



Universidade Eduardo Mondlane

Faculdade de Engenharia

Departamento de Cadeiras Gerais

FÍSICA - II

---

### Trabalho Laboratorial N<sup>o</sup>6: Circuito RLC - Oscilações Amortecidas

---

## 1 Objectivos

1. Observar a oscilação amortecida num circuito RLC em série e distinguir os três tipos de amortecimento (sobre-amortecido, sub-amortecido e amortecimento crítico);
2. Lêr os valores do período e de amplitudes da oscilação;
3. Determinar a frequência angular, a constante de amortecimento e o decaimento logarítmico;
4. Determinar a resistência crítica na qual se observa o amortecimento crítico.

## 2 Resumo teórico

Circuito RLC é aquele que é composto por um resistor, indutor e capacitor. Se a resistência  $R$  não existisse e se tanto o indutor quanto o capacitor fossem ideais (sem resistências internas), a energia eléctrica no capacitor transformar-se-ia em energia magnética no indutor e vice-versa, mantendo-se sempre constante o seu valor total<sup>1</sup>. Porém, porque na realidade, os capacitores e os indutores não são ideais, as suas resistências em conjugação com a resistência de proteção ( $R$ ) dissipam energia sob forma de calor (pelo efeito joule) e, por essa razão, a energia total do circuito RLC decresce continuamente com o tempo em forma de uma oscilação amortecida.

---

<sup>1</sup>a energia electromagnética total é a soma da energia eléctrica no capacitor e a energia magnética no indutor

Para estudarmos o comportamento de uma oscilação amortecida num circuito RLC em série, consideremos o circuito da Fig.1 alimentado por um sinal quadrado do gerador de sinais.

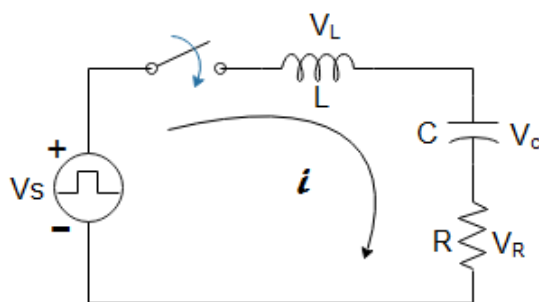


Figura 1: Circuito RLC em série

Utilizando-se a lei de Kirchhoff referente à quedas de tensões numa malha para o circuito da Fig.1 e expressando-se a equação em função da queda de tensão no capacitor tem-se:

$$\frac{d^2 V_c}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{LC} V_c = \frac{1}{LC} V_s \quad (1)$$

Introduzindo-se um factor de amortecimento ( $\beta = R/2L$ ), a Eq.1 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2 V_c}{dt^2} + 2\beta \frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{LC} V_c = \frac{1}{LC} V_s \quad (2)$$

A Eq.2 é uma diferencial da segunda ordem e não homogênea<sup>2</sup> pelo que, a sua solução é a superposição das soluções das equações característica e particular.

Considerando-se a equação característica, as suas raízes são:

$$\xi_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_o^2} \quad (3)$$

Onde,  $\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  é a frequência natural ou frequência de ressonância do oscilador.

Dependendo da magnitude do factor de amortecimento ( $\beta$ ) se comparada com a frequência natural ( $\omega_o$ ) nas raízes (3), três tipos de amortecimento tem lugar, isto é:

1. Se  $\beta < \omega_o$ , as duas raízes  $\xi_{1,2}$  são complexas e a oscilação é **sub-amortecida**. Assim, a solução da Eq.2 é:  $V_c(t) = e^{-\beta t} [D_1 \cos \omega t + D_2 \sin \omega t] + V_s$ . Onde,  $\omega = \sqrt{\omega_o^2 - \beta^2}$

<sup>2</sup>Não fique aterrorizado por esse conceito, pois, vai tratar equações diferenciais na Análise Matemática se é que ainda não estudou.

2. Se  $\beta = \omega_o$ , as duas raízes  $\xi_{1,2}$  são reais e iguais. Assim, a tensão no capacitor cai exponencialmente com maior rapidez e, por via disso, a oscilação é **criticamente amortecida**. A solução da Eq.2 para este caso é:  $V_c(t) = (B_1 t + B_2)e^{-\omega_o t} + V_s$
3. Se  $\beta > \omega_o$ , as duas raízes  $\xi_{1,2}$  são reais e diferentes. Assim, a tensão no capacitor cai exponencialmente mas com uma relativa lentidão se comparada com a condição do item 2. Portanto, a oscilação é **sob-amortecida** e a solução da Eq.(2) é:  $V_c(t) = A_2 e^{\xi_2 t} + A_1 e^{\xi_1 t} + V_s$

As constantes  $A_{1,2}$ ,  $B_{1,2}$  e  $D_{1,2}$  são determinadas tendo em consideração as condições iniciais. De notar-se que tanto o capacitor quanto o indutor não perdem respectivamente a tensão e a corrente de uma forma abrupta.

A Fig.2 ilustra os três tipos de amortecimento descritos nos itens 1,2 e 3.

