{t_B - t_A} \tag{13}$$

Cinemática de um ponto material - Cont.

Um facto importante a registar é que sempre que se falar de movimento de uma corpo, este possui uma **velocidade** e o seu movimento segue uma dada **trajectória**[1].

Tendo em consideração à trajectŕia seguida, tem-se:

1. Movimento em trajectória rectilínea;
2. Movimento em trajectória curvelínea;
3. Movimento em trajectória circular.

[1] É claro que existe também movimento de um corpo entorno do seu eixo próprio, porém, se destacarmos um ponto na superfície do corpo poderemos perceber que a trajectória é circular.

Cinemática de um ponto material - Cont.

Movimento rectilíneo

- Movimento rectilíneo uniforme (MRU) $\vec{v} = const.$
  $x(t) = x_o + vt$

- Movimento rectilíneo uniformemente variado (ou Movimento rectilíneo com aceleração constante) $\vec{a} = const.$

  $x(t) = x_o + v_o t \pm \frac{1}{2}at^2$
  $v(t) = v_o \pm at$
  $v^2 = v_o^2 \pm 2aS$

O sinal (-) é quando $\vec{a}$ tem sentido oposto ao do movimento.

Cinemática de um ponto material - Cont.

Movimento em trajectória curvelínea

A velocidade de um corpo em movimento pode variar quer em sua magnitude, quer em sua direcção ou quer em ambos (módulo e direcção).

Para o movimento curvelíneo, geralmente a velocidade varia quer o módulo quer o sentido.

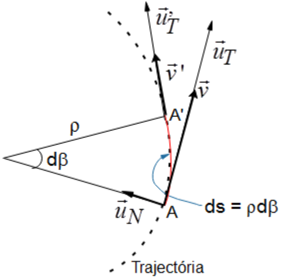
- Movimento no plano XOY com aceleração constante

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$$
$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{v}_o = v_{ox}\vec{i} + v_{oy}\vec{j}$$
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Cinemática de um ponto material - Cont.

- Movimento curvelíneo $\rho \neq const. \wedge a \neq$ const.



$$\vec{v} = v\vec{u}_T$$

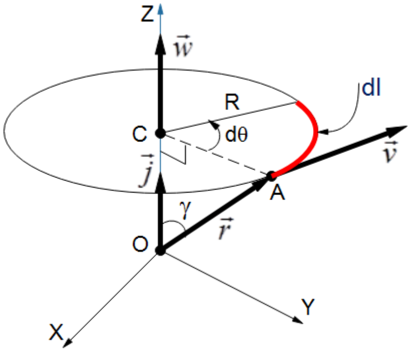
$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T + \frac{v^2}{\rho}\vec{u}_N$$

$$\vec{a} = a_T\vec{u}_T + a_N\vec{u}_N$$

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$$

Cinemática de um ponto material - Cont.

- Movimento Circular $\rho = const.$ $\quad (\rho = R)$



$$a_N \equiv a_c = \frac{v^2}{R} \tag{14}$$

$$dl = Rd\theta \Rightarrow v = r\omega$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\theta(t) = \theta_o + \omega_o t + 0.5\alpha t^2 \tag{15}$$

Se $\omega = const.$ estamos perante um movimento circular uniforme. Neste caso, o movimento é periódico.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{16}$$

DINÂMICA DE UMA PARTÍCULA

Dinâmica de uma partícula

A dinâmica dedica-se ao estudo do movimento dos corpos e as suas causas. A causa do movimento é sempre uma **força** que, numa linguagem coloquial, é entendida como um empurrão ou um puxão exercido sobre objectos. A unidade da força no SI é Newton (N), porém, aínda é frequente encotrar expressa em outras unidades como **dina** (dyn)[$1N = 10^5 dyn$].

No corpo humano, o que exerce forças são os músculos.

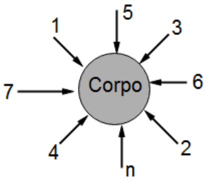
Quando a força é exercida sobre um corpo, dois fenómenos podem ocorrer sobre esse corpo, a saber:

- Mudança do seu estado de movimento;
- Deformação.

A descrição precisa e consistente da dinâmica dos corpos e/ou sistema dos corpos para o nosso estudo será feita baseando-se nas leis fundamentais da mecânica clássica - **As leis de Newton**

Primeira lei de Newton (lei da inércia)

Se a resultante das forças que actuam sobre um corpo é nula, o corpo permanece em repouso se inicialmente estava em repouso ou em movimento rectilíneo uniforme se inicialmente estava em movimento.



$$\sum_{i=0}^{n} \vec{F}_i = 0 \qquad (17)$$

2ª lei de Newton (Lei Fundamental da Dinâmica)

Um corpo sob atuação de uma força move-se de tal forma que a taxa de variação temporál da sua quantidade de movimento se iguale à essa força.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Longrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \tag{18}$$

onde, $\vec{p} = m\vec{v}$ é a quantidade de movimento do corpo, $\vec{F}$ é a força resultante que actua sobre o corpo e m é a massa do corpo.

