Tema #3_Dinâmica de uma partícula

3.1 Massa e Peso

3.2 Segunda lei de Newton

3.2.2 Quantidade de movimento

3.2.3 Princípio de conservação da quântidade de movimento

3.3 Impulso linear de uma força

3.2.1 Teorema de impulso linear

3.4 Colisões

Introdução: Força e movimento

- A dinâmica ocupa-se ao estudo da relação entre o movimento e as suas causas- as forças: acção ou efeito que um determinado objecto pode sofrer podendo ter uma deformação, variar sua trajectória ou em geral, experimentar uma aceleração.
- Usa-se a dinâmica para prever o movimento causado pelas forças aplicadas ao objecto, ou para determinar as forças necessárias para produzir um determinado tipo de movimento.
- Ela está assente em três leis de movimento estabelecidas por Newton (mecânica classica):

- Primeira lei de Newton (lei da inércia): Se a resultante de todas as forçasque actuam sobre um objecto for nula, o corpo estará em repouso, ou em movimento rectilíeo uniforme.

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_N = 0 \qquad (1)$$

Segunda lei de Newton (equação do movimento): Um objecto que sofre a acção de uma força resultante diferente de zero, adquire uma aceleção proporcional à força aplicada e na mesma direcção e sentido.

$$\vec{F}_r = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (2)$$

ou

$$\vec{F}_r = m\vec{a} \quad (2')$$

Terceira lei de Newton (acção-reacção): Se sobre um corpo A actuar uma força como resultado da interacção com um outro corpo B, simultaneamnete sobre o objecto A actuará uma força de igual magnitude e direcção, mas de sentidos opostos.

- $\frac{d}{dt}(m_A\vec{v}_A) = -\frac{d}{dt}(m_B\vec{v}_B)$, ou

$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$ (4)

A mecânica newtoniana é considerada caso especial da mecânica relativista (que obedece a lei de relatividade restrita de Einstein) em que os objectos movem-se com velocidades relativamente muito baixas em relação à velocidade da luz e da mecanica quântica, a qual é aplicada para objectos muito pequenos como átomos ou electrões

Massa e Peso

Todo o objecto material é constituído por átomos (ex: átomo de hidrogénio) os quais se agrupam em moléculas (ex: molécula de H_2O).

Os átomos por sua vez são constituídos por um núcleo (com protões e neutrões) e electrões que orbitam em torno do núcleo segundo determiadas regras.

A massa de um determinado objecto refere-se a quantidade de substância que compõe esse objecto (a soma da massa de todos os átomos que compõem o objecto):

$$M = \sum_{i=1}^{N} m_{atomo,i} = \sum_{i=1}^{M} Protao_i + \sum_{i=1}^{M} Electorao_i + \sum_{j=1}^{L} Neutrao_j$$

$m_p = 1.673\times10^{-27}$ kg $m_e = 9.110\times10^{-31}$ kg e $m_n = 1.674\times10^{-27}$ kg

A massa é a mera da inércia de um corpo: quanto maior for a massa, maior será a resistência do coprpo a ser acelerado. A unidade internacional da massa é o kg, cujo padrão (barra cilíndrica de Platina e Irídio) está guardado bem Sévres, na França.

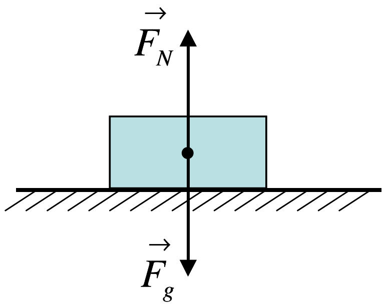
Em Física nuclear e atómica a unidade padrão conveniente é a unidade unificada de massa atómica (u):

