

AT#04: Radioatividade

Bartolomeu Joaquim Ubisse

Instituto Superior de Ciências de Saúde (ISCISA)

(Aulas preparadas para estudantes de Radiologia)

26 de Março de 2022

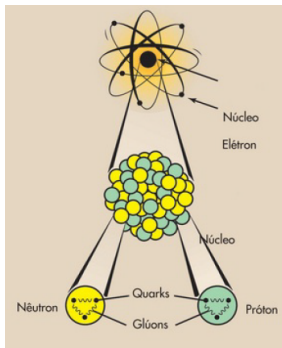
1 Radioactividade

- Estrutura do núcleo
- Decaimento Radioactivo
- Lei de decaimento Radioactivo e Actividade

Radioatividade

Estrutura do núcleo

A matéria tem o átomo como a sua unidade básica (Fig.1).



Segundo Rutherford (1911):

- Núcleos são densos ($\sim 99.9\%$ do peso do átomo) e 10^{10} vezes menor que o próprio átomo.

O átomo é constituído de prótons (Z) e neutrões (N). Assim, pode-se representar por: A_ZX_N .

onde, $A = Z + N$ é massa atómica.

Figura 1: Composição do núcleo
[Bushong, 2013]

$$1\text{uma} = 1.660559 \times 10^{-27}\text{kg} = 931.49\text{MeV}/c^2$$

Radioatividade

Estrutura do núcleo

Raio do núcleo atômico

A determinação do raio do núcleo parte do princípio de que quase todos eles tem a mesma densidade (ρ):

$$\rho = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \boxed{R = R_0 A^{1/3}} \quad (1)$$

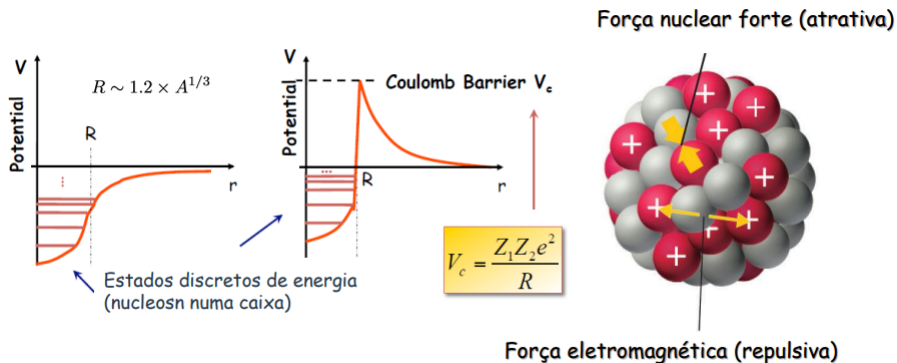
$$\text{Onde, } R_0 = \left(\frac{1}{\frac{4}{3}\pi\rho} \right) = 1.2 \text{ fm}$$

$$1\text{fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

Radioatividade

Estrutura do núcleo

O que garante a coesão dos nucleões¹ no núcleo ?



¹Protões e neutrões são chamados de nucleões

Radioatividade

Estrutura do núcleo

Para estudarmos a estabilidade ou instabilidade dos núcleos podemos recorrer a dois modelos: Modelo de gota de líquido (LDM - *Liquid Drop Model*) e o Modelo de camadas nucleares (NSM - *Nuclear Shell Model*)

Modelo de gota de líquido (LDM): Equação de Weizsäcker

Os nucleões são análogos às moléculas de líquidos que são mantidas juntas pelas **forças inter-moleculares** de curto alcance e também pelos **efeitos da tensão superficial**. Este modelo permite ter a energia de ligação dos nucleões no núcleo.

✓ A energia de ligação é a necessária para separar os nucleões de um núcleo. É considerada como sendo a medida do grau de estabilidade do núcleo.

Radioatividade

Estrutura do núcleo

$$E_B = (Zm_p + Nm_n - M) c^2 \quad (2)$$

onde, Z - número atômico, N- número de nêutrons, m_p - massa do próton, m_n - massa do nêutron, M - massa do núcleo.

O termo Mc^2 é denominado de energia de repouso do núcleo.

Dado que a massa de um átomo é praticamente igual à soma das massas do núcleo e dos elétrons (já que a energia de ligação do átomo é pequena), a energia de ligação do núcleo é dada aproximadamente por:

$$E_B = (ZM_H + Nm_n - M_A) c^2 \quad (2a)$$

onde, M_H - massa de Hidrogênio e M_A - massa de átomo

$ZM_H + Nm_n - M_A = \Delta m$ é defeito de massa.

