

Tema#5:Potencial eléctrico¹

Bartolomeu Joaquim Ubisse

Universidade Eduardo Mondlane
Faculdade de Ciências - Departamento de Física

(Aulas preparadas para estudantes da Engenharia Informática- UEM)

18/04/2022

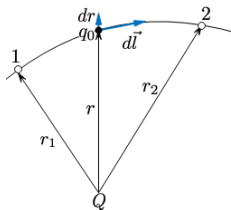
¹Alguns exemplos usados neste material foram usados pelo Prof. Luis Chea nas aulas leccionadas na FENG-UEM no período de 2019 a 2021.

1 Energia e potencial eléctrico

- Potencial dipolar
- Determinação de potencial eléctrico para distribuição contínua de cargas
- Cálculo do potencial partindo do campo eléctrico

Energia e potencial eléctrico

- ✓ A carga Q cria \vec{E} a sua volta
- ✓ Quando a carga q_0 é colocada no seio do campo, sente acção da força $\vec{F} = q_0\vec{E}$ e desloca-se de um ponto para outro ($1 \rightarrow 2$).
- ✓ Há realização de trabalho sobre q_0 !



- ✓ W_{12} da eq.1 não depende da trajectória;
- ✓ \vec{F} e \vec{E} são conservativos!

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} \Rightarrow W_{12} = \int_1^2 F dr$$

$$W_{12} = q_0 \int_1^2 E dr \Rightarrow W_{12} = q_0 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{Q}{r^2} dr$$

$$W_{12} = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

Energia e potencial eléctrico

Para campos conservativos :

$$W_{12} = U_1 - U_2 = -\Delta U \quad (U - \text{energia potencial}) \quad (2)$$

Assim,

$$\frac{\Delta U}{q} = -\frac{W_{12}}{q} = -\int_1^2 \vec{E} d\vec{r} \quad (3a)$$

$$\Delta \underbrace{\left(\frac{U}{q}\right)}_{\varphi} = -\int_1^2 \vec{E} d\vec{r} \implies \Delta\varphi \equiv \varphi_2 - \varphi_1 = -\int_1^2 \vec{E} d\vec{r} \quad (3b)$$

Deste modo, **potencial eléctrico** (φ) é a energia por unidade de carga. Esta, expressa a capacidade que um corpo energizado tem de realizar trabalho, i.é., atrair ou repelir cargas.

Escolhe - se ($\varphi|_{r \rightarrow \infty} = 0$)

$$\varphi(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E} d\vec{r} \quad [\text{Volt}] \quad (3c)$$

Energia e potencial eléctrico

Na prática o que se mede é a diferença de potencial ($\Delta\varphi \equiv V \equiv ddp$)

Quando se conhece o potencial eléctrico em um dado ponto pode-se determinar a magnitude do campo eléctrico com base na seguinte expressão:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \equiv -grad\varphi \quad (4)$$

$$\nabla \equiv \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} & \text{Coordenadas cartesianas} \\ \frac{\partial}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}\vec{u}_\phi + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} & \text{Coordenadas cilíndricas} \\ \frac{\partial}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\vec{u}_\phi & \text{Coordenadas esféricas} \end{cases}$$

Energia e potencial eléctrico

Potencial eléctrico de cargas puntiformes

Exemplo 1

Determine o potencial eléctrico criado por uma carga pontual q em um dado ponto r do espaço.

$$\begin{aligned}\int_{\infty}^r d\varphi &= - \int_{\infty}^r E dr \Rightarrow \int_{\infty}^r d\varphi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} \\ \varphi(r) - \varphi(\infty) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty} \right) \\ \varphi(r) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}\end{aligned}\tag{5}$$

Energia e potencial eléctrico

Potencial eléctrico de distribuição contínua de cargas

Em caso de várias cargas distribuidas, usa-se o princípio de superposição:

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (\text{dist. discreta}) \quad (6a)$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\ell} \frac{\lambda}{r_i} d\ell \quad (\text{dist. linear}) \quad (6b)$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma}{r_i} ds \quad (\text{dist. superficial}) \quad (6c)$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho}{r_i} dV \quad (\text{dist. volumétrica}) \quad (6d)$$

