

LPG0002 – Linguagem de Programação

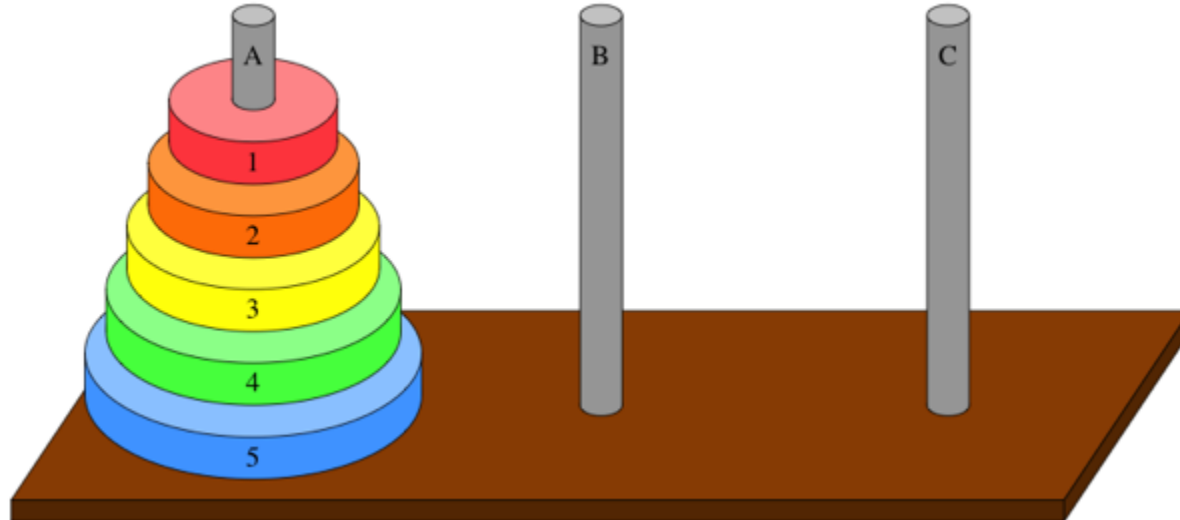
Funções Recursivas: O caso da Torre de Hanói

Prof^a Luciana Rita Guedes
Departamento de Ciência da Computação
UDESC / Joinville

Material elaborado por: Prof. Rui Jorge Tramontin Junior

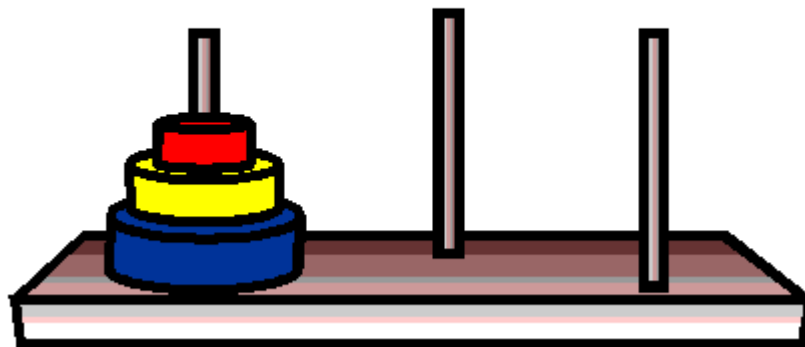
Introdução

- A Torre de Hanói é um quebra-cabeças clássico onde se apresentam três torres com um conjunto de discos de tamanhos distintos em uma destas torres.



Introdução

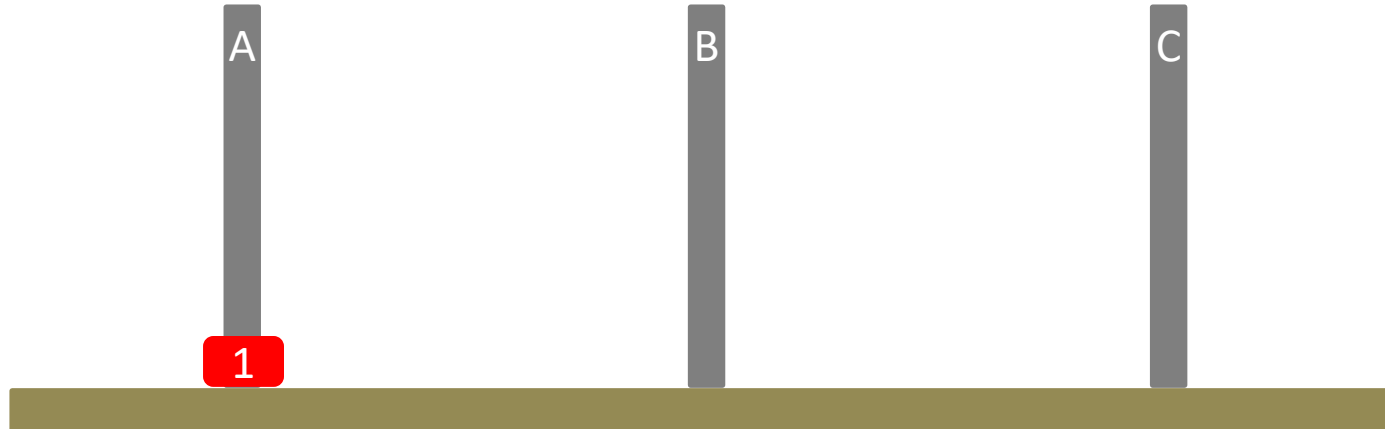
- O objetivo do quebra-cabeças é mover os discos de uma torre para outra, a partir de duas regras básicas:
 - 1) mover um disco de cada vez
 - 2) sempre manter discos menores em cima de discos maiores, em qualquer torre



Solução – 1 disco

- Solução para um único disco:

Posição inicial

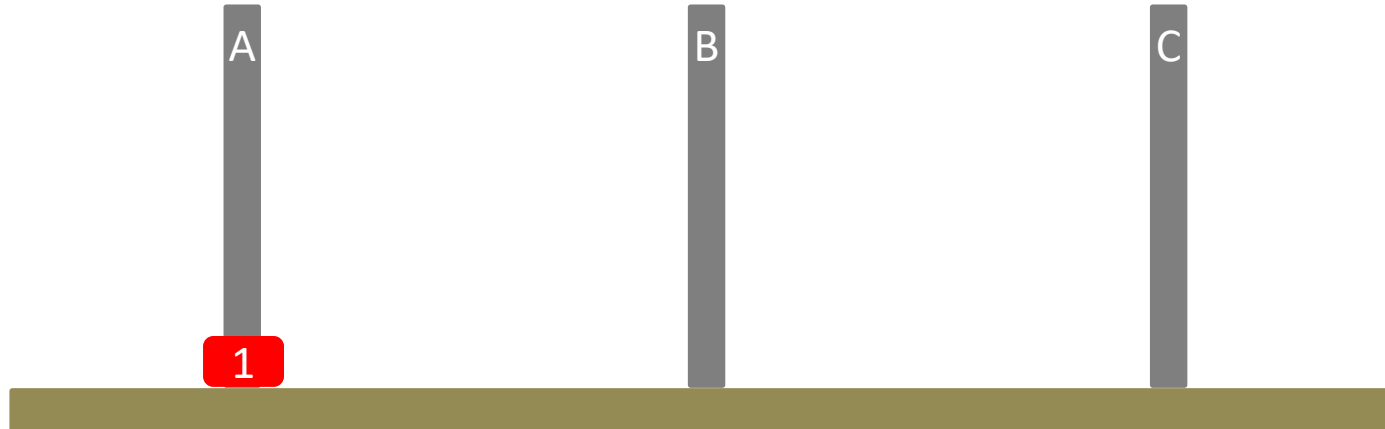


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 1 disco

- Solução para um único disco:

Mova o disco 1 da torre A para a torre C

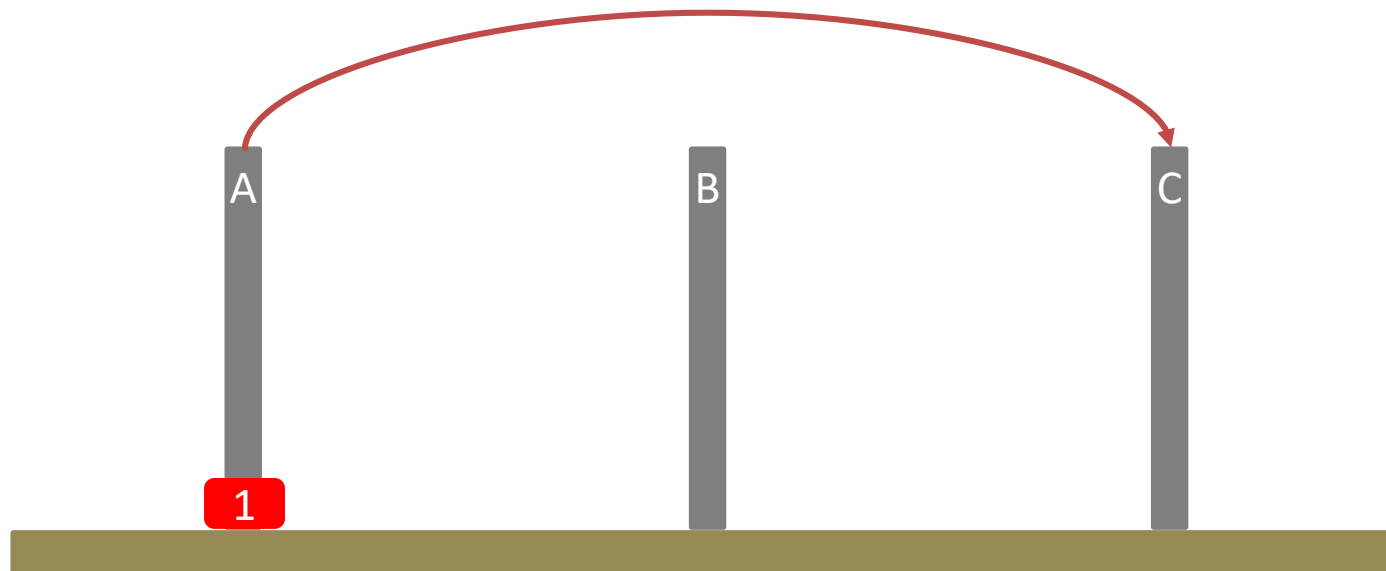


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 1 disco

- Solução para um único disco:

Mova o disco 1 da torre A para a torre C

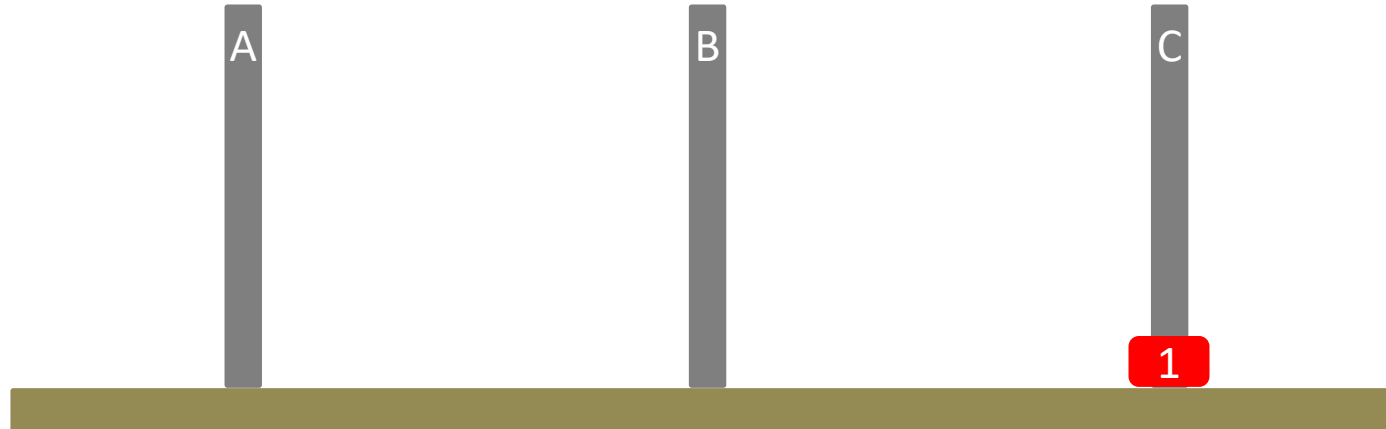


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 1 disco

- Solução para um único disco:

Mova o disco 1 da torre A para a torre C

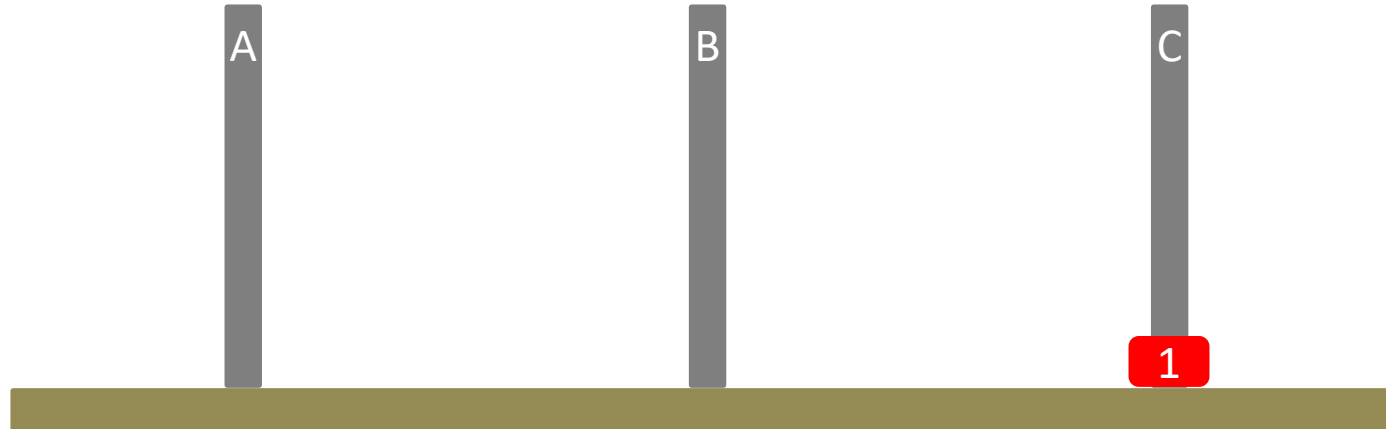


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 1 disco

- Solução para um único disco:

Posição final

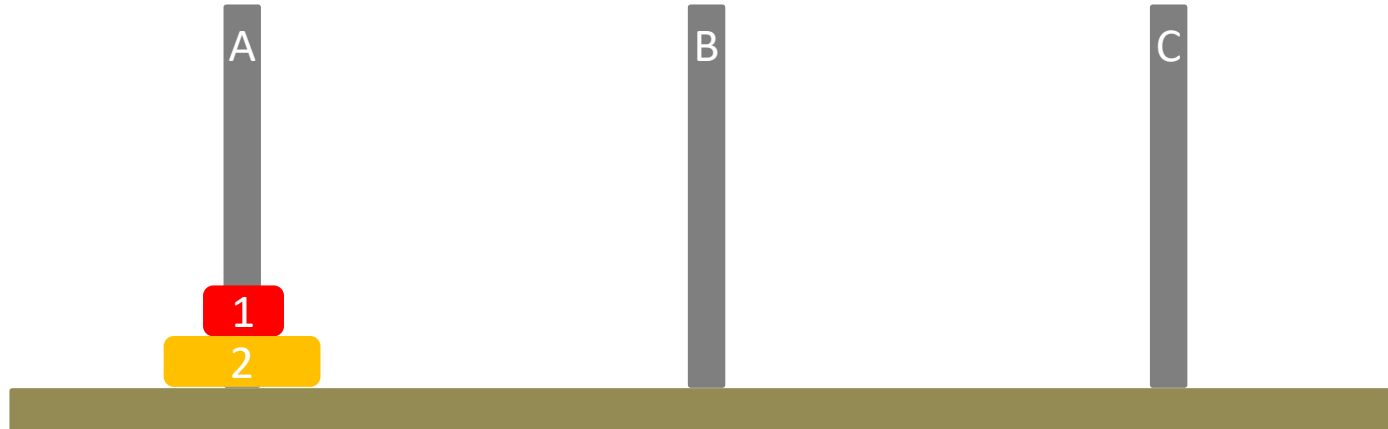


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

Posição inicial

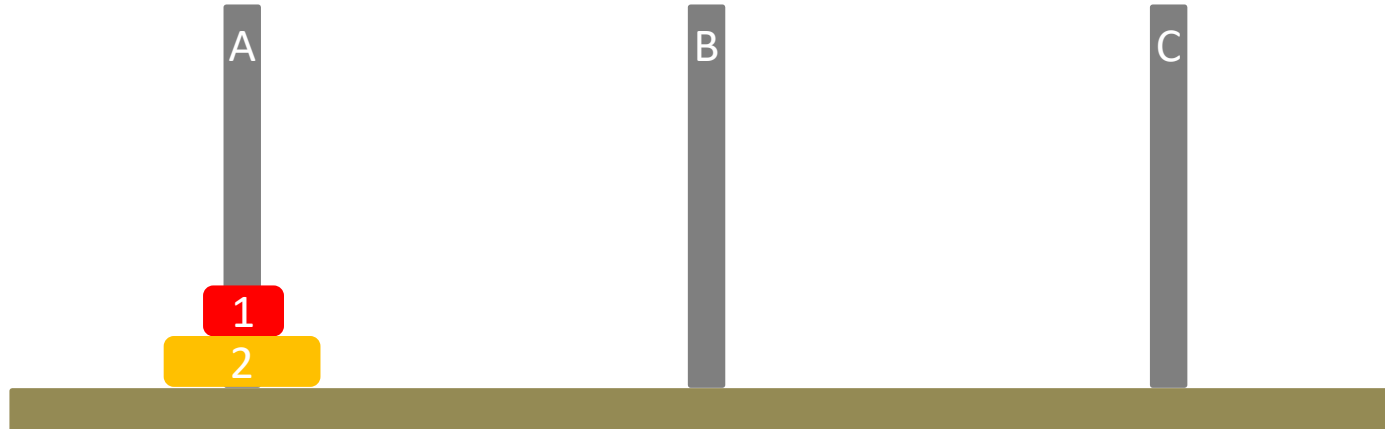


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

1º) Mova disco 1 da torre A para a torre B

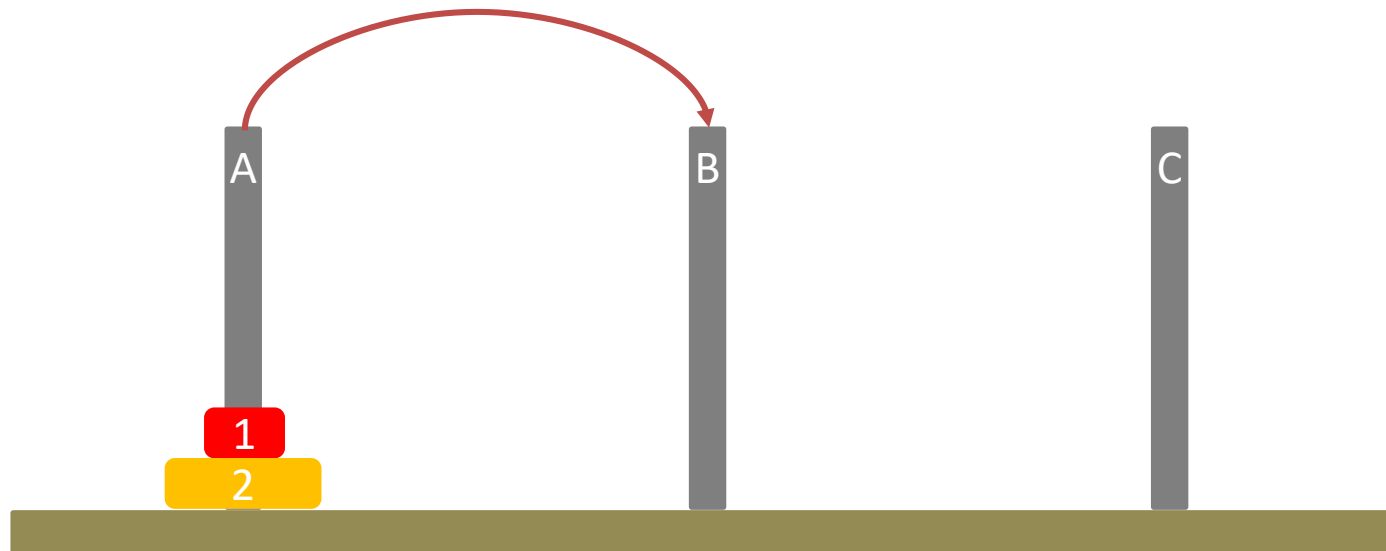


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

1º) Mova disco 1 da torre A para a torre B

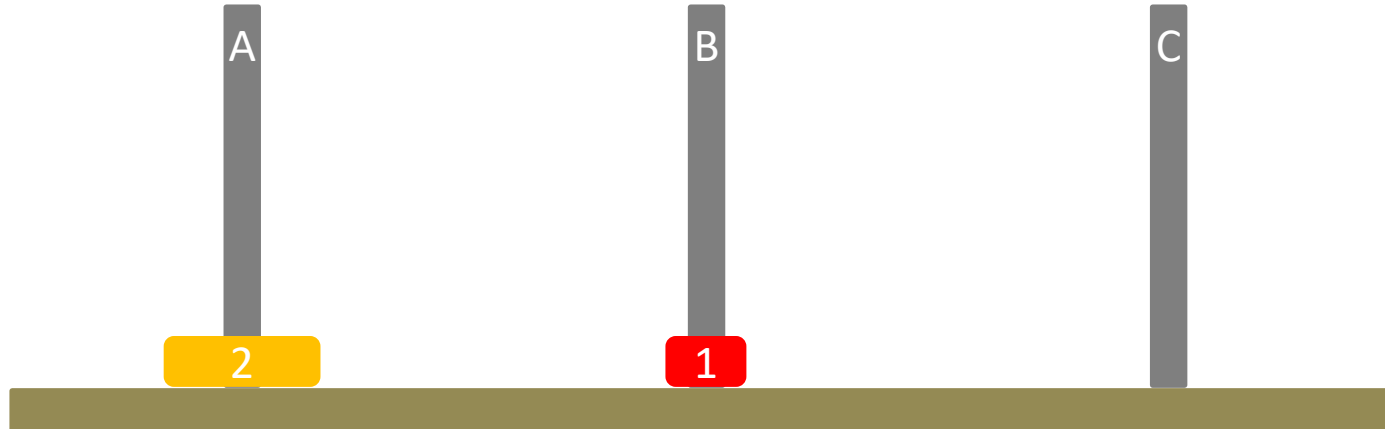


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

1º) Mova disco 1 da torre A para a torre B

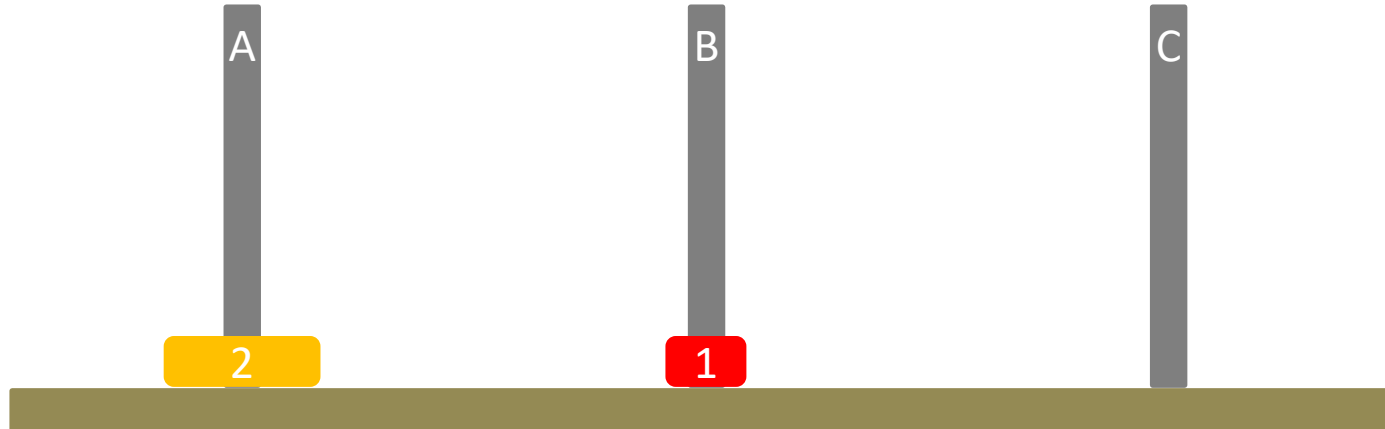


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

2º) Mova disco 2 da torre A para a torre C

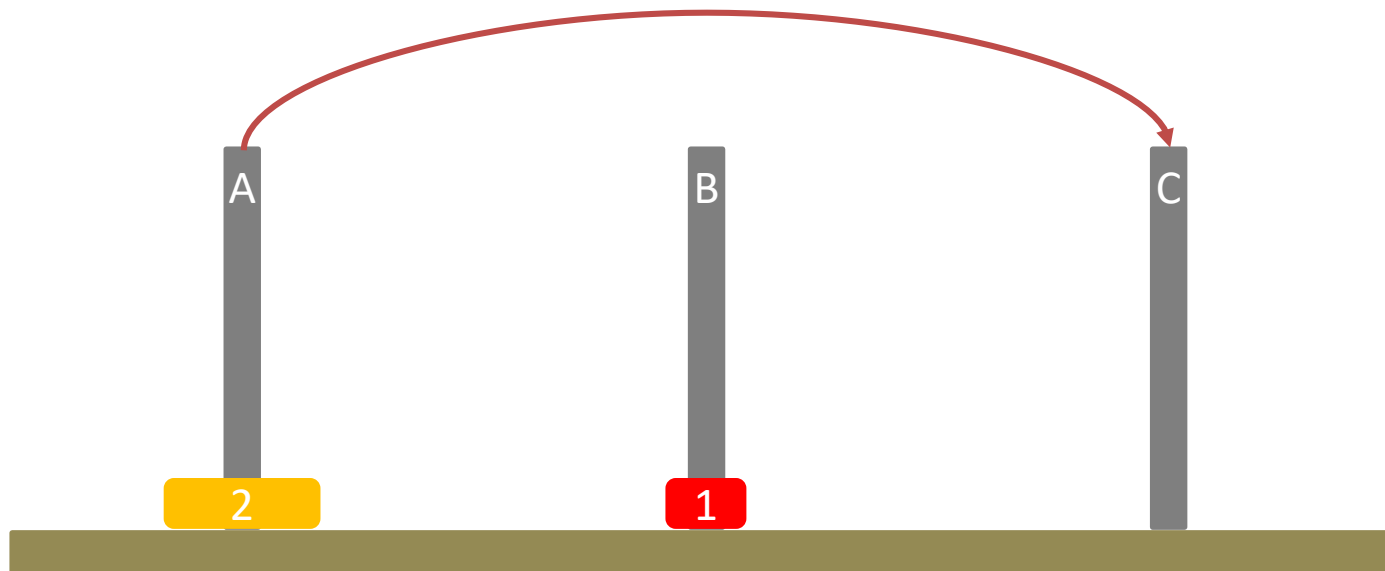


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

