

Tema#6:Capacitores e Energia electrostática¹

Bartolomeu Joaquim Ubisse

Universidade Eduardo Mondlane
Faculdade de Ciências - Departamento de Física

(Aulas preparadas para estudantes da Engenharia Informática- UEM)

09/05/2022

¹Alguns exemplos usados neste material foram usados pelo Prof. Luis Chea nas aulas leccionadas na FENG-UEM no período de 2019 a 2021.

1 Capacitor

- Cálculo da capacitância
- Associação dos capacitores
- Energia no Campo eléctrico

Capacitor

✓ capacitor → dispositivo formado por dois condutores separados por um isolante (dielétrico)

✓ Capacitores armazenam cargas

✓ Capacitância → capacidade que um capacitor tem de armazenar carga quando for submetida a uma ddp. Sua unidade no SI é Farad

$$(F) \left(1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}} \right)$$

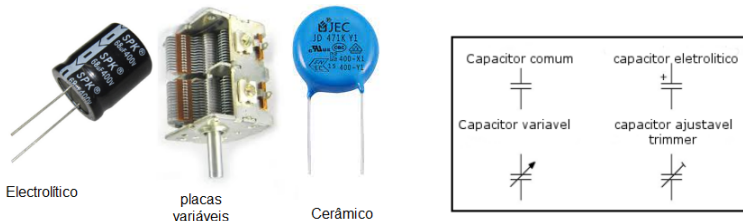


Figura 1: Alguns tipos de capacitores e símbolos esquemáticos

Capacitor

Cálculo da capacitância

Qual é a diferença entre capacitor e bateria?

- O processo de carregamento/descarregamento é muito rápido nos capacitores;
- Tem mais ciclos de carregamento /descarregamento em relação às baterias
- Armazenam menos carga em relação às baterias

Cálculo da capacitância

- Deve-se conhecer a carga e a ddp aplicada;
- Deve-se considerar a geometria das placas nas quais a carga está distribuída (placas paralelas, cilíndricas, esféricas, etc.).

Capacitor

Cálculo da capacitância

1. Capacitor de placas paralelas

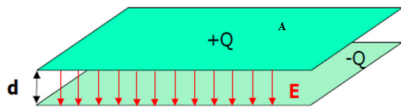


Figura 2: Capacitor de placas paralelas

$$C = \frac{Q}{V} \quad (1)$$

Onde, A - área da placa em metros (m) e d - distância entre as placas em metros (m)

- Determinemos primeiro a voltagem (V) e depois substituímos na Eq.1:

$$\int_{+}^{-} d\varphi = - \int_0^d E dr$$

$$\varphi_{+} - \varphi_{-} = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dr \Rightarrow \boxed{V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d} \quad (1a)$$

Sabe-se que $Q = \sigma A$, então:

$$\boxed{C = \epsilon_0 \frac{A}{d}} \quad (2)$$

Capacitor

Cálculo da capacitância

2. Capacitor cilíndrico (cabo coaxial)

Aqui consideramos que o cilindro é muito longo ($l \gg R$), tal que, a densidade de carga é linear (λ)

Sabemos que (AT#4, Exemplos 3 e 4, Pags. 18 e 26) $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

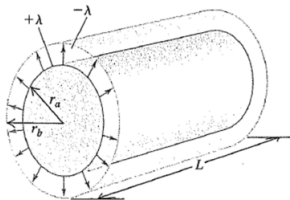


Figura 3: Capacitor cilíndrico

$$\int_{r_a}^{r_b} d\varphi = - \int_{r_a}^{r_b} E dr \quad (3a)$$
$$V \equiv \varphi(r_a) - \varphi(r_b) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right)$$

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right)} \quad (4)$$

Capacitor

Cálculo da capacitância

3. Capacitor esférico

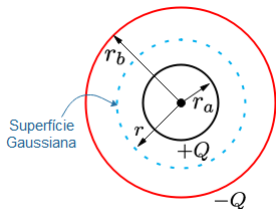


Figura 4: Capacitor esférico

O campo entre as capas ($r_a < r < r_b$) carregadas é

$$\int_0^r E 8\pi r dr = \frac{1}{\epsilon_0} Q$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

$$\int_{r_a}^{r_b} d\varphi = - \int_{r_a}^{r_b} E dr$$

$$V \equiv \varphi(r_a) - \varphi(r_b) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_b - r_a}{r_a r_b} \right)$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{r_b r_a}{r_b - r_a} \right) \quad (5)$$

Nota: Repare que em todos os casos não consideramos a constante dielétrica do meio ($\kappa = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$) mas, quando tivermos, devemos considerar!

Capacitor

Cálculo da capacitância

Tabela 1: Constante dielétrica de alguns materiais (Machado, 2000)

Material	Constante dielétrica ($\kappa = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$)
Vácuo	1
Ar (1atm)	1.00059
Mica	5.4
Âmbar	2.7
Porcelana	6.5
Vidro	5 a 10
Polietileno	2 a 3
Água (destilada, 20 ⁰ C)	80.1
Água (destilada, 0 ⁰ C)	87.8

Capacitores

Associação dos capacitores

Os capacitores podem ser associados em dois modos: série e paralelo.