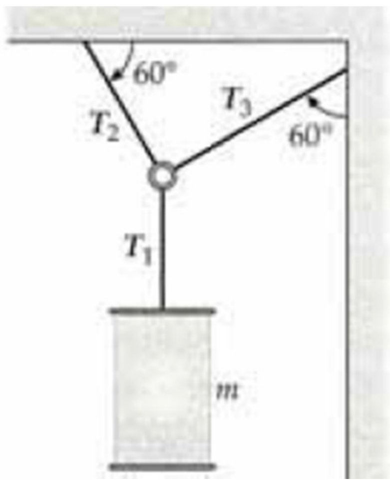
$$1\,u = 1.660540 \times 10^{-27}\,kg$$

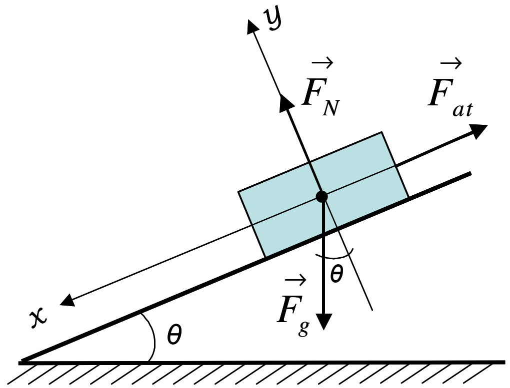
Objectos de diferentes massas agindo sobre eles força de determinada intensidade, receberão acelerações diferentes.

- Peso: o peso é a força que determinado objecto exerce, perpendiculramente, sobre uma superfície de sustentação (a & c) ou sobre ponto de suspensão (b). O peso nunca actua sobre o póprio objecto e nem sempre é igual a força de gravidade.

(a) (b) (c)







- Calculemos o peso do objecto para cada uma das 3 situações.

(a) $F_N - P = 0$ (3ª lei de Newton) e

$F_N - F_g = 0$ (1ª lei de Newton). Logo,

$$P = mg$$

(b) $T_1 - P = 0$ (3ª lei de Newton) e

$T_1 - F_g = 0$ (1ª lei de Newton). Consequentemente,

$$P = mg$$

(c) $F_N - P = 0$ (3ª lei de Newton) e

$F_N - F_g \cos\vartheta = 0$. Logo,

$$P = mg\cos\vartheta$$

Algumas forças mecânicas especiais

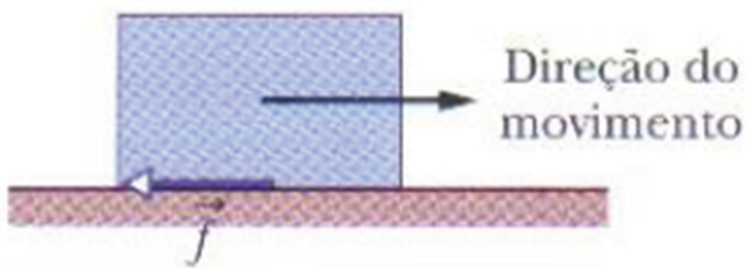
- Força gravidade ($\vec{F}_g$): força que a Terra exerce sobre determinado objecto;
- Força normal ($\vec{F}_N$): força que a superfície de sustentação exerce sobre um objecto, em reacção ao peso que o objecto exerce sobre a superfície. É uma força de contacto e é sempre perpendicular à superfície;

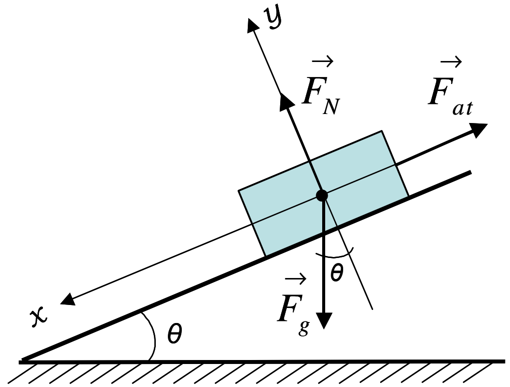
Força de atrito ($\vec{F}_{at}$): força de contacto entre um objecto e a superfície em que este está apoiado. Actua paralelamente à superfície no sentido oposto ao da tendência do movimento do corpo.

Entre as duas forças de contacto (normal e de atrito) é válida a seguinte equação material:

$$F_{at} = \mu F_N$$

μ – coeficiente de atrito dependente da natureza dos materiais e estado das superfícies.