2º) Mova disco 2 da torre A para a torre C

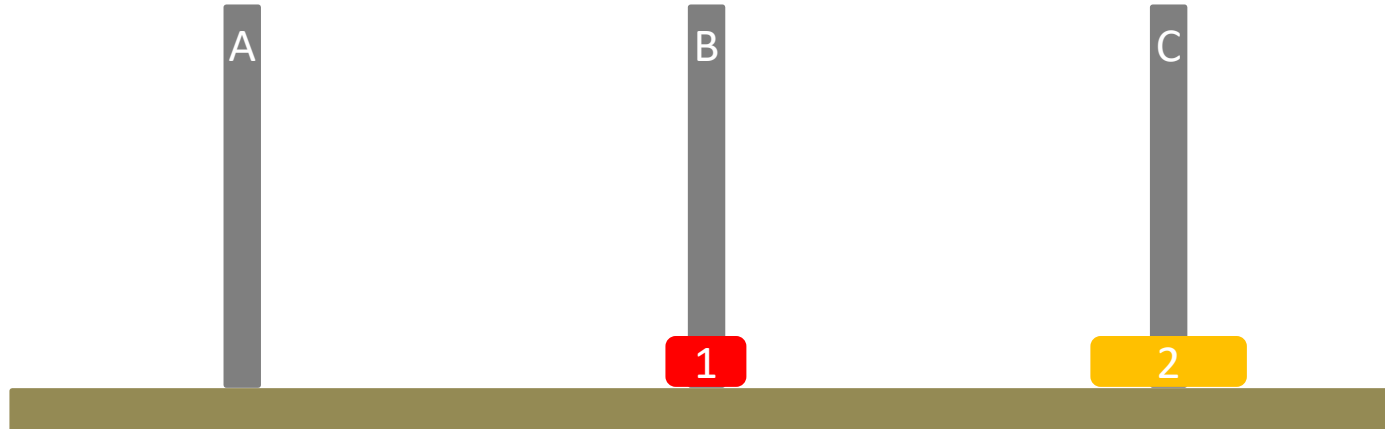


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

2º) Mova disco 2 da torre A para a torre C

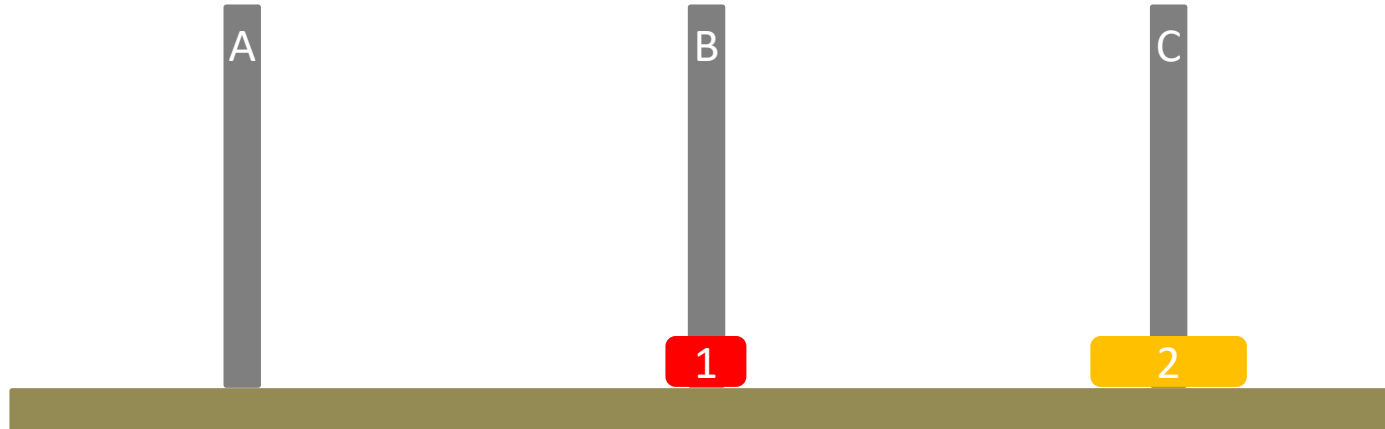


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

3º) Mova disco 1 da torre B para a torre C

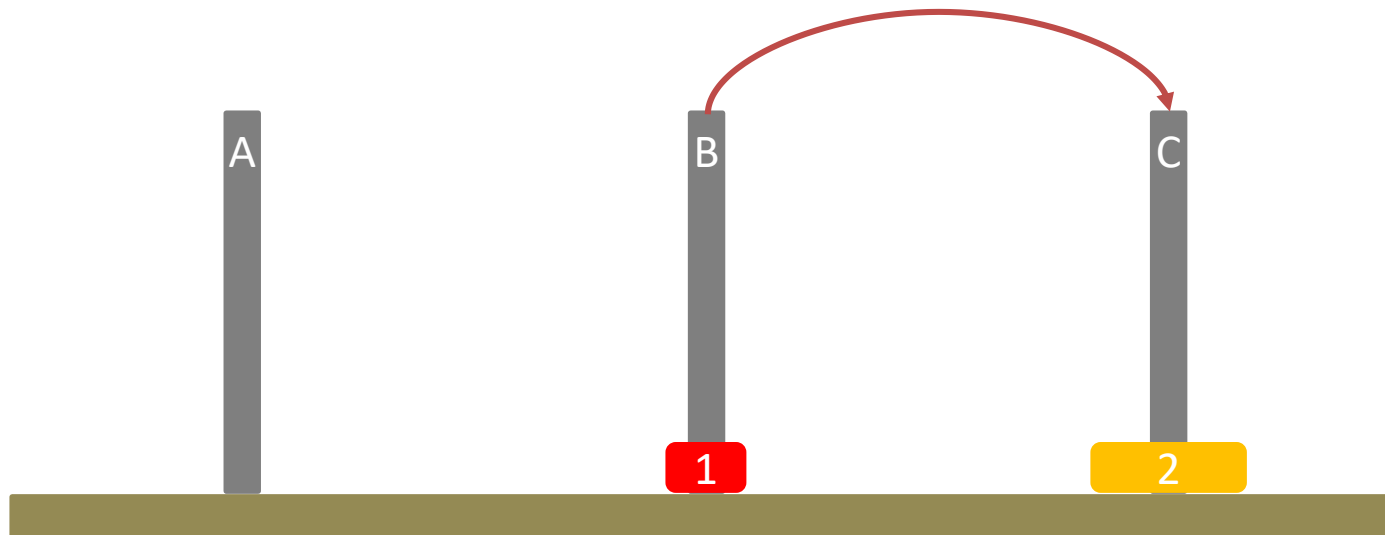


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

3º) Mova disco 1 da torre B para a torre C

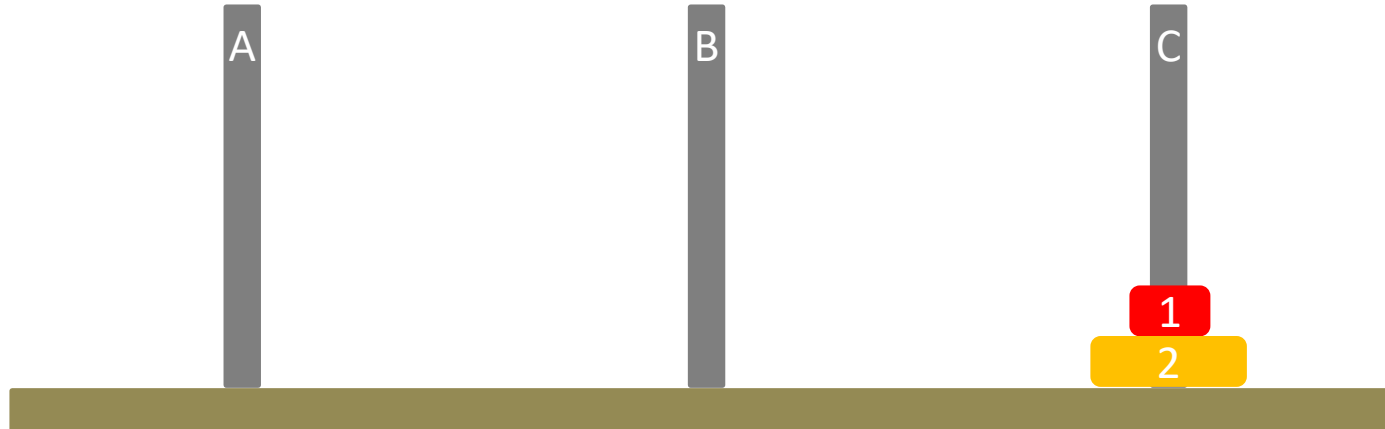


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

3º) Mova disco 1 da torre B para a torre C

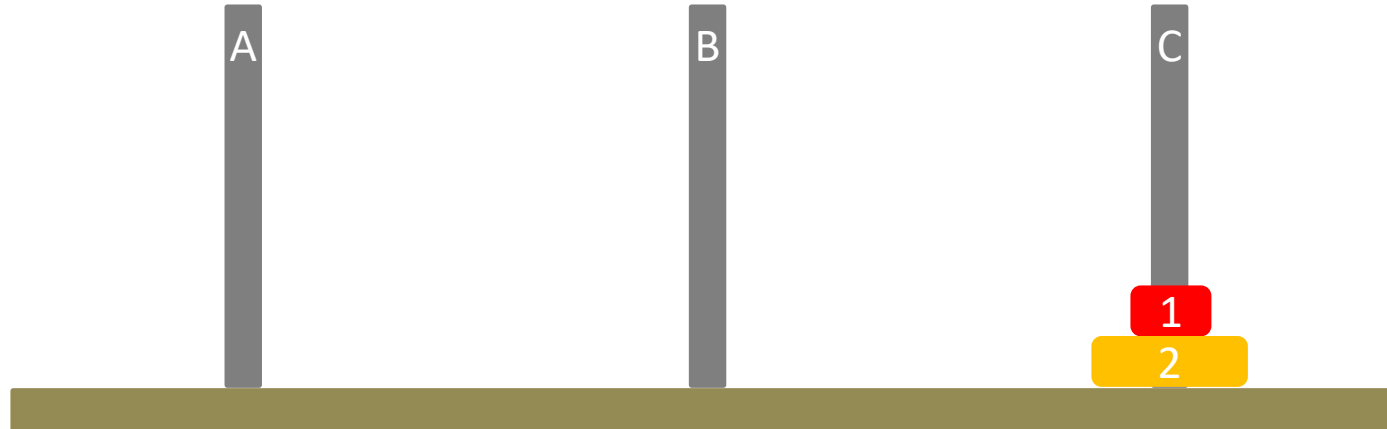


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 2 discos

- Solução para dois discos:

Posição final

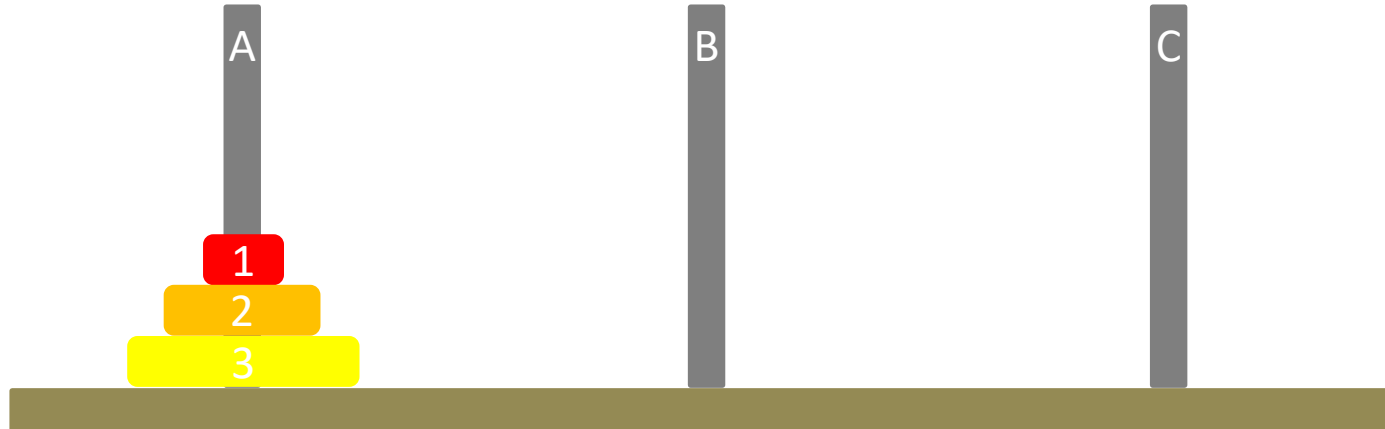


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

Posição inicial

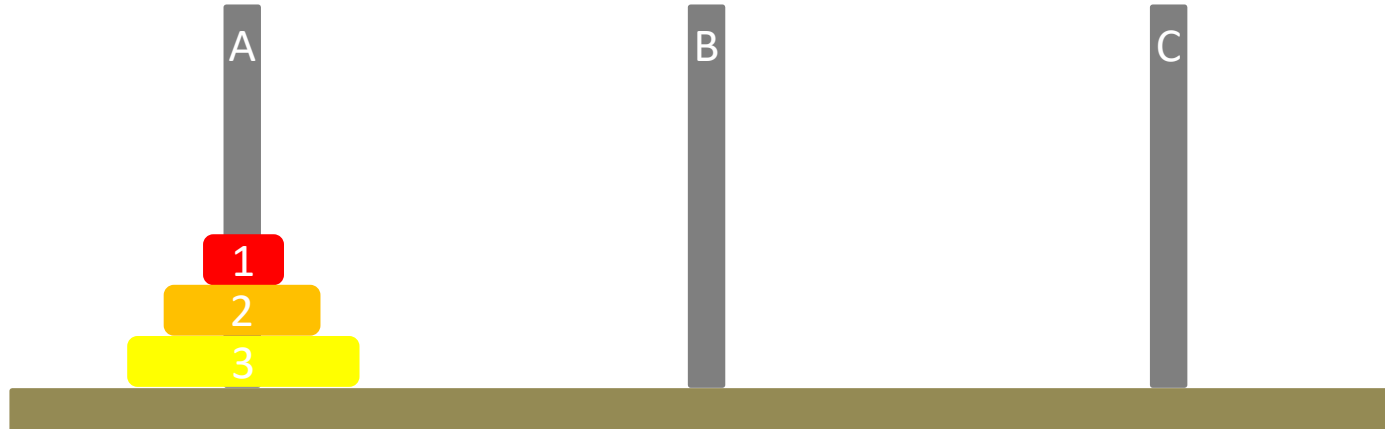


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

1º) Mova disco 1 da torre A para a torre C

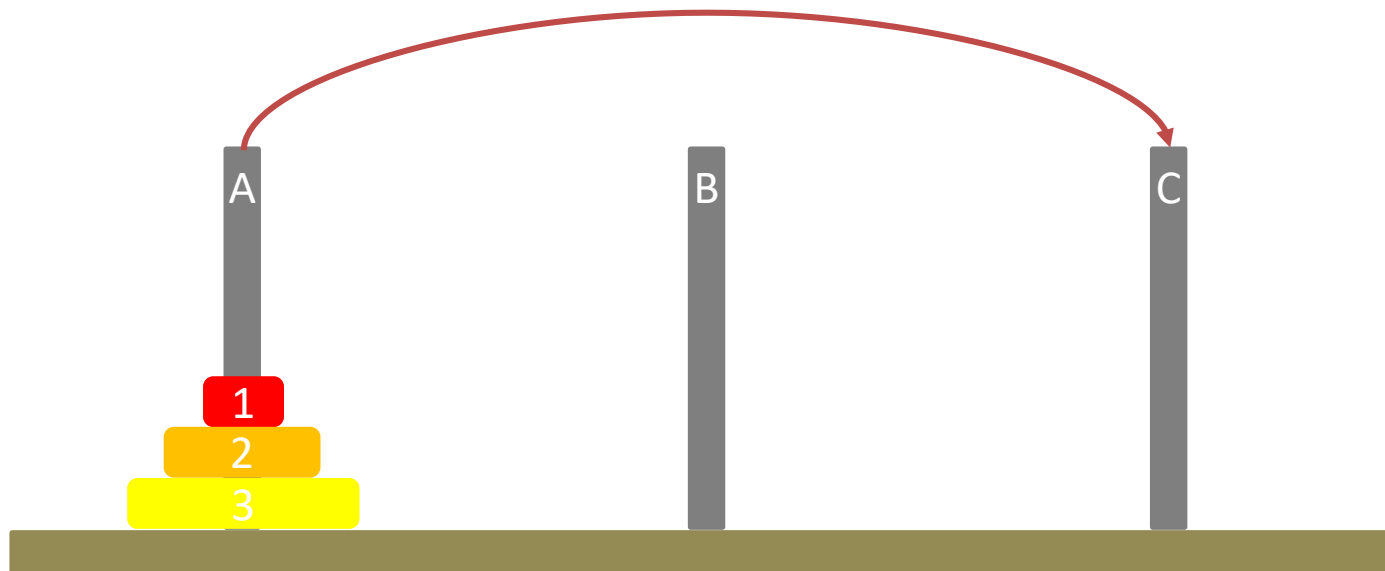


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

1º) Mova disco 1 da torre A para a torre C

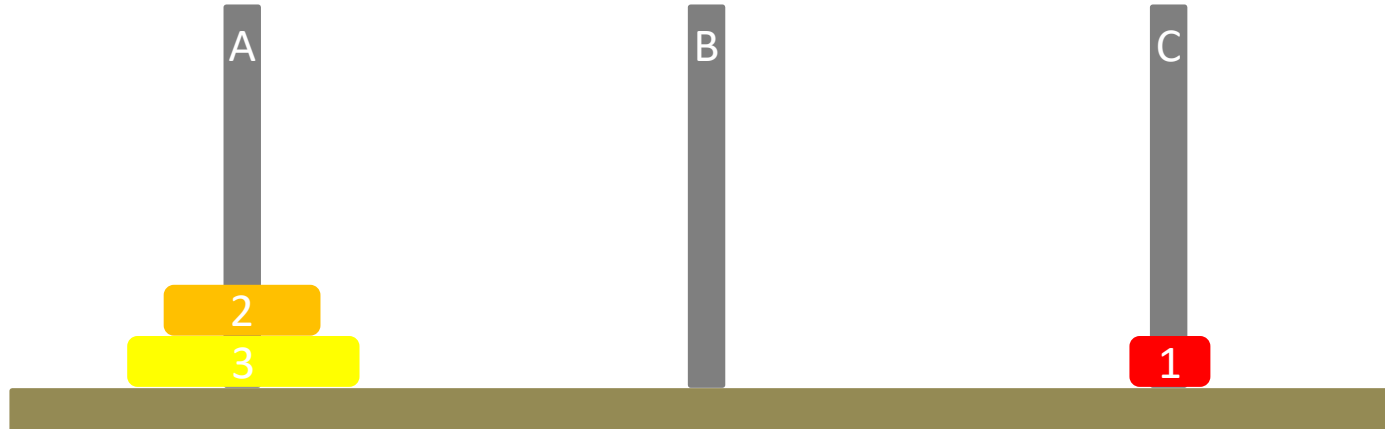


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

1º) Mova disco 1 da torre A para a torre C

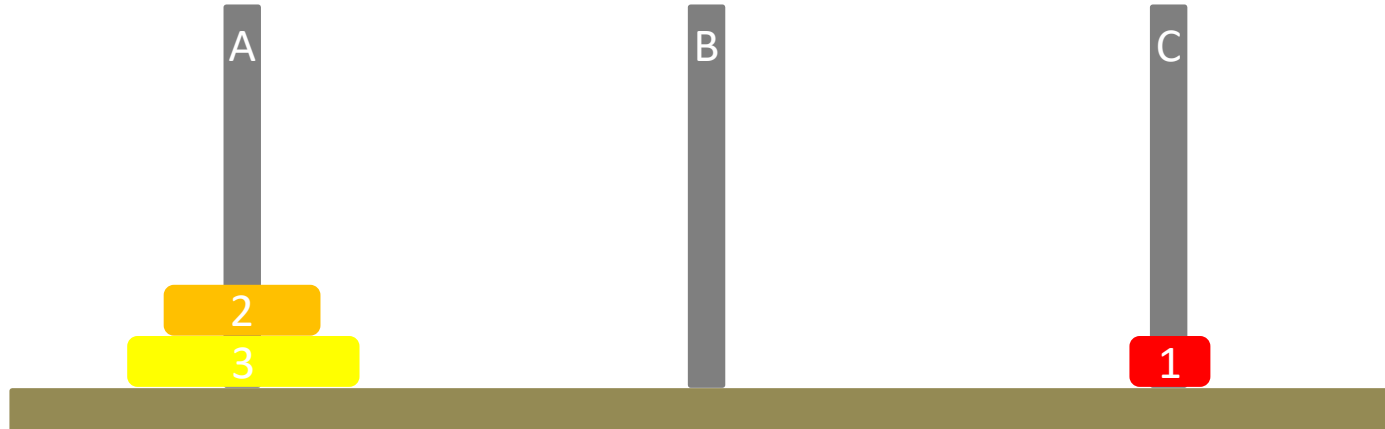


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

2º) Mova disco 2 da torre A para a torre B

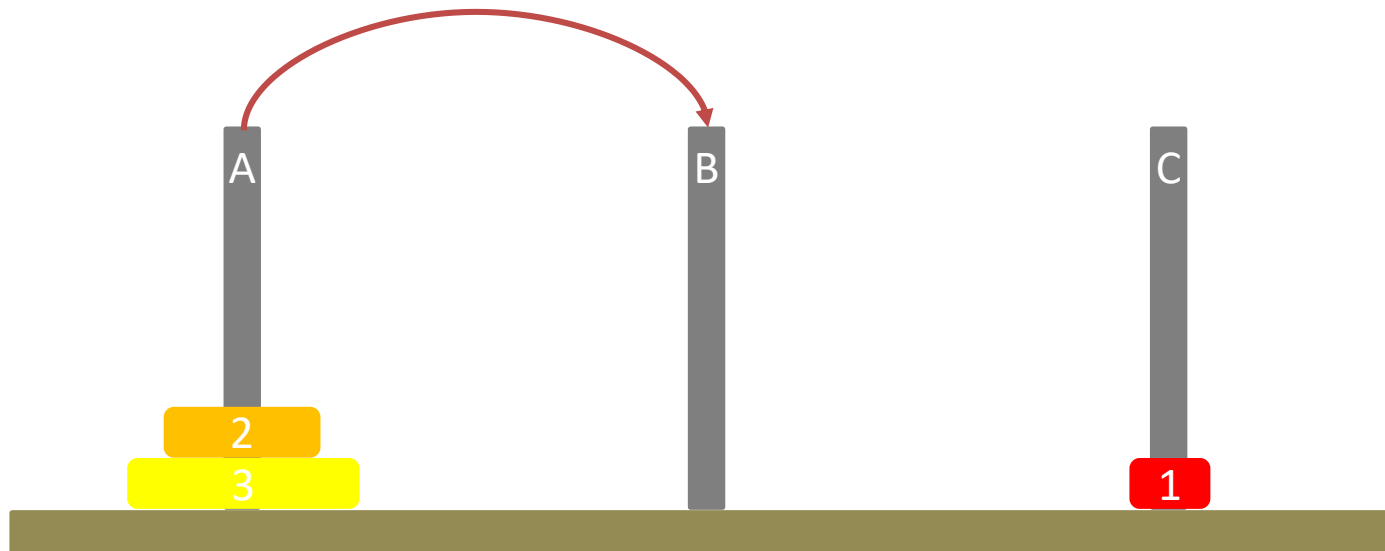


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

2º) Mova disco 2 da torre A para a torre B

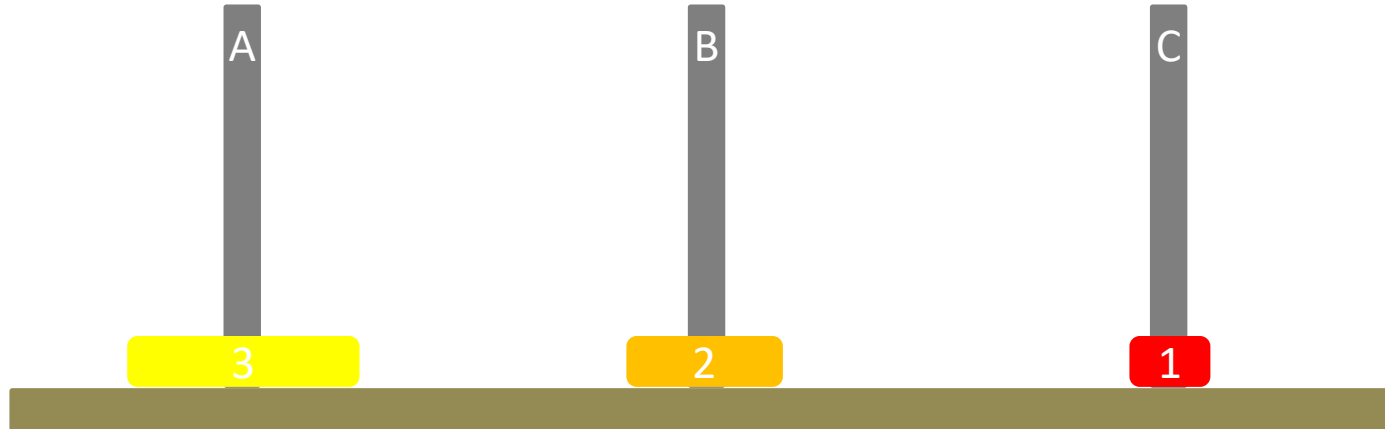


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

2º) Mova disco 2 da torre A para a torre B

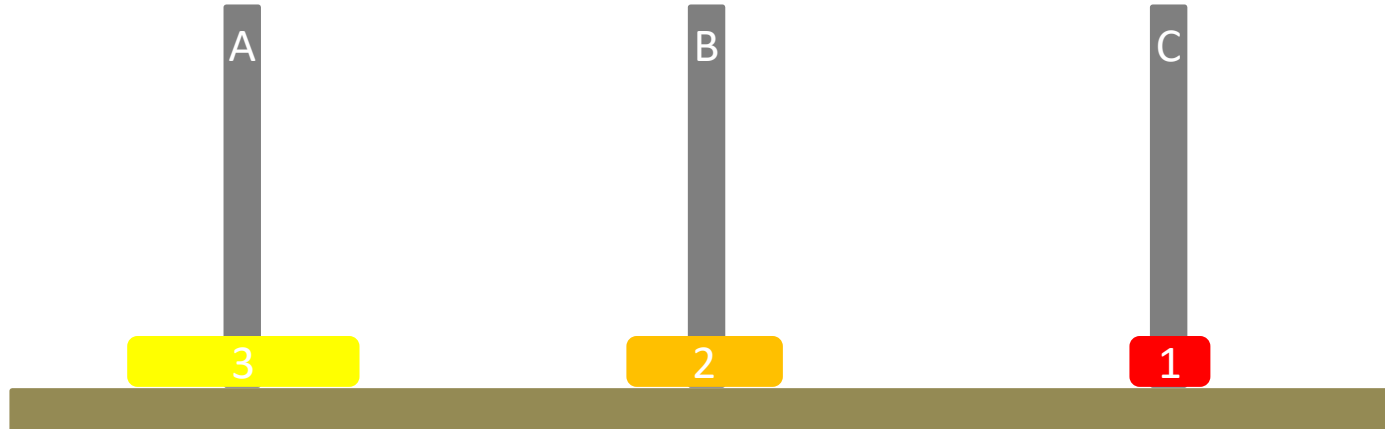


