

# Introdução à Computação Gráfica

Uéliton Freitas

Universidade Católica Don Bosco - UCDB

*freitas.ueliton@gmail.com*

1 de setembro de 2014

# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Notações
- 3 Conjuntos
  - Notações
  - Intervalos
- 4 Funções
  - Notação de uma Função
  - Funções Injetoras
  - Funções Sobrejetoras
  - Funções Bijetoras
  - Função Inversa

# Introdução

## O que será revisto?

- Notações dos elementos.
- Conjuntos.
- Funções.

# Notações

## Notações Matemáticas Convencionais

- A maioria das variáveis estarão em *itálico*:  $x, y$ .

# Notações

## Notações Matemáticas Convencionais

- A maioria das variáveis estarão em *itálico*:  $x, y$ .
- Vetores estarão em negrito e em letras romanas:  $\mathbf{u}$ .

# Notações

## Notações Matemáticas Convencionais

- A maioria das variáveis estarão em *itálico*:  $x, y$ .
- Vetores estarão em negrito e em letras romanas:  $\mathbf{u}$ .
- Matrizes estarão em letras romanas, negrito e em caixa alta:  $\mathbf{A}$ .

# Notações

## Notações Matemáticas Convencionais

- A maioria das variáveis estarão em *itálico*:  $x, y$ .
- Vetores estarão em negrito e em letras romanas:  $\mathbf{u}$ .
- Matrizes estarão em letras romanas, negrito e em caixa alta:  $\mathbf{A}$ .
- Algumas letras são utilizadas para denotar alguns conjuntos como:
  - $\mathbb{R}$ : Números Reais.
  - $\mathbb{R}^+$ : Números Reais Positivos.
  - $\mathbb{R}_0^+$ : Números Reais **não** negativos.

# Conjuntos

## Notações Matemáticas Convencionais

- Conjuntos são denotados por letras maiúsculas: B.



# Conjuntos

## Notações Matemáticas Convencionais

- Conjuntos são denotados por letras maiúsculas:  $B$ .
- O produto cartesiano de dos conjuntos  $B \times C$  é denotado por:
  - $B \times C = \{(b, c) : b \in B, c \in C\}$
  - Conjuntos de todos os pares ordenados  $(b, c)$  tal que  $b \in B$  e  $c \in C$ .

# Conjuntos

## Notações Matemáticas Convencionais

- Conjuntos são denotados por letras maiúsculas:  $B$ .
- O produto cartesiano de dos conjuntos  $B \times C$  é denotado por:
  - $B \times C = \{(b, c) : b \in B, c \in C\}$
  - Conjuntos de todos os pares ordenados  $(b, c)$  tal que  $b \in B$  e  $c \in C$ .
- O produto de  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  é denotado por  $\mathbb{R}^2$ .

# Conjuntos

## Notações Matemáticas Convencionais

- Conjuntos são denotados por letras maiúsculas:  $B$ .
- O produto cartesiano de dos conjuntos  $B \times C$  é denotado por:
  - $B \times C = \{(b, c) : b \in B, c \in C\}$
  - Conjuntos de todos os pares ordenados  $(b, c)$  tal que  $b \in B$  e  $c \in C$ .
- O produto de  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  é denotado por  $\mathbb{R}^2$ .
- Produtos de alta ordem de  $\mathbb{R}$  são denotados por  $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4, \dots$

# Conjuntos

## Intervalos

- O intervalo fechado  $[a, b] \in \mathbb{R}$  é o conjunto de todos os números reais entre  $a$  e  $b$  incluindo os mesmos.
  - $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$

# Conjuntos

## Intervalos

- O intervalo fechado  $[a, b] \in \mathbb{R}$  é o conjunto de todos os números reais entre  $a$  e  $b$  incluindo os mesmos.
  - $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$
- O intervalo semi aberto  $(a, b], [a, b) \in \mathbb{R}$  é o conjunto de todos os números reais entre  $a$  e  $b$ , que **podem** ou **não** incluir os mesmos.
  - $(a, b] = \{x : a < x \leq b\}$
  - $[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$