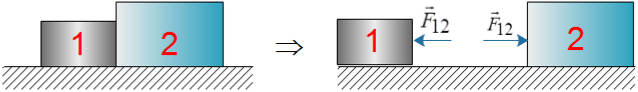
A massa é uma propriedade intrínseca dos corpos. Nós só temos a sensação física da sua presença quando tentamos acelerar um corpo aplicando uma força. Deste modo, embora não tenha uma definição coloquial, pode-se entender a *massa como a quantidade de matéria que um dado objecto possui.*

A unidade de massa no SI é quilograma (kg), porém é ainda é frequente encontrar em outras unidades, por exemplo em *pound-mass (lb)* [$1kg = 2.205lb$]

3ª lei de Newton (Lei de acção e reacção)

Quando dois corpos interagem, as forças que cada corpo exerce sobre o outro são iguais em módulo e têm sentidos opostos.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Longrightarrow \left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right| \tag{19}$$



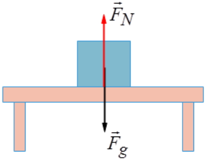
1. Força gravitacional
   A força gravitacional ($\vec{F}_g$) é uma força de atracção que um corpo exerce sobre um outro (ex. terra - lua). Porém, na nossa discussão estaremo-nos referindo à força com que a Terra atrai os corpos para o seu centro.

   $$\vec{F}_g = m\vec{g} \tag{20}$$

   onde, $\vec{g}$ é aceleração de gravidade ($g = 9.82m/s^2$)
2. Peso
   É a força que um determinado objecto exerce, perpendicularmente, sobre uma superfície de sustentação ou sobre ponto de suspensão

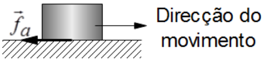
3. Força Normal

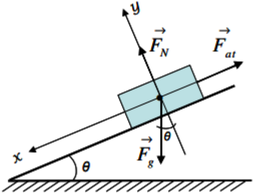
   Quando um corpo exerce uma força sobre uma superície, a superfície (ainda que aparentemente rígida) se deforma e empura o corpo com uma força normal $\vec{F}_N$ que é perpendicular à mesma superfície.



4. Força de atrito

   A força de atrito é aquela que age sobre duas superfícies em contacto e sob movimento relativo.





$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow -f_a + F_g sin\theta = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -F_g cos\theta + F_N = 0 \end{cases}$$

$$\mu = tg\theta$$

Existe dois tipos de força de atrito, a saber:

- Força de atrito estático;
- Força de atrito cinético.

Força de atrito estático

Se o corpo não se move, a força de atrito estático $\vec{f_s}$ e a componente de $\vec{F}$ paralela à superfície se equilibram.

A força de atrito estático acima do qual o corpo começa a se mover denomina-se força de atrito estático máximo e é expresso por:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \tag{21}$$

onde, μ_s é o coeficiente de atrito estático e é adimensional $(\mu_s < 1.0)$

Força de atrito cinético

Se o corpo começa a deslizar sobre a superfície, o módulo da força de atrito diminui rapidamente para um valor dado por:

$$f_k = \mu_k F_N \tag{22}$$

onde, μ_k é o coeficiente de atrito cinético e é adimensional ($\mu_k < 1.0$)

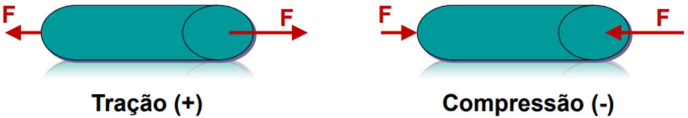
Tabela 1: Coeficientes de atrito de alguns materiais [Okuno & Fratin,2014]

Materiais	μ_s	μ_k
Vidro com vidro	0.94	0.40
Madeira com madeira	0.25 - 0.50	0.20
Osso com osso com líquido sinovial no corpo humano	0.01	0.003

5. Força de tração /compressão

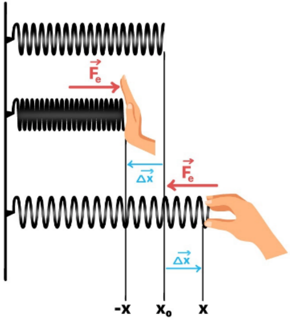
A força de tração/compressão é aquela que é aplicada a um corpo numa direcção perpendicular à superfície e com sentido para o exterior/interior do corpo.