Para cada tipo de associação surgem as seguintes questões:

- Qual é a capacitância equivalente?
- Qual é a queda de tensão em cada capacitor?
- Qual é a carga acumulada em cada capacitor? Qual é a carga total?

Associação de capacitores em série

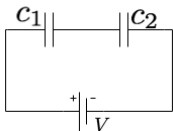


Figura 5: Capacitores em série

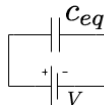


Figura 6: Circuito equivalente

Capacitores

Associação dos capacitores: Associação em série

- A corrente que passa pelos capacitores em série é a mesma:

$$i = i_{C_1} = i_{C_2} \Rightarrow \boxed{i = \text{Constante}}$$

- Recorrendo-se ao conceito de corrente eléctrica², $i = \frac{Q}{\Delta t}$, sucede:

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{q_{C_1}}{\Delta t} = \frac{q_{C_2}}{\Delta t} \Rightarrow Q = q_{C_1} = q_{C_2} \Rightarrow \boxed{Q = \text{Constante}} \quad (6)$$

- A diferença de potencial nos terminais da bateria é a soma das quedas de tensões em todos os capacitores em série:

$$\boxed{V = V_{C_1} + V_{C_2}} \quad (7)$$

- Assim, a capacitância equivalente é:

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{q_{C_1}}{C_1} + \frac{q_{C_2}}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}} \quad (8)$$

²Embora ainda não abordamos aqui nas nossas sessões, o estudante já aprendeu nas classes anteriores !

Capacitores

Associação dos capacitores: Associação em paralelo

Associação de capacitores em paralelo

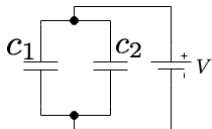


Figura 7: Capacitores em paralelo

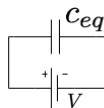


Figura 8: Circuito equivalente

- A diferença de potencial é a mesma: $V = V_{C_1} = V_{C_2} = \text{Constante}$
- A corrente total é a soma das correntes em cada capacitor ($i = i_{C_1} + i_{C_2}$) e, por conseguinte, a carga também é,

$$Q = q_{C_1} + q_{C_2} \Rightarrow Q = \sum_{i=1}^N q_i \quad (9)$$

Capacitores

Associação dos capacitores: Associação em paralelo

- A capacitância equivalente é:

$$C_{eq}V = C_1V_1 + C_2V_2 \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i \quad (10)$$

Exemplo 1

Suponha que para uma experiência laboratorial são necessários capacitores de capacitâncias iguais a $0.5\mu\text{F}$, $0.25\mu\text{F}$ e $0.33\mu\text{F}$. Porém, no seu laboratório só tem capacitores de $1.0\mu\text{F}$. Será que você pode realizar essa experiência?

Pensem na resposta !

Capacitores

Energia no Campo eléctrico

Os capacitores armazenam energia sob forma de campo eléctrico. Durante o processo de carregamento, electões são transferidos da placa positiva para a placa negativa e, realiza-se um trabalho que fica armazenado no capacitor sob forma de energia potencial electrostática.

$$dU = \Delta\varphi dq \Rightarrow dU = \frac{1}{C} q dq \Rightarrow U = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C} \quad (11)$$

Considerando-se o conceito de capacitância ($C = \frac{Q}{V}$), então:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 \quad (11a)$$

Dado que $V = Ed$ e considerando a capacitância de capacitor de placas paralelas, $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$, a energia potencial fica:

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \underbrace{(Ad)}_{Volume} \Rightarrow U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V \quad (11b)$$

Capacitores

Energia no Campo eléctrico

Assim, podemos afirmar que a energia fica armazenada no campo, na região entre as placas de um capacitor. Deste modo, é importante determinarmos a energia por unidade de volume, i.é., a **densidade volumétrica** de energia (u).

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad (12)$$

Nota: Embora tenhamos considerado capacitor de placas paralelas, esta relação é válida para qualquer configuração de capacitores (esférico, cilíndrico, etc.)

Na presença de um dieléctrico, deve-se multiplicar pela constante dieléctrica correspondente.

Tendo a densidade volumétrica, a energia potencial é:

$$U = \int_V u dV \quad (13)$$

Capacitores

Considerações finais

- ✓ capacitores armazenam energia que pode ser liberada em curto intervalo de tempo
- ✓ Quanto maior for a capacitância do capacitor, maior é a energia armazenada para a dada ddp
- ✓ A Capacitância pode ser aumentada:
 - modificar os parâmetros geométricos (área, distância entre as placas carregadas, etc);
 - Usar um dielétrico com maior constante dielétrica (rigidez dielétrica);
 - Associar capacitores em paralelo

Resolva os exercícios da Ficha#5: Capacitores e Energia Electrostática e apresente dúvidas nas aulas práticas !