Radioatividade

Estrutura do núcleo

Exemplo 1

Determine a energia de ligação do núcleo de ^{12}C , sabendo que, $m_p = 1.007276\text{uma}$, $m_n = 1.008665\text{uma}$ e a massa do núcleo ^{12}C é 11.9966706uma

$$\Delta m = 12.095646 - 11.996706 = 0.098940u$$

$$E_B = 0.098940u \times 931.5\text{MeV}/u = 92.2\text{MeV}$$

Energia de ligação por nucleão: $\frac{E_B}{A}$

$$\text{No caso do Ex.1: } \frac{E_B}{A} = \frac{92.2\text{MeV}}{12} = 7.68 \text{ MeV/nucleão}$$

Radioatividade

Estrutura do núcleo

A E_B depende da massa (A), segundo Weizsäcker para LDM:

$$E_B = C_1 A - C_2 A^{2/3} - C_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - C_4 \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm C_5 A^{-4/3} \quad (3)$$

Os termos desta equação são referentes a: N^0 de núcleos (efeito volumétrico), efeito de superfície, interação Coulombiana entre prótons, efeito de assimetria entre prótons e nêutrons e efeitos da força nuclear a favor da paridade de prótons e nêutrons (+ quando Z e N são pares e - \rightsquigarrow Z e N são ímpares)

Tabela 1: Coeficientes² da equação de Weizsäcker [Rösch, 2015]

C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
MeV				
15.15	15.94	0.665	21.57	22.4

²Estes valores ainda vão sofrendo modificações com avanços na mediação

Radioatividade

Estrutura do núcleo

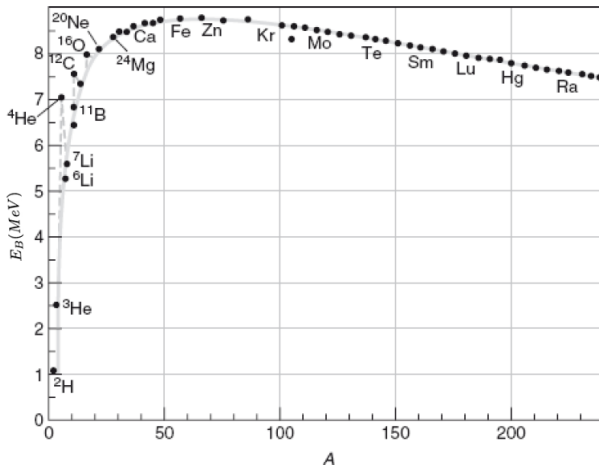


Figura 2: Ajuste dos resultados da Eq. de Weizsäcker com os dados experimentais. Núcleos com $A < 20$ não são bem descritos pelo LDM. [Tipler, 2014]

Radioatividade

Estrutura do núcleo

Modelo de camadas nucleares

Repare que alguns núcleos tem energia de ligação muito diferente daquela que é prevista usando-se o modelo da gota de líquido. Esses núcleos apresentam uma energia de ligação maior, e por via disso, apresentam uma estabilidade não usual nas suas estruturas.

Esses núcleos possuem números mágicos tanto para os prótons quanto para os nêutrons.

$$Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82 \text{ e } N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$$

Ex. de núcleos com duplo mágicos: ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$

As outras constatações são

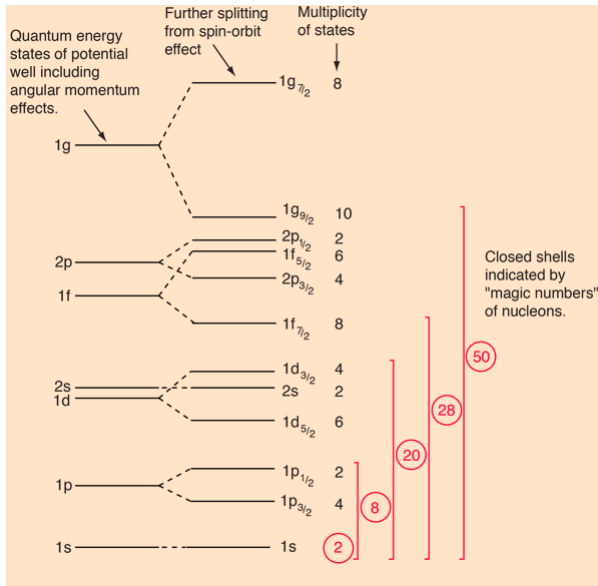
- Elementos com Z mágico, são mais abundante em relação os elementos mais próximos;
- A energia do estado excitado é mais elevada em relação à do estado fundamental se tanto Z quanto N forem números mágicos.
- Há mais isótopos estáveis se Z for mágico, e mais isótonos se N for mágico

