Universidade Eduardo Mondlane

Faculdade de Ciências

Departamento de Física

ELECTRÓNICA ANALÓGICA

Trabalho Laboratorial N^{o}4: Circuíto RLC - Oscilações Amortecidas

1 Objectivos

1. Observar a oscilação amortecida num circuíto RLC em série e destinguir os três tipos de amortecimento (sobre-amortecido, sub-amortecido e amortecimento crítico);
2. Lêr os valores do período e de amplitudes da oscilação;
3. Determinar a frequência angular, a constante de amortecimento e o decaimento logarítmico;
4. Determinar a resistência crítica na qual se observa o amortecimento crítico.

2 Resumo teórico

Circuíto RLC é aquele que é composto por um resístor, indutor e capacitor. Se a resistência **R** não existisse e se tanto o indutor quanto o capacitor fossem ideais (sem resistências internas), a energia eléctrica no capacitor transformar-se-ia em energia magnética no indutor e vice-versa, mantendo-se sempre constante o seu valor total[1]. Porém, porque na realidade, os capacitores e os indutores nao são ideais, as suas resistências em conjugação com a resistência de proteção (R) dessipam energia sob forma de calor (pelo efeito joule) e, por essa razão, a energia total do circuito RLC decresce continuamente com o tempo em forma de uma oscilação amortecida.

[1] a energia electromagnética total é a soma da energia eléctrica no capacitor e a energia magnética no indutor

Para estudarmos o comportamento de uma oscilação amortecida num circuíto RLC em série, consideremos o circuíto da Fig.1 alimentado por um sinal quadrado do gerador de sinais.

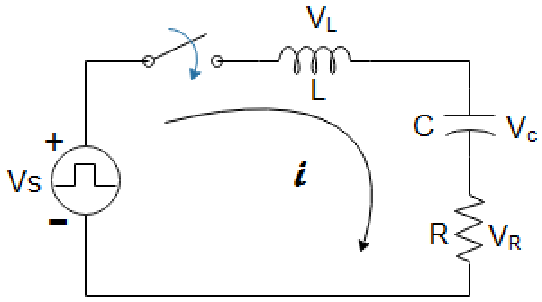

Figura 1: Circuíto RLC em série

Utilizando-se a lei de Kirchhoff referente à quedas de tensões numa malha para o circuito da Fig.1 e expressando-se a equação em função da queda de tensão no capacitor tem-se:

$$\frac{d^2V_c}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{LC}V_c = \frac{1}{LC}V_s \tag{1}$$

Introduzindo-se um factor de amortecimento ($\beta = R/2L$), a Eq.1 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2V_c}{dt^2} + 2\beta\frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{LC}V_c = \frac{1}{LC}V_s \tag{2}$$

A Eq.2 é uma diferencial da segunda ordem e não homogénea[2] pelo que, a sua solução é a superposição das soluções das equações característica e particular.

Considerando-se a equação característica, as suas raízes são:

$$\xi_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_o^2} \tag{3}$$

Onde, $\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ é a frequência natural ou frequência de ressonância do oscilador.

Dependendo da magnitude do factor de amortecimento (β) se comparada com a frequência natural (ω_o) nas raizes (3), três tipos de amortecimento tem lugar, isto é:

1. Se $\beta < \omega_o$, as duas raízes $\xi_{1,2}$ são complexas e a oscilação é **sub-amortecida**. Assim, a solução da Eq.2 é: $V_c(t) = e^{-\beta t}[D_1 cos\omega t + D_2 sin\omega t] + V_s$. Onde, $\omega = \sqrt{\omega_o^2 - \beta^2}$

[2] Não fique aterrorizado por esse conceito, pois, vai tratar equações diferenciais na Análise Matemática se é que ainda não estudou.

2. Se $\beta = \omega_o$, as duas raízes $\xi_{1,2}$ são reais e iguais. Assim, a tensão no capacitor cai exponencialmente com maior rapidez e, por via disso, a oscilação é **criticamente amortecida**. A solução da Eq.2 para este caso é: $V_c(t) = (B_1 t + B_2)e^{-\omega_o t} + V_s$

3. Se $\beta > \omega_o$, as duas raízes $\xi_{1,2}$ são reais e diferentes. Assim, a tensão no capacitor cai exponencialmente mas com uma relativa lentidão se comparada com a condição do item 2. Portanto, a oscilação é **sob-amortecida** e a solução da Eq.(2) é: $V_c(t) = A_2 e^{\xi_2 t} + A_1 e^{\xi_2 t} + V_s$

As constantes $A_{1,2}$, $B_{1,2}$ e $D_{1,2}$ são determinadas tendo em consideração as condições iniciais. De notar-se que tanto o capacitor quanto o indutor não perdem respectivamente a tensão e a corrente de uma forma abruta.

A Fig.2 ilustra os três tipos de amortecimento descritos nos items 1,2 e 3.

