Tema#2: Cinemática & Dinâmica de uma partícula[1]

Bartolomeu Joaquim Ubisse

Universidade Eduardo Mondlane
Faculdade de Ciências - Departamento de Física

(Aulas preparadas para estudantes da Engenharia Informática- UEM)

21/03/2022

[1] Alguns exemplos usados neste material foram usados pelo Prof. Luis Chea nas aulas leccionadas na FENG-UEM no período de 2019 a 2021.

Conteúdos

1. Cinemática de um ponto material
   - Posição e Deslocamento
   - Velocidade
   - Aceleração
   - Composição de movimentos
   - Movimento Ralativo
2. Dinâmica de uma partícula
   - Leis de Newton
   - Forças especiais
   - Princípio de conservação da quântidade de movimento
   - Colisões

Cinemática de um ponto material

✓A cinemática dedica-se ao estudo do movimento dos corpos sem ter em consideração as suas causas.

Um corpo está em movimento quando sua posição muda com o decorrer do tempo. Caso contrário, o corpo está em repouso.

A definição do estado de repouso ou de movimento depende do referêncial (conjunto de objectos em relação aos quais verifica-se a mudança da posição e um relógio para a medição do tempo).

Para análise, o referencial é centrado num determinado sistema de coordenadas (cartesianas, cilíndricas, esféricas, etc.)

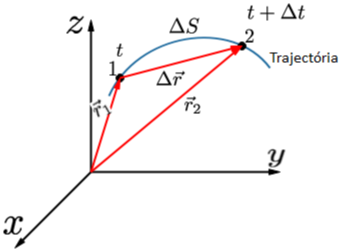


Figura 1:

- $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \rightsquigarrow$ Vector deslocamento;
- $\Delta S \rightsquigarrow$ Distância percorrida (percurso)
- $\vec{r}_1 \rightsquigarrow$ Vector posição da partícula no ponto 1 e, $\vec{r}_2 \rightsquigarrow$ Vector posição da partícula no ponto 2.
  Assim, o vector posição da partícula para cada instante é:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \qquad (1)$$

$\underline{x = x(t); y = y(t) \text{ e } z = z(t)} \rightsquigarrow$ são eqs. paramétricas $(F(x,y,z,t) = 0)$.

Equação da trajectória: $F(x,y,z) = 0$[2]

[2]Substitui-se o tempo nas eqs. paramétricas e estabelece-se uma dependência entre parâmetros espacias (x,y e z)

Exemplo 1

Determine a equação da trajectória de uma partícula cujo movimento é descrito pela equação: $\vec{r}(t) = 3sin(2t)\vec{i} + 4cos(2t)\vec{j}$

Eqs. paramétricas:

$$x(t) = 3sin(2t)$$
$$y(t) = 4cos(2t)$$

Eq. da trajectória:

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$$

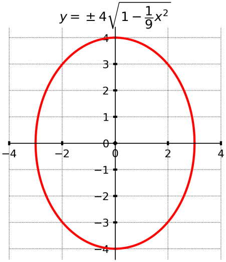


Figura 2: Trajectória elíptica

A velocidade permite saber como o movimento da partícula varia com o decorrer do tempo.

Vector velocidade média

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}_{med} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k} \tag{2a}$$

ou

$$\vec{v}_{med} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}\vec{i} + \frac{y(t_2) - y(t_1)}{t_2 - t_1}\vec{j} + \frac{z(t_2) - z(t_1)}{t_2 - t_1}\vec{k} \tag{2b}$$

Dado que se trata da velocidade média, não se tem detalhes sobre a variação do movimento. Sabe-se porém, quão rápido o corpo se deslocou do ponto inicial até ao seu destino. Para mais detalhes, recorre-se a velocidade instantânea.

Vector velocidade instantânea

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}(t)}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$
$$\vec{v}(t) = \frac{d(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{dt} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} \quad (3)$$

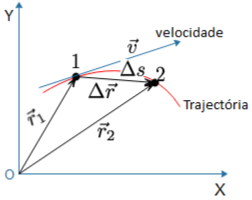


Figura 3:

A velocidade instantânea é sempre tangente à trajectória no ponto em consideração.