Para o nosso curso, estas forças são exercidas sobre fibras musculares, tendões, ligamentos e nos ossos. No geral, estas forças ocorrem nos cabos e barras ideais (com massas disprezíveis).



6. Força Elástica (F_e)

A força elástica visa a repor a posição inicial do corpo quando este é sujeito à forças de tração ou compressão. Esta força é também designada de restauradora e tem origem nas forças intermoleculares que mantém as moléculas e/ou átomos unidos.



Lei de Hooke

A lei de Hooke demonstra que existe uma relação linear entre força aplicada e deformação de um objeto sólido.

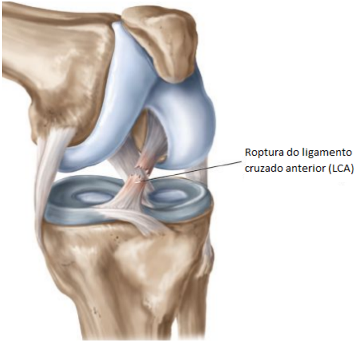
$$\vec{F}_e = -k\Delta\vec{x} \tag{23}$$

onde, k é a constante elástica e Δx é a elongação.

Dinâmica de uma partícula

.... Forças especiais ....

Tensão *versus* Deformação. [Kesten,P & Tauck, D.,2017]



LCA rompido [Kesten,P & Tauck, D.,2017]

A constante elástica é uma medida de elasticidade dos objectos (tendões, ligamentos e mais).

No caso de objectos sólidos,

$$k = E\frac{A}{\ell_o}$$

onde, E é **módulo de Young** em N/m^2, ℓ_o é o comprimento inicial do material (objecto) em metros (m) e A é area de secção transversal em m^2.

O módulo de Young (E) é uma propriedade mecânica com base no qual mede-se a rigidez de um sólido.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \tag{24}$$

onde, σ é a tensão (também chamado de *stress*) ($\sigma = F/A$) em N/m^2 no SI e ϵ é a deformação relativa do corpo (*strain*) ($\epsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_o}$), isto é, mudança no comprimento dividido pelo comprimento original.

7. Força centrípeta

Uma força centrípeta é aquela que acelera os corpos modificando somente a direcção das suas velocidades. As direções da aceleração centrípeta e da força centrípeta não são constantes; variam continuamente de modo a apontar sempre para o centro do círculo.

$$F_c = m\frac{v^2}{R} \tag{25}$$

onde, R é o raio do círculo descrito pela corpo durante o seu movimento.

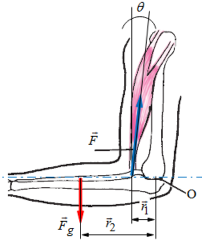
Torque é uma medida quantitativa da tendência de uma força excêntrica causar rotação ao redor de um ponto.

Em seres humanos, quando os músculos contraem, exercem forças excêntricas nos ossos fazendo com que estes girem através das suas uniões (cotovelos por exemplo).

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \tag{26}$$

O torque causado pela contração do biceps é:

$$|\vec{\tau}| = \left|\vec{F}\right| |\vec{r}_1| cos\theta$$



.... Equilíbrio dos corpos ....

1. Equilíbrio estático - quando a resultante das forças e dos torques que actuam sobre o corpo é nula.

$$\begin{cases} \sum_i \vec{F}_i = 0 \\ \sum_i \vec{\tau}_i = 0 \end{cases}$$

2. Equilíbrio dinâmico - quando a resultante das forças que actuam sobre um corpo em movimento é nula e, por essa razão, o corpo move-se a uma velocidade constante sem mudança da direcção.

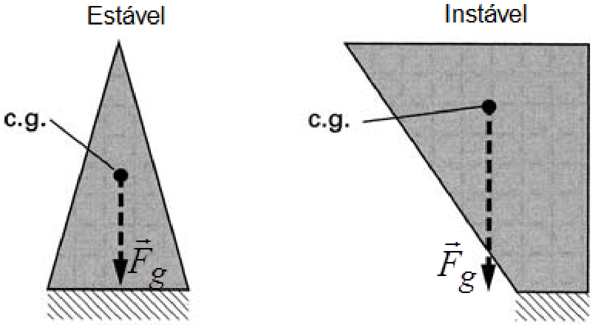
É importante notar que para pudermos controlar o equilibrio, temos que maximizar a estabilidade, i.é, a nossa habilidade de resistir à perturbação do equilíbrio. Para tal, é necessário que determinemos correctamente a posição do **centro de massa** do corpo e façamos, caso necessário, a sua correcta mudança.