# Conjuntos

## Intervalos

- O intervalo fechado  $[a, b] \in \mathbb{R}$  é o conjunto de todos os números reais entre  $a$  e  $b$  incluindo os mesmos.
  - $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$
- O intervalo semi aberto  $(a, b], [a, b) \in \mathbb{R}$  é o conjunto de todos os números reais entre  $a$  e  $b$ , que **podem** ou **não** incluir os mesmos.
  - $(a, b] = \{x : a < x \leq b\}$
  - $[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$
- O intervalo aberto  $(a, b) \in \mathbb{R}$  é o conjunto de todos os números reais entre  $a$  e  $b$ , que **não** incluem os mesmos.
  - $(a, b) = \{x : a < x < b\}$

# Conjuntos

## Notações Matemáticas Convencionais

- Outras convenções de intervalos:
  - Intervalo de  $a$ (inclusive) até mais infinito:  
 $[a, \infty) = \{x : a \leq \infty\}$

# Conjuntos

## Notações Matemáticas Convencionais

- Outras convenções de intervalos:
  - Intervalo de  $a$ (inclusive) até mais infinito:  
 $[a, \infty) = \{x : a \leq \infty\}$
  - Intervalo de  $-\infty$  até  $b$ (inclusive):  
 $(-\infty, b] = \{x : -\infty \leq b\}$



# Funções

## Notação de uma Função

- Uma função  $f$  é denotada da seguinte forma:
  - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2$

# Funções

## Notação de uma Função

- Uma função  $f$  é denotada da seguinte forma:
  - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2$
- O nome da função é  $f$ .

# Funções

## Notação de uma Função

- Uma função  $f$  é denotada da seguinte forma:
  - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2$
- O nome da função é  $f$ .
- O elemento do lado esquerdo da seta ( $\mapsto$ ) é denominado **Domínio**.

# Funções

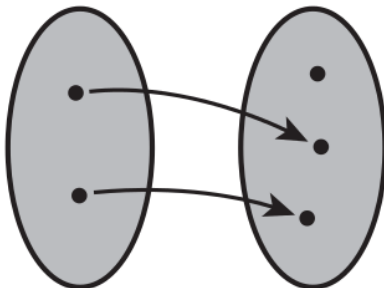
## Notação de uma Função

- Uma função  $f$  é denotada da seguinte forma:
  - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2$
- O nome da função é  $f$ .
- O elemento do lado esquerdo da seta ( $\mapsto$ ) é denominado **Domínio**.
- O elemento do lado direito da seta ( $\mapsto$ ) é denominado **Imagem** ou **Codomínio**.

# Funções

## Funções Injetoras

- Seja a função  $g : A \rightarrow B$ .
- Dizemos que uma função  $g$  é **injetora** se  $\forall a_1, a_2 \in A, g(a_1) \neq g(a_2) \in B$ .



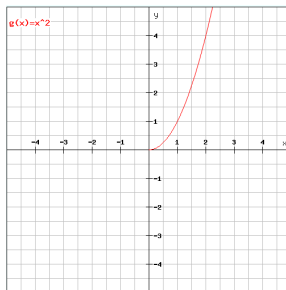
# Funções

## Funções Injetoras

- Dizemos que uma função  $g$  é **injetora** se  $\forall x_1, x_2 \in A, g(x_1) \neq g(x_2) \in B$ .