Considerando-se o movimento em uma dimensão (ex. x) e com velocidade constante ($\mathrm{v(t) = const.}$), tem -se:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = vdt \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} vdt \Rightarrow \boxed{x(t) = x_o + v(t - t_0)}$$

Velocidade escalar média

É a razão entre o espaço percorrido pelo tempo total gasto

$$v_{esc.med} = \frac{d_{tot}}{t_{tot}} \Rightarrow v_{esc.med} = \frac{d_1 + d_2 + ... + d_n}{t_1 + t_2 + ... + t_n} \tag{4}$$

Exemplo 2

Determine a velocidade do coelho que se desloca de acoro com as seuintes eqs. paramétricas: $\mathrm{x(t)} = -0.31\mathrm{t}^2 + 7.2\mathrm{t} + 28$ *e* $\mathrm{y(t)} = 0.22\mathrm{t}^2 - 9.1\mathrm{t} + 30$*, no instante* $\mathrm{t} = 15$ *s. Todos os parâmetros estão expressos no SI*

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v_x(15) = -2.1m/s \qquad v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Rightarrow v(25) = 3.3m/s$$

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} \Rightarrow v_y(15) = -2.5m/s \qquad \theta = \arctan(v_y/v_x) \Rightarrow \theta = 49.56^o$$

O ângulo em relação ao eixo x positivo é $\beta = \pi + \theta \approx 130^{\mathrm{o}}$

A aceleração exprime a rapidez com que varia a velocidade do corpo em movimento.

1. Vector aceleração média ($\vec{a}_{med}$)

$$\vec{a}_{med} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \tag{5}$$

2. Vector aceleração instantânea ($\vec{a}$)

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{6a}$$

Assim:

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \tag{6b}$$

Considerando o movimento em uma dimensão (ex. X) e **aceleração constante**, a velocidade e a posição do corpo no instante t são respectivamente:

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_{v_o}^{v} dv = \int_{t_o}^{t} a dt \Rightarrow \boxed{v(t) = v_o + a(t - t_o)} \tag{7}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x_o}^{x} dx = \int_{t_o}^{t} v(t) dt \Rightarrow \boxed{x(t) = x_o + v_o(t - t_o) + \frac{1}{2}a(t - t_o)^2} \tag{8}$$

Achando-se o quadrado da Eq.7, obtém-se:

$$v(t)^2 = v_o^2 + 2a\left[v_o(t - t_o) + \frac{1}{2}a(t - t_o)^2\right] \tag{9}$$

Comparando Eq.9 com a Eq.8, tem-se:

$$\boxed{v(t)^2 = v_o^2 + 2a\left[x(t) - x_o\right]} \tag{10}$$

As três equações são principais para analizar **movimento com aceleração constante**. Assim, em geral, considerando o instante inicial zero $(\mathrm{t_o = os})$, elas ficam:

$$
\begin{aligned}
v(t) &= v_o + at \\
v^2(t) &= v_0^2 + 2aS \qquad (\mathrm{S} \rightsquigarrow \text{espaço percorrido (percurso)}) \\
y(t) &= y_o + v_{oy}t \pm \frac{1}{2}at^2
\end{aligned}
$$

Aceleração total para movimento em trajectória curvelínea

A aceleração tatal é a soma vectorial das componentes tangencial (a_τ) e normal (a_N)[3]

$$\boxed{\vec{a} = a_\tau \vec{u}_\tau + a_N \vec{u}_N} \tag{11}$$

onde, $a_\tau = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt}$ e $a_N = \dfrac{|\vec{v}|^2}{\rho}$; ρ - é o raio de curvatura.

Quando a trajectória for circular $(\rho = \mathrm{R} = \mathrm{const.})$, a componente normal da aceleração denomina-se centrípeta (a_c)

$$\boxed{a_N \equiv a_c = \frac{v^2}{R}}$$

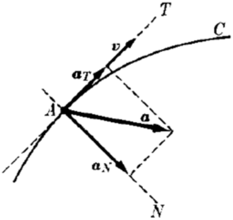


Figura 4:

$$a = \sqrt{a_N^2 + a_\tau^2} \tag{12}$$

[3] Veja mais detalhes no Alonso & Finn. Pp: 103 - 105 (livro no repositório)

Movimento em um plano bidimensional (2D) - Lançamento oblíquo

Consideremos um caso em que a partícula move-se no plano vertical com velocidade inicial $\tilde{\mathrm{v}}_0$ e aceleração constante $\vec{a} = \vec{g}$.