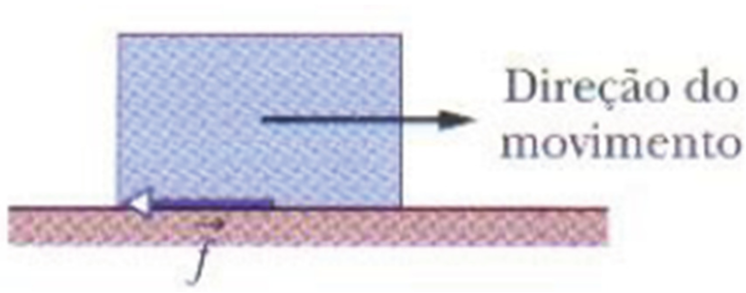


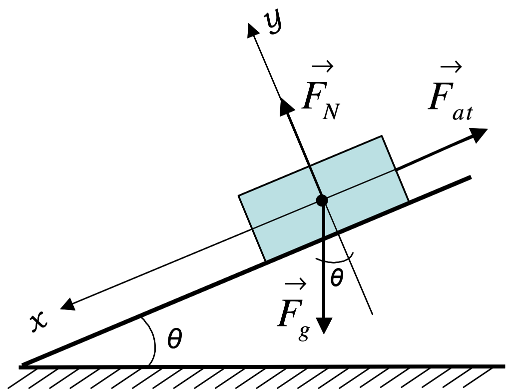


Numa superficie completamente lisa o atrito é desprezível.

Distingue-se o atrito estático-força de atrito que actua enquanto o objecto está em repouso, ela aumenta com o aumento da força aplicada, sendo máxima no limiar do movimento:

- Força de atrito ($\vec{F}_{at}$): força de contacto entre um objecto e a superfície em que este está apoiado. Actua paralelamente à superfície no sentido oposto ao da tendência do movimento do corpo;





Numa superficie completamente lisa o atrito é desprezível.

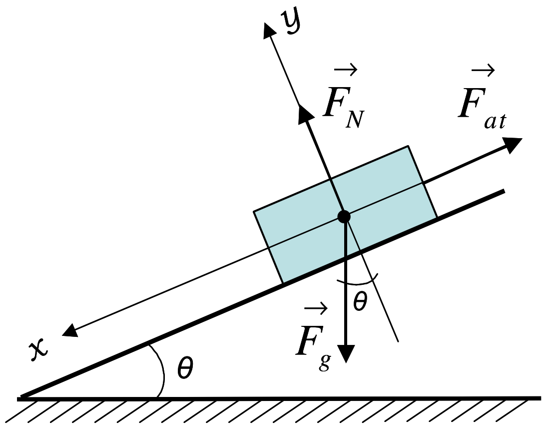
Distingue-se o atrito estático-força de atrito que actua enquanto o objecto está em repouso, ela aumenta com o aumento da força aplicada, sendo máxima no limiar do movimento:

$$F_{at,e,max} = \mu_e F_N$$

Uma vez iniciado o movimento a força de atrito reduz ligeiramente, passando a ser de atrito cinético:

$$F_{at,c} = \mu_c F_N$$

Exemplo 1: Um bloco de massa m desliza à velocidade constante sobre um plano inclinado que forma um ângulo θ com a horizontal. Avalie o coeficiente de atrito cinético.



$$\vec{F}_g + \vec{F}_N + \vec{F}_{at} = 0$$

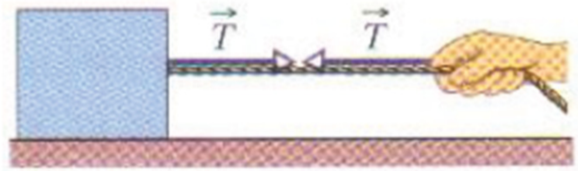
Projectemos esta equaço nos eixos de coordenada (veja que o eixo x foi escolhido para baixo e y cima):

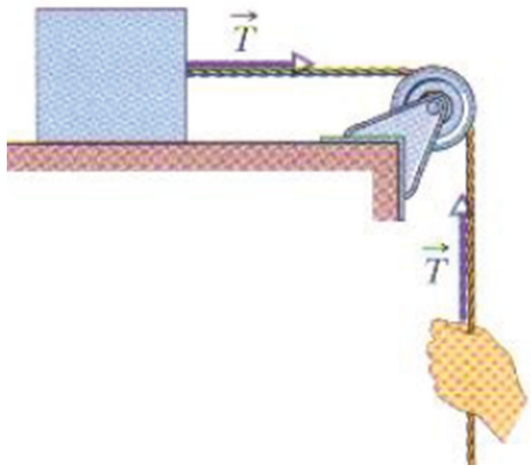
$$\begin{cases} x:\ F_{g,x} - F_{at} = 0 \\ y: F_N - F_{g,y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x: mg\sin\theta - F_{at} = 0 \\ y: F_N - mg\cos\theta = 0 \end{cases} \text{ e}$$