Energia e potencial eléctrico

Linhas equipotenciais

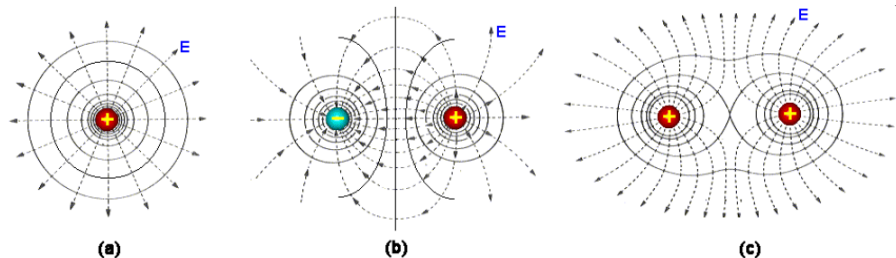
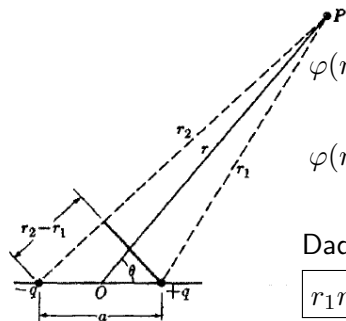


Figura 1: Superfícies equipotenciais e linhas de campo para diferentes distribuições de carga; (a) carga pontual; (b) dipolo eléctrico; (c) monopolo de duas cargas positivas

Energia e potencial eléctrico

Potencial dipolar

O potencial no ponto **P** é:



$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \Rightarrow \varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right)$$

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$$

Dado que $a \ll r$, então: $r_2 - r_1 \approx a \cos \theta$ e

$$r_1 r_2 = r^2$$

Figura 2:

$$\varphi(r) = \frac{q a \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ ou } \varphi(r) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (7)$$

Potencial eléctrico

Exemplo 2

Determine o potencial no ponto P, criado por uma barra fina e não condutora, de comprimento ℓ e com uma densidade de carga λ

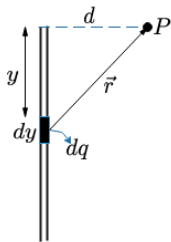


Figura 3:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \Rightarrow \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^l \frac{\lambda dy}{r}$$

$$\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^l \frac{dy}{\sqrt{d^2 + y^2}}$$

$$\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(y + \sqrt{y^2 + d^2} \right) \Big|_0^l$$

$$\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + d^2}}{d} \right)$$

Exemplo 3

Calcule o potencial criado, no ponto P , por um disco de raio R , carregado com densidade de carga σ

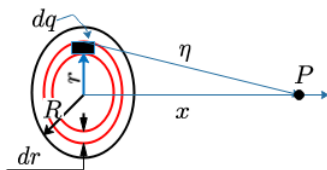


Figura 4:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{\eta} \Rightarrow \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{\sigma dS}{\eta}$$

$$\varphi = \frac{\sigma 2\pi}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

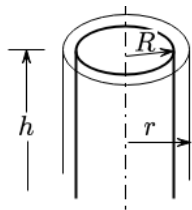
$$\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{x^2 + R^2} - x \right)$$

Potencial eléctrico

Cálculo do potencial partindo do campo eléctrico

Exemplo 4

Determine o potencial eléctrico a uma distância r de um fio infinito com densidade de cargas λ



Sabe-se que:

$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} & \text{se } r > R \end{cases}$$

Consideremos $r_{ref} = R$

$$\varphi(r) = \varphi(R) - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{R}\right)$$

$$\int_{r_{ref}}^r d\varphi = - \int_{r_{ref}}^r \vec{E} d\vec{r}$$

$$\varphi(r) - \varphi(r_{ref}) = - \int_{r_{ref}}^r \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} dr$$

$$\varphi(r) = \varphi(r_{ref}) - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{r_{ref}}\right)$$

Potencial eléctrico

Potencial de um condutor carregado

Num condutor carregado a carga fica distribuída na sua superfície e o campo eléctrico no interior é nulo.

O campo continua nulo mesmo na presença de cavidade que contenha carga.

