1. **设有三个独立的结论H_1，H_2，H_3及两个独立的证据E_1，E_2，它们的先验概率和条件概率分别为：**

$$P(H_1)=0.4，P(H_2)=0.3，P(H_3)=0.3$$
$$P(E_1|H_1)=0.5，P(E_1|H_2)=0.3，P(E_1|H_3)=0.5$$
$$P(E_2|H_1)=0.7，P(E_2|H_2)=0.9，P(E_2|H_3)=0.1$$

试利用概率方法分别求出：

(1) 当只有证据E_1出现时的$P(H_1|E_1)$，$P(H_2|E_1)$，$P(H_3|E_1)$值；说明E_1的出现对H_1，H_2和H_3的影响。

(2) 当E_1和E_2同时出现时的$P(H_1|E_1E_2)$，$P(H_2|E_1E_2)$，$P(H_3|E_1E_2)$值；说明E_1和E_2同时出现对H_1，H_2和H_3的影响。

答：

(1) 由全概率公式：

$$P(E_1)=\sum_{i=1}^{3}P(E_1|H_i)P(H_i)=0.44,$$

$$P(H_1|E_1)=\frac{P(E_1|H_1)P(H_1)}{P(E_1)}=\frac{0.5\times0.4}{0.44}=0.45,$$

$$P(H_2|E_1)=\frac{P(E_1|H_2)P(H_2)}{P(E_1)}=\frac{0.3\times0.3}{0.44}=0.20,$$

$$P(H_3|E_1)=\frac{P(E_1|H_3)P(H_3)}{P(E_1)}=\frac{0.3\times0.5}{0.44}=0.34,$$

计算结果表明，由于证据E_1的出现，H_1和H_3成立的可能性有所增加，而H_2成立的可能性却有所下降。

(2) 由贝叶斯公式：

$$P(H_1|E_1E_2)$$
$$=\frac{P(E_1|H_1)P(E_2|H_1)P(H_1)}{P(E_1|H_1)P(E_2|H_1)P(H_1)+P(E_1|H_2)P(E_2|H_2)P(H_2)+P(E_1|H_3)P(E_2|H_3)P(H_3)}$$
$$=\frac{0.5\times0.7\times0.4}{0.236}=0.59,$$

$$P(H_2|E_1E_2)$$
$$=\frac{P(E_1|H_2)P(E_2|H_2)P(H_2)}{P(E_1|H_1)P(E_2|H_1)P(H_1)+P(E_1|H_2)P(E_2|H_2)P(H_2)+P(E_1|H_3)P(E_2|H_3)P(H_3)}$$
$$=\frac{0.3\times0.3\times0.9}{0.236}=0.34,$$

$$P(H_3|E_1E_2)$$
$$=\frac{P(E_1|H_3)P(E_2|H_3)P(H_3)}{P(E_1|H_1)P(E_2|H_1)P(H_1)+P(E_1|H_2)P(E_2|H_2)P(H_2)+P(E_1|H_3)P(E_2|H_3)P(H_3)}$$
$$=\frac{0.3\times0.5\times0.1}{0.236}=0.06,$$

计算结果表明，由于证据E_1和E_2的同时出现，H_1和H_2成立的可能性有所增加，而H_3成立的可能性却有所下降。

2. **设有如下推理规则：**

R1: IF $\boldsymbol{E_1}$ THEN(500, 0.01) $\boldsymbol{H_1}$

R2: IF $\boldsymbol{E_2}$ THEN(1, 100) $\boldsymbol{H_1}$

R3: IF $\boldsymbol{E_3}$ THEN (1000, 1) $\boldsymbol{H_2}$

R4: IF $\boldsymbol{H_1}$ THEN (20, 1) $\boldsymbol{H_2}$

且已知$P(H_1)=0.1$，$P(H_2)=0.1$，$P(H_3)=0.1$，初始证据的概率为$P(E_1|S_1)=0.5$，$P(E_2|S_2)=0$，$P(E_3|S_3)=0.8$。用主观贝叶斯方法求H_2的后验概率$P(H_2|S_1,S_2,S_3)$。

答：

(1) 计算$O(H_1|S_1)$

$$O(H_1|E_1)=LS_1\times O(H_1)=500\times\frac{0.1}{1-0.1}=55.56,$$

$$P(H_1|E_1)=\frac{O(H_1|E_1)}{1+O(H_1|E_1)}=\frac{55.56}{1+55.56}=0.9823,$$

$$P(E_1|H_1)=\frac{LS_1-LN_1\times LS_1}{LS_1-LN_1}=\frac{500-500\times 0.01}{500-0.01}=0.9900,$$

$$P(E_1)=\frac{P(E_1|H_1)P(H_1)}{P(H_1|E_1)}=\frac{0.9900\times 0.1}{0.9823}=0.1008,$$