Dinâmica de uma partícula

.... Equilíbrio dos corpos ....

O centro de massa é o ponto de equlíbrio de toda a massa do corpo e/ou sistema. Para os Homens, o ponto de centro de massa encontra-se a aproximadamente 56% da altura com os braços ao longo do corpo [Davidovits, P.,2008]

A posição do centro de massa em relação à base de sustentação determina se o equilíbrio é **estável** ou **instável**.



TRABALHO E ENERGIA

Trabalho e Energia

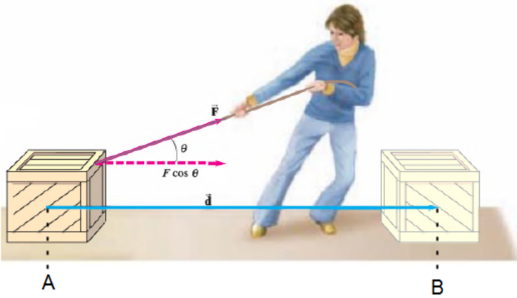
Em Física diz-se que houve realização de trabalho quando a partícula e/ou objecto sob acção de uma força deslocou de um ponto para outro.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} d\vec{r} \tag{27}$$

Quando a força[2] é constante (tanto em magnitude assim como em direcção), a Eq.(27) expressa-se por:

$$W_{AB} = Fdcos(\theta) \tag{27a}$$

onde, $d = \overline{AB}$



[2] Força resultante

Trabalho e Energia

Repare-se que $Fcos(\theta)$ é a força na direcção do deslocamento e podemos representar por $F_{||}$. Considerando a expressao da velocidade no movimento variado, isto é, $v^2 = v_o^2 + 2ad$ pode-se isolar a aceleração e expressar-se a força por

$$F_{||} = m\frac{v^2 - v_o^2}{2a} \tag{28}$$

Substituindo (28) em (27a) tem

$$W_{AB} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 \tag{29}$$

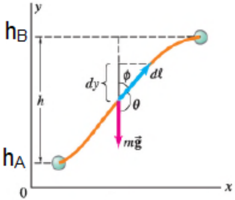
A quantidade $\frac{1}{2}mv^2$ é chamada **energia cinética de translação (E_c)** dos corpos.

Considerando-se a expressão da Eq.(29) pode-se definir trabalho como sendo a variação da energia cinética. Esta afirmação é geral e é válida para qualquer natureza da força.

Tanto o trabalho qunto a energia cinética, as suas unidades no SI é *joule* (J). Porém, existem outras unidades que são também usadas, como por exemplo, *ergs*[3] e *electron-volt* (eV)[4]

Em caso de forças conservativas (Ex. $\vec{F}_g$), o trabalho efectuado por elas não depende da trajectória seguida mas sim, da posições inicial e final.

$$W_{AB} = mg\left(h_A - h_B\right) \quad (30)$$



[3] $1 ergs = 10^{-7} J$
[4] $1 eV = 1.6 \times 10^{-16} J$

Trabalho e Energia

A quantidade mgh chama-se **energia potencial gravitacional (E_p)** da partícula.

$$E_p = mgh \tag{31}$$

Tabela 2: Exemplos de forças conservativas e não conservativas

Forças conservativas	**Forças não conservativas**
Gravitacional	Atrito
Elástica	Tensão
Eléctrica	

A energia potencial elástica é dada por

$$E_{pe} = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \tag{32}$$

Quando um corpo realiza o movimento de rotação já não podemos usar a expressão $\frac{1}{2}mv^2$ porque esta só nos daria a energia cinética do **centro de massa**. Assim, é necessário que se use a velocidade angular, pois, esta é a mesma para os diferentes pontos do objecto.

$$E_c = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2 \qquad (33)$$

O termo entre parênteses na Eq.(33) designa-se **momento de inércia (I)** e depende da forma como está distribuida a massa do corpo em relação ao eixo de rotação.

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad \text{ou} \quad I = \int r^2 dm \tag{33a}$$

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2 \tag{33b}$$

Conservação da energia mecânica

Se em um sistema, as forças que realizam trabalho são somente as conservativas, a energia mecânica total do sistema não decresce e ném aumenta. Ela mantem-se constante.

$$EM_A = EM_B \Rightarrow E_{cA} + E_{p_A} = E_{cB} + E_{p_B} \tag{34}$$

Onde, *EM* refere à energia mecânica e os índices (A e B) dizem respeito às posições onde está a partícula.

FIM AULA #01

Resolva a Ficha de exercícios (AP# 01) e apresente as suas dúvidas nas aulas práticas.