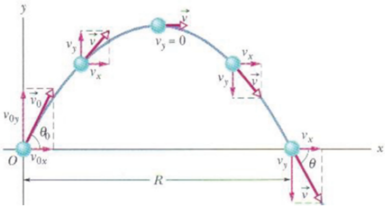


Figura 5:

$$\begin{matrix} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 cos\theta \\ v_y = v_0 sin\theta - gt \end{cases}$$

$$\begin{matrix} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_0 cos\theta t \\ y(t) = v_0 sint - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Assim, a equação da trajectória é: $\boxed{y(x) = xtg\theta - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{g}{v_0^2 cos^2\theta}\right)x^2}$

Qual é a altura máxima atingida pela partícula?

$$v_y = 0 \Rightarrow t' = \frac{v_0 sin\theta}{g} \Rightarrow \boxed{h_{max} \equiv y(t') = \frac{v_0^2 sin^2\theta}{2g}}$$

Qual é o alcance da partícula?

Para se saber o alcance, primeiro tem que se determinar o tempo que a partícula leva a se deslocar (tempo total) e depois substituir-se o mesmo na relação de $\mathrm{x(t)}$. Assim:

$$y(t_t) = 0 \Rightarrow v_0 sin\theta t_t - \frac{1}{2} g t_t^2 = 0 \Rightarrow t_t = 0 \quad V \quad \boxed{t_t = \frac{2v_0 sin\theta}{g}}$$

Recorrendo-se à identidade, $sin\theta cos\theta = \frac{1}{2} sin(2\theta)$, o alcance é:

$$\boxed{x(t_t) = \frac{v_0^2}{g} sin(2\theta)}$$

Para a mesma $\mathrm{v_o}$, o alcance será máxima para $\theta = 45^o$ (sem considerar efeitos de resistência do ar);

Assim, $\boxed{\mathrm{x_{max}} = \dfrac{\mathrm{v_o^2}}{\mathrm{g}}}$

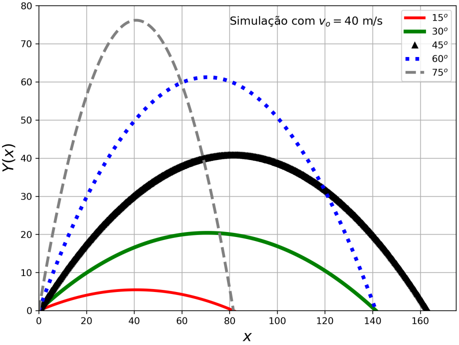


Figura 6: Alcance em função do ângulo (θ)

Movimento circular

Para a descrição do movimento circular pode se usar coordenadas polares $(\mathrm{R} \wedge \theta)$

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} \qquad (13a)$$

$\boxed{\dfrac{d\theta}{dt} = \omega}$ $\rightsquigarrow$ velocidade angular em $\mathrm{rad/s}$

Se $\omega = \mathrm{const.}$, então o deslocamento angular (θ) é:

$$\boxed{\theta(t) = \theta_o + \omega t} \qquad (13b)$$

$\rightsquigarrow$ Este é o movimento circular uniforme. Assim, o período é: $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega}}$ e $\boxed{\omega = 2\pi f}$

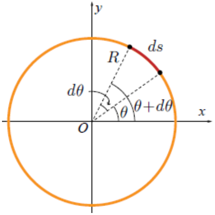


Figura 7:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

A relação vectorial entre $\tilde{\mathrm{v}}$, $\vec{\omega}$ e o vector posição $\vec{r}$ é:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{14}$$

$$v = \omega r sin\gamma$$

Esta relação só é válida para movimento circular ou rotacional onde r e γ são constantes.

