Profesor:	Kenneth Roy Cabrera Torres		Curso:	Estadística			Fecha:	26/03/2015		
Programa:	Contaduría	Tipo de Examen:	X	Par		Seg		Fin		Hab

Estudiante: ______________________ Código: ____________________ Nota _____

> Sólo está permitido el uso de la calculadora (no se permite la calculadora del teléfono celular), tampoco se admiten notas escritas, cuadernos, libros, tabletas, etc.

El Examen Parcial tiene un valor del 20 % de la nota definitiva. Por favor lea cuidadosamente cada pregunta y responda de acuerdo a lo visto en clase. Usted dispone de dos (2.0) horas para responder el examen.

Fórmulas:

La probabilidad frecuentista se define como: Si todos los posibles resultados tienen la misma probabilidad de ocurrir, entonces:

$$P(E) = \frac{\text{Total de resultados favorables a E}}{\text{Total de resultados del espacio muestral S}}$$

El número combinatorio de obtener el número de combinaciones de un grupo de n individuos tomar o formar grupos de r individuos es:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Donde $x!$ se define como $x! = x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$. Y se define a $0! = 1$.

Probabilidad de la unión se definen como:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Si dos eventos son mutuamente excluyentes la probabilidad de la unión es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Probabilidad condicional se define como:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Si dos eventos son independientes entonces:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Si dos eventos son independientes entonces también se cumple que:

$$P(A/B) = P(A)$$

---

1. Selección múltiple

(Valor 70 % - Tiempo estimado: 90 minutos)
Marque en la hoja de respuestas, la respuesta correcta (sólo una opción).

1. (10 Puntos) En una venta de arepas, se tiene que escoger entre arepa ultradelgada (tela) o arepa normal, una de tres proteínas posibles: pollo, carne de res o proteína vegetal, y tres adiciones de diez posibles. ¿De cuántas maneras diferentes se puede pedir una arepa?

   A. 120 maneras.

   B. 240 maneras.

   C. 360 maneras.

   D. 720 maneras.

   Solución: En este caso el número de maneras diferentes se calcula como: se toma un tipo de arepa de dos tipos posibles, por una proteína de tres posibles y tres adiciones de diez posibles, entonces, el número de combinaciones totales es:

   $$\binom{2}{1}\binom{3}{1}\binom{10}{3} = \frac{2!}{1!(2-1)!}\frac{3!}{1!(3-1)!}\frac{10!}{3!(10-3)!} = 2\cdot 3\cdot \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7!}{3\cdot 2\cdot 7!} = 2\cdot 3\cdot 120 = 720.$$

2. (10 Puntos) En un grupo de 20 estudiantes hay 8 hombres y 12 mujeres, de los cuales 4 hombres son llaneros y 3 mujeres son llaneras. Si tomo dos parejas de estudiantes (1 hombres y 1 mujeres y otro hombre y otra mujer) al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que las dos parejas sean todos de los Llanos?

   A. ≈ 0.0005

   B. ≈ 0.001

   C. $\approx$ 0.01

   D. ≈ 0.1

   Solución: S: Número de posibles para de parejas que se pueda formar con las personas del grupo.

   E: Número de posibles parejas donde sólo se incluyan los llaneros.

   El número de posibilidades del espacio muestral (S) es: de 8 hombres tomo 2 y de 12 mujeres tomo 2.

   $$\binom{8}{2}\binom{12}{2} = \frac{8!}{2!(8-2)!}\frac{12!}{2!(12-2)!} = \left(\frac{8\cdot 7\cdot 6!}{2\cdot 6!}\right)\left(\frac{12\cdot 11\cdot 10!}{2\cdot 10!}\right) = (4\times 7)\times(6\times 11) = 1848$$

   Para el evento (E) se tiene que se deben tomar de 4 llaneros, 2 de ellos y para las mujeres de 3 llaneras, tomar 2, luego:

   $$\binom{4}{2}\binom{3}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!}\frac{3!}{2!(3-2)!} = \left(\frac{4\cdot 3\cdot 2!}{2\cdot 2!}\right)\left(\frac{3\cdot 2!}{2!\cdot 1}\right) = 6\times 3 = 18.$$