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

3º) Mova disco 1 da torre C para a torre B

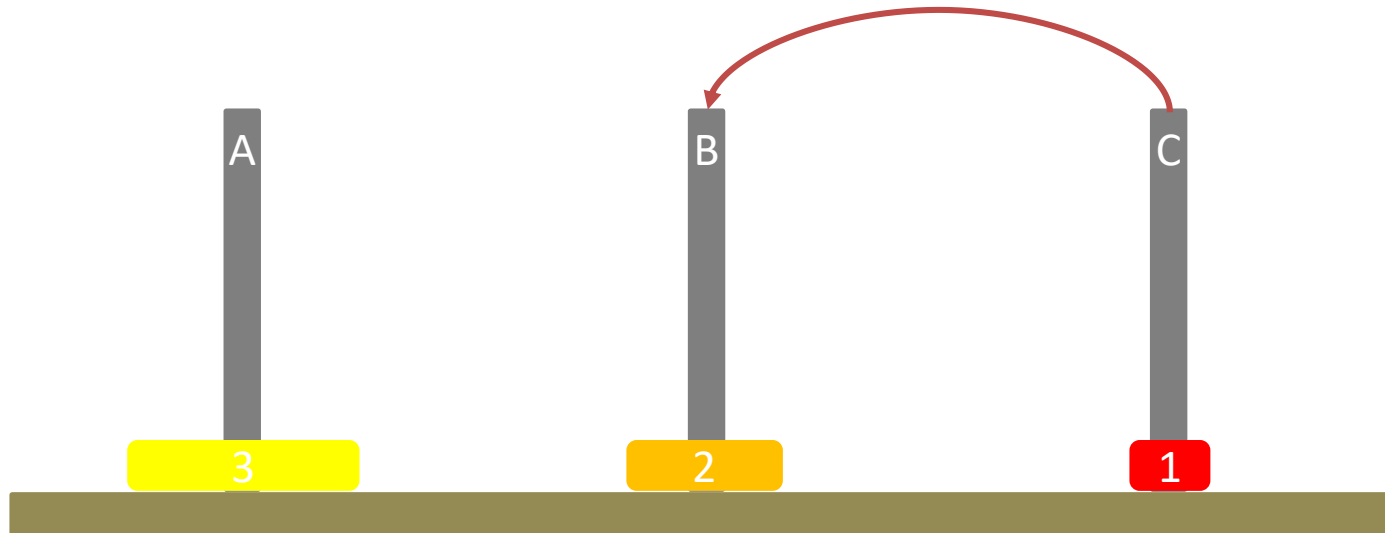


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

3º) Mova disco 1 da torre C para a torre B

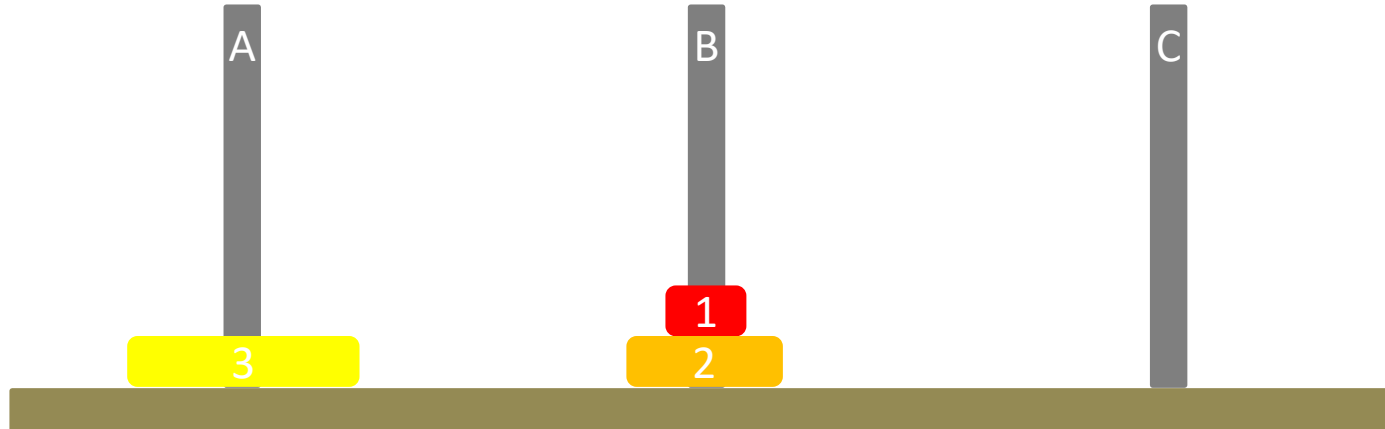


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

3º) Mova disco 1 da torre C para a torre B

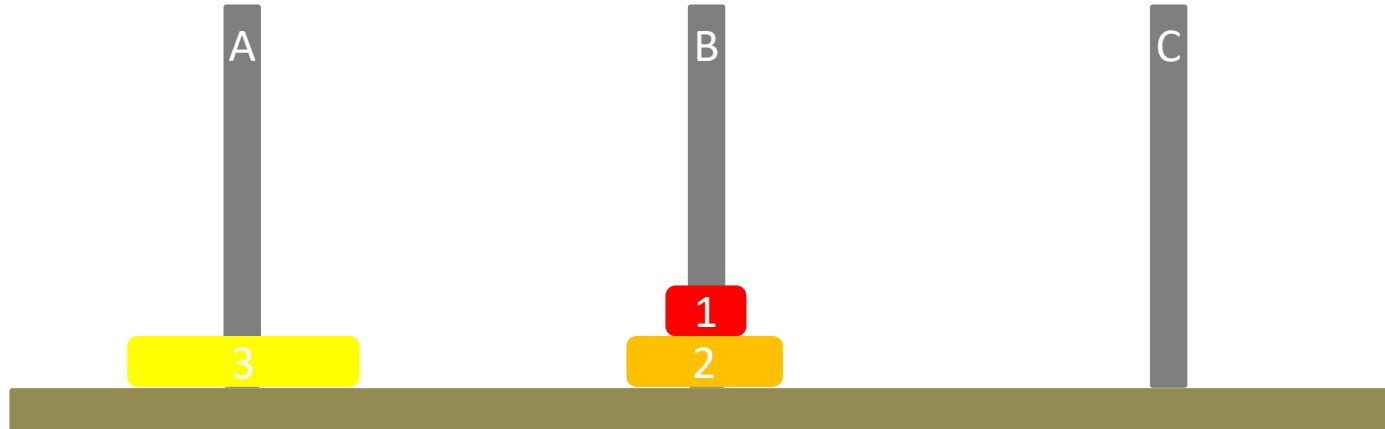


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

4º) Mova disco 3 da torre A para a torre C

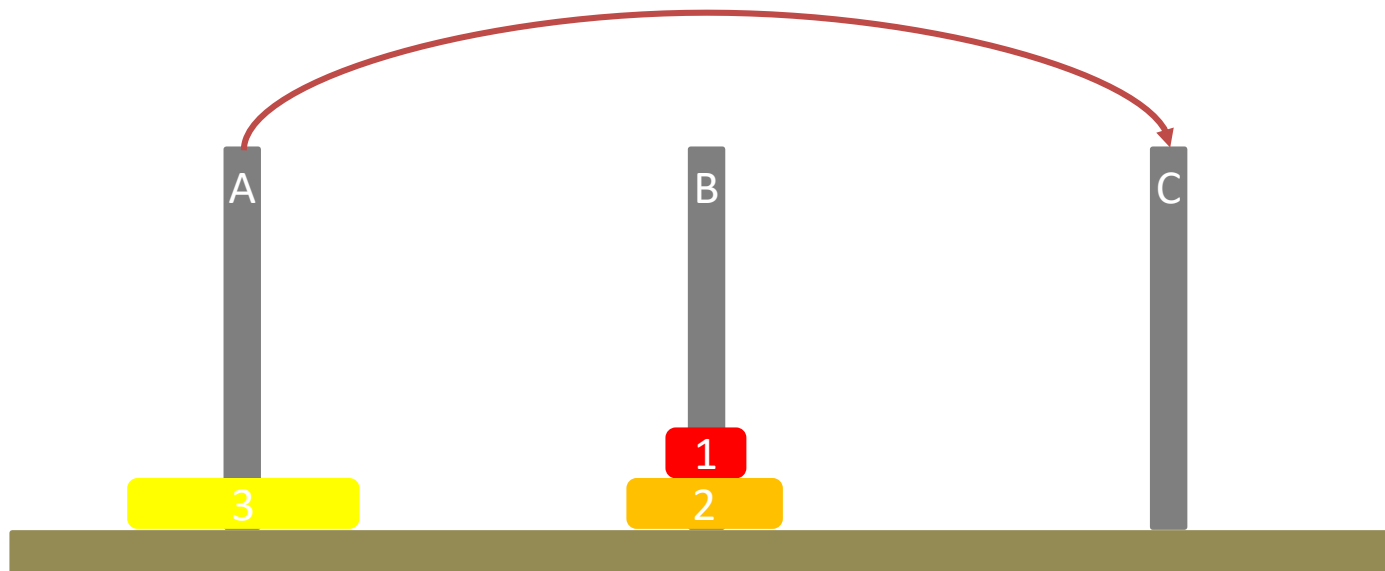


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

4º) Mova disco 3 da torre A para a torre C

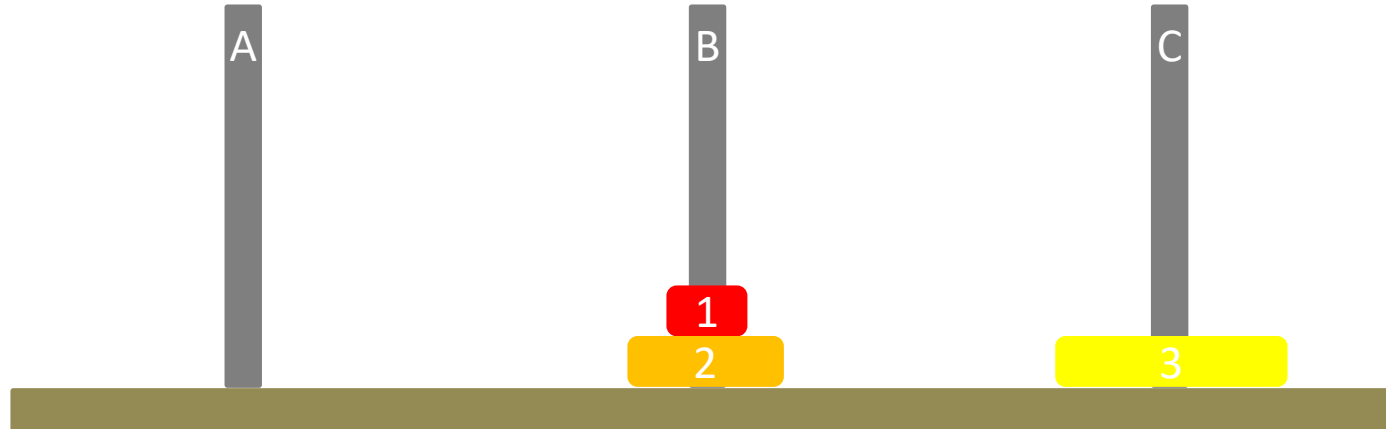


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

4º) Mova disco 3 da torre A para a torre C

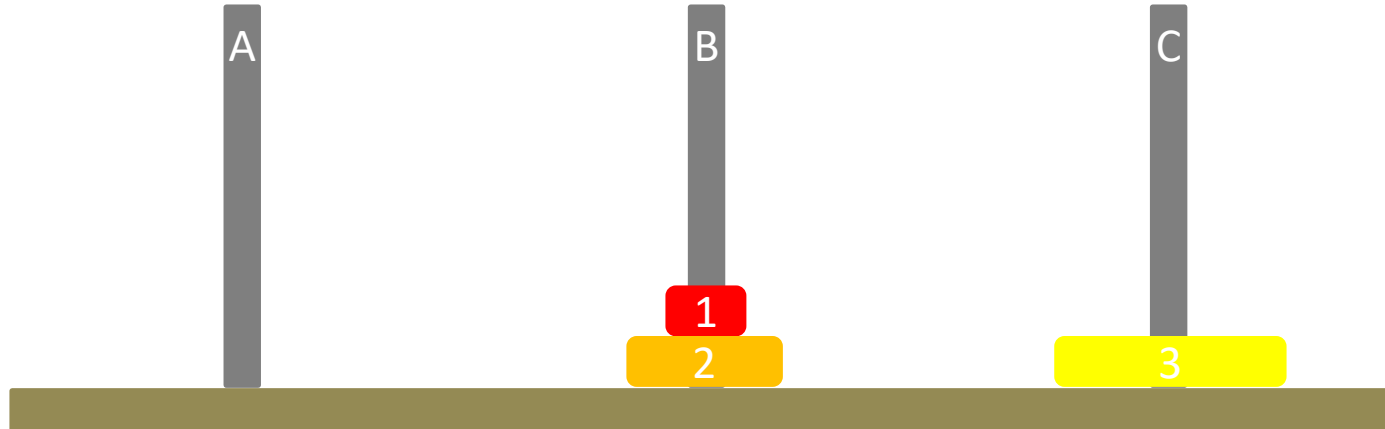


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

5º) Mova disco 1 da torre B para a torre A

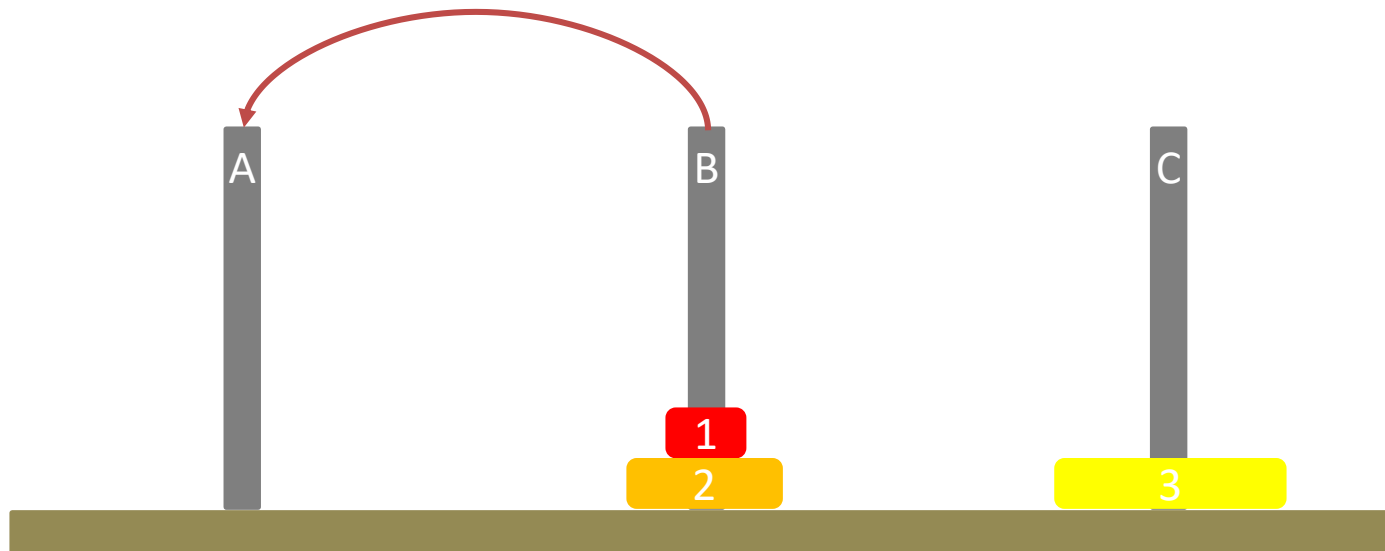


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