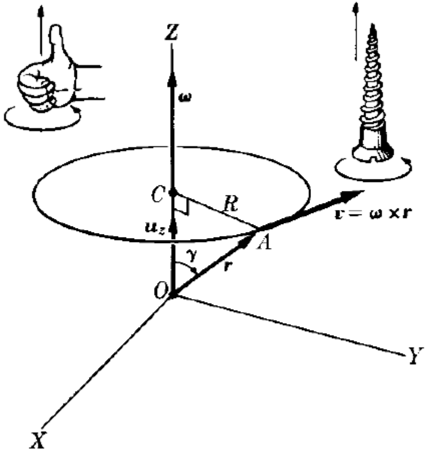


Figura 8:

Se a velocidade angular varia com o passar do tempo, pode-se determinar a aceleração angular ($\alpha(\mathrm{t})$):

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{15}$$

Para $\alpha = \mathrm{const.}$, a velocidade angular e o deslocamento angular são respectivamente expressos por:

$$\omega(t) = \omega_o + \alpha t \tag{16}$$

$$\theta(t) = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t \tag{17}$$

Movimento Relativo Uni-dimensional

Consideremos dois objectos A e B e um observador O da Fig.9.

$$
\begin{aligned}
\vec{r}_{BA} &= \vec{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A \\
\frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} &= \frac{d\vec{r}_B}{dt} - \frac{d\vec{r}_A}{dt} \\
\vec{v}_{BA} &= \vec{v}_B - \vec{v}_A
\end{aligned}
\tag{18}
$$

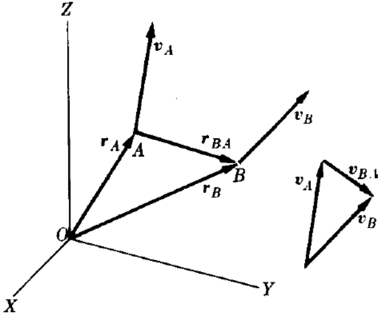


Figura 9:

Movimento Relativo de Translação uniforme

1. Posição relativa

$$\vec{r}_{PB} = \vec{r}_{PA} - \vec{r}_{BA} \qquad (19)$$

2. Velocidade relativa

$$\vec{v}_{PB} = \vec{v}_{PA} - \vec{v}_{BA} \qquad (20)$$

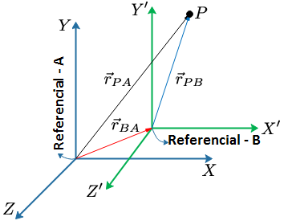


Figura 10:

3. Aceleração relativa

$$\vec{a}_{PB} = \vec{a}_{PA} - \vec{a}_{BA} \qquad (21)$$

Considerando que o referencial "B" move-se em linha recta e com velocidade constante relativo a "A" ($\frac{d\vec{v}_{BA}}{dt} = 0$), então: $\boxed{\vec{a}_{PB} = \vec{a}_{PA}}$

Exemplo 3

Um barco com velocidade de $10\ \mathrm{km/h}$ *em relação ao rio tenta ir de uma margem a outra. A velocidade da água em relação à Terra é de* $5\ \mathrm{km/h}$. *Qual deve ser a velocidade do barco em relação à Terra para que ele cruze o rio perpendicularmente às margens?*

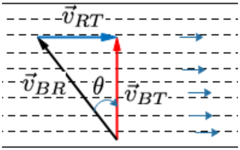


Figura 11:

$$\vec{v}_{BT} = \vec{v}_{BR} + \vec{v}_{RT}$$

$$v_{BR} = \sqrt{v_{BT}^2 + v_{RT}^2 - 2v_{BT}v_{RT}cos(90^o)}$$

$$v_{BT} = \sqrt{v_{BR}^2 - v_{RT}^2}$$

$$v_{BT} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \approx 8.7km/h$$

$$\theta = arctg\left(\frac{v_{RT}}{v_{BT}}\right) \approx 30^o$$

FIM DO TRATAMENTO DA CINEMÁTICA

DINÂMICA DE UMA PARTÍCULA

Dinâmica de uma partícula

✓A dinâmica dedica-se ao estudo do movimento dos corpos e as suas causas.

A causa do movimento é sempre uma **força** . A unidade da força no SI é Newton (N), porém, aínda é frequente encotrar expressa em outras unidades como **dina** (dyn)[$1N = 10^5 dyn$].