Assim:

- Os nucleões não são distribuídos de uma forma homogênea, mas sim em níveis específicos;
- Contrariamente ao previsto pelo LDM, cada nucleão tem uma característica própria (*aqui aplica-se o princípio de Pauli para os nucleões tal como é aplicado para os electrões.*)

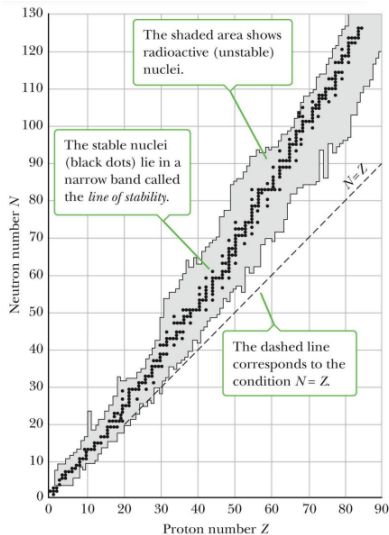
Radioatividade

Estrutura do núcleo



Radioatividade

Estabilidade Nuclear



- Para $Z < 20 \rightsquigarrow Z = N$: Ocorre com núcleos leves;
- Quando Z aumenta, N também deve aumentar para compensar a repulsão Coulombiana, mantendo a estabilidade do núcleo; Estes núcleos encontram-se fora da linha de $Z = N$
- Quando o Z continua a aumentar, chega-se ao ponto em que o aumento de N já não é suficiente para compensar a repulsão Coulombiana \rightsquigarrow **Os núcleos já são instáveis.** O maior Z estável é $Z = 83$ ($^{209}_{83}\text{Bi}$)

Figura 3: $Z = Z(N)$

Radioatividade

Estabilidade Nuclear

✓ Radioatividade é a emissão de partículas e energia pelo núcleo com vista a se atingir a estabilidade.

Todos os elementos da natureza com $Z > 83$ são radioativos. Porém, existem também elementos com $Z < 83$ que são radioativos, ex: Trítio (${}^3_1\text{H}$).

Tabela 2: Classificação dos átomos em função de arranjos nucleares [Bushong, 2013]

Arranjo	Z	A	N
isótopo	Mesmo	Diferente	Diferente
isóbaro	Diferente	Mesmo	Diferente
isótono	Diferente	Diferente	Mesmo
isômero ³	Mesmo	Mesmo	Mesmo

³A diferença está nos estados energéticos onde cada um se encontra

Radioatividade

Estabilidade Nuclear

Tabela 3: Alguns átomos importantes para a Ciência Radiológica [Bushong, 2013]

Elemento	Símbolo Químico	Número Atômico (Z)	Número de Massa Atômica (A)*	Número de Isótopos de Ocorrência Natural	Massa Elemental (u) [†]	Energia de Ligação Eletrônica da Camada K (keV)
Berílio	Be	4	9	1	9,012	0,11
Carbono	C	6	12	3	12,01	0,28
Oxigênio	O	8	16	3	15	0,53
Alumínio	Al	13	27	1	26,98	1,56
Cálcio	Ca	20	40	6	40,08	4,04
Ferro	Fe	26	56	4	55,84	7,11
Cobre	Cu	29	63	2	63,54	8,98
Molibdênio	Mo	42	98	7	95,94	20
Ródio	Rh	45	103	5	102,9	23,2
Rutênio	Ru	44	102	7	101	22,1
Prata	Ag	47	107	2	107,9	25,7
Estanho	Sn	50	120	10	118,6	29,2
Iodo	I	53	127	1	126,9	33,2
Bário	Ba	56	138	7	137,3	37,4
Tungstênio	W	74	184	5	183,8	69,5
Rênio	Re	75	186	2	185,9	71,7
Ouro	Au	79	197	1	196,9	80,7
Chumbo	Pb	82	208	4	207,1	88
Urânio	U	92	238	3	238	116

u, Unidade de massa atômica; keV, quiloeltronvolt.