   Por definición de probabilidad frecuentista, se tiene que:

   $$P(E) = \frac{18}{1848} = 0{,}00974026 \approx 0{,}01$$

3. (10 Puntos) La siguiente es la distribución en porcentaje de las medidas de los diámetros en centímetros de un muestreo realizado sobre una hoja con círculos:

Diámetro (cm)	Porcentaje
0.4	10.0 %
0.9	36.6 %
1.4	30.0 %
1.8	13.4 %
2.7	6.7 %
3.6	3.3 %

¿Cuál es la probabilidad de seleccionar un circulo al azar cuyo diámetro **no** esté en el intervalo cerrado [0.9,2.7]?

A. 0.466

B. 0.133

C. 0.67

D. 0.566

Solución: Cada medida de diámetro se puede tomar como un evento, asi D_1 : Diámetro de 0.4, D_2: Diámetro de 0.9, D_3: Diámetro de 1.4, D_4: Diámetro 1.8, D_5: Diámetro de 2.7 y D_6: Diámetro de 3.6. Dado que el intervalo cerrado incluye tanto los diámetros de 0.9 como de 2.7 entonces, lo que se pide es $P((D_2 \cup D_3 \cup D_4 \cup D_5)')$, pero el complemento de esta unión es simplmente $P(D_1 \cup D_6)$ y dado que son eventos mutuamente excluyentes entonces $P(D_1 \cup D_6) = P(D_1) + P(D_6) = 0.1 + 0.033 = 0.133$.

4. (10 Puntos) El porcentaje de estados de cuentas que no tienen errores y que hayan pasado la prueba de un auditor y además un contador de la UNAC le haya dado el visto bueno es del 80 %. Si la probabilidad de que haya pasado la prueba de un auditor dado que un contador de la UNAC le haya dado el visto bueno es del 0.95 y la probabilidad de que el contador de la UNAC le de visto bueno a un estado de cuenta es del 0.85. ¿Cuál es la probabilidad de un estado de cuenta no tenga errores dado que pasó la prueba de un auditor y el contador de la UNAC le dió el visto bueno?

A. ≈ 0.80

B. ≈ 0.94

C. ≈ 0.71

D. $\approx$ 0.99

Solución: Definamos los siguientes eventos:

- N : El estado de cuenta no tiene errores.
- A : El estado de cuenta pasó la prueba del auditor.
- C : Al estado de cuenta se le dió el visto bueno por parte del contador de la UNAC.

De acuerdo al enunciado se tiene que:

$$P(N \cap A \cap C) = 0{,}80 \qquad P(A/C) = 0{,}95 \qquad P(C) = 0{,}85$$

Lo que se pregunta es:
$$P(N/(A \cap C)) =?$$
Por definición de probabilidad condicional, se tiene que:
$$P(N/(A \cap C)) = \frac{P(N \cap A \cap C)}{P(A \cap C)}$$
En este caso se conoce el numerador, pero no el denominador. Pero de nuevo por definicón de probabilidad condicional se tiene que:
$$P(A/C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)}$$
De donde se despeja $P(A \cap C)$ entonces:
$$P(A \cap C) = P(A/C)P(C) = 0{,}95 \times 0{,}85 = 0{,}8075$$
Entonces reeplazando en la expresión inicial se tiene que:
$$P(N/(A \cap C)) = \frac{P(N \cap A \cap C)}{P(A \cap C)} = \frac{0{,}8}{0{,}8075} = 0{,}990721 \approx 0{,}99$$

5. (10 Puntos) La probabilidad de que en una fila estén 0, 1, 2, 3 o 4 personas sigue la siguiente función (En la fila no pueden estar más de 4 personas por el espacio disponible):
$$P(X = x) = \frac{10 - x}{40}, \qquad x = 0, 1, 2, 3, 4.$$
¿Cuál es la probabilidad de que en la fila estén dos o más personas?
   A. 0.25
   B. 0.15
   C. 0.325
   D. 0.525