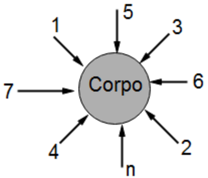
Quando a força é exercida sobre um corpo, dois fenómenos podem ocorrer sobre esse corpo, a saber:

- Mudança do seu estado de movimento;
- Deformação.

A descrição precisa e consistente da dinâmica dos corpos e/ou sistema dos corpos para o nosso estudo será feita baseando-se nas leis fundamentais da mecânica clássica - **As leis de Newton**

Primeira lei de Newton (lei da inércia)

Se a resultante das forças que actuam sobre um corpo é nula, o corpo permanece em repouso se inicialmente estava em repouso ou em movimento rectilíneo uniforme se inicialmente estava em movimento.



$$\vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=0}^{n} \vec{F}_i = 0 \quad (24)$$

Segunda lei de Newton (Lei Fundamental da Dinâmica)

Um corpo sob atuação de uma força resultante não nula, move-se de tal forma que a taxa de variação temporál da sua quantidade de movimento se iguale à essa força.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Longrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \tag{25}$$

onde, $\vec{p}$ é a quantidade de movimento do corpo, $\vec{F}$ é a força resultante que actua sobre o corpo e m é a massa do corpo.

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{26}$$

A quantidade de movimento pode ser entendida como uma medida do esforço necessário para levar uma partícula ao repouso.

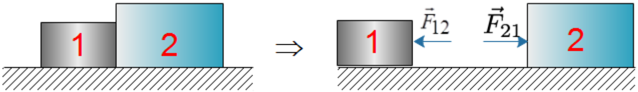
A massa é uma propriedade intrínseca dos corpos. Nós só temos a sensação física da sua presença quando tentamos acelerar um corpo aplicando uma força. Deste modo, embora não tenha uma definição coloquial, pode-se entender a *massa como a quantidade de matéria que um dado objecto possui.*

A unidade de massa no SI é quilograma (kg), porém é ainda é frequente encontrar em outras unidades, por exemplo em *pound-mass (lb) [1kg = 2.205lb]*

3^a lei de Newton (Lei de acção e reacção)

Quando dois corpos interagem, as forças que cada corpo exerce sobre o outro são iguais em módulo e têm sentidos opostos.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Longrightarrow \left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right| \tag{27}$$



Força gravitacional

A força gravitacional ($\vec{F}_g$) é uma força de atracção que um corpo exerce sobre um outro (ex. terra - lua). Porém, na nossa discussão estaremo-nos referindo à força com que a Terra atrai os corpos para o seu centro.

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \tag{28}$$

onde, $\vec{g}$ é aceleração de gravidade ($g = 9.82m/s^2$)

Peso

É a força que um determinado objecto exerce, perpendicularmente, sobre uma superfície de sustentação ou sobre ponto de suspensão.

O peso nunca actua sobre o póprio objecto e, ném sempre é igual a força de gravidade.

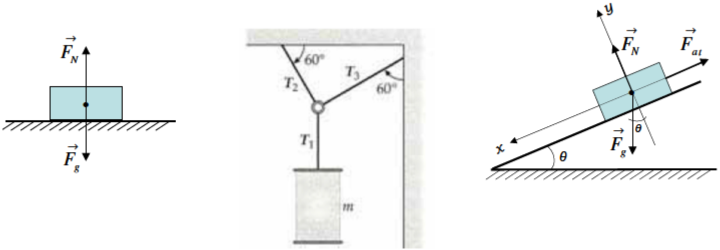


Figura 12: Corpos suspensos e sobre bases de sustentação.

