

# 制御系設計と実装

1610581 堀田 大地

2018/11/1

## 1 課題

### 1.1 レポート課題 A

#### 1. No.1

$T_d = 0.1-1.0$  のときの結果を図 1, 表 1 に示した.

#### 2. No.2

$T_d \geq 0.8$  以降で変化が見られるのは, 式 (1) の真数が 0 に近づくためだと考えられる.

#### 3. No.3

結果を図 2, 表 2 に示した.

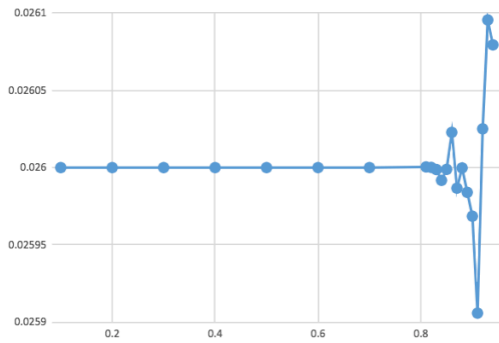


図 1  $T_d$  を 0.1 から 1.0 まで変化させた結果.  $T_d \geq 0.8$  から変化が見られる.

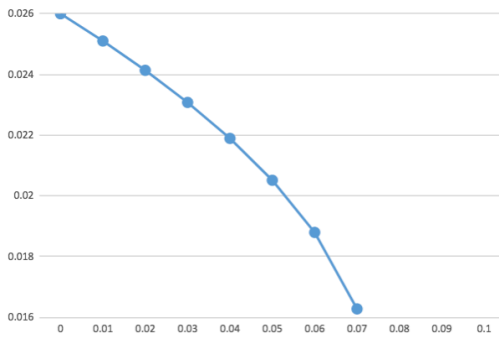


図 2  $T_d$  を 0.1 から 1.0 まで変化させた結果.  $T_d \geq 0.8$  から変化が見られる.

表 1  $T_d$  を 0.1 から 1.0 に変化させた時の (19) 式の値

$T_d$	$x(t_d)$	(19)
0.1	3.5647	0.026
0.2	3.64092	0.026
0.3	3.64255	0.026
0.4	3.64258	0.026
0.5	3.64258	0.026
0.6	3.64258	0.02599
0.7	3.64258	0.02600
0.81	3.64258	0.02600
0.82	3.64258	0.02600
0.83	3.64258	0.02599
0.84	3.64258	0.02599
0.85	3.64258	0.02599
0.86	3.64258	0.02602
0.87	3.64258	0.02598
0.88	3.64258	0.02599
0.89	3.64258	0.02598
0.9	3.64258	0.02596
0.91	3.64258	0.02590
0.92	3.64258	0.02602
0.93	3.64258	0.02609
0.94	3.64258	0.02607
0.95	3.64258	0.02585
0.96	3.64258	0.02613
0.97	3.64258	0.02640
0.98	3.64258	Null
0.99	3.64258	Null
1	3.64258	Null

表 2  $T_d$  を 0.1 から 1.0 に変化させた時の (19) 式の値

$\delta$	正しい $x'(T_d)$	$\tau$
0	3.5647	0.0268
0.01	3.5547	0.0268
0.02	3.5447	0.0276
0.03	3.5347	0.0284
0.04	3.5247	0.0291
0.05	3.5147	0.0298
0.06	3.5047	0.0305
0.07	3.4947	0.0312
0.08	3.4847	0.0318
0.09	3.4747	0.0324
0.1	3.4647	0.0331

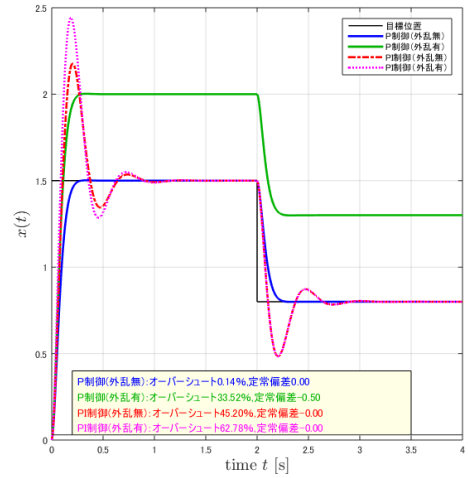


図 3  $T_d$  を 0.1 から 1.0 まで変化させた結果.  $T_d \geq 0.8$  から変化が見られる.