由于$P(E_1|S_1)=0.5>P(E_1)$，故使用 EH 公式的后一部分进行计算：

$$P(H_1|S_1)=P(H_1)+\frac{P(H_1|E_1)-P(H_1)}{1-P(E_1)}\times[P(E_1|S_1)-P(E_1)]$$

$$=0.1+\frac{0.9823-0.1}{1-0.1008}\times(0.5-0.1008)=0.4917,$$

$$O(H_1|S_1)=\frac{P(H_1|S_1)}{1-P(H_1|S_1)}=\frac{0.4917}{1-0.4917}=0.9673$$

(2) 计算$O(H_1|S_2)$

$$O(H_1|E_2)=LS_2\times O(H_1)=1\times\frac{0.1}{1-0.1}=0.1111,$$

$$P(H_1|E_2)=\frac{O(H_1|E_2)}{1+O(H_1|E_2)}=\frac{0.1111}{1+0.1111}=0.1000,$$

$$P(E_2|H_1)=\frac{LS_2-LN_2\times LS_2}{LS_2-LN_2}=\frac{1-100\times 1}{1-100}=1,$$

$$P(E_2)=\frac{P(E_2|H_1)P(H_1)}{P(H_1|E_2)}=\frac{1\times 0.1}{0.1000}=1,$$

由于$P(E_2|S_1)=0<P(E_2)$，故使用 EH 公式的前一部分进行计算：

$$P(H_1|S_2)=P(H_1|{\sim}E_2)+\frac{P(H_1)-P(H_1|{\sim}E_2)}{P(E_2)}\times P(E_2|S_2)$$

$$=\frac{O(H_1|{\sim}E_2)}{1+O(H_1|{\sim}E_2)}=\frac{100\times 0.1111}{1+100\times 0.1111}=0.9174,$$

$$O(H_1|S_2)=\frac{P(H_1|S_2)}{1-P(H_1|S_2)}=\frac{0.}{1-0.4916}=11.1065$$

(3) 计算$O(H_1|S_1,S_2)$

$$O(H_1|S_1,S_2)=\frac{O(H_1|S_1)}{O(H_1)}\frac{O(H_1|S_2)}{O(H_1)}O(H_1)=\frac{0.9673}{0.1111}\times\frac{11.1065}{0.1111}\times 0.1111$$

$$=96.6995,$$

$$P(H_1|S_1,S_2)=\frac{O(H_1|S_1,S_2)}{1+O(H_1|S_1,S_2)}=\frac{96.6995}{1+96.6995}=0.9898$$

(4) 计算$O(H_2|S_3)$

$$P(H_2|E_3)=\frac{O(H_2|E_3)}{1+O(H_2|E_3)}=\frac{1000\times 0.1111}{1+1000\times 0.1111}=0.9911,$$

$$P(E_3|H_2)=\frac{LS_3-LN_3\times LS_3}{LS_3-LN_3}=\frac{1000-1000\times 1}{1000-1}=0,$$

$$P(E_3)=\frac{P(E_3|H_2)P(H_2)}{P(H_2|E_3)}=0,$$

由于$P(E_3|S_2)=0.8>P(E_3)$，故使用 EH 公式的后一部分进行计算：

$$P(H_2|S_3)=P(H_2)+\frac{P(H_2|E_3)-P(H_2)}{1-P(E_3)}\times[P(E_3|S_3)-P(E_3)]$$

$$=0.1+\frac{0.9911-0.1}{1-0}\times(0.8-0)=0.8129,$$

$$O(H_2|S_3)=\frac{P(H_2|E_3)}{1-P(H_2|E_3)}=\frac{0.8129}{1-0.8129}=4.3447$$

(5) 计算$O(H_2|S_1,S_2)$

$$P(H_2|H_1)=\frac{O(H_2|H_1)}{1+O(H_2|H_1)}=\frac{20\times 0.1111}{1+20\times 0.1111}=0.6896,$$

$$P(H_1|H_2)=\frac{LS_4-LN_4\times LS_4}{LS_4-LN_4}=\frac{20-20\times 1}{20-1}=0,$$

$$P(H_1)=\frac{P(H_1|H_2)P(H_2)}{P(H_2|H_1)}=0,$$

由于$P(H_1|S_1,S_2)=0.9898>P(H_1)$，故使用 EH 公式的后一部分进行计算：

$$P(H_2|S_1,S_2)=P(H_2)+\frac{P(H_2|H_1)-P(H_2)}{1-P(H_1)}\times[P(H_1|S_1,S_2)-P(H_1)]$$

$$=0.1+\frac{0.6896-0.1}{1-0.1}\times(0.9898-0.1)=0.6829,$$

$$O(H_2|S_1,S_2)=\frac{P(H_2|S_1,S_2)}{1-P(H_2|S_1,S_2)}=2.1536$$

(6) 计算$O(H_2|S_1,S_2,S_3)$

$$O(H_2|S_1,S_2,S_3)=\frac{O(H_2|S_1,S_2)}{O(H_2)}\frac{O(H_2|S_3)}{O(H_2)}O(H_2)=84.2191,$$