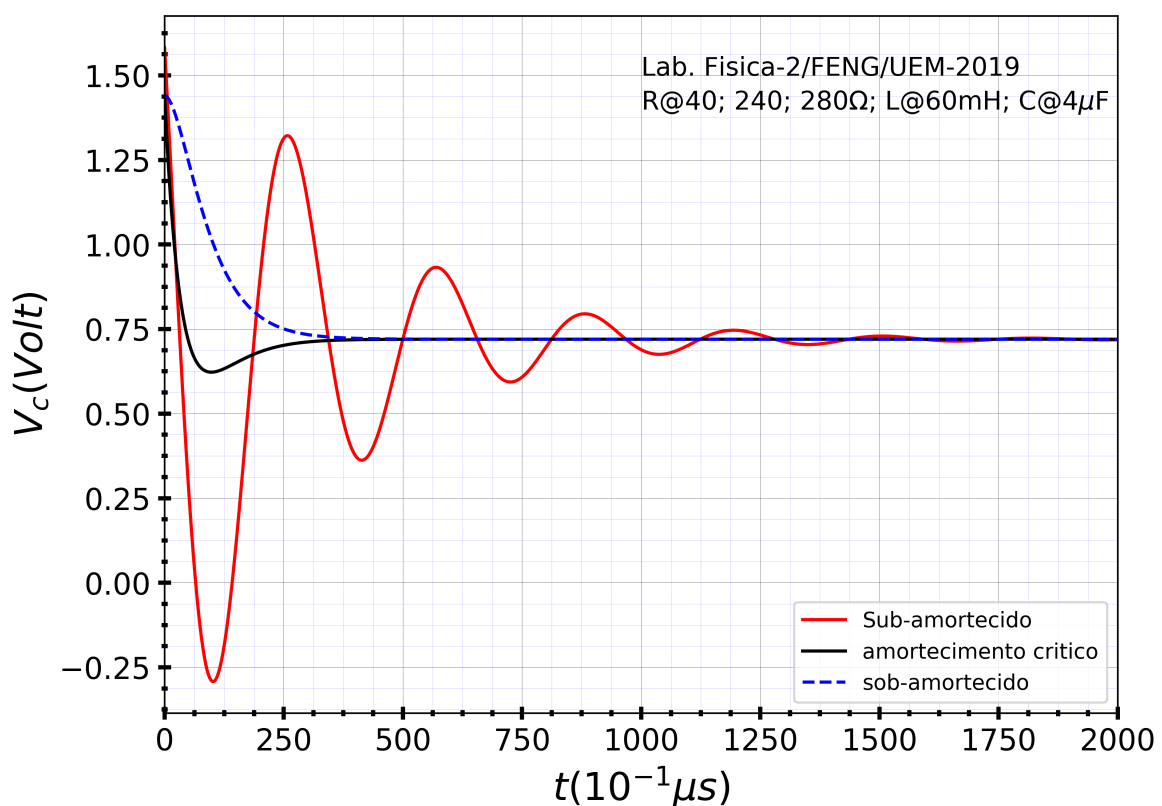


Figura 2: Tipos de amortecimentos num circuito RLC

### 3 Material Necessário

<u>Alimentação:</u>	Gerador de Sinais
<u>Instrumentos:</u>	Osciloscópio
<u>Resistor:</u>	180Ω
<u>Reóstato</u>	
<u>Capacitor:</u>	1nF
<u>Indutor:</u>	2mH
<u>Diversos:</u>	Fios de conexão e dois (2) cabos BNC garra jacaré .

## 4 Procedimentos de execução

1. Monte o circuito da Fig.3 e solicite a sua verificação pelo professor de laboratório.

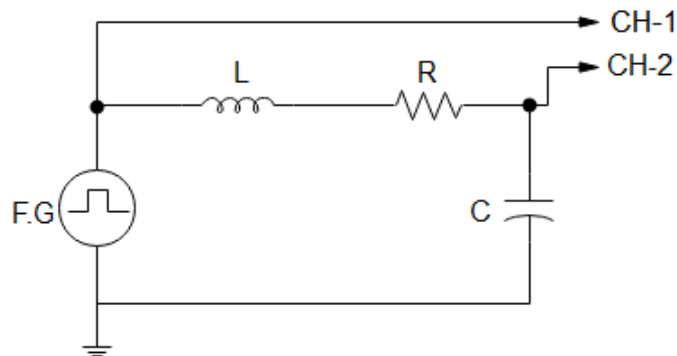


Figura 3:

2. Verifique se o selector de voltagem na alimentação do gerador de sinais está em 220V. Caso afirmativo, ligue o gerador de sinais, selecione a onda quadrada e ajuste a amplitude para 2.0V.
3. Ligue o osciloscópio. Ajuste a escala de tempo para que possa ver pelo menos quatro (4) ciclos de oscilação e, ajuste também a escala de voltagem de modo que tenha um sinal claramente visível e de fácil leitura.
4. Ajuste a frequência de modo que possa visualizar no osciloscópio oscilações sub-amortecidas com pelo menos quatro (4) ciclos (pode ajustar a frequência do gerador de sinais até  $\frac{1}{4}$  da frequência de ressonância do oscilador).
5. Registre as amplitudes de duas cristas consecutivas e calcule o decaimento logarítmico usando a seguinte relação:  $\delta = \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$ .
6. Determine o período ( $T$ ) da oscilação.
7. Calcule a frequência natural experimental ( $\omega_{oexp}$ ) e compare com a teórica ( $\omega_o$ ). Use  $\omega_{oexp} = 2\pi/T$ .
8. Determine o factor de amortecimento experimental ( $\beta_{exp}$ ) usando a seguinte relação:  $\beta_{exp} = \delta/T$ . Compare com o valor teórico ( $\beta = R/2L$ ) e comente o seu resultado.
9. Ligue o reóstato em série com o resistor (R) do circuito da Fig.3 e varie a resistência do reóstato de modo que observe as oscilações sub-amortecida e criticamente amortecida. Registre os valores das resistências para as quais observou as supra-critadas oscilações. Compare com os valores previstos teoricamente.