

Tema#2: Mecânica dos fluidos

Bartolomeu Joaquim Ubisse

Instituto Superior de Ciências de Saúde (ISCISA)

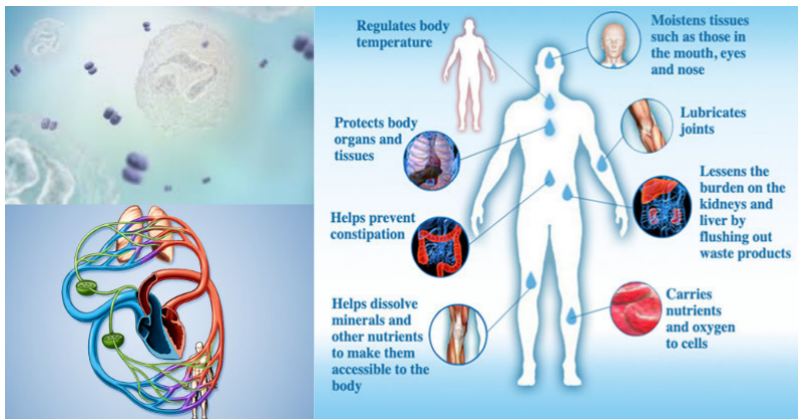
(Aulas preparadas para estudantes de Anatomia Patológica)

6 de Agosto de 2021

- 1 Porque Mecânica dos fluídos no curso de Saúde?
- 2 Conceito de fluido. Distinção entre líquido e gás
 - Propriedade mecânicas dos fluidos
- 3 Hidrostática
 - Pressões em líquidos estáticos
- 4 Manômetros
- 5 Hidrodinâmica
 - Fluido ideal em escoamento laminar
 - Escoamento turbulento - Número de Reynolds

Porque Mecânica dos fluídos no curso de Saúde?

Mecânica dos Fluidos: Ciência que trata do comportamento dos fluidos em repouso e em movimento. Estuda o transporte de quantidade de movimento nos fluidos



[Imagens adaptadas em: <[URL1](#) ; [URL2](#) >. Acesso em 03/08/2021.]

Conceito de fluido. Distinção entre líquido e gás

Fluido é uma substância que sofre uma deformação contínua quando submetida a uma força tangencial, por mais pequena que ela seja.

Os fluidos classificam-se em:

- ① Líquidos e
- ② Gases

O estado físico de uma substância depende do balanço entre a energia cinética das partículas (moléculas e ou átomos) que compõem a substância e as forças intermoleculares. A energia cinética, que é dependente de temperatura, faz com que as partículas se movimentem e estejam mais afastadas. Porém, as forças intermoleculares mantêm as partículas mais próximas umas das outras.

Conceito de fluido. Distinção entre líquido e gás - Cont.



Figura 1: Líquido

- Conserva seu volume e forma uma superfície livre no recipiente
- Mais denso que o gás
- Forças intermoleculares não são suficientemente forte para impedir o movimento das moléculas - o líquido ganha a forma do recipiente

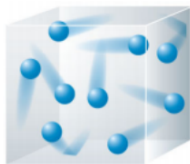


Figura 2: Gás

- A energia cinética média das moléculas é maior que a energia potencial atractiva entre as moléculas;
- Força intermolecular fraca permite que o gás se expande ocupando todo o volume disponível.
- o gás é compressível ($d\rho/dp \neq 0$)

Líquidos e gases podem coexistir em misturas de duas fases (Ex.vapor-água, água com bolhas de ar).

Propriedade mecânicas dos fluidos

As propriedades dos fluidos são fundamentais para uma melhor análise do seu comportamento sob certas condições de funcionamento. As propriedades podem ser várias, dependendo da área de aplicação, porém, para nós importam só as seguintes:

- Massa específica ou densidade absoluta (ρ)
- Peso específico (γ)
- Viscosidade (μ)
- Tensão superficial

Massa específica - é a razão entre a massa contida em um volume infinitesimal do fluido pela magnitude desse volume.

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad (1)$$

Propriedade mecânicas dos fluidos - Cont.

Se a massa específica for igual em todos os pontos do fluido, então a sua expressão fica:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1a)$$

A massa específica é muito variável em gases e aumenta quase proporcionalmente com a pressão. Porém, para os líquidos é quase constante (aumenta somente 1% se a pressão for aumentada por um factor de 220).

Tabela 1: Massas específicas de alguns fluidos

Fluido	T(°C)	$\rho(kg/m^3)$
Sangue	37	1050
Plasma sanguíneo	37	1030
Água pura	4	1000
Ar	0	1.30

Propriedade mecânicas dos fluidos - Cont.