*Isótopo mais abundante.

†Média de isótopos de ocorrência natural.

Exemplo 2

A partir desta lista de átomos, ${}_{54}^{131}\text{Xe}$, ${}_{53}^{130}\text{I}$, ${}_{53}^{131}\text{I}$, e ${}_{55}^{132}\text{Cs}$, indique os isótopos, isóbaros e isótonos.

Isótopos: ${}_{53}^{130}\text{I}$ e ${}_{53}^{131}\text{I}$; Isóbaros: ${}_{54}^{131}\text{Xe}$ e ${}_{53}^{131}\text{I}$; Isótonos: ${}_{54}^{131}\text{Xe}$, ${}_{53}^{130}\text{I}$ e ${}_{55}^{132}\text{Cs}$

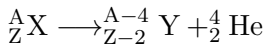
De onde vem os núcleos radioactivos ?

- Naturais:** Terão surgidos durante a época da formação da Terra e o seu decaimento ainda está em curso. Ex: ${}_{92}^{238}\text{U}$;
São continuamente produzidos na estratosfera pela acção da radiação cósmica. Ex: ${}^{14}\text{C}$;
- Artificiais:** Produzidos nos laboratórios com recurso a aceleradores de partículas ou reatores nucleares. (Ex. A maioria dos usados na medicina \rightsquigarrow ${}^{131}\text{I}$, ${}^{137}\text{Cs}$ e mais)

Tipos de decaimento dos radioisótopos

- $\alpha \rightsquigarrow$ há emissão da partícula α : ${}_Z^AX \longrightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_2^4\text{He}$
- β^- e β^+ \rightsquigarrow há emissão de electrões e positrões: $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ e $p \longrightarrow n + e^+ + \nu$
- $\gamma \rightsquigarrow$ há emissão de fotões com energia na faixa do γ , ocorre quando o radioisótopo decai do estado excitado para o fundamental.

Decaimentos α



O decaimento α ocorre com núcleos radioactivos grande. A velocidade da partícula α determina-se com base na sua curvatura no seio de \vec{B} transversal e, é $v_\alpha \approx 1.52 \times 10^7 \text{ m/s}$.

Dado que $v_\alpha \ll C$, então pode-se usar a equação não relativística para a energia:

$$E_c = \frac{1}{2}mv_\alpha = 0.5 \times 6.64 \times 10^{-27}\text{kg} \times 1.52 \times 10^7\text{m/s} = 4.8\text{MeV}$$

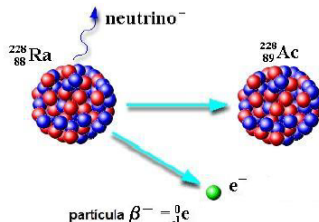
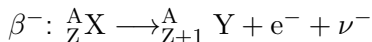
✓ Decaimento α ocorre sempre que a massa do átomo inicial é maior que a massa do átomo resultante e a do Hélio correspondente

Devido a sua massa e carga, partículas α só descolam poucos centímetros no ar e em materiais.

Decaimento β

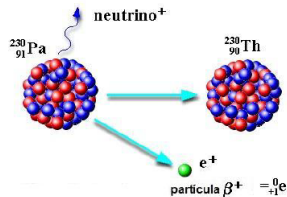
O decaimento β resulta de transformações entre isóbaros. Ele classifica-se em três tipos:

- 1 β^-
- 2 β^+
- 3 Captura electrónica

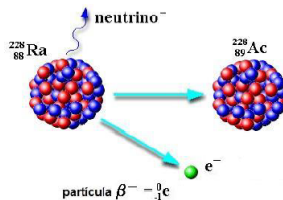


Radioactividade: Decaimento Radioactivo

$$\beta^+: {}^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu$$



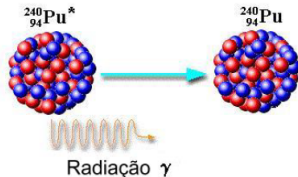
$$\beta^-: {}^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \nu^-$$



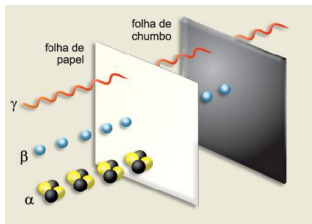
Radioatividade: Decaimento Radioativo

Decaimento γ

$$\gamma: {}^A_Z X^* \longrightarrow {}^A_Z Y + \gamma$$



Poder de penetração das radiações



Assim, as partículas- α são mais ionizantes

Radioactividade: Lei de decaimento Radioactivo e Actividade

O decaimento de um núcleo radioactivo é um evento aleatório, pelo que, não se pode prever com exactidão quando é que um dado núcleo no seio de vários poderá decair. Porém, não obstante esta limitação, sabe-se que se uma dada amostra contém **N** núcleos radioactivos, a sua taxa de decaimento, $\frac{dN}{dt}$, é proporcional à quantidade de núcleos radioactivos dessa amostra (N).