Força Normal ($\vec{F}_N$)

É força que a superfície de sustentação exerce sobre um objecto, em reacção ao peso que o objecto exerce sobre a superfície. É uma força de contacto e é sempre perpendicular à superfície (Fig.12)

Força de atrito ($\vec{F}_{at}$)

A força de atrito é aquela que age sobre duas superfícies em contacto e sob movimento relativo.

$$F_{at} = \mu F_N \tag{29}$$

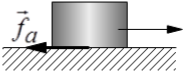


Figura 13:

Existe dois tipos de força de atrito, a saber:

1. Força de atrito estático;
   Se o corpo não se move, a força de atrito estático $\vec{F}_{at,e}$ e a componente de $\vec{F}$ paralela à superície se equilibram.
   A força de atrito estático acima do qual o corpo começa a se mover:
   $$F_{at,e,max} = \mu_e F_N \tag{30}$$
   onde, μ_e é o coeficiente de atrito estático e é adimensional ($\mu_e < 1.0$)

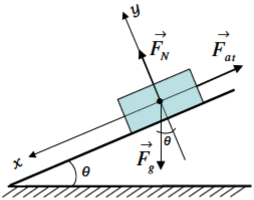
2. Força de atrito cinético.
Uma vez iniciado o movimento a força de atrito reduz ligeiramente, passando a ser de atrito cinético:

$$F_{at,c} = \mu_c F_N \tag{31}$$

onde, μ_c é o coeficiente de atrito cinético e é adimensional ($\mu_c < 1.0$)

Exemplo 4

Um bloco de massa m desliza à velocidade constante sobre um plano inclinado que forma um ângulo q com a horizontal. Avalie o coeficiente de atrito cinético



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow -F_a + F_g sin\theta = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -F_g cos\theta + F_N = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\mu_c F_N + F_g sin\theta = 0 \\ -F_g cos\theta + F_N = 0 \end{cases}$$

$$\mu_c = tg\theta$$

Força de tração /compressão

A força de tração/compressão é aquela que é aplicada a um corpo numa direcção perpendicular à superfície e com sentido para o exterior/interior do corpo.

No geral, estas forças ocorrem nos cabos e barras ideais (com massas disprezíveis).

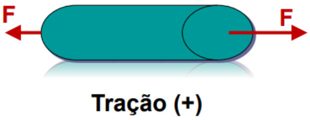
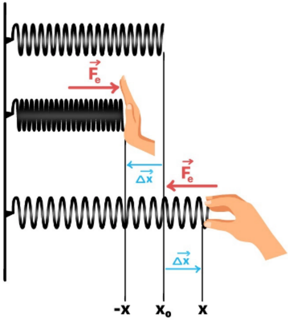


Figura 14:

Força Elástica (F_e)

A força elástica visa a repor a posição inicial do corpo quando este é sujeito à forças de tração ou compressão. Esta força é também designada de restauradora e tem origem nas forças intermoleculares que mantém as moléculas e/ou átomos unidos.



Lei de Hooke

A lei de Hooke demonstra que existe uma relação linear entre força aplicada e deformação de um objeto sólido.

$$\vec{F}_e = -k\Delta\vec{x} \tag{32}$$

onde, k é a constante elástica e Δx é a elongação.

Força de arrasto (F_e)

Quando um objecto move-se num determinado fluído (líquido ou gás), ele experimenta uma foça de arrasto, representada muitas vezes por $\vec{F}_D$ (Drag force). A força de arrasto é oposta ao movimento do objecto em causa.

Para corpos com simetria esférica e movendo-se a uma velocidade relativamente pequena, a força de arrasto é dada pela **lei de Stockes**:

$$F_D = 6\pi\eta r v \tag{33}$$

onde, r - raio da partícula que se move, η - coeficiente de viscosidade e, v - velocidade relativa da partícula

Em geral, sobre um corpo que se move num fluído viscoso sob acção de uma força constante $\vec{F}$, a equação do movimento (2^a lei Newton) é:

$$F - F_D = ma \tag{34}$$

Exemplo 5

Deytermine a velocidade, em função do tempo, de uma partícula que se move em linha recta através de um fluído viscoso. Suponha que $\mathrm{F_D}$ *seja proporcional à velocidade* ($F_D = K\eta v$).

$$m\frac{dv}{dt} = F - K\eta v$$

$$dv = -\frac{K\eta}{m}\left(v - \frac{F}{K\eta}\right)$$

$$\int_{v_o}^{v} \frac{dv}{\left(v - \frac{F}{K\eta}\right)} = -\frac{K\eta}{m}\int_0^t dt$$

$$v(t) = \frac{F}{K\eta} + \left(v - \frac{F}{K\eta}\right) exp\left(-\frac{K\eta}{m}t\right)$$