Solución: En este caso se tiene que para cada x se puede definir un evento, de tal manera que se pueden definir los eventos $P(X = 0), P(X = 1), \cdots, P(X = 4)$ y todos son mutuamente excluyentes. La pregunta es $P(X = 2 \cup X = 3 \cup X = 4)$, dado que son mutuamente excluyentes, entonces:
$$\begin{aligned} P(X = 2 \cup X = 3 \cup X = 4) &= P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) \\ &= \frac{10-2}{40} + \frac{10-3}{40} + \frac{10-4}{40} \\ &= \frac{8}{40} + \frac{7}{40} + \frac{6}{40} \\ &= \frac{21}{40} \\ &= 0{,}525. \end{aligned}$$

6. (10 Puntos) De los recién egresados de la UNAC que dominan el idioma inglés el 90 % consiguen un empleo formal en menos de 12 meses después da haberse graduado. Sin embargo de los recién egresados

de la UNAC el 70 % consiguen empleo formal aún sin dominar el idioma inglés. Si el porcentaje de los estudiantes de la UNAC, recién egresados, el 20 % dominan el idioma inglés. ¿Cuál es la probabilidad que al elegir al azar un estudiante de la UNAC, éste consiga un empleo en menos de 12 meses después de haberse graduado?

A. 0.74

B. 0.86

C. 0.56

D. No es posible calcularla con la información dada.

Solución: Definamos los eventos:

- I: Egresado que domina el idioma inglés.
- T: El egresado consigue empleo formal en menos de 12 meses de haberse graudado.

De acuerdo al enunciado se tiene que $P(T/I) = 0.9$, y $P(T/I') = 0.7$, $P(I) = 0.2$, se pregunta por $P(T)$.

En este caso se puede pensar a $P(T) = P((T \cap I) \cup (T \cap I))$, dado que el evento I e I' son mutuamente excluyentes entonces $P(T) = P((T \cap I) \cup (T \cap I)) = P(T \cap I) + P(T \cap I')$.

En este caso se puede calcular $P(T \cap I)$ mediante la probabilidad condicional de la siguiente manera:

$$P(T/I) = \frac{P(T \cap I)}{P(I)}$$

De donde se despeja $P(T \cap I) = P(T/I)P(I) = 0.9 \times 0.2 = 0.18$

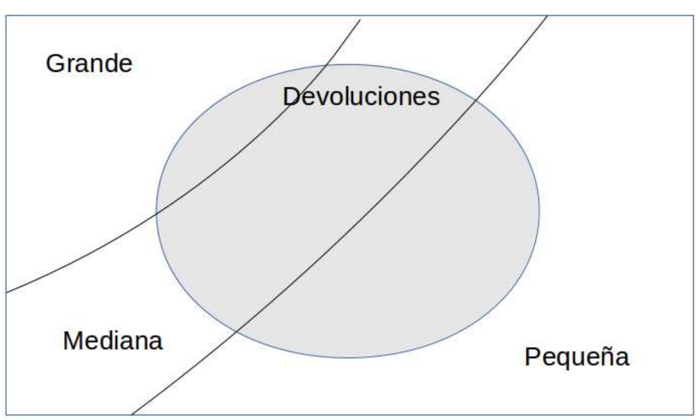
Dado que $P(I') = 1 - P(I) =$ 1 - 0.2 = 0.8.

Similarmente para $P(T \cap I') = P(T/I')P(I') = 0.7 \times 0.8 = 0.56$

Finalmente se tiene entonces que:

$P(T) = P((T \cap I) \cup (T \cap I)) = P(T \cap I) + P(T \cap I') = 0.18 + 0.56 = 0.74$

7. (10 Puntos) El porcentaje del número de empresas grandes proveedoras de una compañía es del 10 %, de empresas medianas es del 30 % y el resto de pequeñas empresas. Se sabe adicionalmente que de la empresas grandes generalmente el 5 % hay que devolver el pedido, el 10 % si es de una empresa mediana y el 15 % si es de una empresa pequeña. Si se presenta una devolución, ¿Cuál es la probabilidad que venga de una empresa pequeña?