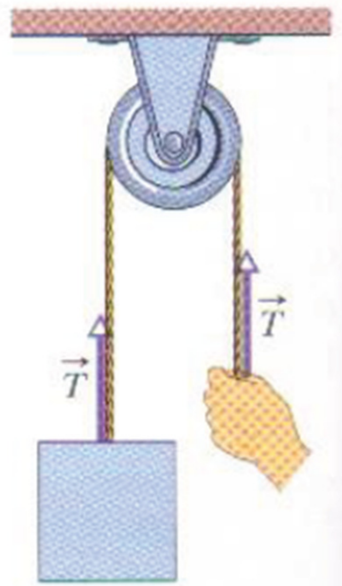
$$F_{at} = \mu_c F_N \Rightarrow \begin{cases} x: mg\sin\theta - \mu_c mg\cos\theta = 0 \\ \qquad\qquad\qquad - \end{cases} \text{ ou}$$

$$\tan\theta = \mu_c$$

- Tracção (Tensão num cabo): Quando uma corda está sob tensão, cada extremidade exerce força sobre o objecto.







- Força elástica: força de reacção exercida por objectos com propriedades elásticas a objectos que tendem a comprimi-los (compressão) ou elonga-los (tracção). Quando a elongação é proporcional a força aplicada, tem lugar a lei de Hooke:

$$F_{el} = kx$$

$$x = |l - l_0|;$$

l e l_0 – é, respectivamente, a dimensão final e inicial do objecto elástico e

k – constante elástica que dependa da natureza dos materiais que compõem a mola, bem como do comprimento da mola e da espessura das espiras.

Força de arrasto e velocidade terminal

Quando um objecto move-se num determinado fluído (líquido ou gás), o objecto experimenta uma foça de arrasto ($\vec{F}_{arrast}$), representada muitas vezes por $\vec{D}$ (drag force na lingua inglesa). A força sendo de resistência ao movimento, é oposta ao movimento relativo.

Para corpos com configuração esférica, movendo à velocidade relativa pequena temos:

$D = 6\pi\eta rv$ (lei de Stockes)

r- raio da partícula, η –coeficiente de viscosidade e *v* – velocidae relativa.

- Em geral, sobre um corpo que se move num fluído viscoso sob a acção de uma força constante $\vec{F}$, a equação do movimento (2a lei Newton) é:

$$F - D = ma$$

Ex: Obter a velocidade, em função do tempo, de uma partícula que se move em linha recta através de um fluído viscoso. Suponha que D seja proporcional à velocidade ($D = K\eta v$).

Primeiro vamos escrever a lei do movimento:

$$m\frac{dv}{dt} = F - K\eta v$$

- $m\frac{dv}{dt} = F - K\eta v$

Ou

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F-K\eta v}{m} = -\frac{K\eta}{m}\left(v - \frac{F}{K\eta}\right) \Rightarrow dv = -\frac{K\eta}{m}\left(v - \frac{F}{K\eta}\right) dt$$

Ou

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{\left(v - \frac{F}{K\eta}\right)} = -\frac{K\eta}{m}\int_{0}^{t} dt$$

$$ln\left(\frac{v-\frac{F}{K\eta}}{v_0-\frac{F}{K\eta}}\right) = -\frac{K\eta}{m}t \text{ ou } \qquad \frac{v-\frac{F}{K\eta}}{v_0-\frac{F}{K\eta}} = e^{-\frac{K\eta}{m}t}$$