A velocidade terminal (v_t) é:

$$v_t = \lim_{t \longrightarrow \infty} \frac{v(t)}{t} = \frac{F}{K\eta} \tag{35}$$

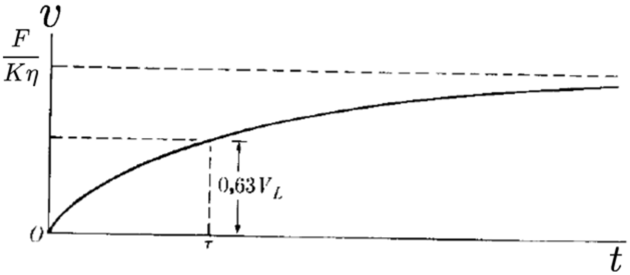


Figura 15:

Em caso de a partícula mover-se com uma velocidade relativamente superior, capaz de causar uma turbulência, a força de arraste é proporcional ao quadrado da velocidade:

$$F_D = \frac{1}{2} C \rho A v^2 \tag{36}$$

onde, C - coeficiente de arrasto, ρ - densidade do fluído, A - área da secção recta.

Se o corpo faz um movimento vertical sobre o fluido, a velocidade terminal calcula-se:

$$mg - F_D = 0 \Rightarrow v_t = \sqrt{\frac{2mg}{C \rho A}} \tag{37}$$

Os animais, esquiadores e paraquedistas usam eficientemente seu corpo para variar F_D de acordo com as circunstâncias.

Consideremos um sistema de muitas partículas, a quantidade de movimento (momento linear) do sistema é:

$$\vec{p}_{sist} = \sum_i m_i \vec{v}_i \tag{38}$$

Dado que $\sum_i m_i \vec{v}_i = M\vec{v}_{CM}$, então: $\vec{p}_{sist} = M\vec{v}_{CM}$

De acordo com a 2^{a} lei de Newton: $\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}_{sist}}{dt} = M\vec{a}_{CM}$

logo, se $\vec{F}_R = 0$, então:

$$\boxed{\vec{p}_{sist} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M\vec{v}_{CM} = \text{const.}} \tag{39}$$

Se a soma das forças externas sobre um sistema é nula, então a quantidade de movimento total do sistema é constante. $\rightsquigarrow$ Lei de Conservação de $\vec{p}$.

No geral,quando dois corpos colidem, eles exercem forças muito grandes um sobre o outro, durante um curto intevalo de tempo. Tais forças são denominadas **forcas impulsivas**.

Impulso é uma medida da intensidade e da duração da força de colisão.

$$\vec{I} = \int_{t_o}^{t} \vec{F} dt \tag{40}$$

Dado que $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$, então:

$$\boxed{\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p}} \tag{41}$$

Esta equação representa o teorema do impulso

A unidade do impulso no SI é Newton.segundo $(\mathrm{N.s})$.

Se o impacto dura um tempo $\Delta t = t_f - t_i$, a média da força neste intevalo é:

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \frac{1}{\Delta t} \vec{I} \tag{42}$$

Rearrajando esta expressão fica:

$$\vec{I} = \langle \vec{F} \rangle \Delta t \tag{43}$$

Quando duas partículas se aproximam entre sí, sua interação mútua altera seu movimento resultando no intercâmbio de momento e energia.

As colisões classificam-se em dois tipos:

1. Colisões inelásticas
   Não há conservação de energia cinética, porém, se o sistema for fechado e isolado, há conservação de quantidade de movimento
   $$\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} + ... + \vec{p}_{n,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f} + ... + \vec{p}_{n,f} \tag{44}$$
   Se após a colisão, os corpos envolvidos movem-se juntos (com a mesma velocidade), a colisão chama-se perfeitamente inelástica
2. Colisões elásticas
   - Há conservação de energia e de quantidade de movimento.
   $$\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2}\right)_{\text{inicio}} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2}\right)_{\text{fim}} \tag{45}$$

Fim do Tema#2

Resolvam os exercícios da AP#2 e apresentem dúvidas na Aula Prática.