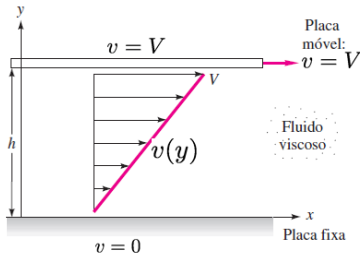
Peso específico (γ)- é o peso por unidade de volume, i.é.,

$$\gamma = \frac{P}{V} = \rho g \quad (2)$$

onde, γ é o peso específico em N/m^3 no SI ou lbf/ft^3 em unidades de campo (*field units*) e, g é aceleração de gravidade

Viscosidade (μ)- é uma medida quantitativa da resistência de um fluido ao escoamento. Ela surge devido à coesão e interação entre moléculas do fluido, que oferece resistência para deformação de cisalhamento.

Se considerarmos o escoamento do fluido como o movimento de um conjunto de camadas horizontais sobrepostas, onde cada camada desliza sobre a outra, então a viscosidade representa o atrito entre essas camadas.



Propriedade mecânicas dos fluidos - Cont.

Os gases e alguns líquidos pouco viscosos (Ex.: água, leite, soluções de sacarose, óleos vegetais) são fluidos **newtonianos** onde há uma dependência linear entre a tensão de cisalhamento e o gradiente de velocidade das camadas do fluido em movimento.

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (3)$$

onde a constante de proporcionalidade μ é a viscosidade e, sua unidade no SI é kg/ms ou $N.s/m^2$. Outra unidade também muito usada no sistema CGS é *centipoise* (cP) ($1cP = 0.01P$)

Na realidade, a viscosidade é função da pressão e temperatura ($\mu = \mu(p, T)$) e, dependendo do tipo de fluido (líquido ou gás), existem várias correlações que permitem a sua determinação para determinadas faixas de temperaturas e pressões.

Propriedade mecânicas dos fluidos - Cont.

Os fluidos em que não se verifica a dependência linear entre a tensão de cisalhamento e o gradiente de velocidades, são chamados de **não newtonianos** e abrangem muitas classes, conforme a fig.3.

Por exemplo, os pseudoplásticos, como é o caso do *plasma sanguíneo*, não necessitam de uma tensão mínima para escoar.

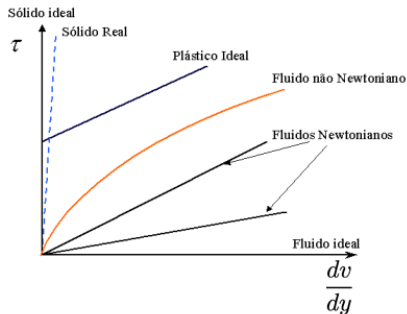


Figura 3: Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação [Alé, J., 2011]

Propriedade mecânicas dos fluidos - Cont.

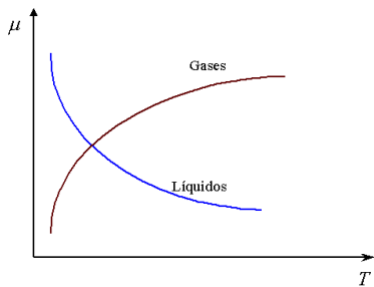


Figura 4: $\mu \times T$ [Alé, J., 2011]

Tabela 2: Viscosidade de alguns fluidos [Okuno, E., 1986]

Fluido	T(°C)	$\mu(N.s/m^2)$
Sangue	37	4.00×10^{-3}
Plasma sanguíneo	37	1.50×10^{-3}
Água	0	1.79×10^{-3}
	20	1.00×10^{-3}
	37	6.91×10^{-4}
Ar	0	1.71×10^{-5}
	18	1.83×10^{-5}
	40	1.90×10^{-5}

Porque é comum as equipes de salvção cobrirem as pessoas (com mantas e/ou outros tecidos) após sofrerem um acidente (ex. de viação)?

HIDROSTÁTICA

Hidrostática

A hidrostática dedica-se ao estudo de fluidos líquidos em repouso onde a tarefa fundamental é determinar a distribuição da pressão em líquidos homogêneos.

Quando uma força é aplicada a um fluido, esta transmite-se uniformemente em todas as direcções do mesmo. Consequentemente, a perturbação da pressão causada em um dado ponto do fluido em repouso, faz-se sentir da mesma maneira (com a mesma magnitude) em qualquer ponto do fluido.

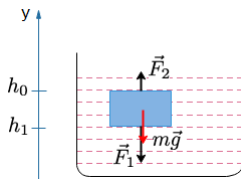
O fluido também exerce força sobre a superfície do recipiente onde é contido. Essa força é perpendicular à superfície e, por essa razão a superfície sente uma pressão expressa por:

$$p = \frac{F}{S} \quad (4)$$

sendo, p a pressão em Pascal (Pa), F a força em Newton (N) exercida pelo fluido sobre a superfície S perpendicular do recipiente em m^2 .