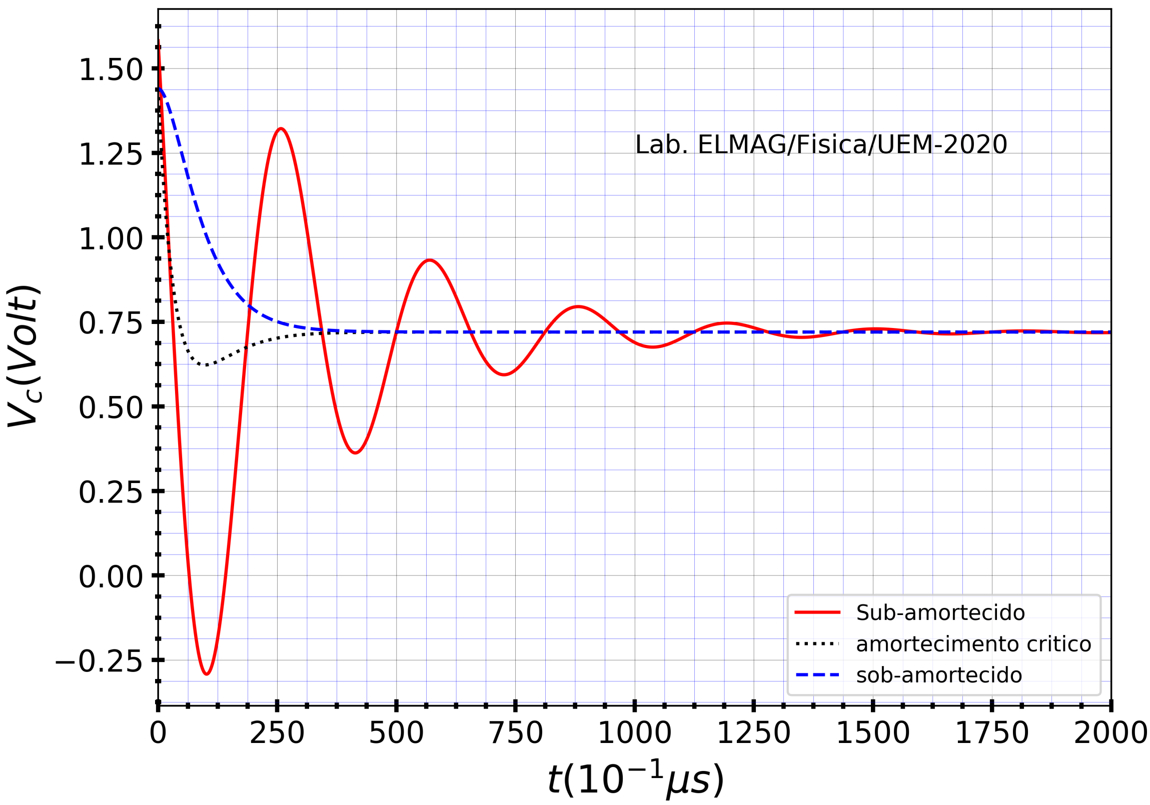

Figura 2: Tipos de amortecimentos num circuíto RLC

3 Material Necessário

Alimentação:	Gerador de Sinais
Instrumentos:	Osciloscópio
Resístor ou década resistiva:	180, 500Ω
Capacitor/década capacitiva:	43nF
Indutor:	35mH
Diversos:	Fios de conexão e dois (2) cabos BNC garra jacaré .

4 Procedimentos de execução

1. Monte o circuíto da Fig.3 e solicite a sua verificação pelo professor de laboratório.

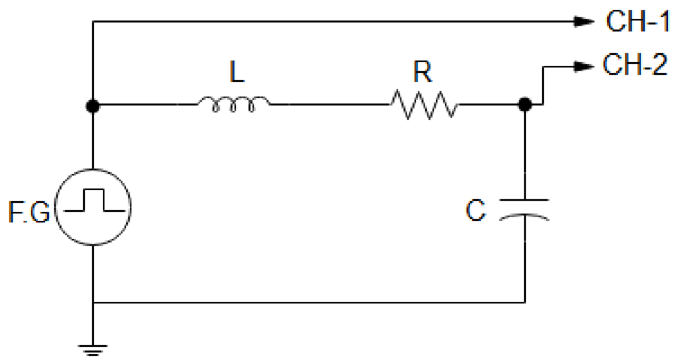

Figura 3:

2. Verifique se o selector de voltagem na alimentação do gerador de sinais está em 220V. Caso afirmativo, ligue o gerador de sinais, seleccione a onda quadrada e ajuste a amplitude para 2.0V.

3. Ligue o osciloscópio. Ajuste a escala de tempo para que possa ver pelo menos quatro (4) ciclos de oscilação e, ajuste também a escala de voltagem de modo que tenha um sinal claramente visível e de fácil leitura.

4. Ajuste a frequência de modo que possa visualizar no osciloscópio oscilações sub-amortecidas com pelo menos quatro (4) cíclos (pode ajustar a frequencia do gerador de sinais até $\frac{1}{4}$ da frequência de ressonância do oscilador).

5. Registe as amplitudes de duas cristas consecutivas e calcule o decaimento logarítmico usando a seguinte relação: $\delta = ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$.

6. Determine o período (T) da oscilação.

7. Calcule a frequência natural experimental (ω_{oexp}) e compare com a teórica (ω_o). Use $\omega_{oexp} = 2\pi/T$.

8. Determine o factor de amortecimento experimental (β_{exp}) usando a seguinte relação: $\beta_{exp} = \delta/T$. Compare com o valor teórico $(\beta = R/2L)$ e comente o seu resultado.

9. Varie a resistência de modo que possa observar as oscilações sob-amortecida e criticamente amortecida. Registe os valores das resistências para as quais observou as supra-citadas oscilações. Compare com os valores previstos teoricamente.