## 1.2 レポート課題 B

P, PI 制御における台車の応答, 制御機の出力を図 3, 4 に示した. 外乱が無い場合の台車の応答は, P 制御の方が PI 制御に比較して短い時間で目標位置に到達している. また, PI 制御は外乱がない場合もオーバーシュート量が大きくなった. 外乱がある場合, P 制御は目標位置に到達できていないが, PI 制御では外乱が無い場合と同じ時間で目標地点に到達できている.

よって, 外乱が無い場合でオーバーシュートを小さくする必要があるときは P 制御を用いるべきであり, 現実世界で外乱が無い場合などほとんど無いので, そのような特例を除けば PI 制御をも用いるのが妥当である.

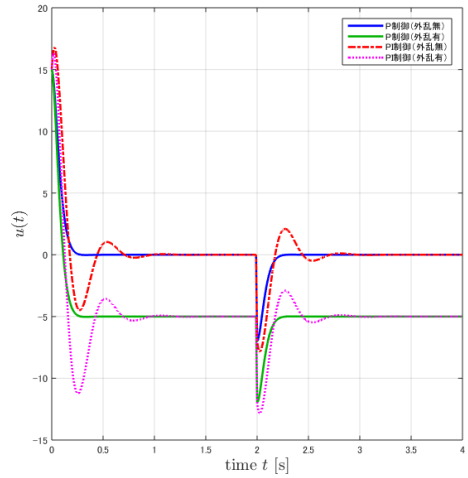


図 4  $T_d$  を 0.1 から 1.0 まで変化させた結果.  $T_d \geq 0.8$  から変化が見られる.

## 1.3 レポート課題 C

LQ 制御の重み  $q_1$  の値に応じたシミュレーション, 実機実験を比較した図を図 5 に示した. LQ 制御の重み  $Q$  は,  $Q=(1, 1, 0.1, 1)$ ,  $(0.1, 1, 0.1, 1)$ ,  $(3, 1, 0.1, 1)$  と変化させた.  $q_1$  の値が大きくなるにつれて台車の位置が目標値に収束する時間が短くなっているが, 同時に振り子の角度の振幅も大き

くなっていた。

また、評価関数は (3) であり、 $q_1$  と値が大きくなると、 $x^2(t)$  が小さくなり、積分値である面積が小さくなることからわかる。さらに、 $q_2$  の重みが小さくなり、 $\theta^2(t)$  の値が大きくなり、同様に積分値の面積であるのでオーバーシュートが大きくなり。よって、 $q_1$  の値が大きくなると、位置と目標値の間の面積が小さくなり台車の位置が目標値に早く収束し、振り子の角度と目標角度の間の面積が大きくなってオーバーシュートが大きくなる。

$$\int_0^{\infty} (q_1 x^2(t) + q_2 \theta^2(t) + q_3 \dot{x}^2(t) + q_4 \dot{\theta}^2(t) + u^2(t)) dt$$

#### 1.4 レポート課題 D

##### 1. 振り子の運動方程式.

振り子の運動エネルギー、位置エネルギーは式 (2), (3) であるので、ラグランジアン  $L$  は式 (4) となる。式 (5) のラグランジアンの運動方程式より、式 (6) が得られる。

$$T = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

$$V = m g l \cos \theta \quad (3)$$

$$L = T - V \quad (4)$$

$$= \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 - m g l \cos \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = u \quad (5)$$

$$(I + m l^2) \ddot{\theta} - m g l \sin \theta = u \quad (6)$$

##### 2. 線型表現.

式 (6) で角度  $\theta$  が小さいとき、 $\sin \theta = \theta$  と近似すると、式 (7) となる。この式を  $\dot{\theta}$  について解くと式 (8) となる。以上より、 $\mathbf{x} = [\dot{\theta}, \theta]^T$  とすると、式 (8) が得られる。よって、 $A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{m g l}{I + m l^2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{I + m l^2} \\ 0 \end{bmatrix}$  となる。

$$(I + m l^2) \ddot{\theta} - m g l \theta = u \quad (7)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{m g l}{I + m l^2} \theta + \frac{1}{I + m l^2} u \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{m g l}{I + m l^2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I + m l^2} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (9)$$

#### 参考文献

- [1] 電気通信大学, 知能機械高価基礎実験, 実験テキスト, p14-25