Hidrostática - Pressão absoluta

Consideremos um sistema de líquido e um corpo de massa m em equilíbrio. Assim, a resultante das forças que agem no sistema é nula ($\sum_i \vec{F}_i = 0$)



$$F_2 = F_1 + mg \Rightarrow p_2 = p_1 + \rho g(h_1 - h_0) \quad (5)$$

Deste modo, a pressão na profundidade (h_1) é:

$$p = p_0 + \rho gh \quad (5a)$$

Onde, p_0 é a pressão atmosférica normal ($p_0 = 1.01 \times 10^5 Pa = 1atm = 760mmHg$), h é a profundidade (em metros) na qual pretende se determinar o valor da pressão, g é aceleração de gravidade ($g \approx 9.81m/s^2$), e ρ é a densidade do líquido em kg/m^3

Hidrostatica - Pressão absoluta - Cont.

Na Eq.5a, p denomina-se **pressão absoluta ou total** e ρgh denomina-se **pressão manométrica**. Deste modo:

$$p_{manometrica} = p_{absoluta} - p_{atmosferica} \quad (6)$$

Varias conclusões que podemos tirar apartir da Eq.5a, a saber:

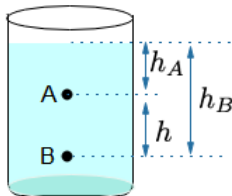
- Se o sistema é fechado, i.é., não está em comunicação com o meio externo, a pressão a uma profundidade h em um líquido homogêneo é: $p = \rho gh$
- A pressão é constante em todos os pontos que se encontram em um plano horizontal¹

¹Reparem que esta constatação permite-nos determinar a densidade de um dado líquido em caso de uma mistura de dois ou mais tipos de líquidos

Hidrostatica - Teorema de Stevin

Princípio fundamental da hidrostática ou Teorema de Stevin

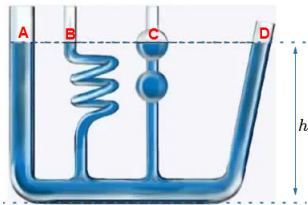
A diferença entre as pressões em dois pontos dentro de um líquido em equilíbrio é igual ao produto entre massa específica do líquido a aceleração de gravidade e a diferença entre as profundidades dos dois pontos em consideração.



$$\begin{aligned} p_B - p_A &= (p_0 + \rho g h_B) - (p_0 + \rho g h_A) \\ &= \rho g (h_B - h_A) \\ &= \rho g h \end{aligned} \quad (7)$$

Uma das aplicações do teorema de Stevin é o caso de vasos comunicantes.

Hidrostatica - Teorema de Stevin - Cont.

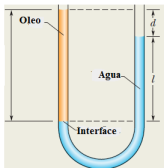


Reparem que independentemente da forma geométrica de cada vaso, quando o líquido (homogêneo) estiver em equilíbrio, a altura é sempre a mesma para todos os vasos.

$$p_A = p_B = p_C = p_D$$

O líquido pode não ser homogêneo, porém, o princípio de Stevin continua aplicável. Vejamos o seguinte exemplo:

Um tubo em U contem dois líquidos em equilíbrio estático. Um dos líquidos é a água ($\rho = 998 \text{ kg/m}^3$) e o outro é um óleo com uma densidade não conhecida. Sabendo que $l = 135 \text{ mm}$ e $d = 12.3 \text{ mm}$, determine a densidade do óleo.



$$p_{\text{oleo}} = p_0 + \rho_{\text{oleo}}g(l + d)$$

$$p_{\text{agua}} = p_0 + \rho_{\text{agua}}gl$$

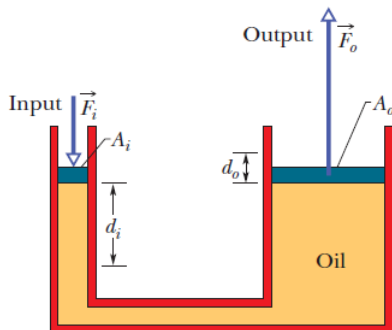
$$p_{\text{oleo}} = p_{\text{agua}} \Rightarrow \rho_{\text{oleo}}(l + d) = \rho_{\text{agua}}l$$

$$\rho_{\text{oleo}} = \left(\frac{l}{l+d} \right) \rho_{\text{agua}} \rightsquigarrow \rho_{\text{oleo}} = 915 \text{ kg/m}^3$$

Hidroestática - Princípio de Pascal

Princípio de Pascal

O acréscimo de pressão produzido num líquido em equilíbrio, por menor que seja, transmite-se integralmente a todos os pontos do fluido.



$$\Delta p_i = \frac{F_i}{A_i} \quad \text{e} \quad \Delta p_o = \frac{F_o}{A_o}$$

$$\Delta p_i = \Delta p_o \Rightarrow \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o}$$

$$F_o = F_i \frac{A_o}{A_i} \quad (8)$$

Usando agora o volume (V):

$$V_i = V_o \Rightarrow A_i d_i = A_o d_o$$

$$d_o = d_i \frac{A_i}{A_o} \quad (8a)$$

Hidrostatica - Princípio de Pascal - Cont.