$$P(H_2|S_1,S_2,S_3)=\frac{O(H_2|S_1,S_2,S_3)}{1+O(H_2|S_1,S_2,S_3)}=0.9883$$

3. 试说明证据理论中概率分配函数、信任函数、似然函数和类概率函数的含义。

答：

(1) 概率分配函数：

设函数：

$$\mathrm{M}: 2^D\rightarrow[0,1]$$

而且满足

$$\mathrm{M}(\emptyset)=0$$

$$\sum_{A\subseteq D}M(A)=1$$

则称M是2^D上的概率分配函数，$M(A)$为A的基本概率数。

(2) 信任函数：

命题的信任函数（belief function）$Bel: 2^D \to [0,1]$为

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} M(B)\text{，对所有的}A \subseteq D$$

其中2^D表示D的所有子集。

Bel函数又称为下限函数，$Bel(A)$表示对 A 命题为真的信任程度。

由信任函数及概率分配函数的定义容易推出：

$$Bel(\emptyset) = \mathrm{M}(\emptyset) = 0$$

$$Bel(D) = \sum_{B \subseteq D} M(B) = 1$$

(3) 似然函数：

似然函数（plausibility function）又称为不可驳斥函数或上限函数，其定义如下：

似然函数Pl：$2^D \to [0,1]$为

$$Pl(A) = 1 - Bel(\sim A)\text{，对所有的}A \subseteq D$$

其中，$\sim A = D - A$。

由于$Bel(A)$表示对 A 为真的信任程度，所以$Bel(\sim A)$就表示对$\sim A$为真（即 A 为假）的信任程度，因此，$Pl(A)$表示对 A 为非假的信任程度。

信任函数与似然函数间具有下列关系：

$$Pl(A) \ge Bel(A)$$

(4) 类概率函数：

命题 A 的类概率函数为

$$f(A) = Bel(A) + \frac{|A|}{|D|} \times [Pl(A) - Bel(A)]$$

其中，$|A|$和$|D|$分别是A和D中元素的个数。

类概率函数$f(A)$具有如下性质：

1) $\sum_{i=1}^{n} f(\{s_i\}) = 1$
2) 对任何$A \subseteq D$，有
$$Bel(A) \le f(A) \le Pl(A)$$
3) 对任何$A \subseteq D$，有
$$f(\sim A) = 1 - f(A)$$

根据上述性质可得如下推论：

1) $f(\emptyset) = 0$
2) $f(D) = 1$
3) 对任何$A \subseteq D$，有$0 \le f(A) \le 1$

4. 为什么说 Hopfield 网络是一种反馈神经网络？

答：Hopfield 网络是一种单层全互连的对称反馈网络模型。Hopfield 网络中，神经元自身无连接，且每个神经元都与其他神经元相连。每个神经元的输出都将通过突触连接权值传递给别的神经元，同时每个神经元又都将接受其他神经元传来的信息，对每个神经元，其输出经过其他神经元后又有可能反馈给自己。因此，Hopfield 网络是一种反馈神经网络。

5. 霍兰德的遗传算法，即简单遗传算法（SGA，Simple Genetic Algorithm），包括哪三个部分？

答：编码与解码：将问题结构变换为位串形式编码表示的过程叫编码；将位串形式编码表示变换为原问题结构的过程叫解码或译码。遗传算法的编码方法：二进制编码、浮点数编码方法、格雷码、符号编码方法、多参数编码方法等。

适应度函数：体现染色体的适应能力，对问题中的每一个染色体都能进行度量的函数，叫适应度函数。在遗传算法中，一般要求适应度函数非负，并且适应度值越大越好。对优化问题，适应度函数就是目标函数。

遗传操作：简单遗传算法的遗传操作主要有三种:选择、交叉和变异。

6. 简单遗传算法中编码、解码或译码分别是什么含义。

答：将问题结构变换为位串形式编码表示的过程叫编码；将位串形式编码表示变换为原问题结构的过程叫解码或译码。

7. 简单遗传算法中二进制编码的两大缺点是什么？

答:①长度较大;②汉明悬崖:例如,7 和 8 的二进制数分别为 0111 和 1000，当算法从 7 改进到 8 时，就必须改变所有的位。

8. 简单遗传算法的遗传操作主要有哪三种？

答：选择、交叉和变异。

选择操作也叫复制操作，根据个体的适应度函数值所度量的优劣程度决定它在下一代是被淘汰还是被遗传。一般地说，选择将使:适应度较大（优良）的个体有较大的存在机会、适应度较小（低劣）的个体存在的机会也较小。常使用轮盘赌选择。

交叉操作将被选择出的两个个体 P1 和 P2 作为父母个体，将两者的部分码值进行交换。

变异操作的简单方式是改变数码串某个位置上的数码。