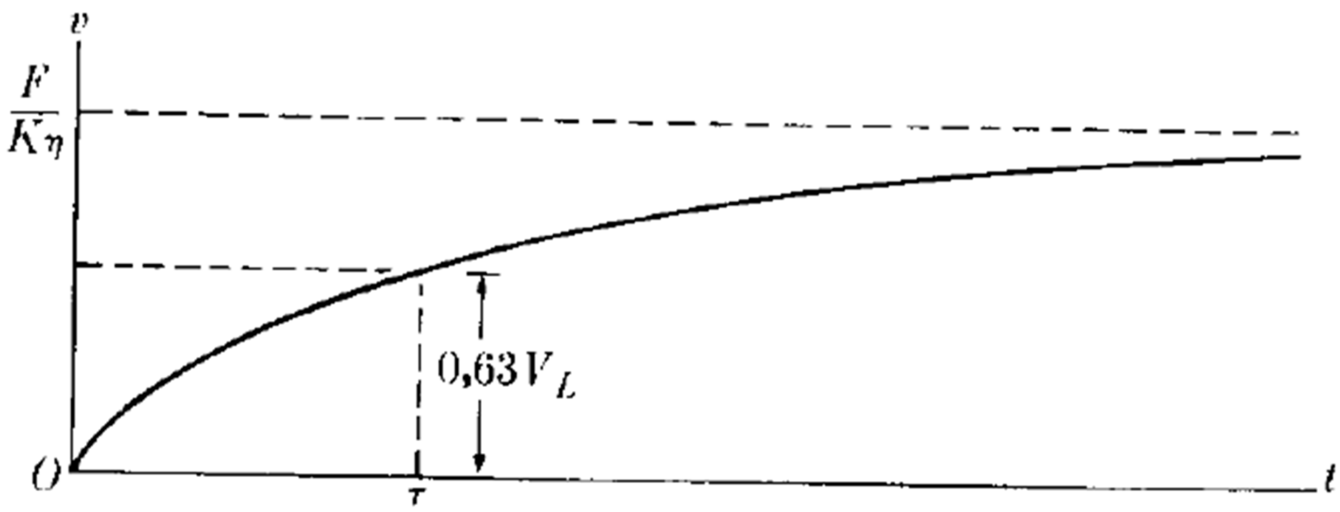
Ou

$$v(t) = \frac{F}{K\eta} + \left(v_0 - \frac{F}{K\eta}\right)e^{-\frac{K\eta}{m}t}$$

O segundo termo decresce muito rapidamente, pelo que pode-se desprezar, e a velocidade limite será:

$v_L = \frac{F}{K\eta}$ e é independente da velocidae inicial.

Para $v_0 = 0$, $v(t) = \frac{F}{K\eta}\left(1 - e^{-\frac{K\eta}{m}t}\right)$



- Para velocidades suficientemente consideráveis capazes de provocar turbulência, a dependência relativamente à velocidade é quadrática:

$$D = \frac{1}{2} C\rho A v^{2}$$

C- coeficiente de arrasto; ρ- densidae do fluído e A – área de secção recta.

Um corpo ao movimentar-se verticalmemte num determinado fluído sofre a acção da força de gravidade e a de arrasto (desprezando a impulsão). Nesse movimento, o aumento da velocidade implica aumento de D. Passado algum tempo o movimento deixa de ser acelerado devido ao equilíbrio enre as duas forças. A velocidade constante desse movimento denomina-se velocidade terminal:

$$D - mg = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} C\rho A v^{2} - mg = 0 \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$

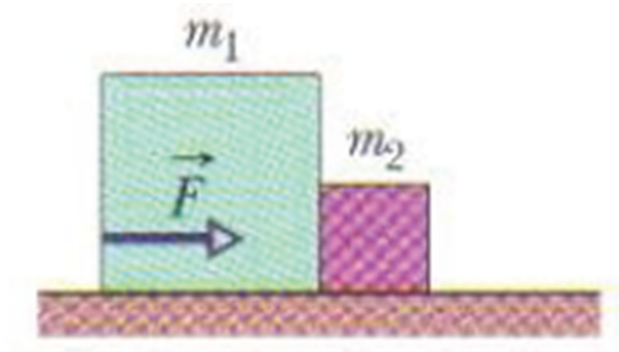
Os animais, esquiadores e paraquedistas usam eficientemente seu corpo para variar D de acordo com as circunstâncias.

Estratégias para resolver problemas típicos da dinâmica

- ✓ Esquematizar o problema apresentado (desenho);
- ✓ Representar todas as forças que actuam sobre o(s) objecto(s). Represente através das origens das forças para evitar indicação de uma mesma força com nomes diferentes;
- ✓ Escrever equação vectorial que traduz a lei de Newton a aplicar de acordo com a classificação do problema;
- ✓ Projectar nos eixos de coordenada a equação escrita no ponto anterior.
- ✓ Ressolver a equação ou sistema de equações e analisar a solução.

Exemplo:

- Dois blocos estão em contacto numa mesa horizontal e completamente lisa. Uma força $\vec{F}$ é aplicada ao corpo da esquerda. (a) Se $m_1 = 2.3\ kg$; $m_2 = 1.2\ kg$ e $F = 3.2\ N$, determine o módulo da força que actua entre os blocos.