Exemplo,

Considere que o raio da secção de pistão de entrada seja de 0.5 cm ($r_i = 0.5cm$) e o de secção de saída seja de 4.0 cm ($r_o = 4.0cm$) e, a força na entrada é de 50 N. A força no pistão de saída é:

$$F_o = \frac{\pi(4.0)^2}{\pi(0.5)^2} \times 50 = 3200N$$

Com este exemplo percebe-se que a força no pistão de saída é 64 vezes a força na entrada ($F_o = 64 \times F_i$). Reparem que esta amplificação consegue-se sem a necessidade de se realizar mais trabalho ($W = F_o d_o = F_i d_i$) e, isso é uma das vantagens do uso do princípio de Pascal.

Hidrostática - Princípio de Arquimedes

Princípio de Arquimedes

Um corpo totalmente ou parcialmente imerso em um líquido qualquer é sujeito a uma força vertical de baixo para cima (força de impulsão), igual ao módulo do peso do volume do líquido deslocado pelo corpo.

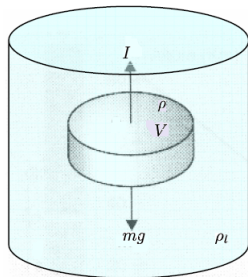


Figura 5: Força de impulsão

$$I = \rho_l V_l g \quad (9)$$

Onde, I é a força de impulsão em N , V_l é o volume do líquido deslocado em m^3 , ρ_l é a densidade do líquido e g é aceleração de gravidade. Reparem que a força resultante sobre o corpo é $\vec{F} = \vec{I} - m\vec{g}$, e a sua magnitude é:

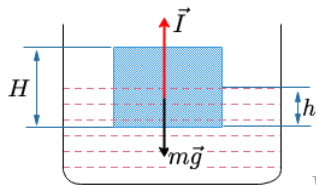
$$F = \rho_l V g - \rho V g = (\rho_l - \rho) V g \quad (10)$$

- Se $\rho_l > \rho$ o sentido da força \vec{F} é para cima e o corpo tende a flutuar;

Hidroestática - Princípio de Arquimedes - Cont.

Exemplo;

Um bloco denso de 6.0cm de altura e com uma densidade de $800\text{kg}/\text{m}^3$, é colocado em um líquido com uma densidade de $1200\text{kg}/\text{m}^3$. Determine a altura do bloco que imerge no líquido.



$$|\vec{I}| = m|\vec{g}| \Rightarrow \rho_l V_d g = \rho V g$$

$$\rho_l A h g = \rho A H g \Rightarrow h = H \frac{\rho}{\rho_l}$$

$$\leadsto h = 4.0\text{cm}$$

V_d é o volume do líquido deslocado pelo bloco.

Peso aparente

Corpos imersos em líquidos parecem ser mais leves do que realmente são fora dos líquidos.

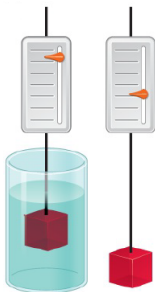


Figura 6: Peso aparente

$$\begin{aligned}P_{ap} &= P - \rho_l V_d g \\ &= \rho V g - \rho_l V_d g\end{aligned}\quad (11)$$

Se o corpo estiver totalmente imerso no líquido, i.,é., $V = V_d$:

$$P_{ap} = (\rho - \rho_l) V g \quad (11a)$$

onde, P_{ap} é peso aparente, P é o peso real do objecto, ρ é a densidade do objecto e V é o volume do objecto.

Hidrostatica - Princípio de Arquimedes - Cont.

Exemplo.

No corpo humano, a densidade de um músculo magro é de $1.06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ e a densidade do tecido gordo é de $9.3 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$. Se uma pessoa que pesa 833 N no ar livre tem um peso aparente de 27.4 N quando imerge na água, determine a percentagem de gordura no seu corpo, assumindo que só é composta de músculos e gordura.

Dados:

$$\rho_m = 1.06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_g = 9.3 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_l = 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$P = 833 \text{ N}$$

$$P_{ap} = 27.4 \text{ N}$$

$$\chi = ?$$

Vol. da pessoa:

$$P_{ap} = P - \rho_l V g$$

$$V = \frac{P - P_{ap}}{(\rho_l g)}$$

$$V \approx 0.081 \text{ m}^3$$

Densidade da pessoa:

$$P_{ap} = (\rho - \rho_l) V g$$

$$\rho = \frac{P_{ap}}{V g} + \rho_l$$

$$\rho = 1.034 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Hidrostatica - Princípio de Arquimedes - Cont.