5º) Mova disco 1 da torre B para a torre A

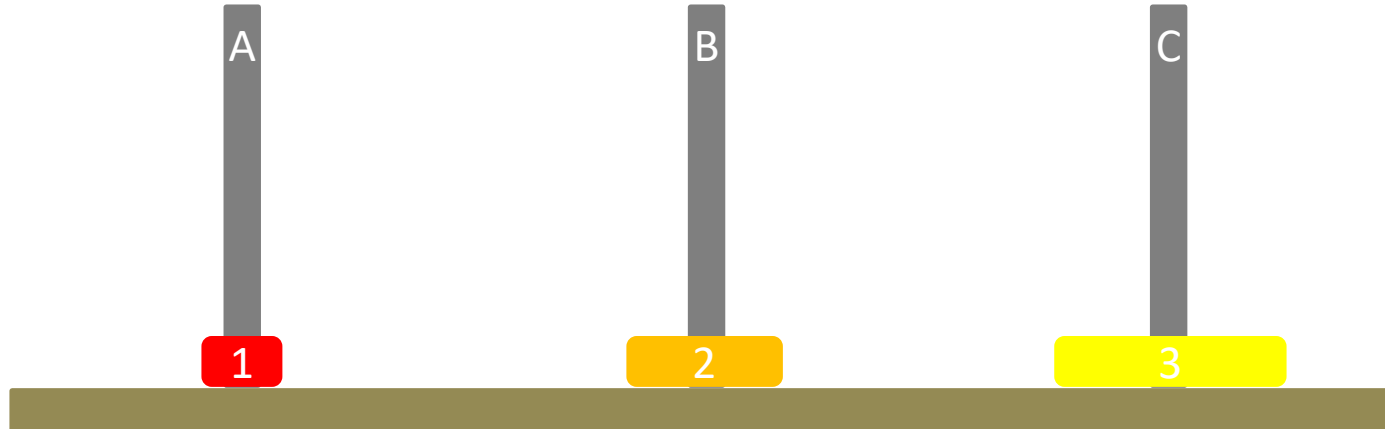


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

5º) Mova disco 1 da torre B para a torre A

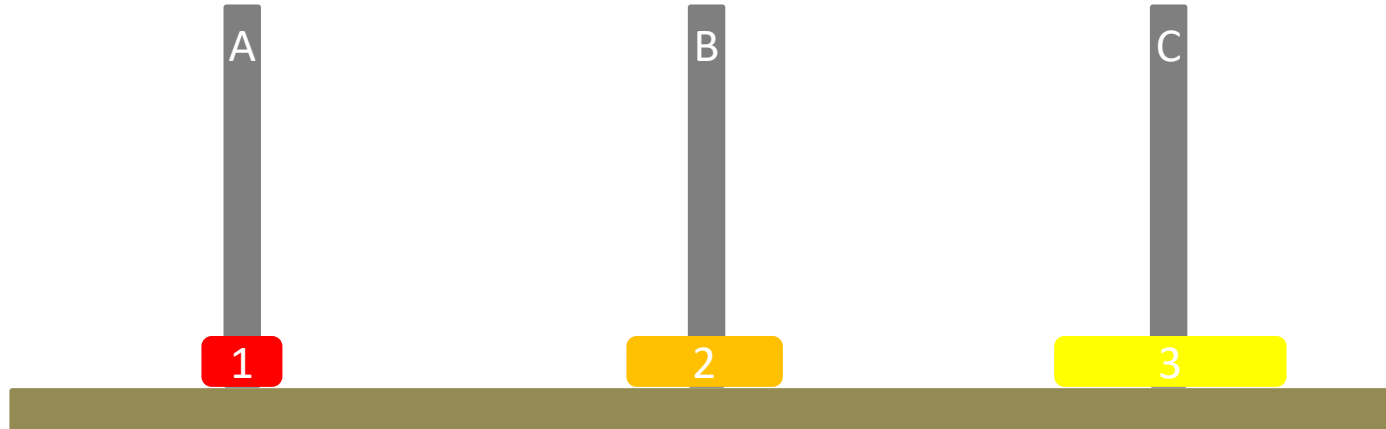


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

6º) Mova disco 2 da torre B para a torre C

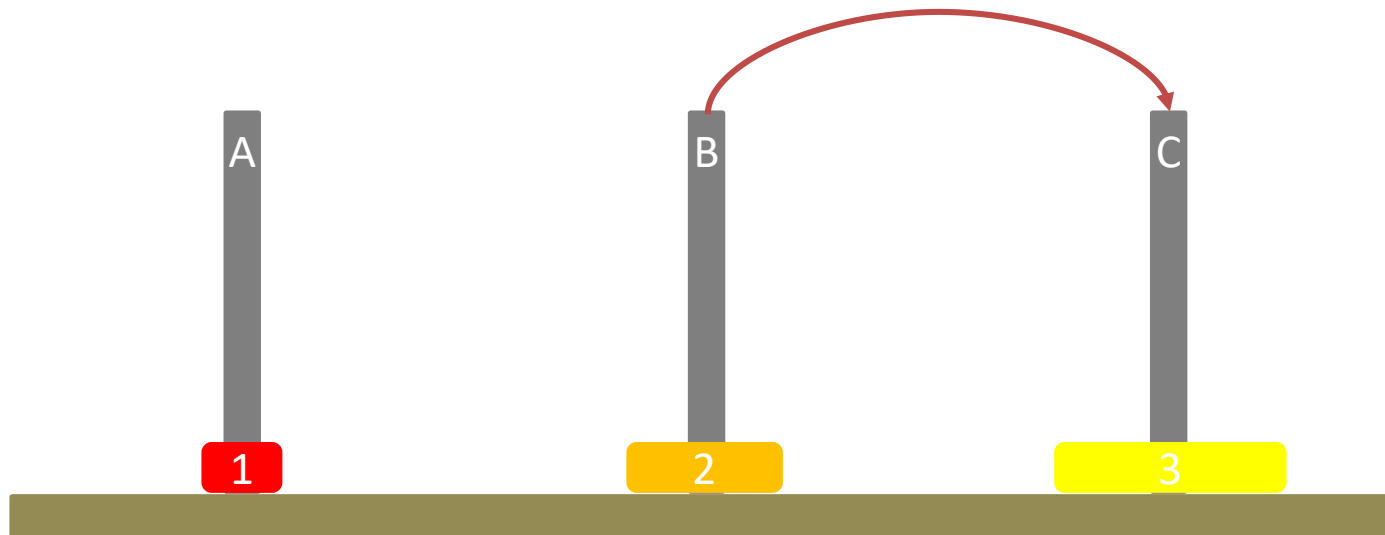


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

6º) Mova disco 2 da torre B para a torre C

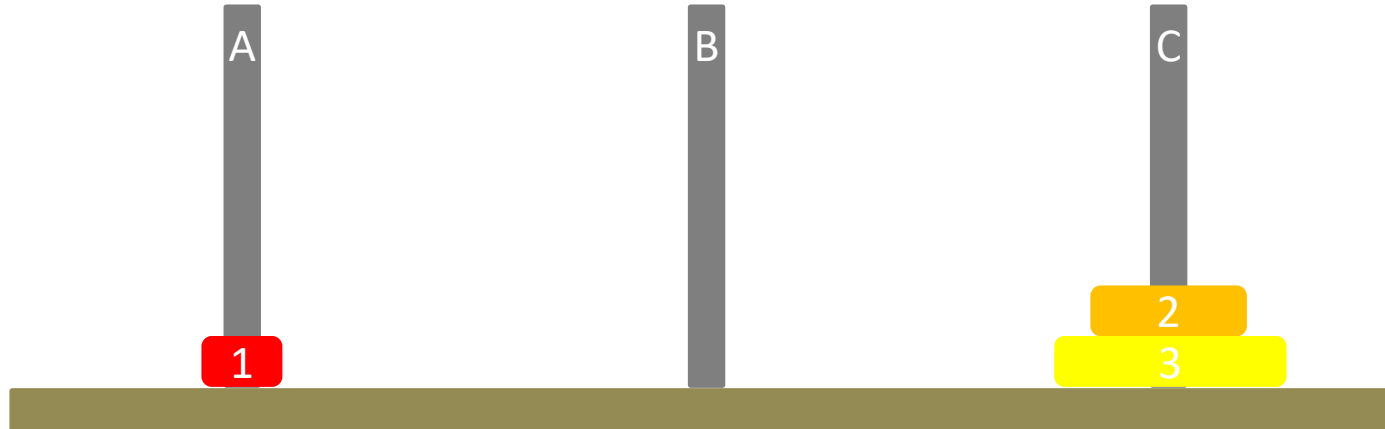


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

6º) Mova disco 2 da torre B para a torre C

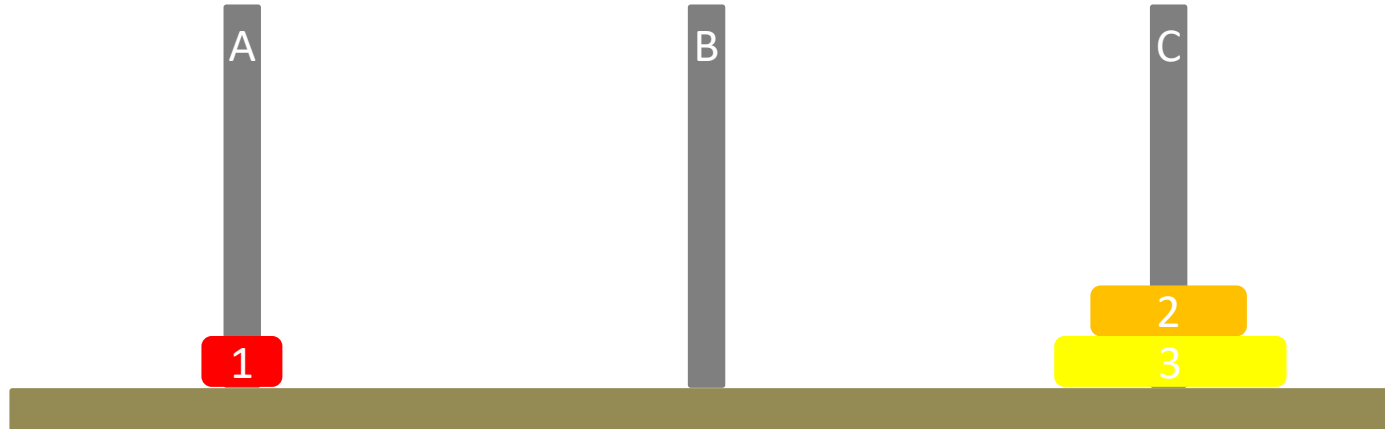


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

7º) Mova disco 1 da torre A para a torre C

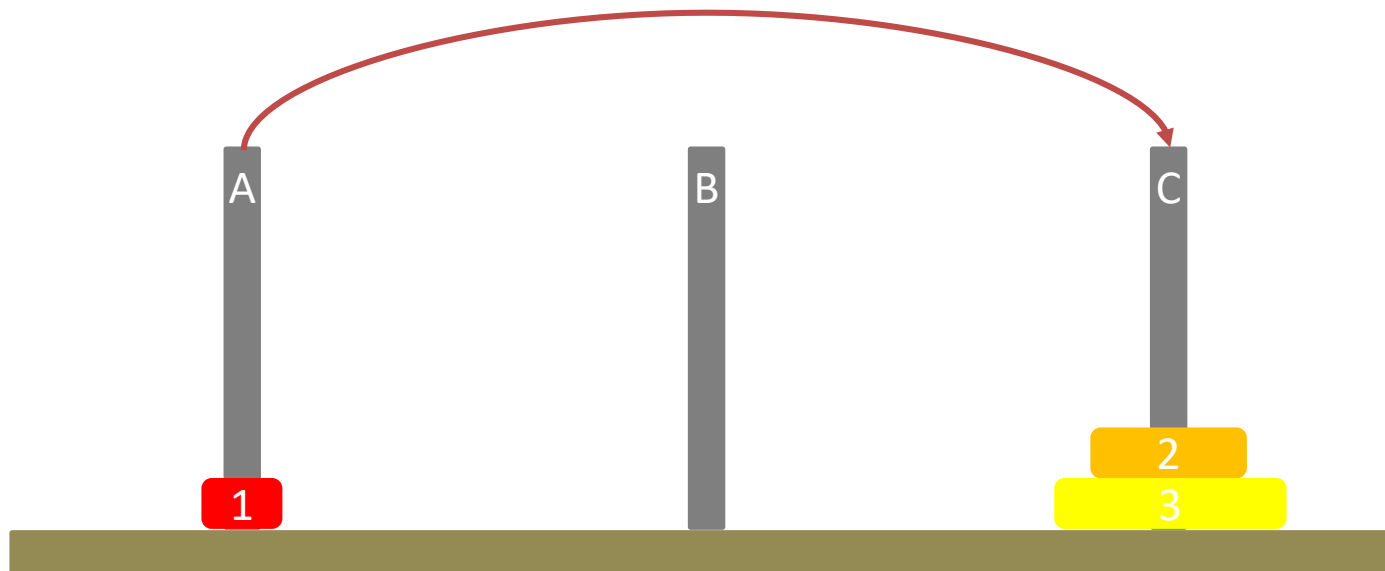


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

7º) Mova disco 1 da torre A para a torre C

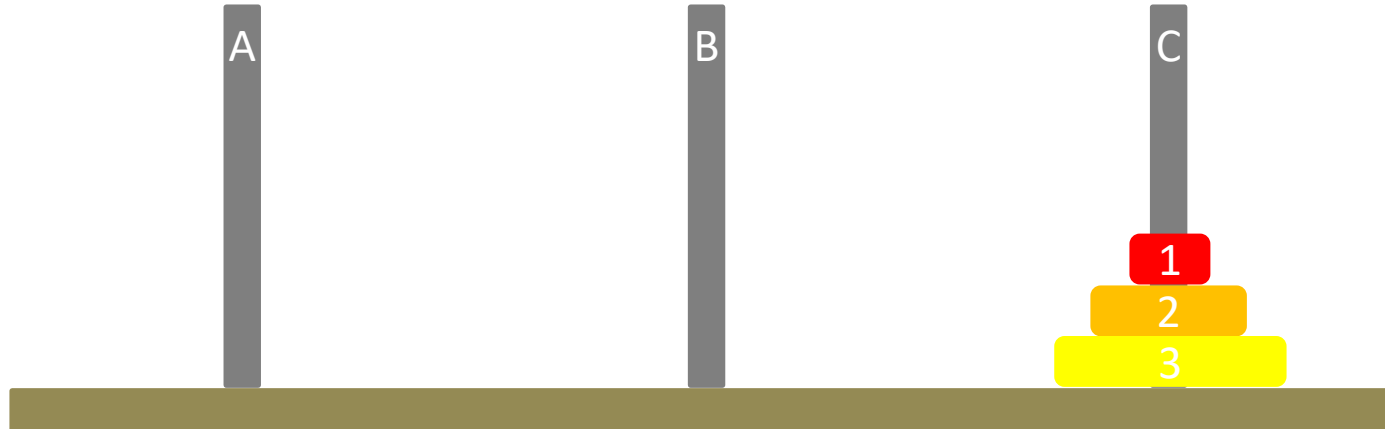


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

- Solução para três discos:

7º) Mova disco 1 da torre A para a torre C

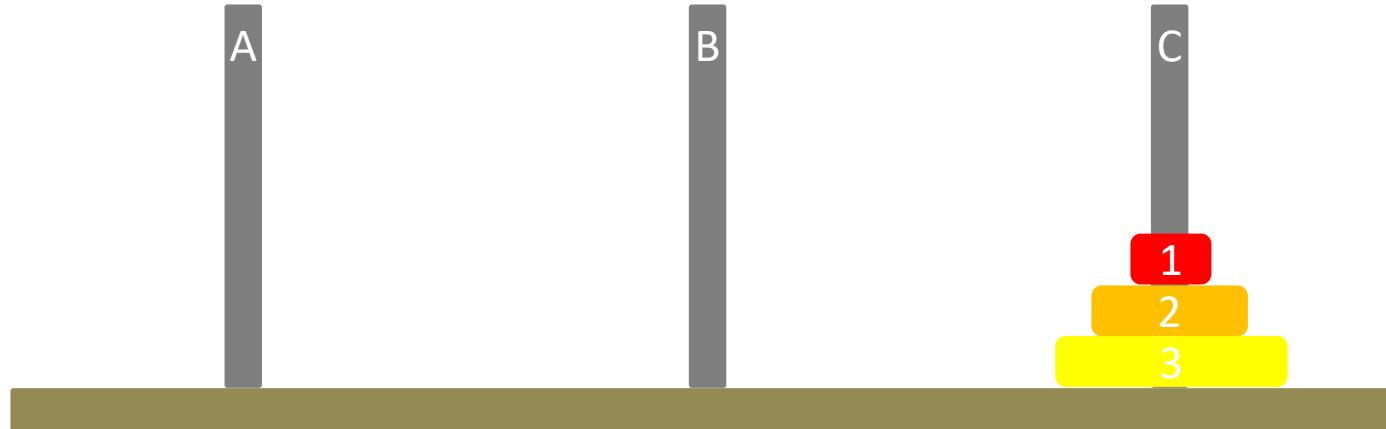


(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

Solução – 3 discos

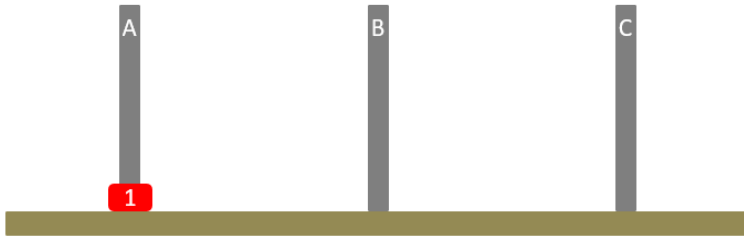
- Solução para três discos:

Posição final



(considerando-se que torre A é origem e torre C é destino)

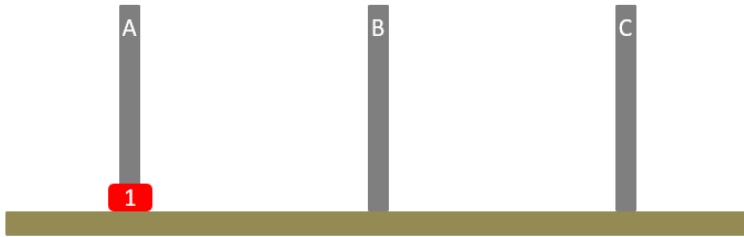
Comparando soluções



- Solução para um disco:
Mova disco 1 da torre A para a torre C

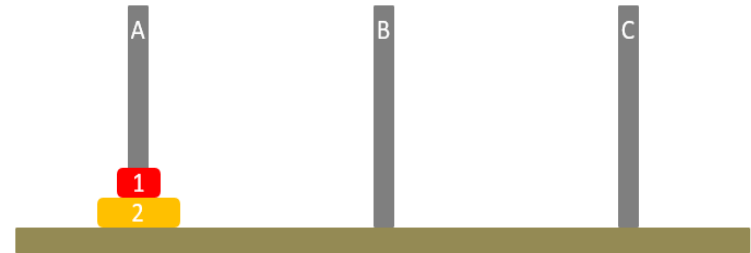
(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

Comparando soluções



- Solução para um disco:
Mova disco 1 da torre A para a torre C

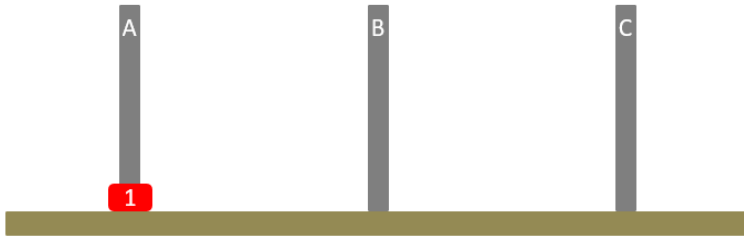
(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)



- Solução para dois discos:
Mova disco 1 da torre A para a torre B
Mova disco 2 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre C

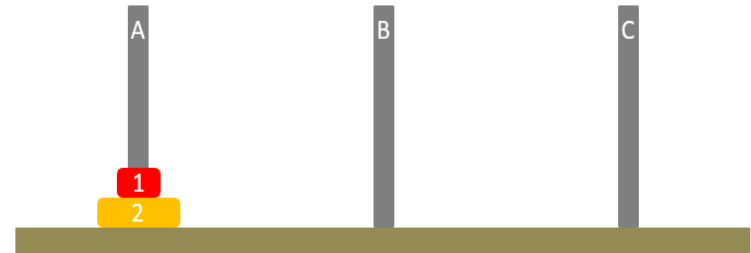
(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

Comparando soluções



- Solução para um disco:
Mova disco 1 da torre A para a torre C

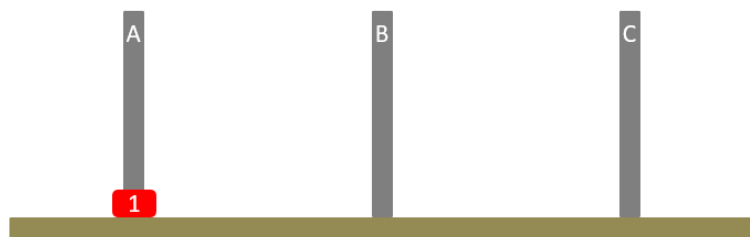
(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)



- Solução para dois discos:
Mova disco 1 da torre A para a torre B
Mova disco 2 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre C

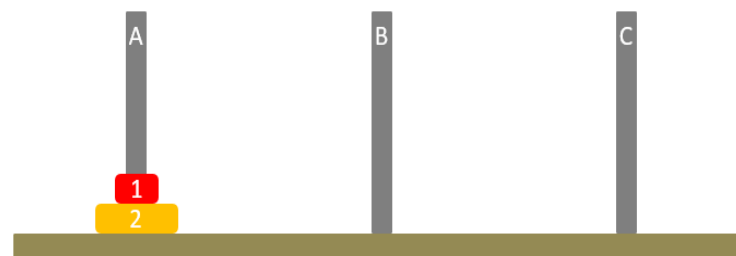
(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

Comparando soluções



- Solução para um disco:
Mova disco 1 da torre A para a torre C

(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

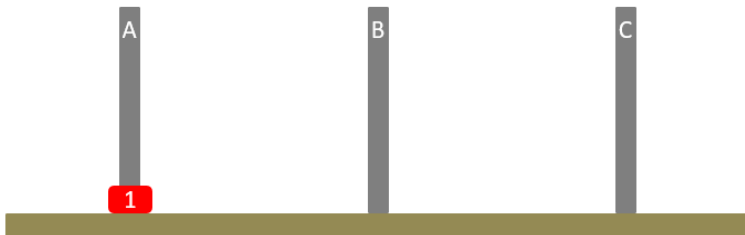


- Solução para dois discos:
Mova disco 1 da torre A para a torre B
Mova disco 2 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre C

(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

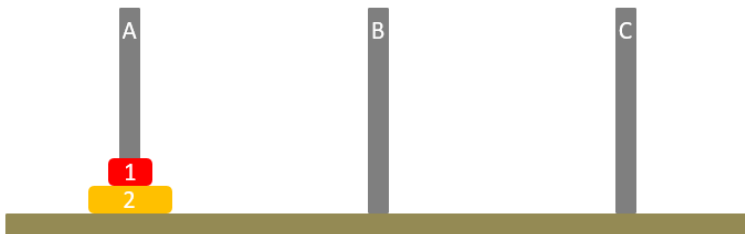
Quando o último disco na torre de origem
vai para a torre de destino

Comparando soluções



- Solução para um disco:

Mova disco 1 da torre A para a torre C

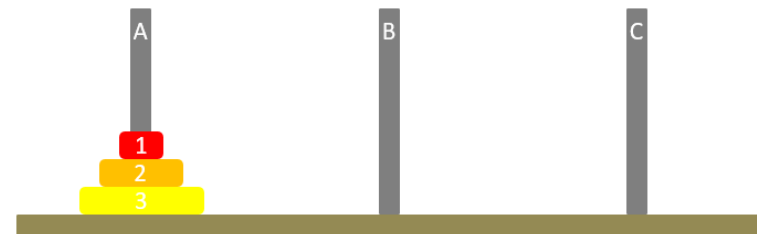


- Solução para dois discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre B

Mova disco 2 da torre A para a torre C

Mova disco 1 da torre B para a torre C



- Solução para três discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre C

Mova disco 2 da torre A para a torre B

Mova disco 1 da torre C para a torre B

Mova disco 3 da torre A para a torre C

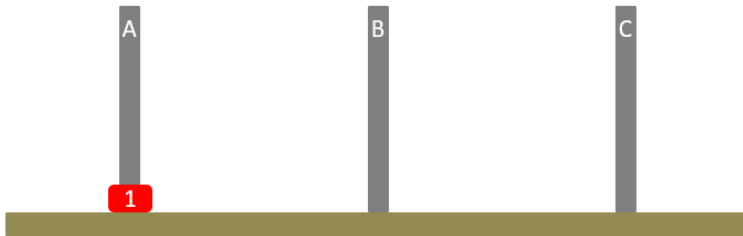
Mova disco 1 da torre B para a torre A

Mova disco 2 da torre B para a torre C

Mova disco 1 da torre A para a torre C

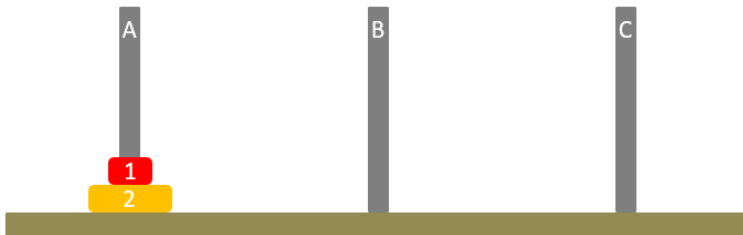
(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

Comparando soluções



- Solução para um disco:

Mova disco 1 da torre A para a torre C

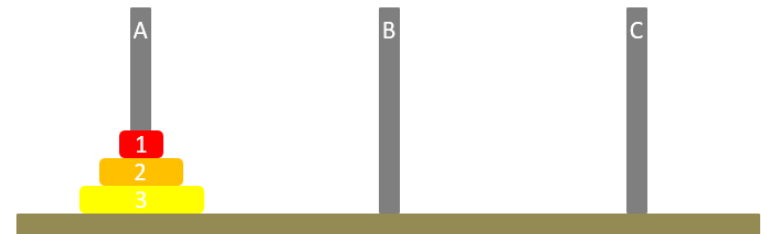


- Solução para dois discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre B

Mova disco 2 da torre A para a torre C

Mova disco 1 da torre B para a torre C



- Solução para três discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre C

Mova disco 2 da torre A para a torre B

Mova disco 1 da torre C para a torre B

Mova disco 3 da torre A para a torre C

Mova disco 1 da torre B para a torre A

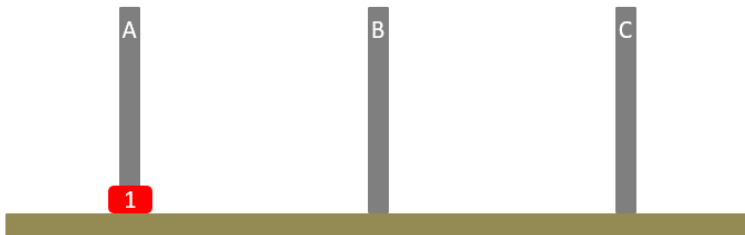
Mova disco 2 da torre B para a torre C

Mova disco 1 da torre A para a torre C

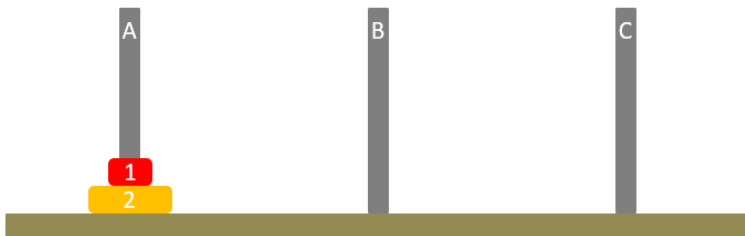
(considerando-se:

torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

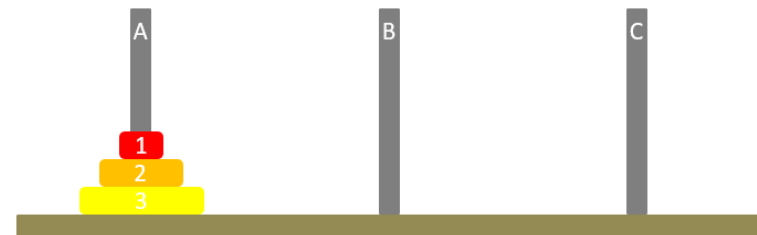
Comparando soluções



- Solução para um disco:
Mova disco 1 da torre A para a torre C



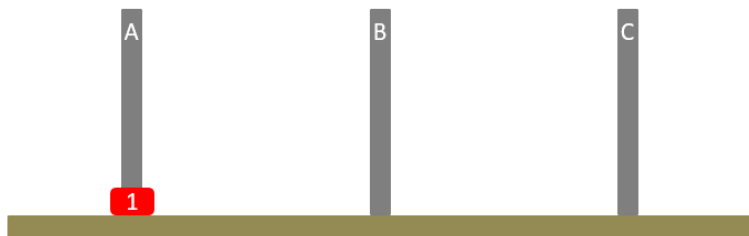
- Solução para dois discos:
Mova disco 1 da torre A para a torre B
Mova disco 2 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre C