- Representemos todas as forças que agem sobre cada um dos objectos não se esquecendo da que cada um dos objectos age sobre o outro (acção-reacção). Comecemos por alínea a):

Para m_1 temos:

$$\begin{cases} x: F - F_{2,1} = m_1 a \\ y: F_{N1} - m_1 g = 0 \end{cases}$$

Para m_2 temos

$$\begin{cases} x: F_{1,2} = m_2 a \\ y: F_{N,2} - m_2 g = 0 \end{cases}$$

Usemos as equações em x para resolver o problema, já que não se pede a força normal e a força de atrito é nula:

$$\begin{cases} x:\ F - F_{2,1} = m_1 a \\ x\ :\ F_{1,2} = m_2 a \end{cases}$$

Somando estas duas equações achamos a aceleração, e com ela determinaremos as forças de contacto ($F_{1,2}/F_{2,1}$).

$$F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow$$

$$a = \frac{F}{m_1+m_2}$$ e $$F_{1,2} = m_2 \frac{F}{m_1+m_2} = 1{,}2\,\frac{3{,}2}{2{,}3+1{,}2}$$

$$= 1{,}097 \approx 1.1\ N$$

Quantidade de movimento

- Quantidade de movimento, também conheccida por momeneto linear, é uma grandeza vectorial $\vec{p}$ dada pela expressão:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

A direcção e esentido de $\vec{p}$ é definida pela direcção e sentido do vector velocidade. Esta grandeza dá informação de maior qualidade do que a velocidade.Exemplo: dois automóveis de massas diferentes e movendo-se à mesma velocidade, para iguais intervalos de tempoexperimenta-se diferentes variações da quantidade de movimento, sendo por isso mais difícil acelerar ou travar o carro de maior massa.

A quantidade de movimento expressa-se em kg.m/s.

A taxa de variação temporal da quantidade de movimento é igual a resultante das forças que actuam sobre a partícula e tem a mesma orientação que a força:

$\vec{F}_r = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$ caso $\vec{v}$ seja constante

$\vec{v}$ muda se existir força e se esta não existir, $\vec{p}$ será constante.

Conservação da quantidade de movimento

- Quando a força resultante externa aplicada a um objecto é nula, a quantidade de movimento desse objecto será constante.

Ou Para um sistema isolado a quantidade de movimento permanece constante:

$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow$ Se a força externa total exercida é nula, então a quantidade de movimento é constante:

$$\vec{p} = constante$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

Esta formulação constitui a lei de conservação da quantidade de movimento

- O que acontece se a partícula não é isolada? Suponhamos que a partícula A interage com a partícula B e ambas estão isoladas do resto do universo.
- Neste caso a quantidade de movimento do conjunto será conservado:

$$\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f}$$

A quantidade de movimento de um sistema composto de duas partículas sujeitas apenas às suas interacções mútuas permanece constante. Generalizando, a conservação da quantidade de movimento implica:

$$\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} + \cdots + \vec{p}_{N,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f} + \cdots + \vec{p}_{N,f}$$

Impulso linear de uma força

- Chama-se de impulso à variação da quantidade de movimento num dado intervalo de tempo:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1)$$

Usando a segunda lei de Newton na sua forma mais geral (teorema do momento linear)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext}$$

Conclui-se $\Delta\vec{p} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}_{ext} dt$ - representa o efeito da força ao longo do tempo. Para força externa constante:

$\Delta\vec{p} = \vec{F}_{ext}(t - t_0)$ se a força externa resultante for constante

Colisões

- Numa colisão a força exercida sobre o objecto é de curta duração, mas as intensidades das forças envolvidas são elevadas, tal que a quantidade de movimento muda bruscamente. Distinguem-se dois tipos de colisões ou choques: inelásticas e elásticas.

Na colisão inelástica não há conservação de energia cinética,entretanto, se o sistema for fechado e isolado, haverá conservação da quantidade de movimento:

$$\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f}$$

Durante a colisão, a quantidade de movimento no instante imediatamente antes da colisão é igual à quantidade de movimento do sistema no instante imediatamente após a colisão.

Se após a quantidade de movimento os objectos envolvidos na colisão movem-se juntos (com a mesma velocidade), a colisão chama-se de perfeitamente inelástica.

- Na colisão elástica conserva-se a quantidade de movimento e conserva-se também a energia cinética:

No caso de 2 objectos teremos:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$$

$$\frac{m_1 {v_1}^2}{2} + \frac{m_2 {v_2}^2}{2} = \frac{m_1 {v_1}'^2}{2} + \frac{m_2 {v_2}'^2}{2}$$

$\frac{m_i {v_i}^2}{2} = E_{c,i}$-Energia cinética e $m_i\vec{v}_i$- quantidade de movimento

$\frac{{p_i}^2}{2m_i} = E_{c,i}$.

Dependendo de se tratar colisão unidimensional ou bi-dimensional, a primeira equação torna-se numa única equação escalar ou duas equações escalares, as quais são obtidas por projeção da equação vectorial nos eixos de coordenada.