A massa da pessoa é: $m = m_m + m_g$ e o volume da pessoa também é a superposição dos volumes, i.e., $V = V_m + V_g$. Assim:

$$\begin{aligned} m_m &= m - m_g & V &= V_m + V_g \\ m_m &= m - \chi m & \frac{m}{\rho} &= \frac{m_m}{\rho_m} + \frac{m_g}{\rho_g} & \chi &= \frac{\rho_g(\rho_m - \rho)}{\rho(\rho_m - \rho_g)} \\ m_m &= (1 - \chi)m & \frac{m}{\rho} &= \frac{(1 - \chi)m}{\rho_m} + \frac{\chi m}{\rho_g} & \chi &\approx 18\% \end{aligned}$$

onde, m_m é a massa muscular, m_g é a massa da gordura e m é a massa da pessoa.

Com este resultado pode-se afirmar que 18% da massa desta pessoa é gordura.

Qual é a faixa da percentagem de gordura em uma pessoa adulta saudável segundo a OMS?

MANÔMETROS

Manômetros

Os manômetros são aparelhos usados para medir pressões manométricas.

$$p_{manom} = p_{abs} - p_{atm}$$

A pressão atmosférica mede-se com o **barômetro** cujos princípios do funcionamento são acreditados a Torricelli(1608-1647)

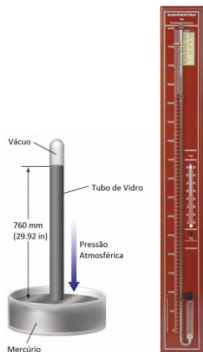


Figura 7: Barômetro de Torricelli

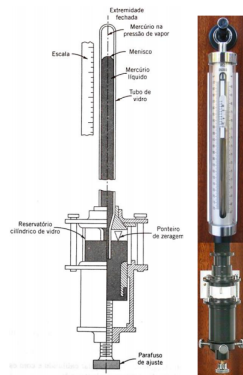


Figura 8: Barômetro de Fortin

Para a medição de pressões acima ou abaixo da pressão atmosférica (barométrica) usa-se manômetros. Estes subdividem-se em dois tipos:

- ① **Manômetros de coluna de líquido** - utilizam líquido como substância manométrica
 - Tubo em "U"
 - Colunas de áreas diferentes
 - Coluna inclinada
- ② **Manômetros de tipo elástico** - utilizam a deformação de um elemento elástico como meio para se medir a pressão.
 - Tipo tubo de Bourdon
 - Tipo diafragma
 - Tipo fole
 - Tipo cápsula

Manômetros - Cont.

É basicamente constituído por um tubo de vidro com uma secção uniforme, uma escala graduada e um líquido manométrico(H_2O , CCl_4 e Hg).

Seu princípio de funcionamento consiste na aplicação de pressão num dos terminais do seu tubo o que faz com que o líquido desça nesse ramo e suba no outro ramo. Por exemplo, para a Fig.9, a pressão aplicada é p_B . p_A é pressão atmosférica. Assim:

$$p_0 = p_A + \rho g H + \rho_m g h$$

$$p_1 = p_B + \rho g H + \rho g h$$

$$p_0 = p_1 \Rightarrow \boxed{p_B - p_A = (\rho_m - \rho) g h}$$

O inverso da diferença das densidades dos fluidos no tubo é a sensibilidade do manômetro, isto é,

$$\kappa = \frac{1}{\rho_m - \rho} \quad (12)$$

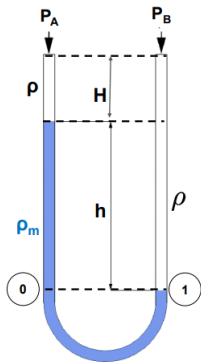
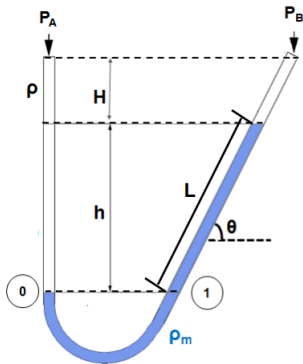


Figura 9: Tubo em U

Manômetros - Cont.

Assim, para que a sensibilidade do manômetro seja máxima, deve-se escolher ρ_m de tal forma que a diferença $(\rho_m - \rho)$ seja mínima. Porém os dois líquidos devem ser **imiscíveis**.

Manômetro de coluna inclinada



$$p_0 = p_A + \rho g H + \rho g h$$

$$p_1 = p_B + \rho g H + \rho_m g L \sin \theta$$

$$p_A - p_B = (\rho_m - \rho) g L \sin \theta$$

Repare-se que devido a inclinação do tubo, ocorre um maior deslocamento do fluido, pelo que, a sensibilidade deste manômetro aumenta com a diminuição do ângulo θ .

Figura 10: Coluna inclinada

Manômetros - Cont.