## Exemplo de uma Função Injetora

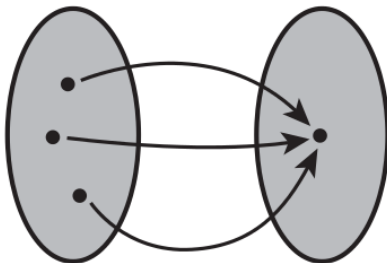
- Seja a função:  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+ : g(x) = x^2$



# Funções

## Funções Sobrejetoras

- Seja a função  $f : A \rightarrow B$ .
- Dizemos que uma função  $f$  é **sobrejetora** se, e somente se:  
 $\forall b \in B, \exists a \in A : b = f(a)$ .



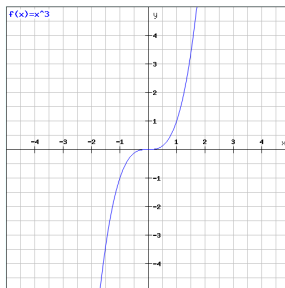
# Funções

## Funções Sobrejetora

- Dizemos que uma função  $f$  é **sobrejetora** se, e somente se:  
 $\forall y \in B, \exists x \in A : y = f(x)$ .

## Exemplo de uma Função Sobrejetora

- Seja a função:  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = x^3$

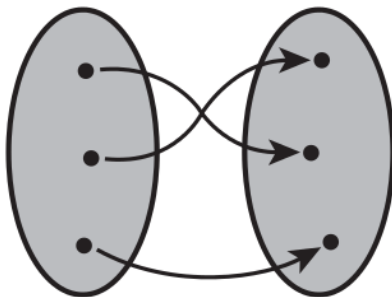




# Funções

## Funções Bijetoras

- Seja a função  $h : A \rightarrow B$ .
- $h$  é **bijetora** se é **injetora** e **sobrejetora**.



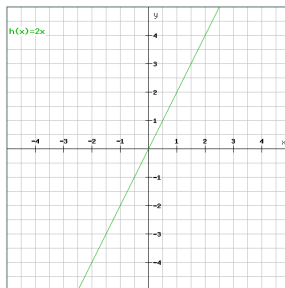
# Funções

## Funções Bijetoras

- Seja a função  $h : A \rightarrow B$ .
- $h$  é **bijetora** se é **injetora** e **sobrejetora**.

## Exemplo de uma Função Bijetora

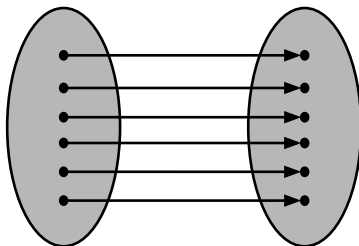
- Seja a função:  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : h(x) = 2x$



# Funções

## Funções Inversas

- Seja a função  $h : A \rightarrow B$ .
- Definimos como função inversa de  $h$ , a função  $h^{-1} : B \rightarrow A$  tal que:  $h \circ h^{-1} = id_x$  e  $h^{-1} \circ h = id_y$ .
- $h(h^{-1}(x)) = x$  e  $h^{-1}(h(x)) = y$



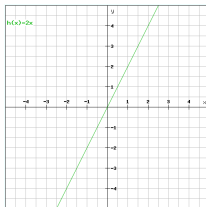
# Funções

## Funções Inversas

- Seja a função  $h : A \rightarrow B$ .
- Definimos como função inversa de  $h$ , a função  $h^{-1} : B \rightarrow A$  tal que:  $h \circ h^{-1} = id_x$  e  $h^{-1} \circ h = id_y$  tal que  $h(h^{-1}(x)) = x$  e  $h^{-1}(h(x)) = x$

## Exemplo de uma Função Inversa

- Seja a função:  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : h(x) = 2x$



# Funções

## Exemplo de uma Função Inversa

- Seja a função:  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : h(x) = 2x$

$$h(x) = 2x \tag{1}$$

$$h^{-1}(x) = \frac{y}{2} \tag{2}$$

$$h(h^{-1}(x)) = 2\left(\frac{y}{2}\right) = y \tag{3}$$

$$h^{-1}(h(x)) = \frac{2x}{2} = x \tag{4}$$