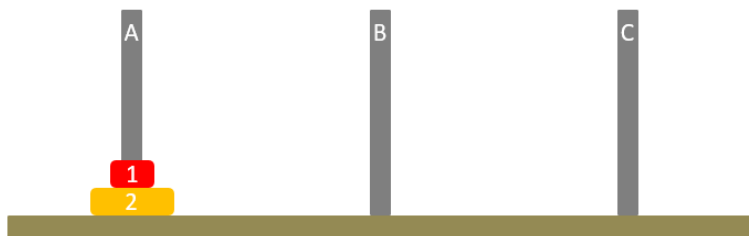
- Solução para três discos:
Mova disco 1 da torre A para a torre C
Mova disco 2 da torre A para a torre B
Mova disco 1 da torre C para a torre B
Mova disco 3 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre A
Mova disco 2 da torre B para a torre C
Mova disco 1 da torre A para a torre C

Move dois discos da torre A para a C,
usando B como torre auxiliar

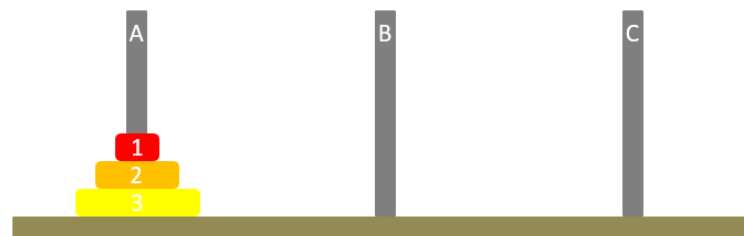
Comparando soluções



- Solução para um disco:
Mova disco 1 da torre A para a torre C



- Solução para dois discos:
Mova disco 1 da torre A para a torre B
Mova disco 2 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre C

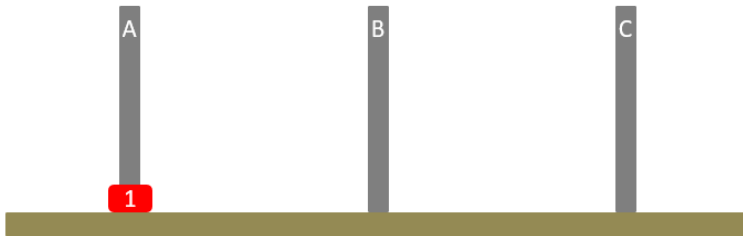


- Solução para três discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre C
Mova disco 2 da torre A para a torre B
Mova disco 1 da torre C para a torre B
Mova disco 3 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre A
Mova disco 2 da torre B para a torre C
Mova disco 1 da torre A para a torre C

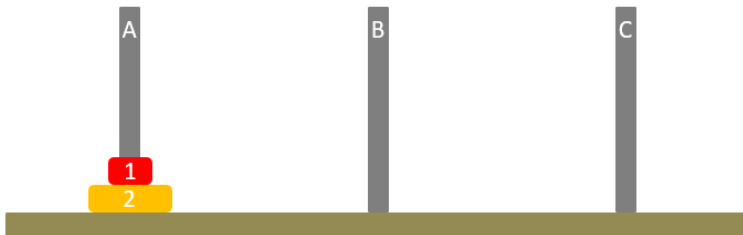
(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

Comparando soluções



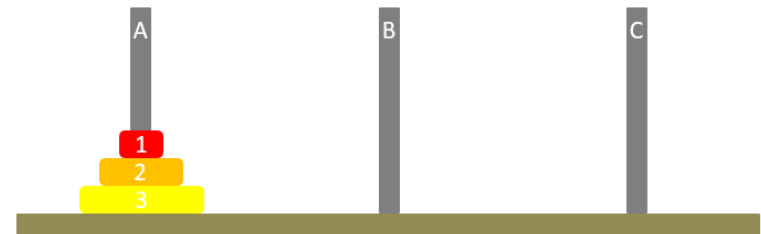
- Solução para um disco:

Mova disco 1 da torre A para a torre C



- Solução para dois discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre B
Mova disco 2 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre C

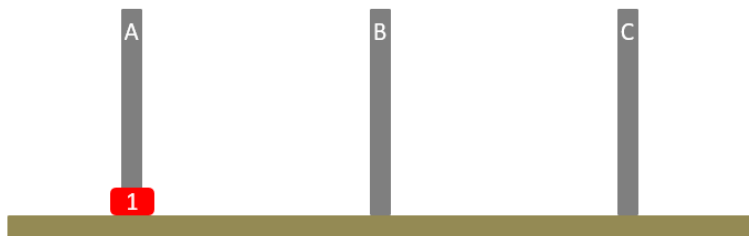


- Solução para três discos:

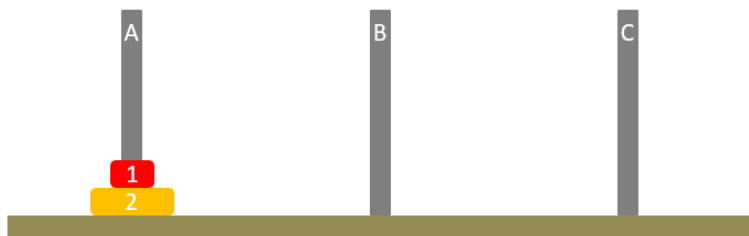
Mova disco 1 da torre A para a torre C
Mova disco 2 da torre A para a torre B
Mova disco 1 da torre C para a torre B
Mova disco 3 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre A
Mova disco 2 da torre B para a torre C
Mova disco 1 da torre A para a torre C

Move dois discos da torre A para a B,
usando a torre C como auxiliar

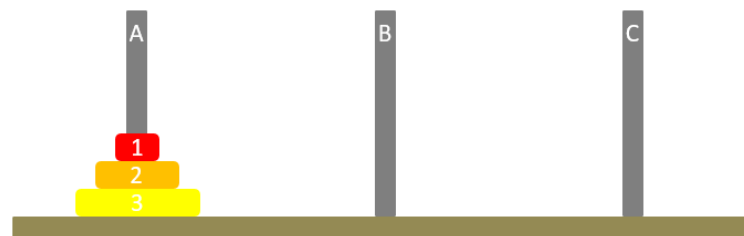
Comparando soluções



- Solução para um disco:
Mova disco 1 da torre A para a torre C



- Solução para dois discos:
Mova disco 1 da torre A para a torre B
Mova disco 2 da torre A para a torre C
Mova disco 1 da torre B para a torre C



- Solução para três discos:

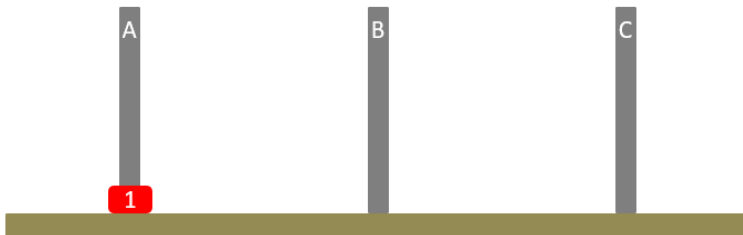
Mova disco 1 da torre A para a torre C
Mova disco 2 da torre A para a torre B
Mova disco 1 da torre C para a torre B

Mova disco 3 da torre A para a torre C

Mova disco 1 da torre B para a torre A
Mova disco 2 da torre B para a torre C
Mova disco 1 da torre A para a torre C

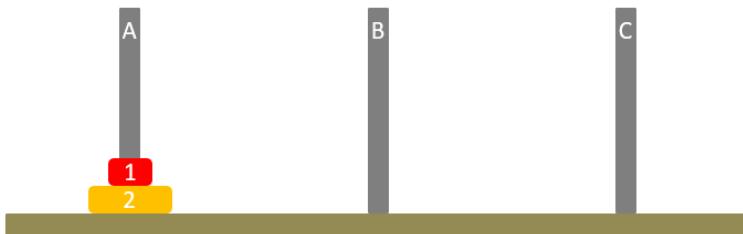
(considerando-se:
torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

Comparando soluções



- Solução para um disco:

Mova disco 1 da torre A para a torre C

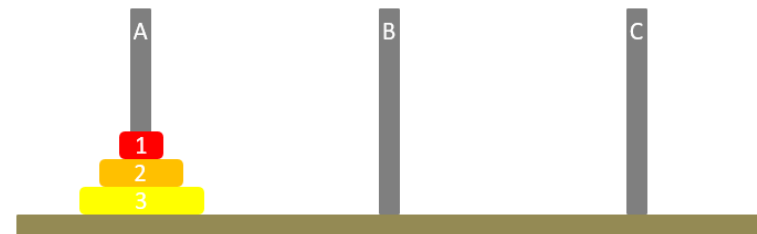


- Solução para dois discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre B

Mova disco 2 da torre A para a torre C

Mova disco 1 da torre B para a torre C



- Solução para três discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre C

Mova disco 2 da torre A para a torre B

Mova disco 1 da torre C para a torre B

Mova disco 3 da torre A para a torre C

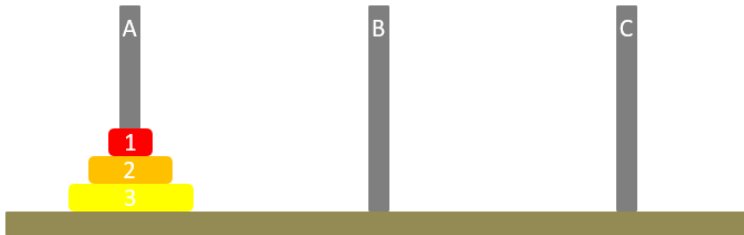
Mova disco 1 da torre B para a torre A

Mova disco 2 da torre B para a torre C

Mova disco 1 da torre A para a torre C

Move dois discos da torre B para a C,
usando a torre A como auxiliar

Generalizando a solução recursiva



- Solução para três discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre C

Mova disco 2 da torre A para a torre B

Mova disco 1 da torre C para a torre B

Mova disco 3 da torre A para a torre C

Mova disco 1 da torre B para a torre A

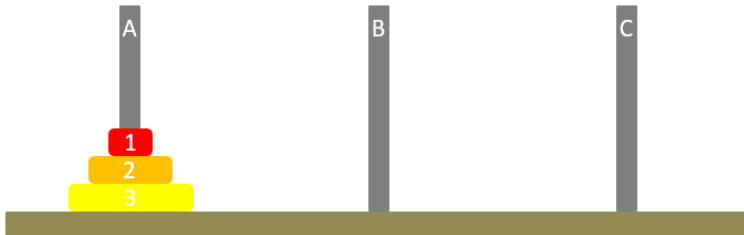
Mova disco 2 da torre B para a torre C

Mova disco 1 da torre A para a torre C

(considerando-se:

torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

Generalizando a solução recursiva



- Solução para três discos:

Mova disco 1 da torre A para a torre C

Mova disco 2 da torre A para a torre B

Mova disco 1 da torre C para a torre B

Mova disco 3 da torre A para a torre C

Mova disco 1 da torre B para a torre A

Mova disco 2 da torre B para a torre C

Mova disco 1 da torre A para a torre C

(considerando-se:

torre A=ORIGEM, torre B=AUXILIAR e torre C=DESTINO)

// Considerando n =número de discos:

se($n==1$) // quando faltar mover apenas o disco menor

executar mover disco 1 de torre origem para torre destino

senão

mover o ($n-1$) discos de A para B, usando C de auxiliar

executar mover disco n de torre origem para torre destino

mover o ($n-1$) discos de B para C, usando A de auxiliar

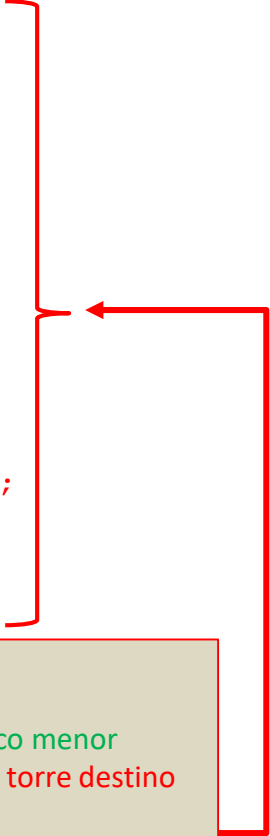
fimse

Solução em C - recursiva

```
#include <stdio.h>

void hanoi(int n,char origem,char destino,char auxiliar){
    /* Se sobrar apenas o disco 1, mova fazer o movimento e retornar */
    if(n==1){
        printf("\nMova o disco 1 da torre %c para a torre %c",origem ,destino);
    }
    else {
        /* Mover o n-1 disco de A para B, usando C de auxiliar */
        hanoi(n-1,origem,auxiliar,destino);
        /* Mover os discos restantes de A para C */
        printf("\nMova o disco %d da torre %c para a torre %c",n,origem,destino);
        /* Mover os n-1 discos de B para C usando A como auxiliar */
        hanoi(n-1,auxiliar,destino,origem);
    }
}

main(){
    int n;
    printf("Digite o numero de discos : ");
    scanf("%d",&n);
    hanoi(n,'A','C','B');
    return 0;
}
```



// Considerando n=número de discos:

se(n==1) // quando faltar mover apenas o disco menor
 executar mover disco 1 de torre origem para torre destino
senão
 mover o (n-1) discos de A para B, usando C de auxiliar
 executar mover disco n de torre origem para torre destino
 mover o (n-1) discos de B para C, usando A de auxiliar
fimse