O manômetro de tubo tipo em U tem a desvantagem de que a mudança em altura do líquido deve ser lida em ambos lados do manômetro. Isto pode-se evitar usando manômetro de poço.

Manômetro de colunas de áreas diferentes (Manômetro de poço)

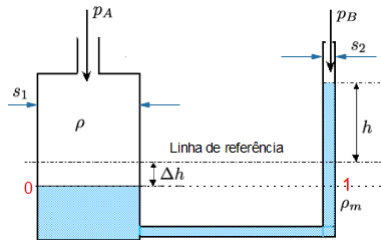


Figura 11: Manômetro de poço

$$p_0 = p_A + \rho g(h + \Delta h)$$

$$p_1 = p_B + \rho_m g(h + \Delta h)$$

$$p_A - p_B = g(\rho_m - \rho)(h + \Delta h)$$

Sendo que o volume deslocado é o mesmo (Eq. de continuidade) $V_1 = V_2$:

$$\Delta h s_1 = h s_2 \Rightarrow \Delta h = h \frac{s_2}{s_1}$$

$$p_A - p_B = (\rho_m - \rho)g \left(1 + \frac{s_2}{s_1} \right)$$

Manômetros - Cont.

Os manômetros de coluna de líquido embora actualmente estejam a ser progressivamente abandonados, principalmente na medicina, eles ainda desempenham um papel importante para a calibração de todos os manômetros modernos que utilizam uma gama de transdutores para a medição de pressão (Tubo de Bourdon, diafragma, capacitivos, Piezoeléctricos, relutância magnética e LVDT's - *linear variable displacement transducer* e mais.).

Nós não abordaremos todos os tipos transdutores, porém, limitaremos a nossa análise nos do tipo de Bourdon.

Manômetros de tipo elástico - Tubo de Bourdon

O manómetro de Bourdon é um medidor de pressão totalmente mecânico cujo princípio de funcionamento baseia-se na lei de Hooke. O tubo de Bourdon é acoplado a um sistema de engrenagens que também por sua vez é ligado a um ponteiro que, por uma escala graduada, consegue se ler o valor da pressão. Quando o tubo é submetido à uma força de pressão, estende-se (deforma-se) e o sistema de engrenagem gira movendo consigo o ponteiro.

Manômetros - Cont.

O tubo de Bourdon é curvado em vários formatos, isto é, **helicoidal**, **C**, **espiral** e **torcida**. Porém, os mais usados são a espiral e helicoidal (secção elíptica) visto que tem uma maior amplitude de movimentos e também tem uma maior rapidez de resposta se comparados com os de tipo **C**.

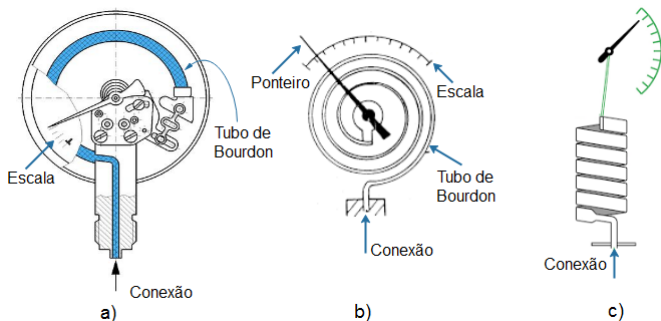


Figura 12: Tubos de Bourdon: a) Tipo C; b) Tipo espiral e c) Tipo helicoidal
[Imagens adaptadas em: <[URL1](#) ; [URL2](#) >. Acesso em 03/08/2021.]

Tarefa #1

Explique, usando no máximo duas páginas, o princípio de funcionamento do esfigmomanômetro pediátrico. A data limite de submissão desta tarefa é 08/08/2021, 23:30 hrs.

Itens a considerar:

1 Introdução

- Em linhas gerais dizer o que é esfigmomanômetro pediátrico, qual é a sua relevância e como é que você faz o seu estudo neste trabalho.

2 Desenvolvimento

- Constituição; funcionamento (a Física envolvida); faixas de pressão em que é utilizado e precisão.

3 Considerações finais

-Quais são as principais constatações deste trabalho. Em linhas gerais diga qual é princípio físico que governa o funcionamento do esfigmomanômetro pediátrico.

HIDRODINÂMICA

Hidrodinâmica

A hidrodinâmica estuda os fluidos líquidos em movimento. Este movimento é utilizado para se analisar o efeito das forças sobre as camadas do mesmo fluido tendo em conta que estas não tem a mesma velocidade. Ainda mais, também permite analisar as forças que o fluido exerce sobre a superfície do recipiente que o contém.

O entendimento da dinâmica do fluido no interior das condutas requer que primeiro conheçamos os tipos de escoamento.