A. 0.84
B. 0.72
C. 0.24
D. 0.125

Solución: Definimos los siguientes eventos:

1. G: El proveedor es una gran empresa.
2. M: El proveedor es una mediana empresa.
3. Q: El proveedor es una pequeña empresa.
4. D: Hay devolución por parte de la compañia.

Los datos en este caso son $P(G)$=0.1, $P(M)$=0.3 y $P(Q)$=0.6, $P(D/G)$=0.05, $P(D/M)$=0.1 y $P(D/Q)$=0.15. Se pregunta entonces por $P(Q/D)$=?.
Por definición de probabilidad condicional tenemos que:

$$P(Q/D) = \frac{P(Q \cap D)}{P(D)}$$

El numerador se puede obener de la definición de probabilida condicional, teniendo en cuenta los datos de la siguiente forma:

$$P(D/Q) = \frac{P(D \cap Q)}{P(Q)} = \frac{P(Q \cap D)}{P(Q)}$$

Despejando a $P(Q \cap D) = P(D/Q)P((Q) = 0.15 \times 0.6 = 0.09$.
Ahora para hallar a $P(D)$, utilizando la ilustración y dado que son mutuamente excluyentes, se observa que:

$$P(D) = P((D \cap G) \cup (D \cap M) \cup (D \cap Q)) = P(D \cap G) + P(D \cap M) + P(D \cap Q)$$

Siguiendo la misma manera como se obtuvo a $P(D \cap Q)$, se tiene entonces que:

$$P(D \cap G) = P(D/G)P(G) = 0{,}05 \times 0{,}1 = 0{,}005.$$

$$P(D \cap M) = P(D/M)P(M) = 0{,}1 \times 0{,}3 = 0{,}03.$$

Por lo tanto reeplazando tenemos que:

$$P(D) = P(D \cap G) + P(D \cap M) + P(D \cap Q) = 0{,}005 + 0{,}03 + 0{,}09 = 0{,}125$$

Finalmente se tiene que:

$$P(D/Q) = \frac{P(D \cap Q)}{P(Q)} = \frac{0{,}09}{0{,}125} = 0{,}72$$

2. Falso o verdadero

(Valor 30 % - Tiempo estimado: 30 minutos)
Marque la hoja respuesta si la afirmación es falsa o verdadera.

1. (10 Puntos) En Medellín, de acuerdo a la siguiente tabla, se muestra que es independiente el género de la situación laboral en la cual se encuentra la persona.

	Hombres	Mujeres
Empleados	680000	540000
Desempleados	120000	60000

Solución: FALSO
Definamos los eventos como: E: Tiene empledo, M: Es mujer. Podemos ver que:

$$P(E/M) = \frac{540000}{600000} = 0{,}9$$

Y este resultado es diferente a

$$P(E) = \frac{1220000}{1400000} = 0{,}8714...$$

Luego no son independientes los dos eventos, porque $P(E/M) \neq P(E)$.

2. (10 Puntos) Si dos eventos (no imposibles) son independientes implica que son mutuamente excluyentes.

Solución: FALSO
Porque si dos eventos son independientes, entonces $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, y si son mutuamente excluyentes entonces $P(A \cap B) = 0$, y esto sólo pasa, si $P(A)$ o $P(B)$ son cero o ambos son cero, pero ni A ni B son eventos imposibles.

3. (10 Puntos) Si dos eventos son mutuamente excluyentes implica que son dependientes.

Solución: VERDADERO
En este caso $P(A \cap B) = 0$ por ser mutuamente excluyentes, lo que implica que $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $= 0$, por lo tanto $P(A/B) \neq P(A)$, es decir, no son independientes por lo tanto son dependientes.