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (4)$$

Integrando-se esta expressão resulta em:

$$\int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \Rightarrow \boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}} \quad (4a)$$

onde, $N(t)$ é o número de átomos que ainda não se desintegraram após um intervalo de tempo t , N_0 é o número de átomos inicialmente presentes e λ é a constante de desintegração em s^{-1} .

Radioactividade: Lei de decaimento Radioactivo e Actividade

Na prática o que interessa é a rapidez com que os núcleos radioactivos de uma amostra se desintegram, e não na quantidade de núcleos a se desintegrar. Esta magnitude denomina-se **Actividade (A)**.

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (5)$$

$$A = -\frac{dN}{dt} = A_0 e^{-\lambda t} \quad (5a)$$

A unidade de actividade no SI é *becquerel*⁴ (Bq). Porém, ainda é comum expressar-se a actividade em *Curie* (Ci), unidade antiga.

✓ 1Bq = 1 decaimento por segundo.

✓ 1Ci = 3.7×10^{10} Bq

⁴Em homenagem ao Henri Becquerel, quem descobriu a radioactividade

Frequentemente a amostra com núcleos radioactivos é colocada nas proximidades de um detector, que tendo em consideração as suas limitações (ex. sensibilidade limitada), não regista todas as desintegrações ocorridas na tal amostra. Dado esse factor, as medidas não são expressas em *becquerel*, mas sim em **contagem por unidade de tempo**.

Medidas principais de tempo na radioactividade

- ① **Meia-vida ($T_{1/2}$)** \rightsquigarrow é o tempo necessário para que tanto $N(t)$ quanto A caiam à metade do valor inicial.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (6)$$

- ② **Vida média (τ)** \rightsquigarrow é o tempo necessário para que tanto $N(t)$ quanto A caiam $1/e$ vezes do valor inicial.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (7)$$

Exemplo 3

Uma fonte radioactiva tem uma meia-vida de 1 minuto. No instante inicial ($t=0s$) a fonte é colocada nas proximidades de um detector e verifica-se que a taxa de contagem é 2000 contagens por segundo. Determine: i) A vida média e a constante de decaimento da fonte; ii) A taxa de contagem nos instantes $t = 1 \text{ min}$, 2 min , 3 min e 10 min , e esboce o gráfico cartesiano.

Dados:

$$T_{1/2} = 1 \text{ min} \\ \tau - ? \text{ e } \lambda - ?$$

Resolução:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 1.44 \text{ min}; \lambda = \frac{1}{\tau} = 1.16 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Actividade específica

O becquerel (ou Curie), embora seja usado como unidade da quantidade, não tem em consideração a massa e/ou volume do material radioactivo no qual as transformações tem lugar. Assim, para contornar este facto, usa-se a **actividade específica** (SA- do inglês *Specific Activity*)

$$SA = \lambda \frac{N}{m} \Rightarrow \boxed{SA = \lambda \frac{N_A}{M}} \quad (8)$$

onde, m - massa do átomo em grama(g); N_A - número de Avogadro ($N_A = 6.022 \times 10^{23}$ nucleos/mol); M - massa atômica em g/mol

É muito frequente determina-se a actividade específica de um i-ésimo núcleo radioactivo baseando-se na actividade de 1g de ^{226}Ra , que é, $3.7 \times 10^{10}\text{tps}$, i.é.,

$$SA_i = 3.7 \times 10^{10} \frac{M(^{226}\text{Ra}) \times T_{1/2}(^{226}\text{Ra})}{M_i \times T_{1/2}(i)} \quad (8a)$$

No caso em que a substância é uma mistura de isótopos dos quais, um é radioactivo e outro não é, a actividade específica da mistura é a razão entre a actividade e a massa (M) total da mistura.

FIM DO TEMA#4

(Resolvam os exercicios da Ficha#3)