Os escoamentos classificam-se em dois tipos, **laminar** (estacionário) e **turbulento** (não estacionário)

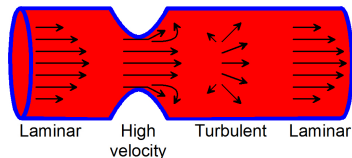


Figura 13: Escoamentos laminar e turbulento [[url](#)]. Acesso em 03/08/2021.]^{35/46}

- 1 **Escoamento laminar** - quando a agitação das camadas do fluido é mínimo e/ou desprezível. As camadas do fluido deslocam-se em planos paralelos ou em círculos concêntricos no caso de condutas circulares. Ocorrem em velocidade relativamente baixas.

Este fluxo é silencioso e, é usado para a medição da pressão diastólica ($\approx 85mmHg$)

- 2 **Escoamento turbulento** - o movimento das partículas é caótica e não se tem uma única linha de fluxo. Há formação de turbilhões. Ocorre em velocidades relativamente altas.

Este fluxo é barrulhento e, é usado para a medição da pressão sistólica ($\approx 120mmHg$)

A determinação se o fluxo é laminar ou turbulento é feita tendo em consideração o **número de Reynolds** que veremos mais adiante desta aula.

Fluxo ou vazão (Q)

É o volume do fluído que passa através de uma secção transversal de uma conduta por unidade de tempo.

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = A \times v \quad (13)$$

onde Q é o fluxo em m^3/s ou em l/s , Δt é o tempo de registo em s , A é a área em m^2 e v é a velocidade em m/s .

$$1\ell = 1dm^3 = 10^{-3}m^3$$

Hidrodinâmica - Fluido ideal em escoamento laminar

O estudo do movimento do líquido é na maioria dos casos feito considerando este como um fluido ideal ($\frac{d\rho}{dp} = 0$; $\mu = 0$). Esta é uma aproximação, pois, o líquido é real.

Equação de continuidade

Em um determinado volume que apresenta apenas uma secção de alimentação e uma de descarga, a vazão mássica de um fluido ideal na entrada é igual à vazão mássica do fluido na saída.



Figura 14:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$$

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

Sendo o líquido incompressível ($\rho_1 = \rho_2$),

$$\boxed{S_1 v_1 = S_2 v_2} \quad (14)$$

onde S é a secção e v é a velocidade do fluido.

Hidrodinâmica - Fluido ideal em escoamento laminar

Equação de Bernoulli

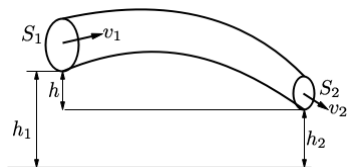


Figura 15:

- Usando a lei de conservação de energia:

$$E_{M2} - E_{M1} = W \quad (15)$$

$$\rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$$

(15a)

Se o tubo estiver na horizontal;

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$$

(15b)

Condições para aplicar a Eq. de Bernoulli:

- escoamento em regime permanente;
- fluido incompressível;
- efeitos viscosos desprezíveis;
- aplicada ao longo de uma linha de corrente

Lei de Poiseuille

A análise do movimento dos fluidos desprezando-se a fricção entre as capas infinitesimais do mesmo é uma simples aproximação e/ou idealização. Pois, na realidade, as moléculas do fluído atraem-se umas das outras inclusive com as do recipiente que o contém. Essa atracção é caracterizada por uma força de fricção denominada por fricção viscosa.

A força de fricção viscosa é proporcional à velocidade e à viscosidade do fluido em movimento. A velocidade por sua vez, varia com o raio do tubo circular no qual move-se o fluído.

Se o perfil da velocidade no interior do tubo circular é **parabólico**, com o máximo no centro do diâmetro e mínimo (zero) na superfície interna da conduta, então está-se perante um **fluxo laminar** e, a magnitude do fluxo volumétrico (caudal ou vazão) determina-se com base na **lei de Poiseuille**.

Hidrodinâmica - Fluido real em escoamento laminar

A lei de Poiseuille é matematicamente expressa por:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\mu l} \Delta p \quad (16)$$

onde, r é o raio do tubo, μ é a viscosidade do fluido, l é o comprimento do tubo e Δp é a diferença de pressão.

Considerando a resistência total da tubulação (R), a Eq.16 fica:

$$Q = \frac{\Delta p}{R} \quad (16a)$$

onde a resistência hidrodinâmica (R) é expressa por:

$$R = \frac{8\mu l}{\pi r^4} \quad [Nsm^{-5}] \quad (16b)$$

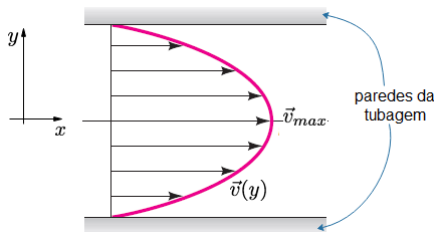


Figura 16: perfil da velocidade

Hidrodinâmica - Fluido real em escoamento laminar

Com base na expressão da resistência hidrodinâmica (Eq.16b) verifica-se que:

- se l duplica, R aumenta em factor 2;
- se μ duplica, R aumenta em factor 2;
- se r duplica, R aumenta em factor **16**;

O que isso significa?

Exemplo

Suponha que os músculos do seu esqueleto por certas razões necessitem de uma vazão sanguínea 5 vezes maior que a normal. Qual é a melhor forma que o organismo tem de satisfazer de uma forma sustentável essa demanda?

$$(I) 5Q = \frac{\pi r^4}{8\mu l} (5\Delta p) \text{ ou } (II) 5Q = \frac{\pi (1.5r)^4}{8\mu l} \Delta p?$$

O corpo ajusta os diâmetros das artérias e das arteríolas para se atender a demanda metabólica dos órgãos e tecidos.

Hidrodinâmica - Fluido real em escoamento laminar

No que concerne à velocidade, esta não é constante para diferentes camadas (Vide Fig.16), pelo que considera-se a velocidade média, isto é,

$$\bar{v} = \frac{r^2}{8\mu l} \Delta p \quad (17)$$

Exemplo,

Sabe-se que o sangue, ao sair da aorta, é distribuído para as várias artérias onde depois flui para as arteríolas e, por fim para os capilares. Se a soma das secções de todas as artérias é de 20cm^2 e o fluxo volumétrico do sangue através da aorta é de 90ml/s , qual é a velocidade média do escoamento do sangue pelas artérias?

$$A = 20\text{cm}^2$$

$$Q = 90\text{ml/s} = 90\text{cm}^3/\text{s}$$

$$Q = \bar{v}A \Rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A}$$

$$\bar{v} = 4.5\text{cm/s}$$

Escoamento turbulento - Número de Reynolds

Em geral, um fluido escoa laminarmente se a sua velocidade é relativamente baixa e as superfícies da tubagem onde o fluido se movimenta são lisas. Porém, se a velocidade de escoamento do fluido aumentar a atingir certo valor limite, as camadas do fluido começam a descrever trajectórias irregulares e formar-se turbilhões (remoinhos) no seio do fluido. Assim, diz-se que o fluido tem um escoamento turbulento.

A determinação se o escoamento é laminar ou turbulento, é feito com base no valor de uma magnitude adimensional denominado **número de Reynolds** (Re). Para um fluido que escoa em um tubo circular de diâmetro interno D , o número de Reynolds é expresso por

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (18)$$

onde ρ é a densidade do fluido, v é a velocidade e μ é a viscosidade.



Figura 17: Turbilhões
[White, F.M., 2011]

Escoamento turbulento - Número de Reynolds

Para a maioria dos fluidos onde o escoamento ocorre nos tubos circulares, o valor crítico é 2000

- $Re < 2000$ - escoamento laminar;
- $2000 < Re < 3000$ - escoamento instável (não se pode afirmar de forma categórica se é turbulento ou laminar);
- $Re > 3000$ - escoamento turbulento;

Reparando-se a expressão do número de Reynolds, verifica-se que o número de Reynolds aumenta à medida que se aumenta a velocidade do fluxo e diminui com o aumento da viscosidade do fluido. Porém, o aumento da velocidade e aliado a redução da viscosidade do sangue (facto que se verifica em casos de anemia pelo facto da redução do hematócrito²) pode propiciar a ocorrência da turbulência e, como consequência, aumentar-se a pressão local e deste modo dilatar-se demais o vaso onde isso ocorre.

²parâmetro laboratorial que indica a percentagem dos glóbulos vermelhos no sangue

Escoamento turbulento - Número de Reynolds

A turbulência gera ondas sonoras (sopros carotídeos por exemplo) que podem ser ouvidos usando-se estetoscópio. Aliás, é esse som que é usado na medição da pressão sistólica.

Exemplo,

O diâmetro da aorta de um adulto é de aproximadamente 2.2cm. A velocidade sistólica média do sangue é de cerca de 60cm/s. Sabendo que a $37^{\circ}C$, a densidade e a viscosidade do sangue são respectivamente $1050kg/m^3$ e $4.00 \times 10^{-3}Ns/m^2$, determine se o fluxo sanguíneo na aorta é laminar ou é turbulento.

Dados

$$\mu = 4.00 \times 10^{-3}Ns/m^2$$

$$\rho = 1050kg/m^3$$

$$D = 2.2cm$$

$$v = 60cm/s$$

$$\begin{aligned} Re &= \frac{v\rho D}{\mu} \\ &= \frac{0.6 \times 1050 \times 0.0022}{4.00 \times 10^{-3}} \\ &= 3465 \end{aligned}$$

O fluxo sanguíneo na aorta é turbulento.